



TOMOGRAFIA ACÚSTICA OCEÂNICA POR TEMPO DE PERCURSO MODAL EM ÁGUAS RASAS

Fernando de Oliveira Marin

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Oceânica.

Orientadores: Luiz Gallisa Guimarães
Orlando Camargo Rodríguez
Leandro Calado

Rio de Janeiro
Maio de 2015

TOMOGRAFIA ACÚSTICA OCEÂNICA POR TEMPO DE PERCURSO MODAL
EM ÁGUAS RASAS

Fernando de Oliveira Marin

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

Prof. Luiz Gallisa Guimarães, D.Sc.

Prof. Orlando Camargo Rodríguez, D.Sc.

Dr. Leandro Calado, D.Sc.

Prof. Carlos Eduardo Parente Ribeiro, D.Sc.

Prof. Marco Antonio von Krüger, D.Sc.

Prof. Arthur Ayres Neto, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MAIO DE 2015

Marin, Fernando de Oliveira

Tomografia Acústica Oceânica por Tempo de Percurso Modal em Águas Rasas/Fernando de Oliveira Marin. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2015.

XVIII, 201 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: Luiz Gallisa Guimarães

Orlando Camargo Rodríguez

Leandro Calado

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Oceânica, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 178 – 201.

1. Inversão Modal. 2. Polinômios de *Chebyshev*. 3. Chegadas Não Sincronizadas. I. Guimarães, Luiz Gallisa *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

Aos meus pais, Oswaldo e Clarice.

Agradecimentos

A Deus, por tudo que tenho e sou.

Ao Professor Parente, pela maneira amistosa com que coordena o Laboratório de Instrumentação Oceanográfica (LIOc), com uma pedagogia muito especial.

Ao Professor Luis Gallisa, pela orientação, preciosos ensinamentos e ambiência fraterna, de inestimável valor.

Ao Professor Orlando Rodríguez, da Universidade do Algarve (UAlg), pela orientação primorosa, sem a qual o presente trabalho não seria possível.

Ao Dr. Leandro Calado, do Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM), pela orientação e apoio desde o início de minha jornada.

Ao Professores Marco Antonio von Krüger, do Programa de Engenharia Biomédica (PEB), e Arthur Ayres Neto, da Universidade Federal Fluminense (UFF), pela cordialidade ao aceitar o convite para compor a Banca Examinadora.

Ao Professor Sérgio Manuel Machado Jesus, da UAlg, que, gentilmente, permitiu o livre acesso à toda a infraestrutura do SiPLAB (*Signal Processing LABORatory*), principalmente aos recursos computacionais, durante o período em que estive na UAlg.

Ao pessoal do SiPLAB: professores Paulo Felisberto, Paulo Santos, António Silva e Ana Bela; pesquisadores Néelson Martins, Cristiano Soares, Biao e Lussac; e Fred Zabel.

Ao pessoal do LIOc: professor Nelson Violante; pesquisador Fabio Nascimento; alunos Xavier, Hugo Chaves, Carlos Martins, Anelle, Izabel Nogueira, Mariana Ximenes e Adrieni; funcionários Nilson, Assis, Solange Bergamini, Rezieri Pozes e Lilian.

Aos Professores Afonso Paiva e Susana Vinzon, e à funcionária Marise.

Às funcionárias Lucianita Barbosa e Eloisa Moreira, da Secretaria do PENO.

Ao professor Wagner Pereira, do LUS (Laboratório de Ultrassom).

Ao IEAPM: Dra. Eliane, Comte. Simões, Comte. Sandro e Tenente Douglas.

Ao Comte. Pessek e à Comte. Isabel Peres, da Gerência de Acústica Submarina.

Às Comtes. Ana Cláudia e Lúcia Artusi, da SecCTM.

Ao coordenador Milton Rosa, do CNPq.

Ao amigo Vicente Barroso, pela primorosa revisão.

Aos amigos Felipe Santos, Márcio Borges, Marcelo Teixeira e Alex Pain.

Aos meus irmãos, pelo apoio incondicional.

À minha mulher, pelo porto seguro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

TOMOGRAFIA ACÚSTICA OCEÂNICA POR TEMPO DE PERCURSO MODAL EM ÁGUAS RASAS

Fernando de Oliveira Marin

Maio/2015

Orientadores: Luiz Gallisa Guimarães
Orlando Camargo Rodríguez
Leandro Calado

Programa: Engenharia Oceânica

O monitoramento de áreas costeiras representa uma questão de grande importância estratégica, econômica e social para qualquer nação possuidora de região litorânea. No caso do Brasil, esta questão é de extrema relevância, dada a imensa extensão de seu litoral, e a variedade significativa de recursos, flora, fauna e atividades humanas existentes nas águas adjacentes ao litoral brasileiro. Nesse contexto, a Tomografia Acústica Oceânica representa uma das ferramentas de grande interesse, possibilitando o monitoramento de extensas áreas do ambiente costeiro, com apropriado equilíbrio entre os recursos para tal destinados, e o acesso, em tempo real, à informação adquirida. A Tomografia Acústica Oceânica foi inicialmente concebida para regiões de águas profundas, onde a Teoria de Raios é particularmente vantajosa. Como os métodos tomográficos baseados na Teoria de Raios são, por vezes, insuficientes para águas rasas, têm sido concentradas alternativas no uso de técnicas de Ajuste de Campo e de Tomografia Modal. O presente trabalho aborda a estimativa de perturbações de velocidade do som em um ambiente de águas rasas, a partir de medições de tempo de percurso modal, com base no processamento dos dados do experimento INTIMATE96, realizado em junho de 1996 ao largo da costa de Portugal.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

OCEAN ACOUSTIC TOMOGRAPHY BASED ON MODAL TRAVEL TIME IN
SHALLOW WATER

Fernando de Oliveira Marin

May/2015

Advisors: Luiz Gallisa Guimarães
Orlando Camargo Rodríguez
Leandro Calado

Department: Ocean Engineering

The coastal areas monitoring is an issue of great strategic, economic and social importance to any nation possessing littoral region. In the case of Brazil, this issue is extremely important, on account of great extension of its coastline, and significant variety of resources, flora, fauna and human activities existing in the waters close to Brazilian coast. In this context, the Ocean Acoustic Tomography represents one of the tools of great interest, enabling large areas monitoring of the coastal environment, with appropriate balance between resources allocated for such and the access, in real-time, to the acquired information. The Ocean Acoustic Tomography was originally designed for deep water regions, based on Ray Theory. However, tomographic methods based on Ray Theory are sometimes insufficient to shallow water regions, and alternatives have been found in the use of Matched Field Techniques and Modal Tomography. This work discusses the estimation of sound speed perturbation in a shallow water environment, from measurements of modal travel time, based on processing of data collected in the INTIMATE96 experiment, carried out in June 1996, off the coast of Portugal.

Sumário

Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xvii
1 Introdução	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.1.1 Tomografia	1
1.1.2 Tomografia Acústica	2
1.1.3 Tempo de Percurso Acústico	3
1.1.4 Velocidade do Som e Temperatura Oceânica	4
1.1.5 Medições Sinóticas	7
1.1.6 TAO	7
1.1.7 Teoria de Raios	12
1.1.8 Teoria dos Modos Normais	14
1.1.9 Raios vs. Modos Normais	15
1.1.10 Variabilidade de Mesoescala	17
1.1.11 Ambiente Costeiro	17
1.2 Motivação	20
1.2.1 Espaço Marítimo Brasileiro	20
1.2.2 Tomografia: Aspecto Multidisciplinar	24
1.3 Questão Norteadora	25
1.4 Objetivos	27
1.4.1 Geral	27
1.4.2 Específicos	27
2 Revisão da Literatura	28
2.1 TAO: Modalidades	29
2.1.1 TAO nos Domínios do Tempo e da Frequência	29
2.1.2 TAO Linear e TAO não Linear	30
2.1.3 TAO por Tempo de Percurso de Raio	30
2.1.4 TAO baseada em Ajuste de Campo	31

2.1.5	TAO por Tempo de Percurso vs. MFT	31
2.2	TAO em Águas Rasas	32
2.2.1	Águas Rasas: Definição e Principais Características	32
2.2.2	Inversão em Águas Rasas	34
2.2.3	Limitações Físicas para a TTT em Águas Rasas	35
2.3	Vantagens dos Dados Tomográficos	40
2.3.1	Aquisição de Informações por Sensoriamento Remoto	41
2.3.2	Imagens 2-D ou 3-D de Grandes Volumes Oceânicos	41
2.3.3	Independência das Condições Climáticas	41
2.3.4	Alta Resolução Temporal	42
2.3.5	Sensibilidade	42
2.3.6	Volume de Dados Adquiridos	43
2.3.7	Potencial para Assimilação de Dados	44
2.4	Desvantagens dos Dados Tomográficos	44
2.4.1	Custo dos Equipamentos	44
2.4.2	Custo Computacional (Processo de Inversão)	45
2.4.3	Sincronização	45
2.4.4	Acurácia de Posição Fonte-Receptor	46
2.4.5	Elemento Não Furtivo de Operações Militares	46
2.5	Estado da Arte	47
2.5.1	Novas Plataformas - Medições <i>In Situ</i>	47
2.5.2	Medições a Longas Distâncias e Acústica Passiva	48
2.5.3	Hidrofones Derivantes	48
2.5.4	Rápida Avaliação Ambiental	49
3	Fundamentação Teórica	51
3.1	Polinômios de <i>Chebyshev</i>	53
3.2	Equação de Onda Acústica	55
3.2.1	Equação de Onda Linearizada	56
3.2.2	Domínio da Frequência: Equação de <i>Helmholtz</i>	57
3.2.3	Solução de Raios	58
3.2.4	Solução de Modos	64
3.3	Processamento de Sinal	76
3.3.1	Resposta Impulsiva do Oceano	76
3.3.2	Padrão de Chegada	77
4	Tomografia Acústica Oceânica	79
4.1	Tomografia por Tempo de Percurso de Raio	80
4.1.1	Problema Direto	80
4.1.2	Identificação dos Raios	81

4.1.3	Problema Inverso	82
4.1.4	Funções Ortogonais Empíricas	84
4.2	Tomografia por Tempo de Percurso Modal	85
4.3	Discretização	86
4.4	Parametrização	88
4.5	Chegadas Não Sincronizadas	89
4.6	Processamento com Vários Sensores	92
5	O Experimento INTIMATE96	94
5.1	Área do Experimento	95
5.2	Coleta e Armazenamento dos Dados Acústicos	96
5.2.1	Fonte	97
5.2.2	Hidrofones	97
5.3	Dados de CTD	98
5.4	Dados Acústicos	99
6	Simulação	101
6.1	Ambiente Simulado	101
6.2	Perfil Referência e Perfil Perturbado	102
6.3	Modos, Velocidades de Grupo e Tempos Modais	102
6.4	Resultados	103
6.4.1	Discretização	103
6.4.2	Parametrização	104
7	Processamento - Dados Experimentais	105
7.1	Parâmetros para os Modelos	105
7.2	Modos, Velocidades de Grupo e Tempos Modais	106
7.3	Padrões de Chegada Médios	106
7.4	Tempos Obtidos pelo Modelo	109
7.4.1	Tempos de Percurso de Raios	109
7.4.2	Identificação dos Modos (Tempos Modais)	112
7.5	Determinação das Matrizes Ψ	113
7.6	Tempos dos Máximos do Padrão de Chegada	113
7.7	Determinação dos Vetores α	115
7.8	Resultados	116
8	Considerações Finais	127
8.1	Conclusão	127
8.2	Sugestões Para Trabalhos Futuros	131

A	Problemas Inversos	132
A.1	Problemas Malpostos	133
A.2	Relação Causa-Efeito	134
A.3	Formulação do PI	135
A.3.1	Forma Implícita	135
A.3.2	Forma Explícita	135
A.4	Método dos Mínimos Quadrados	137
A.4.1	Pseudoinversa	138
A.4.2	Decomposição em Valores Singulares	139
A.4.3	Pseudoinversa pela SVD	140
B	Monitoramento Oceânico	141
B.1	Observação com Instrumentação Tradicional	141
B.1.1	Perfilador CTD	141
B.1.2	Descoberta da Variabilidade de Mesoescala	142
B.1.3	Escala Sinótica	142
B.2	Oceanografia por Satélites	143
B.3	Monitoramento Oceânico em Águas Brasileiras	144
B.3.1	PIRATA	144
B.3.2	PNBOIA	144
B.3.3	Outros Sistemas de Monitoramento	145
B.3.4	Sistema de Gerenciamento da Amazônia Azul (SisGAAz)	145
B.3.5	Instituições que Desenvolvem TAO	146
C	Velocidade do Som no Mar	148
C.1	Compressibilidade	148
C.1.1	Processo Adiabático	149
C.1.2	Processo Isentrópico	150
C.2	Velocidade do Som na Água do Mar	151
D	Modelos de Propagação	155
D.1	Modelagem Acústica Submarina	156
D.1.1	Modelos Acústicos Submarinos	157
D.1.2	Modelos de Propagação Acústica	158
E	Processamento de Sinal	164
E.1	Transformada de <i>Fourier</i>	164
E.2	Impulso Unitário em Tempo Contínuo	166
E.3	Sistemas	167
E.3.1	Sistema Linear	167

E.3.2	Invariância no Tempo	168
E.4	Resposta a um SLIT Contínuo no Tempo	168
E.4.1	Resposta Impulsiva	168
E.4.2	Resposta a um Sinal de Entrada Arbitrário	168
E.4.3	Sinal <i>Chirp</i>	170
E.4.4	Compressão de Pulso	170
F	Funções Ortogonais	172
F.1	Série de <i>Fourier</i>	172
F.2	Funções de Base	173
F.3	Produto Interno de Duas Funções	173
F.4	Funções Ortogonais	174
F.4.1	Norma de uma Função	174
F.4.2	Conjunto Ortogonal de Funções	174
F.4.3	Conjunto Ortonormal de Funções	174
F.4.4	Função Peso	175
F.4.5	Expansão em Termos de Funções Ortogonais	175
F.5	Polinômios Ortogonais	176
	Referências Bibliográficas	178

Lista de Figuras

1.1	(a) Representação esquemática da propagação acústica através de múltiplos caminhos, em um canal de águas rasas com isovelocidade. (b) Padrão de chegada dos múltiplos caminhos. Fonte: adaptada de LURTON [11], p. 31.	3
1.2	Diagrama esquemático relacionando os perfis de temperatura e velocidade do som em águas profundas. Fonte: adaptada de ETTER [15], p. 30.	5
1.3	(a) Ilustração da propagação acústica através de um DSC. (b) Sinal recebido, indicando a chegada tardia do raio que se propaga próximo ao eixo do DSC (linha verde). Em águas mais quentes, a propagação é mais rápida. Fonte: adaptada de CORNUELLE <i>et al.</i> [16], p. 3.	6
1.4	Ilustração de um esquema de TAO em uma seção horizontal oceânica de meso-escala, com um sistema frontal e um vórtice. Fonte: adaptada de HOWE <i>et al.</i> [20], p.1.	8
1.5	Diagrama esquemático do experimento realizado em 1981, a SW das Ilhas Bermudas (vista de topo): 4 fontes (S), 5 receptores (R) e 2 linhas de fundeio (E) com correntômetros e sensores de temperatura e pressão. As fontes foram posicionadas à uma profundidade em torno de 2000 m e os receptores, em torno de 1600 m. Fonte: CORNUELLE <i>et al.</i> [22], p. 137.	9
1.6	Zonas marítimas (AJB): Mar Territorial (MT), até 12 MN; Zona Contígua (ZC), até 24 MN; Zona Econômica Exclusiva (ZEE), até 200 MN; Plataforma Continental (PC), até 350 MN ¹ . Unidade de medida: Milha Náutica (1 MN=1852m). Fonte: ALBUQUERQUE [44], p. 20.	21
1.7	Imagem de TSM obtida a partir de dados coletados por sensor AVHRR (satélite da NOAA): pluma de ressurgência costeira de Cabo Frio e dois meandros/vórtices ciclônicos da Corrente do Brasil (Cabo Frio e Cabo de São Tomé). Fonte: adaptada de CALADO [45], p. 10.	22
1.8	INTIMATE96: cenário operacional. Fonte: < http://www.siplab.fct.ualg.pt/ >. . .	26
2.1	Ilustração de um padrão de chegada, destacando os máximos locais significativos.	30

2.2	Ilustração de dois SSPs típicos em ambientes de águas rasas: inverno (tracejado) e verão (linha contínua). Na ausência de forte aquecimento, a camada de mistura tende a transformar o perfil de inverno em isovelocidade. Fonte: adaptada de KUPERMAN e ROUX [14], p. 152.	34
2.3	Padrão de Chegada típico de um ambiente de águas rasas e pequena distância Fonte-Receptor (aproximadamente 5,5 Km). Fonte: adaptada de RODRÍGUEZ e JESUS [76], p. 2817.	36
2.4	Diagrama esquemático da geometria de um experimento de TAO com 4 transmissores (T) e 4 receptores (R).	43
3.1	Teoria de Raios (simetria cilíndrica). Fonte: RODRÍGUEZ [110], p. 10.	62
3.2	Feixe Gaussiano. Fonte: adaptada de RODRÍGUEZ [110], p. 15.	63
3.3	Guia de Onda Idealizado (isovelocidade). As frentes de onda incidente e refletida se interferem dentro do guia. Para que haja interferência construtiva, a mudança de fase total (ϕ_t), ao longo do caminho ABCD, deve ser múltipla de 2π . Fonte: adaptada de RIBEIRO [122].	67
3.4	Estimativa de resposta impulsiva (padrão de chegada) típica da propagação acústica no ambiente do experimento INTIMATE96. Modificada de STÉPHAN <i>et al.</i> [53].	78
4.1	Padrões de chegada gravado e predito (HOWE <i>et al.</i> [140]). As linhas tracejadas ligam os picos correspondentes às chegadas de raio efetivamente usadas. Os números de pontos de retorno de cada raio são acompanhados do sinal + ou -, que indicam que o raio saiu da Fonte, respectivamente, para cima ou para baixo. Fonte: adaptada de MUNK <i>et al.</i> [56], p. 10.	81
4.2	Representação esquemática da discretização da coluna de água em L camadas. Cada Δc_l corresponde a uma média de δc na l -ésima camada.	86
4.3	Caso ideal: diferenças de tempos de percurso entre tempos relacionados aos máximos do padrão de chegada (linha azul) e tempos calculados pelo modelo (linhas pretas).	90
4.4	Δt^{real} (padrão de chegada).	91
4.5	Δt^{model} (modelo).	91
5.1	INTIMATE96: área do experimento. Fonte: STÉPHAN <i>et al.</i> [53], p. 30.	95
5.2	INTIMATE96: cenário ambiental. Parâmetros do fundo: velocidade compressional ($c=1750$ m/s); densidade ($\rho=1,9$ g/cm ³); atenuação compressional ($\alpha=0,8$ dB/ λ). Fonte: adaptada de JESUS <i>et al.</i> [77], p. 340.	95
5.3	INTIMATE96: percurso navegado pelo BO <i>D'Entrecasteaux</i> (linha verde), e posições do VLA e estações NORTE e OESTE. Fonte: adaptada de PORTER <i>et al.</i> [149], p. 109.	96

5.4	INTIMATE96 (14JUN): Perfil médio de velocidade do som (m/s).	98
5.5	INTIMATE96 (14JUN): 20 perfis de velocidade do som (m/s).	99
6.1	Representação esquemática do guia de onda de águas rasas RI considerado na simulação de inversão modal.	101
6.2	Modos Normais (50 modos confinados), considerando o guia de onda de águas rasas RI simulado, para o perfil de referência (a), e para o perfil perturbado (b). .	102
6.3	Representação esquemática da discretização da coluna de água em 50 camadas, empregada na simulação de inversão modal.	103
6.4	Inversão modal com discretização, sem parametrização. Linha tracejada: δc ob- tido por inversão. Linha contínua: δc esperado.	103
6.5	Inversão modal com parametrização. Linha tracejada: δc obtido por inversão. Linha contínua: δc esperado.	104
7.1	INTIMATE96 (14JUN): Curvas de Dispersão (perfil médio).	106
7.2	INTIMATE96 (14JUN): processamento de sinal para obtenção do padrão de che- gada médio. O bloco “Envelope” representa as etapas descritas na Tab. 7.1. . . .	107
7.3	INTIMATE96 (14JUN) - R1_8 - Minuto 1 - H35m: padrão de chegada médio. .	108
7.4	INTIMATE96 (14JUN) - TP04 - R1_10 - Minuto 5 - H115m: mínimo valor do estimador de semelhança <i>ad hoc</i> : $\min [\text{estimador}(r, z)] = 0,013045$ (marcador branco). Valores estimados: $R = 5686$ m (distância) e $D = 134,7$ m (profundidade).111	111
7.5	INTIMATE96 (14JUN) - TP04 - R1_10 - Minuto 5 - H115m: modos seleciona- dos (círculos em azul), resultantes da interseção dos tempos obtidos pelo cTraceo (linhas em vermelho) com as curvas de dispersão (linhas pretas).	112
7.6	INTIMATE96 (14JUN) - R1_10 - Minuto 5 - H115m: padrão de chegada médio.	113
7.7	INTIMATE96 (14JUN) - R1_10 - Minuto 5 - H115m: pseudopadrão (modelo). .	114
7.8	INTIMATE96 (14JUN) - R1_10 - Minuto 5 - H115m: estimador <i>ad hoc</i>	114
7.9	INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão para os hidrofones H35m (a), H105m (b) e H115m (c), considerando o intervalo de gravação de 18:02 h a 18:17 h.	117
7.10	INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão para os 3 primeiros minu- tos do RUN R1_8, considerando o hidrofone H35m.	118
7.11	INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_8 (minutos 4 e 5) e R1_9 (minutos 1 a 4), considerando o hidrofone H35m.	119
7.12	INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_9 (minuto 5) e R1_10 (minutos 1 a 5), considerando o hidrofone H35m.	120
7.13	INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão para os 3 primeiros minu- tos do RUN R1_8, considerando o hidrofone H105m.	121
7.14	INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_8 (minutos 4 e 5) e R1_9 (minutos 1 a 4), considerando o hidrofone H105m.	122

7.15	INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_9 (minuto 5) e R1_10 (minutos 1 a 5), considerando o hidrofone H105m.	123
7.16	INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão para os 3 primeiros minutos do RUN R1_8, considerando o hidrofone H115m.	124
7.17	INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_8 (minutos 4 e 5) e R1_9 (minutos 1 a 4), considerando o hidrofone H115m.	125
7.18	INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_9 (minuto 5) e R1_10 (minutos 1 a 5), considerando o hidrofone H115m.	126
A.1	Representação de um PI. A saída é conhecida (geralmente com erro) e poderemos ter um PI em que se deseja encontrar a entrada (conhecidos os parâmetros do sistema), ou encontrar os parâmetros do sistema (conhecida a entrada). Fonte: adaptada de HANSEN [162], p. 2.	134
C.1	Diagrama esquemático relacionando os perfis de temperatura e velocidade do som em águas profundas. Fonte: adaptada de JENSEN <i>et al.</i> [61], p. 4.	154
D.1	Relações entre as três grandes categorias de Modelos Acústicos Submarinos: à medida que a aplicação requer um sistema mais específico, a utilidade do respectivo modelo se torna mais restrita. Os Modelos de Propagação formam a base para a categoria de modelos acústicos básicos, sendo essenciais para modelagens de nível mais elevado: ruído, reverberação e, em última análise, desempenho SONAR. Fonte: adaptada de ETTER [74], p. 2.	157
D.2	BELLHOP: perfil canônico de <i>Munk</i> . Fonte: RODRÍGUEZ [241], p. 13.	162
D.3	TRACEO: perfil canônico de <i>Munk</i> . Fonte: RODRÍGUEZ [110], p. 1.	163
E.1	Representação esquemática de um sistema de tempo contínuo.	167
E.2	Representação esquemática de um sistema LTI no tempo contínuo.	169

Lista de Tabelas

1.1	Domínios de aplicabilidade dos modelos baseados na Teoria de Raios e na Teoria dos Modos Normais, para a propagação acústica submarina, de acordo com ETTER [15].	16
1.2	Principais aspectos da Teoria de Raios e da Teoria dos Modos Normais, para a propagação acústica submarina.	16
2.1	Quantidades de medições possíveis em métodos convencionais (medições pontuais) e em configurações de TAO, para o caso de 8 sensores.	43
3.1	Oito primeiros polinômios de <i>Chebyshev</i> de primeira espécie (T_0 a T_7).	53
5.1	INTIMATE96 (14JUN) - TP04 - R1_8: Conteúdo do arquivo 1mTP04R1_8.mat.	99
5.2	INTIMATE96 (14JUN) - TAPE 04 (R1_8, R1_9 e R1_10): Dados acústicos (arquivos .mat). Cada conjunto de 5 arquivos (5 minutos=300 segundos) corresponde a um RUN.	100
7.1	INTIMATE96 (14JUN) - Processamento de Sinal - Padrão de Chegada.	107
C.1	Exemplos de fórmulas empíricas para cálculo da velocidade do som no mar, com os seus domínios de aplicabilidade, de acordo com ETTER [15]. A equação mais simples (<i>Medwin</i> , 1975) contém seis termos, e a mais complexa (<i>Wilson</i> , 1960), vinte e três termos.	152
F.1	Exemplos de polinômios ortogonais em um intervalo contínuo.	176

Lista de Siglas, Acrônimos e Abreviaturas

ACAS	Água Central do Atlântico Sul, p. 22
ACOBAR	<i>Acoustic Technology for Observing the interior of the Arctic Ocean</i> , p. 146
ADCP	<i>Acoustic Doppler Current Profiler</i> , p. 94
AJB	Águas Jurisdicionais Brasileiras, p. 21
ALACE	<i>Autonomous Lagrangian Circulation Explorer</i> , p. 48
ASW	<i>Anti-Submarine Warfare</i> , p. 4
ATOC	<i>Acoustic Thermometry of Ocean Climate</i> , p. 146
ATOMS	<i>Acoustic TOMography Monitoring System</i> , p. 146
AVHRR	<i>Advanced Very High Resolution Radiometer</i> , p. 21
BO	<i>Bâtiment Océanographique</i> , p. 26
CB	Corrente do Brasil, p. 22
CLIVAR	<i>Climate Variability and Predictability</i> , p. 144
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, p. 23
CNRS	<i>Centre National de la Recherche Scientifique</i> , p. 144
CNUDM	Convenção das Nações Unidas sobre o Direito do Mar, p. 20
CTD	<i>Conductivity, Temperature, and Depth</i> , p. 94
DAT	<i>Discreet Acoustic Tomography</i> , p. 47
DCN	<i>Direction des Constructions Navales</i> , p. 97

DHN	Diretoria de Hidrografia e Navegação, p. 144
DSC	<i>Deep Sound Channel</i> , p. 4
EOF	<i>Empirical Orthogonal Function</i> , p. 83
EOS-80	<i>international Equation Of State of seawater-1980</i> , p. 152
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i> , p. 107
GA	<i>Genetic Algorithms</i> , p. 30
GLONASS	<i>GLObal'naya NAvigatsionnaya Sputnikovaya Sistema</i> , p. 45
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i> , p. 45
GOOS	<i>Global Ocean Observation System</i> , p. 144
GPS	<i>Global Positioning System</i> , p. 10
GTC	Grupo de Trabalho Conjunto, p. 23
HF	<i>High Frequency</i> , p. 147
ICON	<i>Innovative Coastal-Ocean Observing Network</i> , p. 146
IEAPM	Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira, p. 23
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i> , p. 107
IFREMER	<i>Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la Mer</i> , p. 144
IH	Instituto Hidrográfico, p. 95
INCT-PRO-OCEANO	Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Ciências do Mar de Estudos dos Processos Oceanográficos Integrados da Plataforma ao Talude, p. 23
INCT	Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia, p. 23
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, p. 144
INTIMATE	<i>Internal Tide Measurements with Acoustic Tomography Experiments</i> , p. 26
IRD	<i>Institut de Recherche pour le Développement</i> , p. 144
ISR	Instituto de Sistemas e Robótica, p. 147

IST	Instituto Superior Técnico, p. 147
JAMSTEC	<i>Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology</i> , p. 146
JPOTS	<i>Joint Panel On Oceanographic Tables and Standards</i> , p. 152
LFM	<i>Linear Frequency Modulation</i> , p. 97
LG	<i>Liouville–Green</i> , p. 59
LTI	<i>Linear Time-Invariant</i> , p. 76
MCTI	Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação, p. 23
MFP	<i>Matched Field Processing</i> , p. 11
MFT	<i>Matched Field Tomography</i> , p. 31
MIT	<i>Massachusetts Institute of Technology</i> , p. 146
NATO	<i>North Atlantic Treaty Organization</i> , p. 49
NAVSTAR-GPS	<i>NAVigation Satellite Timing And Ranging - Global Positioning System</i> , p. 45
NERSC	<i>Nansen Environmental and Remote Sensing Center</i> , p. 147
NOAA	<i>National Oceanic and Atmospheric Administration</i> , p. 21
NPAL	<i>North Pacific Acoustic Laboratory</i> , p. 146
NPS	<i>Naval Postgraduate School</i> , p. 147
NRP	Navio da República Portuguesa, p. 26
OAL	<i>Ocean Acoustics Library</i> , p. 158
OBS	<i>Ocean Bottom Seismometer</i> , p. 49
ONR	<i>Office of Naval Research</i> , p. 146
OTAN	Organização do Tratado do Atlântico Norte, p. 49
P-OAT	<i>Passive OAT</i> , p. 47
PALACE	<i>Profiling ALACE</i> , p. 49
PAT	<i>Passive Acoustic Tomography</i> , p. 47
PCJB	Plataforma Continental Jurídica Brasileira, p. 20

PCSE	Plataforma Continental Sudeste, p. 21
PD	Problema Direto, p. 81
PIRATA	<i>Prediction and Research Moored Array in the Tropical Atlantic</i> , p. 144
PI	Problema Inverso, p. 1
PNBOIA	Programa Nacional de Boias, p. 144
PSS78	<i>Practical Salinity Scale 1978</i> , p. 141
RADAR	<i>RAdio Detection And Ranging</i> , p. 147
RAFOS	<i>Ranging And Fixing Of Sound</i> , p. 147
RBR	<i>Refracted-Bottom-Reflected</i> , p. 34
RD	<i>Range-Dependent</i> , p. 15
REA	<i>Rapid Environmental Assessment</i> , p. 49
RI	<i>Range-Independent</i> , p. 15
SA	<i>Simulated Annealing</i> , p. 30
SHOM	<i>Service Hydrographique et Océanographique de la Marine</i> , p. 97
SISBRAV	Sistema Brasileiro de Vigilância, p. 145
SISCEAB	Sistema de Controle do Espaço Aéreo Brasileiro, p. 145
SISFRON	Sistema Integrado de Monitoramento de Fronteiras, p. 145
SLIT	Sistema Linear Invariante no Tempo, p. 76
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i> , p. 19
SOFAR	<i>SOund Fixing And Ranging</i> , p. 4
SOLO	<i>Sounding Oceanographic Lagrangian Observer</i> , p. 49
SONAR	<i>SOund NAVigation and Ranging</i> , p. 17
SRBR	<i>Surface-Reflected-Bottom-Reflected</i> , p. 34
SSP	<i>Sound Speed Profile</i> , p. 5
SST	<i>Sea Surface Temperature</i> , p. 7

SVD	<i>Singular Value Decomposition</i> , p. 38
SW	<i>Southwest</i> , p. 9
SiPLAB	<i>Signal Processing LABORatory</i> , p. 146
SisGAAz	Sistema de Gerenciamento da Amazônia Azul, p. 145
TAO	Tomografia Acústica Oceânica, p. 1
TB	<i>Time-Bandwidth</i> , p. 171
TEOS-10	<i>Thermodynamic Equation Of Seawater-2010</i> , p. 152
TF	Transformada de <i>Fourier</i> , p. 164
TSM	Temperatura da Superfície do Mar, p. 7
TTT	<i>Travel Time Tomography</i> , p. 31
UAV	<i>Unmanned Aerial Vehicle</i> , p. 145
UALg	Universidade do Algarve, p. 161
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro, p. 23
ULB	<i>Université Libre de Bruxelles</i> , p. 23
UNESCO	<i>United Nations Organization for Education, Science and Culture</i> , p. 152
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado, p. 145
VLA	<i>Vertical Line Array</i> , p. 94
WHOI	<i>Woods Hole Oceanographic Institution</i> , p. 146
WKBJ	<i>Wentzel-Kramers-Brillouin-Jeffreys</i> , p. 59
WKB	<i>Wentzel-Kramers-Brillouin</i> , p. 59
XBT	<i>eXpendable BathyThermograph</i> , p. 94
e.g.	<i>exempli gratia</i> , p. 2
i.e.	<i>id est</i> , p. 14

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

A expressão Tomografia Acústica Oceânica¹ (TAO) foi cunhada por analogia à Tomografia por raios X, empregada em Medicina. Ambas as técnicas consideram a propagação de uma determinada forma de energia: ondas acústicas, no caso oceânico, e raios X, no caso médico. Outro ponto em comum é o fato de ambas pertencerem à classe de Problemas Inversos (PIs)². Contudo, há inúmeras diferenças entre o problema médico e o problema oceânico. Uma delas, por exemplo, é quanto ao parâmetro observado. A Tomografia Médica, tal como foi concebida, utiliza medições de atenuação (absorção) dos raios X, enquanto a TAO, em sua forma clássica, utiliza variações de tempo de percurso acústico para obter, por inversão, perturbações de velocidade do som. Antes de prosseguirmos a abordagem sobre a TAO, abordaremos alguns aspectos da Tomografia.

1.1.1 Tomografia

Grosso modo, o arcabouço teórico da Tomografia repousa no problema de reconstrução³ de um objeto a partir de suas projeções [2]. Com origem na Medicina, a Tomografia emergiu como importante técnica não invasiva de geração de imagem seccional do

¹Em inglês, *Ocean Acoustic Tomography*; em francês, *Tomographie Acoustique Océanique* (TAO) [1].

²Ver apêndice A.

³Reconstrução de imagens constitui um tipo de PI (ver apêndice A).

corpo humano [3]. Progressivamente, a Tomografia encontrou aplicações em outras áreas de Ciência e Tecnologia, tais como aplicações industriais (ensaios não destrutivos, monitoramento industrial etc.), Geofísica (prospecção de hidrocarbonetos, prospecção mineral etc.), Meteorologia (estimativa de temperatura da atmosfera, de campos de velocidade do vento etc.), Astronomia (estudo das propriedades das poeiras relacionadas com a formação de estrelas etc.) e Oceanografia (estimativa temporal e espacial de temperatura de massas de água, de campos de correntes etc.), dentre outras. As técnicas tomográficas consideram a propagação de uma determinada forma de energia (e.g., raio X) através de um meio de interesse (e.g., corpo humano), para a estimativa de características do meio a partir de medições de uma determinada propriedade da energia propagante (e.g., atenuação). Na Medicina, por exemplo, a Tomografia por raios X permite a obtenção de imagens seccionais a partir de medições da atenuação dos raios que atravessam o corpo do paciente, possibilitando a discriminação dos diferentes tecidos biológicos ⁴.

1.1.2 Tomografia Acústica

Há uma diferença fundamental entre Tomografia por raios X e Tomografia Acústica. Os raios X, por serem não difrativos⁵, propagam-se em linhas retas, sendo possível, portanto, obter a integral de linha de algum parâmetro associado ao meio de propagação, ao longo de uma linha reta [6, 7]. Em contraste com os raios X, as ondas acústicas interagem fortemente com os materiais através dos quais se propagam, por meio de processos como refração, reflexão e difração. Essas interações podem ser muito fortes em meios heterogêneos (e.g., tecido humano). Reconstruções tomográficas de dados acústicos requerem, portanto, uma modelagem muito mais sofisticada da propagação de ondas acústicas, muitas vezes envolvendo inversões altamente não lineares [8]. Contudo, a viabilidade da Tomografia Acústica vem aumentando, favorecida, principalmente, pelo avanço do poder computacional.

⁴Na Tomografia por raios X, as projeções correspondem às integrais de linha do coeficiente de atenuação que, por sua vez, é proporcional à densidade do tecido examinado.

⁵Na radiação não difrativa (e.g., raios X), o comprimento de onda da energia radiante é muito menor que as dimensões das heterogeneidades no meio de propagação [4]. A condição para a difração de um feixe de raios X em um cristal é dada pela equação de *Bragg* [5].

1.1.3 Tempo de Percurso Acústico

No caso da propagação do som em meio oceânico, a técnica tomográfica pode ser empregada para a estimativa de parâmetros oceanográficos, a partir da inversão de propriedades da propagação acústica como **tempo de percurso, amplitude, fase e variação Doppler**⁶ [9]. Como mencionado, o som interage fortemente com o meio em que se propaga, e fatores como espalhamento, perda de transmissão e múltiplos caminhos⁷ (em inglês, *multipath*), dentre outros, afetam consideravelmente a propagação acústica no oceano. No caso dos múltiplos caminhos, os mecanismos de formação diferem, se o ambiente é de águas profundas ou de águas rasas, sendo dependentes também da frequência e da amplitude de transmissão [10]. Considerando, por exemplo, o som recebido em um Receptor, diferentes caminhos terão diferentes tempos de chegada (tempos de percurso), como ilustrado na Fig. 1.1, modificada de LURTON [11]. Como a velocidade do som no oceano (c) é uma função da temperatura (T), da salinidade (S) e da pressão (p), a estrutura de chegada no Receptor estará, então, relacionada também a esses parâmetros.

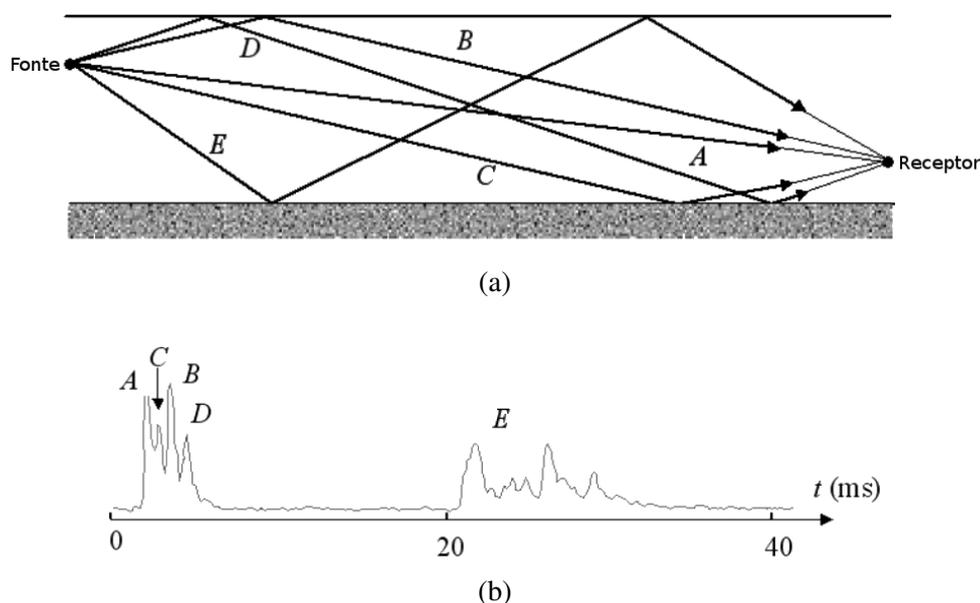


Figura 1.1: (a) Representação esquemática da propagação acústica através de múltiplos caminhos, em um canal de águas rasas com isovelocidade. (b) Padrão de chegada dos múltiplos caminhos. Fonte: adaptada de LURTON [11], p. 31.

⁶Também denominada Desvio *Doppler*. Corresponde à variação de frequência produzida pelo movimento relativo entre a Fonte e o Receptor (efeito *Doppler*).

⁷Podem ser decorrentes de fenômenos como reflexões em obstáculos, refração no meio de propagação, dispersão e difração.

1.1.4 Velocidade do Som e Temperatura Oceânica

Tendo em conta que a velocidade do som depende essencialmente da temperatura, variações no tempo de percurso acústico podem ser diretamente associadas a variações de temperatura (ver apêndice C). A velocidade do som no oceano, em torno de 3000 nós (≈ 1500 m/s), aliada ao longo alcance de sinais de baixa frequência, permitem que dados de tempo de percurso acústico atendam aos requisitos de amostragem temporal e espacial necessários à detecção de variações de larga escala. Transmissões acústicas de longo alcance permitem estimativas de variações de temperatura oceânica em larga escala, com acurácia e resolução temporal sem precedentes. Os tempos de percurso acústico podem ser medidos com acurácia de milissegundo (ms). Considerando, por exemplo, uma distância de 1000 km, podemos associar uma variação de temperatura de 10 m°C a uma variação de 20 ms no tempo de percurso [12]. Medições acústicas são quase instantâneas e podem ser feitas a qualquer taxa de amostragem, praticamente sem qualquer custo adicional. Ao contrário de outros sensores, os métodos acústicos não estão sujeitos a erros de calibração, porque a medição fundamental é o tempo de percurso [13].

Canal Sonoro Profundo

Durante as duas guerras mundiais, havia interesse no estudo da propagação acústica tanto em águas rasas quanto em águas profundas mas, durante a Guerra Fria, a ênfase mudou bruscamente para águas profundas. A história da guerra anti-submarina (em inglês, *Anti-Submarine Warfare: ASW*), pós-Segunda Guerra Mundial, começou em 1943, com a descoberta do canal sonoro profundo (em inglês, *Deep Sound Channel: DSC*) por Ewing e Worzel (*Brekhovskikh*, da União Soviética, também descobriu de forma independente, porém mais tarde.) [14]. O DSC (ou canal SOFAR, do inglês *SOund Fixing And Ranging*) ocorre em uma profundidade na qual a velocidade do som apresenta valor mínimo (profundidade do eixo do canal).

Considerando a propagação acústica de baixa frequência no DSC, o gradiente de velocidade do som refrata continuamente os raios acústicos, nas regiões acima e abaixo da profundidade em que a velocidade do som é mínima (eixo do DSC). Por consequên-

cia, os raios acústicos se propagam oscilando em torno do eixo do DSC, podendo chegar a milhares de quilômetros [14]. Então, pelo fenômeno da refração, os raios acústicos se propagam confinados no DSC, em uma direção aproximadamente horizontal, com reduzida perda por espalhamento. A profundidade correspondente ao valor mínimo de velocidade do som varia, tipicamente, desde a superfície fria, nos pólos, a uma profundidade de cerca de 1300 m, no equador [14].

Um típico perfil de velocidade do som (em inglês, *Sound Speed Profile: SSP*) de águas profundas é mostrado na Fig. 1.2, modificada de ETTER [15]. Nessa figura, a profundidade crítica corresponde à profundidade na qual a velocidade do som é igual à velocidade máxima próximo à superfície. Essa profundidade corresponde ao limite inferior do DSC. Se houver uma profundidade crítica na coluna de água, o ambiente possibilitará a propagação à longa distância sem interação com o fundo; caso contrário, o fundo do oceano corresponderá ao limite inferior do DSC.

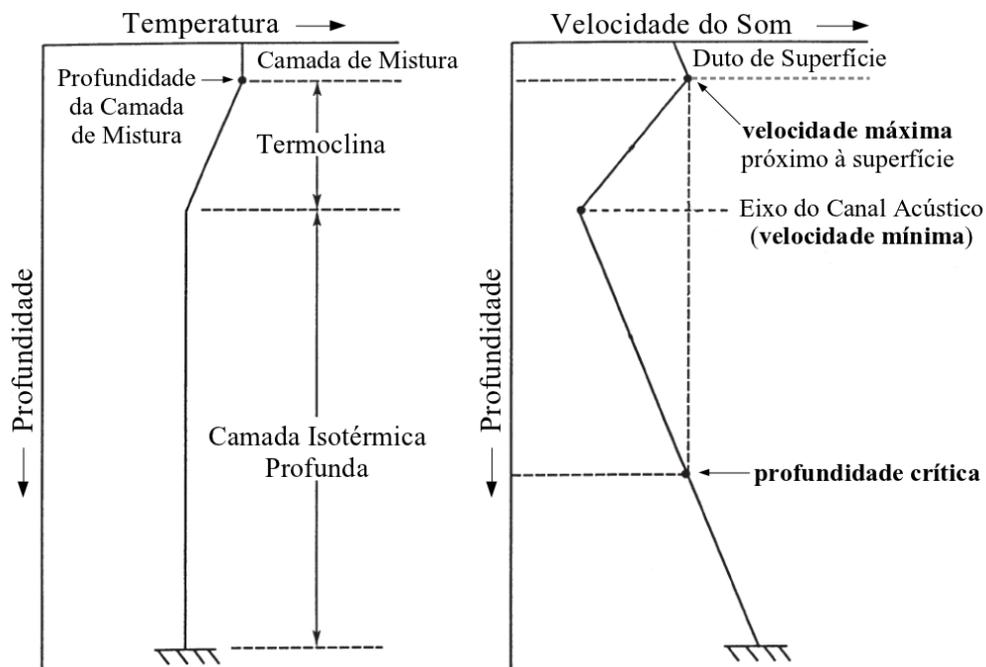
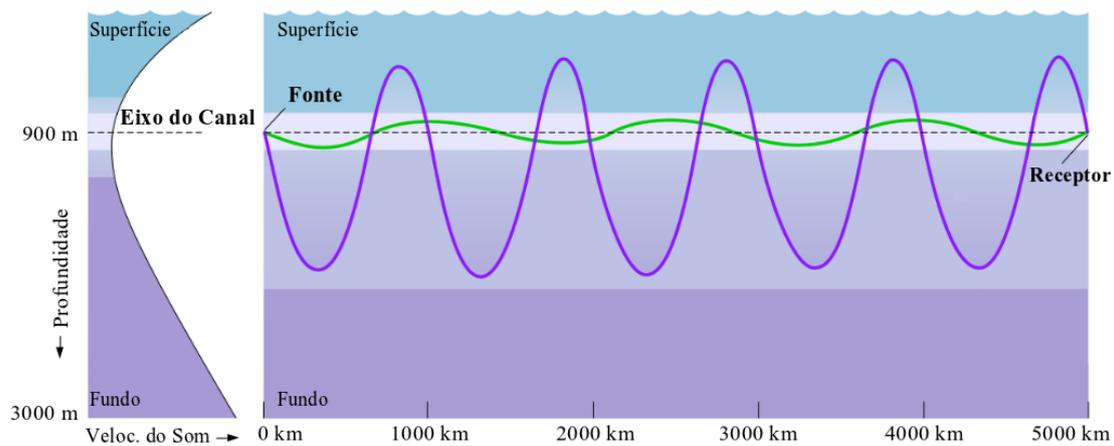


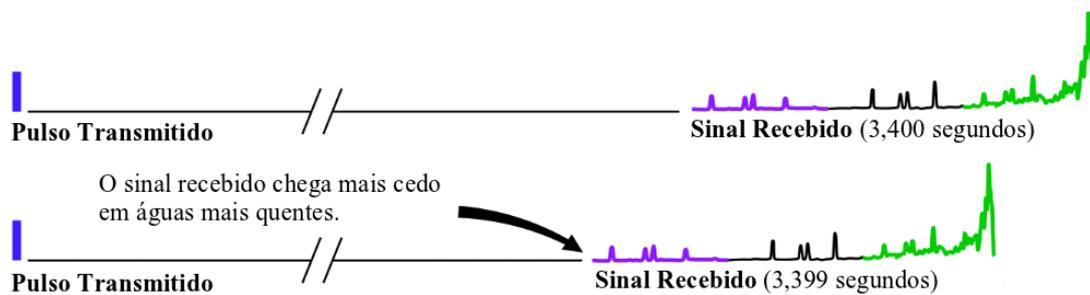
Figura 1.2: Diagrama esquemático relacionando os perfis de temperatura e velocidade do som em águas profundas. Fonte: adaptada de ETTER [15], p. 30.

Em um DSC, um pulso transmitido por uma Fonte acústica se propaga ao longo de inúmeras trajetórias de raios distintas, com cada raio chegando no Receptor em um determinado ângulo e tempo. Os raios acústicos com ângulos de lançamento maiores

têm boa parte de seus percursos em regiões de maiores velocidades do som. Apesar de percorrem maiores trajetórias, chegam mais cedo no Receptor do que os caminhos de raios mais curtos, que são lançados em ângulos rasos. Isso é exatamente o oposto do que ocorre na propagação em águas rasas, na qual uma reflexão ocorre antes que uma refração, em uma região de alta velocidade, possa ter lugar. Assim, no caso do DSC, os raios refratados que penetram em regiões mais profundas possuem velocidades de grupo maiores (velocidade horizontal de propagação de energia) do que as dos raios que se propagam mais próximos ao eixo do DSC. A Fig. 1.3, modificada de CORNUELLE *et al.* [16], exemplifica essas diferenças de tempo de percurso.



(a)



(b)

Figura 1.3: (a) Ilustração da propagação acústica através de um DSC. (b) Sinal recebido, indicando a chegada tardia do raio que se propaga próximo ao eixo do DSC (linha verde). Em águas mais quentes, a propagação é mais rápida. Fonte: adaptada de CORNUELLE *et al.* [16], p. 3.

As características de propagação do DSC foram proveitosas para a concepção e execução de experiências de tomografia acústica [15], possibilitando a coleta de dados em escala sinótica (ver seção 1.1.10), sobre a qual será feito um breve comentário a seguir.

1.1.5 Medições Sinóticas

Desde o início das pesquisas oceanográficas, oceanógrafos carecem de observações rápidas o suficiente para permitir visualizações sinóticas de extensas regiões do oceano (seção B.1.3). Caso um navio desatruque ou suspenda para realizar observações de uma grande região do oceano, é bem provável que as condições do oceano já tenham mudado antes mesmo de o levantamento ter sido concluído. A situação enfrentada pelos oceanógrafos é muito diferente da situação dos meteorologistas, que podem obter imagens praticamente instantâneas da atmosfera a partir de uma rede de medição global, ou imagens de satélite de nuvens e assim por diante. Os oceanógrafos podem até se beneficiar de informações obtidas a partir de dados de satélites, como Temperatura da Superfície do Mar (TSM⁸), cor do oceano, rugosidade da superfície e altura da superfície, dentre outras. Contudo, os dados obtidos por satélites são coletados na superfície, e qualquer inferência sobre processos no interior oceânico é restrita [17]. De grande importância para a Oceanografia, foi a introdução da TAO, cuja discussão é abordada na seção que se segue.

1.1.6 TAO

A TAO foi proposta em 1979 pelos oceanógrafos *Walter Munk* e *Carl Wunsch*, como uma técnica de monitoramento oceânico de larga escala [18]. Esses autores sugeriram que medições de tempo de percurso acústico poderiam ser usadas para mapear o interior do oceano. Desde que foi proposta pela primeira vez, a TAO vem evoluindo como técnica de sensoriamento remoto de múltiplo uso, sendo empregada com ampla variedade de arranjos físicos: pode ser aplicada com equipamentos dispostos em um arranjo exclusivo, ou combinados com linhas de fundeio multi-instrumentais.

Monitoramento de Feições de Mesoescala

A TAO foi proposta como uma ferramenta complementar para a Oceanografia por Satélite, tendo como foco o monitoramento de feições oceânicas de mesoescala⁹, que são

⁸Em inglês, *Sea Surface Temperature* (SST).

⁹Ver apêndice B.

representativas do estado interior do mar [19]; tais feições possuem escalas espaciais da ordem de 100 km, e temporais, da ordem de 100 dias [9]; oceanógrafos usam o termo mesoescala para classificar fenômenos oceânicos dinamicamente análogos à definição de “tempo” na Meteorologia, subentendido como o estado atual da atmosfera que se estende por, no máximo, 15 dias (em Meteorologia, tal definição contrasta com a definição de “clima”, que corresponde ao conjunto dos possíveis estados atmosféricos). Comparativamente aos fenômenos atmosféricos, as feições oceânicas de mesoescala correspondem a estruturas de pequena escala espacial (100 km no oceano, contra 1000 km na atmosfera), e de escala de tempo muito maior (100 dias no oceano, contra 3 dias na atmosfera) [18].

A Fig. 1.4, modificada de HOWE *et al.* [20], ilustra um esquema de TAO em uma seção horizontal oceânica de mesoescala, contendo um sistema frontal e um vórtice. Nessa figura podemos notar uma característica importante da TAO: com poucos instrumentos na periferia da região de interesse, é possível obter uma grande quantidade de dados. Por exemplo, se forem considerados N trançepores, o número de medições corresponderá a N^2 (ver seção 2.3.6), sendo possível a cobertura de uma extensa área oceânica.

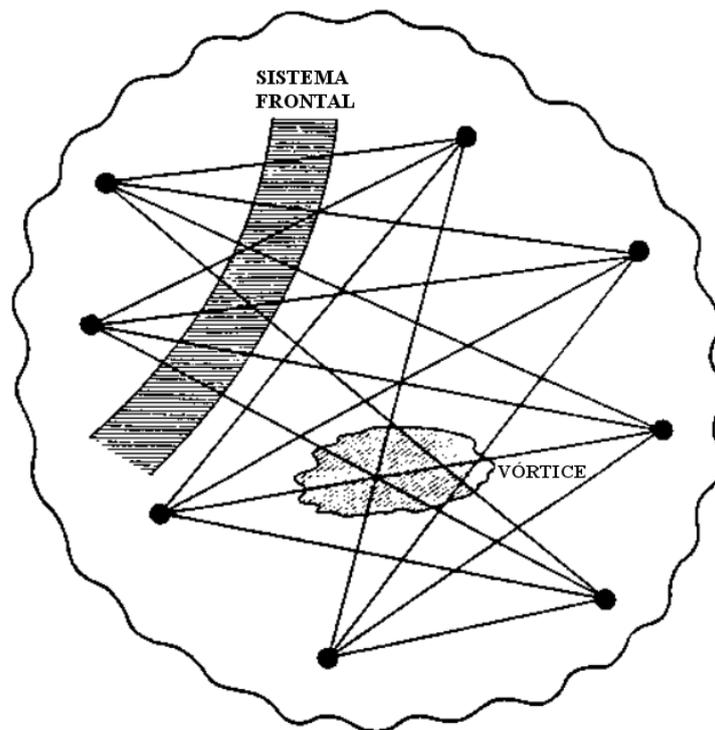


Figura 1.4: Ilustração de um esquema de TAO em uma seção horizontal oceânica de mesoescala, com um sistema frontal e um vórtice. Fonte: adaptada de HOWE *et al.* [20], p.1.

Viabilidade da TAO

A TAO foi testada pela primeira vez em 1981, a SW das Ilhas Bermudas, num experimento envolvendo 4 fontes e 5 receptores, posicionados a uma profundidade em torno de 2000 m e cobrindo uma área de aproximadamente 300 km² [21]; durante o experimento, foram transmitidas seqüências M com uma portadora de 224 Hz, o que correspondia, aproximadamente, a um comprimento de onda de 7 m, bastante pequeno quando comparado com as distâncias de interesse. O processamento dos sinais transmitidos permitiu determinar a estrutura espacial do campo de velocidade do som, entre os sistemas de fontes e receptores, ao longo de um período de dois meses. A Fig. 1.5, obtida de CORNUELLE *et al.* [22], apresenta um diagrama esquemático da geometria do experimento conduzido em 1981.

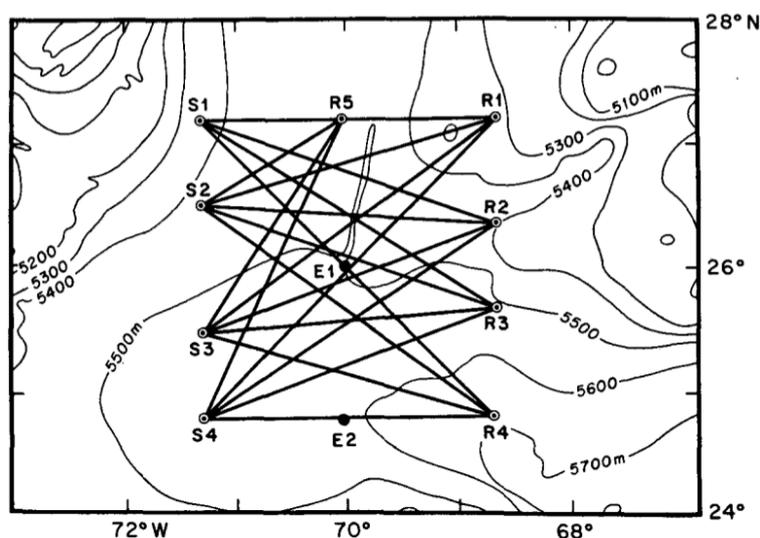


Figura 1.5: Diagrama esquemático do experimento realizado em 1981, a SW das Ilhas Bermudas (vista de topo): 4 fontes (S), 5 receptores (R) e 2 linhas de fundeio (E) com correntômetros e sensores de temperatura e pressão. As fontes foram posicionadas à uma profundidade em torno de 2000 m e os receptores, em torno de 1600 m. Fonte: CORNUELLE *et al.* [22], p. 137.

Embora esse (e outros experimentos) tenham demonstrado que a TAO é uma técnica praticável, a mesma ainda não é utilizada de forma sistemática, devido, em particular, aos custos e dificuldades operacionais dos sistemas acústicos tradicionais; mas essas dificuldades tendem a desaparecer, dado que os desenvolvimentos atuais de sistemas acústicos vão no sentido da respectiva simplificação, quer do lado da transmissão, quer do

lado da recepção [23]. Por outro lado, as vantagens da TAO têm incentivado a busca de soluções cada vez mais simples e eficazes, com a vantagem evidente de aquisição de dados em larga escala, contínua e simultânea, embora, no momento, limitada por uma baixa resolução espacial [24].

Estima-se que o monitoramento global dos oceanos, através da TAO, possa ser implementado a um custo anual inferior ao requerido pelas técnicas observacionais atualmente mais utilizadas, com os principais custos da TAO correspondendo apenas aos custos iniciais de instrumentação e instalação. Uma vez instalados os instrumentos, os custos operacionais requeridos para a realização de medições contínuas são baixos; dessa forma, o custo amortizado da técnica se torna vantajoso, mesmo usando a tecnologia atual [25]. Cumpre ressaltar que há um número significativo de instituições internacionais que realizam experimentos de TAO, aplicando e aperfeiçoando as técnicas tomográficas.

Aspectos Relevantes

Dentre as vantagens da TAO, é possível citar a aquisição de informações por sensoriamento remoto e a possibilidade de obtenção de imagens 2-D (verticais ou horizontais) ou 3-D de grandes volumes oceânicos (mesoescala e larga escala), além do fato dos dados serem pouco afetados por condições climáticas e possuírem alta resolução temporal e alta sensibilidade, ressaltando-se também o potencial de obtenção de grande quantidade de dados e a correspondente possibilidade de seu uso na assimilação de dados em modelos oceânicos¹⁰.

Dentre as desvantagens, convém mencionar o alto custo dos equipamentos requeridos (que diminui, à medida que os equipamentos evoluem), o elevado custo computacional para o processo de inversão (que diminui, à medida que os computadores evoluem), a necessidade de acurácia sincronizada (comumente resolvida com a sincronização dos dispositivos em base de tempo GPS¹¹), a necessidade de acurácia de posição Fonte-Receptor, que pode ser controlada pelo método de Processamento por Ajuste de Campo (em inglês,

¹⁰Grosso modo, a assimilação de dados consiste na incorporação de dados observados em um modelo dinâmico, com o intuito de melhorar a qualidade das previsões. “São três os componentes de um sistema de previsão oceânica: rede observacional, modelos dinâmicos e esquemas de assimilação de dados” [19].

¹¹Do inglês *Global Positioning System*.

Matched Field Processing: MFP), e o seu aspecto não furtivo em operações militares (na concepção original, motivando o desenvolvimento da TAO Passiva e da TAO Discreta). Esses aspectos serão abordados com mais detalhes nas seções 2.3 e 2.4. Contudo, dentre o que já foi mencionado, cumpre destacar três importantes características da TAO, ressaltando a importância de sua aplicação e de continuadas pesquisas na busca de métodos de inversão que alcancem menor custo e maior eficiência:

1. Sensibilidade: o som se propaga um pouco mais rápido em águas quentes do que em águas frias. Medições precisas do tempo que o som leva para percorrer a distância entre dois pontos revelam a temperatura média ao longo do caminho. O som viaja a cerca de 1500 m/s na água, enquanto alterações típicas na velocidade do som do oceano, como resultado das mudanças de temperatura, são de apenas 5 a 10 m/s. A técnica tomográfica é muito sensível, e as experiências até agora mostraram que as temperaturas no oceano podem ser medidas com uma precisão de 0,01 °C [14].
2. Grande quantidade de dados: com poucos equipamentos, é possível obter grande quantidade de dados de extensas regiões oceânicas; e
3. Conhecimento global (em vez de *in situ*), do campo medido.

Resumindo, podemos afirmar que a TAO possibilita a aquisição de informação oceanográfica fundamental em larga escala, de forma simultânea e contínua. As potencialidades do método são de tal forma atrativas que se espera, num futuro próximo, que a sua utilização ampla e sistemática se torne realidade. A combinação dos dados tomográficos com dados adquiridos por outros meios (tais como os obtidos por satélite) poderá ser de grande utilidade para atividades de diversas áreas de Ciência e Tecnologia como, por exemplo, previsões meteorológicas.

TAO em Águas Rasas

Causa certa estranheza que regiões costeiras tenham sido menos exploradas acusticamente. Podemos resumir as principais razões para esse fato em duas. Em primeiro lugar, no período da Guerra Fria, a ênfase estava na aplicação da Acústica em águas

profundas, principalmente para a detecção de submarinos nucleares. Isso mudou desde a queda do Muro de Berlim, quando o ambiente de águas rasas passou a ser considerado o provável teatro de operações. Em segundo lugar, a aplicação da Acústica em regiões litorâneas é muito difícil, em função da complexidade da propagação do som nesses ambientes, não somente pelas múltiplas reflexões na interface ar/mar e no fundo, mas também por uma miríade de heterogeneidades flutuantes acusticamente ativas, que estão presentes na coluna de água em regiões costeiras [26].

A TAO em águas rasas é um assunto que tem atraído o interesse de muitos cientistas, e problemas de modelagem para TAO em águas rasas estão atualmente sendo pesquisados [27]. Esquemas de TAO baseados na Teoria de Raios se apresentam como inapropriados para regiões de águas rasas, o que tem acarretado a concentração de esforços no uso de técnicas de Ajuste de Campo¹² e Tomografia Modal [27].

1.1.7 Teoria de Raios

Com aplicações em áreas como a Ótica e a Acústica, dentre outras, a Teoria de Raios é uma aproximação de alta frequência que tem como postulado a propagação de um campo ao longo de raios, sendo negligenciados os efeitos de difração e interferência. A Teoria de Raios tem fornecido imagens fisicamente intuitivas da propagação acústica submarina há muitos anos. É um método computacionalmente rápido e sua aplicação pode ser estendida a problemas em que haja **dependência da distância horizontal**¹³. Contudo, a aproximação de alta frequência torna difícil prever, com precisão, a intensidade acústica sob certas condições. Por exemplo, o traçado geométrico de raios dá origem a zonas de sombra sem penetração de som, o que só ocorre no limite de alta frequência. No entanto, a principal dificuldade com a Teoria de Raios é que ela prevê intensidade infinita em cáusticas.

¹²Em inglês, *Matched Field*.

¹³Em inglês, *range-dependence*. Considerando, para um canal sonoro submarino, um sistema de coordenadas cilíndricas (r, φ, z) , a coordenada r corresponde à direção horizontal (direção radial) e a coordenada z , à direção vertical (profundidade). A **dependência da distância horizontal** considera, geralmente, variações na velocidade do som ou batimetria, embora outros parâmetros possam ser considerados.

Não há um valor específico de frequência que possa ser considerado como limite para validade da Teoria de Raios. Ao abordar a aplicabilidade para campos de onda sísmica, ČERVENÝ [28] estabelece algumas condições de validade:

I - O comprimento de onda λ deve ser consideravelmente menor do que qualquer quantidade característica com dimensão l_j ($j=1,2,\dots$) no problema considerado (raios de curvatura de interfaces, dimensões das heterogeneidades no meio de propagação etc.), ou seja,

$$\lambda \ll l_1, l_2, \dots \quad (1.1)$$

II - O Método de Raios falha na vizinhança de superfícies \mathbf{S} ao longo das quais o campo de raios considerado não é regular. Considerando n a distância a uma superfície \mathbf{S} , a condição de validade pode ser expressa por

$$\lambda \ll n \quad (1.2)$$

Exemplos de superfícies \mathbf{S} : superfícies de cáusticas; contornos de zonas de sombra.

III - O Método de Raios não é aplicável quando o comprimento L , correspondente à trajetória do raio entre a fonte e o receptor, é muito grande. Estimativas baseadas no teorema do valor médio conduzem à seguinte condição para L :

$$\lambda \ll \frac{l_0^2}{L} \quad \Rightarrow \quad L \ll \frac{l_0^2}{\lambda} \quad (1.3)$$

onde l_0 possui o mesmo significado de l_j na condição I.

Das três condições mencionadas, a única que não pode ser descartada é a primeira, por expressar o caráter de alta frequência do campo de onda. Quanto à condição II, várias modificações e extensões do Método de Raios já foram propostas. Tais extensões apresentam bons resultados, mesmo em certas regiões de singularidade, onde o Método de Raios falha. Contudo, o problema de singularidade ainda constitui um dos mais sérios na aplicação desse Método. A condição III ainda não foi resolvida [28].

Vários autores descreveram métodos de Teoria de Raios Modificada, para calcular o campo em cáusticas e em sombras, usando raios complexos e continuação analítica, mas nenhum foi fácil de incluir em cálculos de rotina. Essas aproximações e dificuldades com a Teoria de Raios encontraram outros métodos, tais como Teoria dos Modos Normais e Equação Parabólica, como preferência para cálculos mais acurados [29]. Porém, uma indicação de que a Teoria de Raios poderia ser aplicada em baixas frequências foi encontrada quando foi mostrado que a taxa de atenuação de modos, e seus raios equivalentes, em um modelo de *Pekeris*, seriam idênticos se o deslocamento do feixe fosse incluído no raio traçado. A partir dessa consideração, o Traçamento de Raios com deslocamento de feixe foi usado para mostrar que as formas de onda no receptor, em uma guia de ondas de águas rasas, poderiam ser calculadas também com precisão, usando raios ou modos normais [29]. A Teoria de Raios será abordada com mais detalhes na seção 3.2.3.

1.1.8 Teoria dos Modos Normais

Soluções de modos normais são obtidas a partir de uma representação integral da equação de onda. Como ponto de partida, é assumida **simetria cilíndrica**¹⁴ para um meio estratificado (i.e., com as variações do meio sendo dependentes apenas da profundidade¹⁵) ETTER [15]. Para o emprego da aproximação assintótica da função de *Hankel*, deve ser considerada a condição de campo distante (ver seção 3.2.4). Podemos citar, como vantagens da Teoria dos Modos Normais [14]:

- a solução é possível para qualquer configuração Fonte-Receptor, desde que o problema de autovalor esteja resolvido;
- é facilmente estendida para a condição de moderada dependência da distância horizontal, através do uso da aproximação adiabática; e
- pode ser aplicada (com maior esforço) a ambientes extremamente dependentes da distância horizontal, através da Teoria de Modos Acoplados. No entanto, tal teoria não inclui uma representação completa do campo próximo.

¹⁴Corresponde a $\partial/\partial\varphi = 0$, para um sistema de coordenadas cilíndricas (r, φ, z) .

¹⁵Condição de **independência da distância horizontal**. Em inglês, *range-independence*.

Em águas rasas, os modos de menor ordem, usualmente, viajam mais rápidos que os modos de maior ordem. Em águas profundas, os modos de maior ordem são os mais rápidos [14]. Modelos de Modos Normais tendem a ter a sua aplicabilidade limitada a frequências acústicas inferiores a 500 Hz, devido a considerações computacionais (e não devido a quaisquer limitações impostas por condições físicas). Entretanto, invocando algumas hipóteses simplificadoras em relação à complexidade do ambiente marinho, limites superiores de frequência, na faixa de multi-kilohertz, podem ser obtidos ETTER [15]. A Teoria dos Modos Normais será abordada com mais detalhes na seção 3.2.4.

1.1.9 Raios vs. Modos Normais

A aplicabilidade de técnicas de inversão baseadas na Teoria de Raios, para o caso da propagação de sinais de baixa frequência, é questionável pois, de fato, tal teoria é uma aproximação de alta frequência. Além disso, essa técnica é inadequada para meios altamente heterogêneos. Em regiões de águas rasas é esperado que o som interaja significativamente com o fundo. Os tempos de percurso obtidos com base na Teoria de Raios, para regiões de águas rasas, são bastante afetados pelos múltiplos caminhos, em decorrência da forte influência das propriedades do fundo. Em contraste, no caso das técnicas baseadas na Teoria dos Modos Normais, os tempos de percurso são menos afetados por ruídos. Entretanto, ao considerarmos a propagação de um sinal de banda larga, para que se proceda uma acurada identificação dos modos associados aos picos (máximos significativos) do sinal medido (padrão de chegada), é necessário que o sinal emitido seja recebido a uma distância suficientemente grande. Estudos pretéritos indicam que os modos **não são bem resolvidos** para distâncias Fonte-Receptor **inferiores a 15 km** [30–32].

Acima de 500 Hz, muitos modelos teóricos apresentam elevado custo computacional. Abaixo de 500 Hz, alguns modelos teóricos de raios se tornam questionáveis, pelas premissas restritivas [15]. A Tab. 1.1, elaborada de acordo com ETTER [15], estabelece a aplicabilidade dos modelos de Raios e de Modos Normais, considerando a profundidade da água (águas rasas ou profundas), a frequência (alta: > 500 Hz; baixa: < 500 Hz) e a dependência da distância horizontal (RI: *Range-Independent*; RD: *Range-Dependent*). A

Tab. 1.2 sintetiza os principais aspectos das Teorias de Raios e Modos Normais.

Tabela 1.1: Domínios de aplicabilidade dos modelos baseados na Teoria de Raios e na Teoria dos Modos Normais, para a propagação acústica submarina, de acordo com ETTER [15].

Modelo	Aplicações							
	Águas Rasas				Águas Profundas			
	Baixa Frequência		Alta Frequência		Baixa Frequência		Alta Frequência	
	RI	RD	RI	RD	RI	RD	RI	RD
Raios	○	○	⊙	●	⊙	⊙	●	●
Modos Normais	●	⊙	●	⊙	●	⊙	⊙	○

- Fisicamente aplicável e computacionalmente prático.
- ⊙ Limitações em termos de acurácia ou velocidade de execução.
- Não é fisicamente aplicável nem computacionalmente prático.

Tabela 1.2: Principais aspectos da Teoria de Raios e da Teoria dos Modos Normais, para a propagação acústica submarina.

<u>Teoria de Raios</u>	<u>Teoria dos Modos Normais</u>
<ul style="list-style-type: none"> • Ideal para águas profundas; • Limitações para águas rasas; • Limitações para baixas frequências; • Inadequada para o fenômeno da difração; • Baixa acurácia; e • Alta eficiência (baixo custo computacional). 	<ul style="list-style-type: none"> • Ideal para águas rasas; • Limitações para águas profundas; • Válida para todas as frequências; • Aplicável para o fenômeno da difração; • Alta acurácia; e • Baixa eficiência (alto custo computacional).

1.1.10 Variabilidade de Mesoescala

A variabilidade oceânica de mesoescala, de importância fundamental para a TAO, aparece em muitas feições transitórias como vórtices, meandros, anéis, ondas e frentes, com escalas espaciais que variam entre 10 e 100 km, e escalas de tempo de 10 a 100 dias. Vórtices oceânicos surgem espontaneamente da instabilidade hidrodinâmica dos principais sistemas de correntes de grande escala, semelhantemente às feições sinóticas atmosféricas, oriundas da instabilidade dos sistemas de vento em grande escala. Vórtices oceânicos de mesoescala são frequentemente descritos como sendo o “sistema de tempo” do oceano global, como uma analogia dinâmica às feições sinóticas atmosféricas [33].

A previsão da variabilidade oceânica de mesoescala é interessante e importante, tanto para fins científicos quanto para outras aplicações. Apesar do rápido progresso que está ocorrendo na área de previsão oceânica, os oceanógrafos ainda estão muito longe dos meteorologistas, em termos de capacidade para previsão numérica de tempo [19].

1.1.11 Ambiente Costeiro

Um dos obstáculos que impede a detalhada caracterização, modelagem e, em última instância, a previsão da velocidade do som ou a variabilidade da temperatura em regiões costeiras, tem sido a falta de medições sinóticas. De fato, a rapidez dos fenômenos associados às águas rasas, em combinação com as respectivas escalas espaciais de valor reduzido, dificulta a amostragem adequada da estrutura costeira do oceano, utilizando instrumentos convencionais. Tais fenômenos podem ter um grande impacto sobre a oceanografia regional, afetando também o desempenho de sistemas SONAR¹⁶ [34].

Em ambientes costeiros, diversos processos dinâmicos necessitam de observações sinóticas (simultâneas), a fim de que suas variabilidades temporais e espaciais possam ser acompanhadas adequadamente. Entretanto, boa parte dos métodos tradicionais de coleta de dados (medições *in situ* através de instrumentos instalados em navios de pesquisa etc.) não permitem a simultaneidade necessária. A Oceanografia por Satélites se apresenta como uma boa alternativa, na medida em que é possível coletar dados por sensoriamento

¹⁶Do inglês *SOund NAVigation and Ranging*.

remoto, com ampla cobertura geográfica, a partir de sensores (radiômetros, escaterômetros, altímetros, sensores de cor do oceano, sensores de infravermelho) instalados a bordo dos satélites. Uma outra vantagem é a amostragem regularmente repetida, que possibilita a produção de séries de temporais ao longo de vários anos. Os parâmetros de interesse são obtidos após o processamento dos dados coletados pelos sensores.

Apesar das vantagens, os dados obtidos por satélites são restritos à camada superficial do oceano e, dependendo da natureza do sensor, há limitações quanto às condições climáticas (sensores óticos – faixa do visível e infravermelho – possuem limitações quando em condições de cobertura de nuvens). Há também limitações impostas pelas leis físicas da dinâmica orbital do satélite. Além disso, existe a necessidade de dados *in situ*, para realizar a calibração dos dados obtidos pelos sensores, e para validação dos algoritmos.

Os cerca de 70 anos de pesquisas que foram dedicadas à Acústica em águas rasas (desde pouco antes da Segunda Guerra Mundial) foram, em grande parte, motivadas por questões de defesa naval. Guerras Antissubmarina e de Minas têm sido, particularmente, importantes tópicos em águas rasas. Mas defesa, o foco principal, já não constitui a única aplicação da Acústica em águas rasas. Questões básicas de ciências como Biologia (mamíferos marinhos e peixes), Geologia (propriedades do fundo do mar e mapeamento) e Oceanografia Física (temperatura e medições de corrente) também têm sido exploradas. Existem, de fato, aplicações comerciais e industriais (transporte e exploração de petróleo) que já usam propagação sonora submarina em águas rasas [35].

De uso já consagrado para detecção, identificação e comunicação submarina, o som constitui uma importante ferramenta para monitoramento oceânico, o que vem sendo uma prática de interesse cada vez mais crescente em diversos países. A magnitude da região oceânica sob responsabilidade do Brasil, a onipresença do uso do som no oceano e os aspectos promissores da TAO tornam o método tomográfico bastante atraente. Cumpre observar a possibilidade do uso de TAO com alta frequência (em um intervalo estreito de kHz) em áreas como estuários e baías [36].

TAO por Tempo de Percurso Modal em Águas Rasas

No que concerne ao processamento de sinal, a principal dificuldade de implementação da Tomografia por Tempo de Percurso Modal está relacionada à separação dos sinais correspondentes aos primeiros modos mais energéticos. Em algumas regiões de águas rasas, com gradientes verticais de velocidade do som (dc/dz) não muito grandes, os modos mais baixos se propagam com, aproximadamente, a mesma velocidade [35].

Experimentos clássicos tipicamente envolvem a utilização de um conjunto de hidrofones. Contudo, a implantação deste dispositivo, em um contexto operacional, é cara e demorada. Uma estratégia é a utilização de um número pequeno de hidrofones [37]. A utilização de apenas um hidrofone é a configuração mais simples, mas reduz drasticamente a relação sinal-ruído¹⁷ e a quantidade de informação disponível. Para superar esse problema, fontes de banda larga devem ser utilizadas, a fim de se obter maior proveito da diversidade de frequência [30].

Encontramos, na literatura, alguns estudos que apresentam distintas técnicas de inversão baseadas na identificação da estrutura modal do sinal recebido em apenas um hidrofone, considerando a propagação de um sinal de banda larga e baixa frequência, em águas rasas. Dentre esses, mencionamos, por exemplo, o trabalho de BONNEL *et al.* [31]. Esses autores salientam que, para distâncias Fonte-Receptor **superiores a 15 km**, os modos **são bem separados no tempo** e que, para distâncias inferiores, os modos se apresentam sobrepostos no sinal recebido (para um determinado instante de tempo, vários modos coexistem). Como os modos também compartilham uma banda de frequência, não é possível separá-los, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência.

Para que seja possível extrair informação do sinal recebido em um único hidrofone, os diferentes modos devem ser identificados. Um dos desafios é a busca por um processo de identificação dos modos com baixo custo computacional.

¹⁷Em inglês, *Signal-to-Noise Ratio* (SNR).

1.2 Motivação

1.2.1 Espaço Marítimo Brasileiro

Apesar da magnitude do litoral do Brasil, boa parte da população não conhece, adequadamente, o significado estratégico e econômico das águas que circundam o nosso País. Embora exista uma mentalidade marítima¹⁸ brasileira, apresenta-se em pequena proporção e de forma difusa. A origem desse fato pode estar relacionada à escassez de políticas voltadas para o aproveitamento e proteção dos recursos e benefícios presentes no espaço marítimo brasileiro [38, 39]. A nova proposta de Plataforma Continental Jurídica Brasileira (PCJB), que vem sendo pleiteada junto à Convenção das Nações Unidas sobre o Direito do Mar (CNUDM), e o esforço em suscitar a devida atenção a esse importante patrimônio nacional, deram origem ao conceito de “Amazônia Azul”²⁰.

Amazônia Azul

A **Amazônia Verde**, com cerca de 4 milhões de km², abriga parcela considerável da água doce do planeta, reservas minerais de toda ordem e a maior biodiversidade da Terra. Entretanto, há uma outra região tão ignorada por boa parte dos brasileiros quanto a Amazônia Verde: a **Amazônia Azul**, que corresponde à área marítima brasileira com cerca de 4,5 milhões de km², mais que o dobro do tamanho do estado do Amazonas, o maior do Brasil em extensão territorial [38]. “A imensidão de nossos oceanos mereceu esse qualificativo com o objetivo de alertar sobre a necessidade de retornarmos à nossa origem e ao destino marítimo do qual nos afastamos, ou melhor, esquecemos” [40]. “Essa imensa área engloba a camada do pré-sal e as maiores reservas de petróleo e gás, fontes de energia imprescindíveis para o desenvolvimento do País, possuindo também grande po-

¹⁸“Mentalidade Marítima é a convicção individual ou coletiva, da importância do mar para a nação brasileira e o desenvolvimento de hábitos, atitudes, comportamentos ou vontade de agir, no sentido de utilizar de forma sustentável, as potencialidades do mar”.

Disponível em: <<https://www.mar.mil.br/secirm/promar.html>>. Acesso em: 03 abr. 2015.

²⁰A CNUDM foi assinada em 1982, ratificada em 1988 e entrou em vigor pelo Decreto nº 1.530, de 22 de junho de 1995. Hoje, os espaços marítimos brasileiros atingem, aproximadamente, 3,5 milhões de km². O Brasil está pleiteando a incorporação de uma área de 963 mil km² ao seu espaço marítimo. Após a aceitação, os espaços marítimos nacionais poderão atingir, aproximadamente, 4,5 milhões de km² (Amazônia Azul).

Disponível em: <<http://www.marinha.mil.br/sites/default/files/>>. Acesso em: 04 abr. 2015.

tencial pesqueiro, mineral e de outros recursos naturais” [41]. A importância do Atlântico Sul para o Brasil se faz presente nos mais de 9 mil quilômetros²² de costa e na efetivação de mais da metade do comércio exterior do País [43]. A Fig. 1.6, obtida de ALBUQUERQUE [44], ilustra as zonas marítimas das Águas Jurisdicionais Brasileiras (AJB), com as distâncias, a partir da linha de base²³, expressas em milhas náuticas.



Figura 1.6: Zonas marítimas (AJB): Mar Territorial (MT), até 12 MN; Zona Contígua (ZC), até 24 MN; Zona Econômica Exclusiva (ZEE), até 200 MN; Plataforma Continental (PC), até 350 MN²⁵. Unidade de medida: Milha Náutica (1 MN=1852m). Fonte: ALBUQUERQUE [44], p. 20.

Dentre as inúmeras feições oceanográficas relevantes das AJB, destacamos a ressurgência costeira de Cabo Frio. A Fig. 1.7, modificada de CALADO [45], corresponde a uma imagem de TSM obtida a partir de dados coletados por radiômetro AVHRR²⁶ (satélite da NOAA²⁷), ressaltando algumas feições oceanográficas da Plataforma Continental Sudeste²⁸ (PCSE): (i) pluma de ressurgência costeira de Cabo Frio; e (ii) meandros/vórtices ciclônicos da Corrente do Brasil (Cabo Frio e Cabo de São Tomé).

²²“A extensão da faixa costeira varia enormemente na literatura, de 7 mil a mais de 11 mil quilômetros. Tal discrepância se deve às diferentes metodologias empregadas no cálculo da linha costeira” [42].

²³O artigo 5º, da CNUDM, dispõe que “[...] a linha de base normal para medir a largura do mar territorial é a linha de baixa-mar ao longo da costa, tal como indicada nas cartas marítimas de grande escala, reconhecidas oficialmente pelo Estado costeiro”.

²⁵Os limites exteriores da PC estendida (i.e., além das 200 MN), devem ser determinados segundo a aplicação de critérios específicos [44]. O parágrafo 6º, do artigo 76, da CNUDM, dispõe que “[...] o limite exterior da plataforma continental não deve exceder 350 milhas marítimas das linhas de base a partir das quais se mede a largura do mar territorial [...]”.

²⁶Sigla para *Advanced Very High Resolution Radiometer*.

²⁷Acrônimo para *National Oceanic and Atmospheric Administration*.

²⁸Região da Plataforma Continental que se estende, ao longo da costa brasileira, desde Cabo Frio, no Rio de Janeiro, até o Cabo de Santa Marta, em Santa Catarina [46].

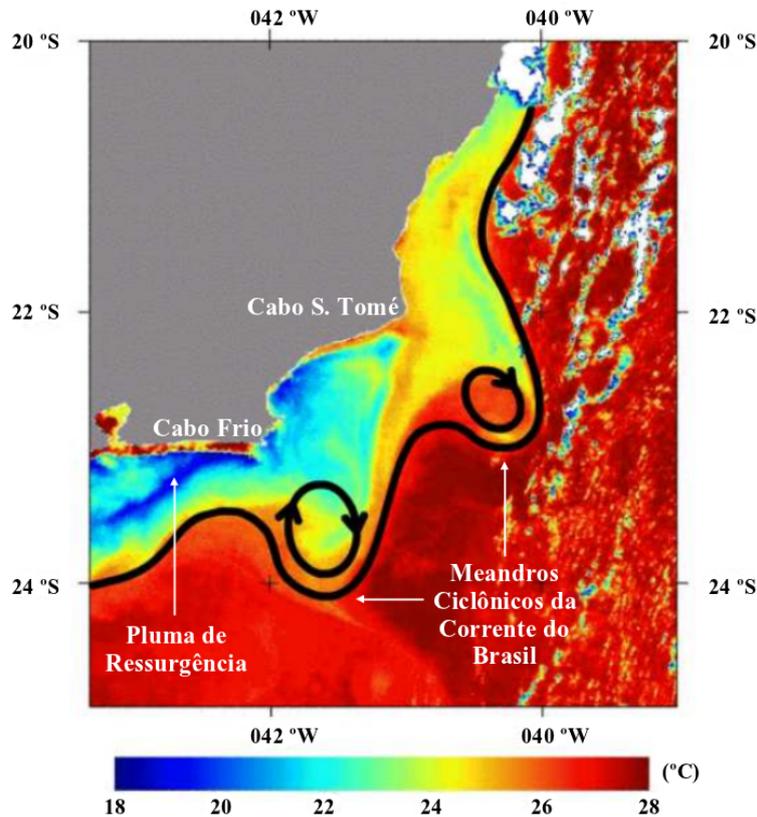


Figura 1.7: Imagem de TSM obtida a partir de dados coletados por sensor AVHRR (satélite da NOAA): pluma de ressurgência costeira de Cabo Frio e dois meandros/vórtices ciclônicos da Corrente do Brasil (Cabo Frio e Cabo de São Tomé). Fonte: adaptada de CALADO [45], p. 10.

A região oceânica ao largo de Cabo Frio apresenta características oceanográficas e hidrodinâmicas peculiares. Dentre os fenômenos que tornam essa região um domínio complexo, destaca-se a ocorrência de processos de ressurgência. A ressurgência costeira em Cabo Frio é resultado de uma combinação entre a própria configuração da costa e a persistência de ventos de quadrante nordeste que, ao fluir por vários dias consecutivos na mesma direção, acarreta o afastamento das águas costeiras, através da dinâmica de *Ekman*. Esse mecanismo promove o afloramento da Água Central do Atlântico Sul (ACAS), que ascende além da quebra da plataforma continental, com temperaturas abaixo de 18 °C, podendo aflorar em superfície próximo a costa. Em contrapartida, a camada superficial que abrange essa região do talude é geralmente ocupada pela Corrente do Brasil (CB), composta por águas com temperaturas mais elevadas, em torno de 25 °C a 27 °C durante o verão, e de 22 °C a 24 °C, durante o inverno. Nesse processo de interação entre as águas da CB e a ressurgência, pode ser desenvolvido um gradiente térmico de até 10 °C. CODATO *et al.* [47], p. 3.

O gradiente térmico formado entre a pluma de ressurgência e as águas mais quentes da CB afeta consideravelmente a velocidade de propagação do som e o alcance das transmissões acústicas [47]. A necessidade de melhor entendimento de fenômenos como

a Ressurgência Costeira de Cabo Frio, a criação do conceito de “Amazônia Azul” e a descoberta de novas fontes de recursos minerais, motivaram a criação dos Institutos Nacionais de Ciência e Tecnologia (INCTs) em Ciências do Mar, dentre os quais destacamos o INCT-PRO-OCEANO²⁹ (Estudos dos Processos Oceanográficos Integrados da Plataforma ao Talude).

INCT-PRO-OCEANO - O Programa INCTs, lançado em 2008, surgiu como poderoso instrumento para avanço da Ciência, Tecnologia e Inovação no Brasil. O Programa é conduzido pelo Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI), por meio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). O INCT-PRO-OCEANO, sediado no Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM), está arquitetado na forma de nove eixos temáticos. Dentre as três linhas de pesquisa que compõem o eixo temático 5 (Exploração e Conhecimento do Domínio Acústico), a TAO é contemplada pela linha de pesquisa nº 1 (Oceanografia Acústica).

Experimentos de TAO - Há um número significativo de instituições internacionais que aplicam e desenvolvem a TAO (ver seção B.3.5), com diversos projetos, já realizados ou em andamento, contemplando a TAO em esquemas de monitoramento oceânico. As constantes pesquisas sobre a TAO, nas mais variadas configurações, tornam essa ferramenta cada vez mais promissora para a Oceanografia e Ciências afins. Quanto às instituições brasileiras, iniciativas como o projeto OAEx³⁰, um intercâmbio entre Brasil (IEAPM/UFRJ), Portugal (Universidade do Algarve), Bélgica (ULB³¹) e Canadá (*University of Victoria*), realizado entre os anos de 2009 e 2012, e o Grupo de Trabalho Conjunto (GTC) entre Brasil e França, sinalizam a busca de colaboração técnica com outros países, possibilitando a obtenção de informações relevantes para a implementação do monitoramento acústico nas águas adjacentes ao litoral brasileiro.

Como motivação para o presente trabalho, destacamos também o aspecto multidisciplinar da Tomografia, sobre o qual comentaremos a seguir.

²⁹Disponível em: <<http://inct.cnpq.br/web/inct-pro-oceano>>. Acesso em: 25 fev. 2015.

³⁰Do inglês *Ocean Acoustic Exploration*.

³¹Sigla para *Université Libre de Bruxelles*.

1.2.2 Tomografia: Aspecto Multidisciplinar

A Tomografia foi concebida, originalmente, para obtenção de imagens a partir da transmissão de raios X (medição da atenuação); hoje, também pode empregar outros princípios físicos (emissão, difração, reflexão, tempo de percurso etc.), combinados com outros tipos de energia (raio gama, nêutron, luz, eletricidade, som etc.). Sendo um método não invasivo para observação do interior do corpo humano, seu arcabouço teórico encontrou aplicabilidade em áreas onde era latente a necessidade de melhor observar o interior de objetos, interior de fluidos geofísicos e outros tipos de meios.

No campo das Geociências, por exemplo, um dos maiores problemas no estudo da Terra e dos Oceanos é a mensuração direta de suas propriedades físicas, devido às suas vastas dimensões. Entre outros campos físicos, as ondas acústicas provaram ser uma poderosa ferramenta para técnicas tomográficas. A gama de frequências se estende desde ondas longas, predominantemente utilizadas para imageamento do interior do oceano e sísmica, até ultrassom de alta frequência, para aplicações na Medicina ou para investigação de materiais [48–50].

Um dos legados da guerra fria é o conhecimento sobre transmissão acústica de longo alcance no oceano, para fins científicos. Duas técnicas foram demonstradas com sucesso: a TAO e a Termometria Acústica. A primeira, como já mencionado, um poderoso método para estimativa da temperatura oceânica e do comportamento das correntes, através de medições do tempo de percurso acústico ao longo de raios que atravessam o volume oceânico, e posterior reconstrução da distribuição de parâmetros oceânicos (velocidade do som, temperatura, corrente etc.), pela aplicação dos métodos de inversão [51]. A segunda, como subconjunto da primeira, para detecção de alterações na temperatura média dos oceanos. É de fácil constatação que os desafios enfrentados no uso e desenvolvimento da TAO estão presentes em diversos campos de aplicação. Avanços em técnicas de tomografia acústica podem beneficiar áreas como, por exemplo, a Medicina, que tem enfrentado, nas últimas décadas, a dicotomia DIAGNÓSTICO PRECISO - RISCO DE CÂNCER, em tomografias por raios X ou em outros métodos de diagnóstico por imagem baseados em radiação ionizante.

A natureza complexa do oceano (interface inferior irregular, ondas internas, sólitons, frentes etc.) e a possibilidade de haver fonte e receptor em movimento, por exemplo, exigem métodos de processamento de sinais que levem em conta o movimento e a incerteza do meio. Problema semelhante pode ser encontrado, por exemplo, na geração de imagens dinâmicas por ultrassom em Medicina, para observação do movimento de estruturas internas. Em Acústica Oceânica, boa parte das pesquisas em processamento de sinais enfatiza a propagação em espaço livre, em condições estáticas ou quase estáticas. E os teóricos ainda não desenvolveram, adequadamente, uma base que utilize a complexidade dinâmica para melhoria dos resultados do processamento. O desafio é desenvolver métodos que utilizem os dados em si, e a física da propagação do sinal em meios complexos, como principais pilares do processamento adaptativo ou de métodos de inversão para determinação das propriedades do meio. Essa abordagem é, particularmente, adequada em águas rasas, onde o oceano modula a complexidade do campo acústico que interage com um fundo não homogêneo, poroso e elástico [52].

1.3 Questão Norteadora

A escassez de conhecimento acerca dos processos oceanográficos de pequena e mesoescala que ocorrem nas águas adjacentes ao litoral brasileiro, a incipiente aplicação da TAO no Brasil e a análise dos custos envolvidos na implantação de um esquema de TAO motivaram a busca de uma configuração simples, porém eficiente, de TAO em águas rasas, para a extração de informação oceanográfica relevante. A questão norteadora foi elaborada, então, levando em conta:

- a necessidade de identificar e caracterizar feições oceanográficas de mesoescala ao largo da costa brasileira;
- a expectativa de uso de uma configuração simples (um par Fonte-Receptor) para tomografia acústica em águas rasas; e
- estudos como os de BONNEL *et al.* [30, 31, 32], que indicam que, em águas rasas e distância Fonte-Receptor inferior a 15 km, os modos não são bem resolvidos.

A adequabilidade da Teoria dos Modos Normais para regiões de águas rasas, em contraste com suas limitações, suscitou a seguinte questão: **é possível realizar acurada inversão modal, para obtenção da velocidade do som, considerando a propagação acústica entre uma fonte, de banda larga e baixa frequência, e um único receptor, em um ambiente de águas rasas e distância Fonte-Receptor inferior a 15 km?**

Os objetivos do presente trabalho foram delineados a partir dessa questão, e o trabalho foi desenvolvido com base no processamento dos dados coletados no experimento INTIMATE96 (*INternal Tide Measurements with Acoustic Tomography Experiments*), realizado em 1996 ao largo da costa de Portugal, a cerca de 50 milhas a norte de Lisboa. Essa área está situada nas vizinhanças da quebra de plataforma, favorável à formação de ondas internas [53]. O experimento consistiu em transmissões acústicas entre uma fonte de banda larga rebocada pelo navio oceanográfico francês BO³² *D'Entrecasteaux* e um conjunto vertical de 4 hidrofones, posicionados nas profundidades de 35, 75, 105 e 115 m, de acordo com a Fig. 1.8, obtida do sítio³³ do SiPLAB. Os sinais recebidos nos hidrofones eram transmitidos via rádio, e processados a bordo do navio hidrográfico português NRP³⁴ *Andromeda*. O INTIMATE96 foi o primeiro experimento de TAO realizado em águas portuguesas, e será abordado com mais detalhe no capítulo 5.

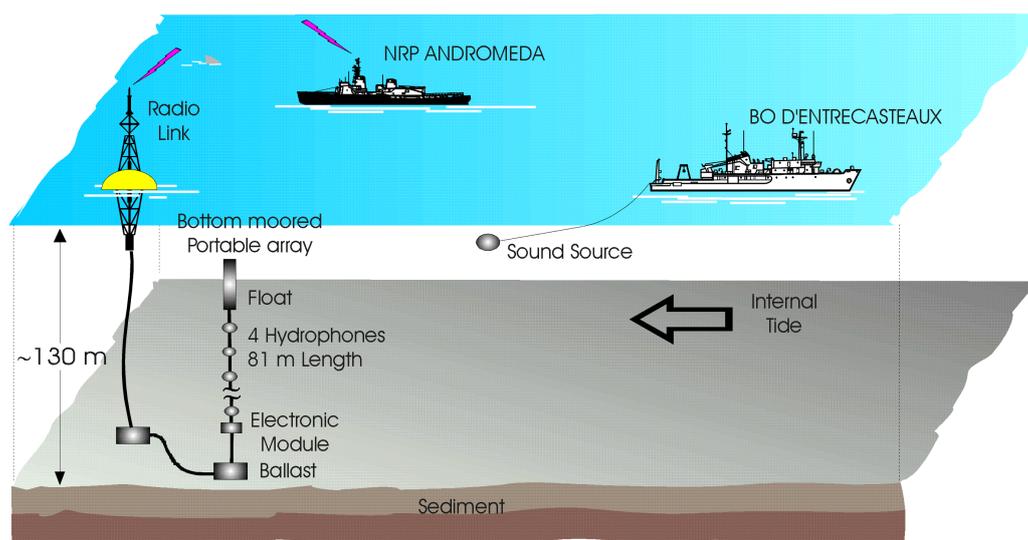


Figura 1.8: INTIMATE96: cenário operacional. Fonte: <<http://www.siplab.fct.ualg.pt/>>.

³²Sigla para *Bâtiment Océanographique* (Navio Oceanográfico).

³³Disponível em: <<http://www.siplab.fct.ualg.pt/proj/intimate/intimate.html>>. Acesso: 26 fev. 2015.

³⁴Sigla para Navio da República Portuguesa.

1.4 Objetivos

1.4.1 Geral

Realizar inversão modal do perfil de velocidade do som ao largo da costa de Portugal, nas proximidades da cidade de Nazaré, com base no processamento dos dados do experimento INTIMATE96.

1.4.2 Específicos

Considerando a propagação do sinal de banda larga (sinal tomográfico) ao longo de um canal sonoro oceânico RI³⁵:

1. Determinar os tempos de percurso (chegadas) dos autorraios³⁶, com base na Teoria de Raios;
2. Determinar os modos normais, e respectivas velocidades de grupo, associados aos máximos locais significativos do padrão de chegada;
3. Determinar os tempos de percurso modais;
4. Realizar inversão acústica com base nos tempos de percurso modais; e
5. Verificar a acurácia das previsões obtidas.

³⁵Uma aproximação muito comum em modelagem acústica consiste em assumir o ambiente como RI. Em um canal sonoro oceânico RI, os parâmetros do meio são considerados constantes em função da distância horizontal, variando apenas em função da profundidade.

³⁶Em inglês, *eigenrays*: raios que ligam a Fonte ao Receptor [54].

Capítulo 2

Revisão da Literatura

A TAO clássica é baseada na inversão do tempo de percurso acústico em águas profundas, onde a aproximação da Acústica Geométrica é válida. Para uma apropriada resolução temporal, a TAO clássica requer fontes de baixa frequência ($f < 200$ Hz), com uma largura de banda superior a 20 Hz, e um nível energético elevado de transmissão do sinal [55]. No trabalho de MUNK e WUNSCH [18], a resolução temporal necessária para distinguir chegadas de múltiplos caminhos foi estimada em 50 ms, e a acurácia para medir perturbações de mesoescala, em 25 ms. Para ilustrar a acurácia requerida em experimentos típicos de TAO, podemos fazer as seguintes considerações [9]:

1. Como a velocidade do som é dependente, em primeira ordem, da temperatura, perturbações de tempo de percurso acústico podem ser interpretadas como perturbações de temperatura (δT). Considerando, por exemplo, as fórmulas empíricas de *Medwin* (1975) e *Mackenzie* (1981) para o cálculo da velocidade do som no mar (ver seção C.2), podemos considerar que $\delta T(^{\circ}\text{C}) \approx \delta c(\text{m/s})/4,6$.
2. Para um meio RI, com SSP de referência correspondente a $c_0(z)$, e perturbação de $c_0(z)$ representada por $\delta c(z)$, podemos definir, para a velocidade do som resultante, a expressão $c(z) = c_0(z) + \delta c(z)$, com $\delta c(z) \ll c_0(z)$.
3. Os tempos de percurso acústico correspondem a integrais ao longo dos caminhos de raios, porque os raios não são linhas retas. Considerando R como distância Fonte-Receptor, se os caminhos de raios forem aproximados para linhas retas, a

equação que expressa a perturbação de tempo de percurso em função da perturbação de velocidade do som (ver seção 4.1) poderá ser aproximada para $\delta t \approx -R\delta c/c_0^2$.

4. Considerando o valor de 1500 m/s para a velocidade do som, uma perturbação de velocidade de 9,6 m/s (que pode ser causada, por exemplo, por uma perturbação de temperatura em torno de 2 °C, consistente com um intenso vórtice de mesoescala) pode acarretar uma perturbação de tempo de percurso em torno de 425 ms, sobre uma distância de 100 km. Uma perturbação de temperatura de cerca de 0,5 °C, resulta em uma perturbação de tempo de percurso em torno de 100 ms sobre uma distância de 100 km, e de 1 s sobre 1000 km.

2.1 TAO: Modalidades

2.1.1 TAO nos Domínios do Tempo e da Frequência

O objetivo fundamental da TAO é inferir, a partir de medições precisas de tempo de percurso, ou de outras propriedades da propagação acústica, o estado do oceano que é atravessado pelo campo acústico, ou seja, estimar as propriedades da coluna de água na região entre a Fonte e o Receptor [56]. Do ponto de vista matemático, tal estimação é um PI (ver apêndice A). A TAO foi proposta com base na medição dos **tempos de percurso de raios** (chegadas de raios: em inglês, *ray arrivals*) que é, de fato, uma aproximação com processamento do sinal no domínio do tempo. Posteriormente foram propostas aproximações com base nos **tempos de percurso modais** (chegadas modais: em inglês, *modal arrivals*) e nos **tempos de percursos dos picos** (chegadas de picos: em inglês, *peak arrivals*); todas estas aproximações partilham o fato de os tempos de percurso estarem relacionados aos máximos locais do padrão de chegada, como exemplificado na Fig. 2.1, e também o fato de requererem a utilização de apenas um hidrofone. Dentre as aproximações baseadas no domínio da frequência, pode ser destacada a aproximação de **fase modal** (em inglês, *modal phase*), obtida a partir da decomposição modal ou “filtração de modos” (em inglês, *mode filtering*), que requer um adequado conjunto vertical de hidrofones [57].

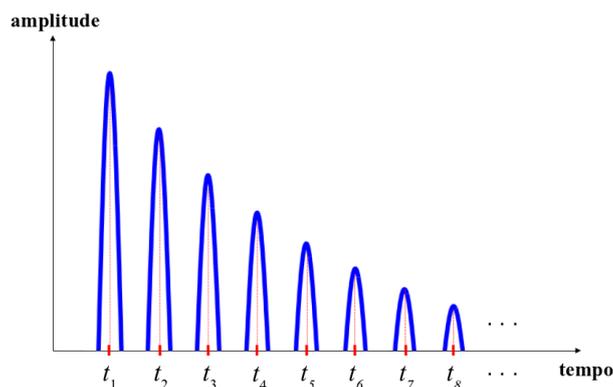


Figura 2.1: Ilustração de um padrão de chegada, destacando os máximos locais significativos.

2.1.2 TAO Linear e TAO não Linear

Uma distinção importante em TAO é determinar se o PI é linear ou não. Como regra geral, a maioria dos PIs em Acústica Submarina são não lineares, mas existem casos em que os PIs ou são fracamente não lineares ou podem ser linearizados localmente. As vantagens de lidar com um PI linear são numerosas: além de existir uma teoria analítica completa para PIs lineares, com erros gaussianos, os PIs lineares são computacionalmente muito mais rápidos. Em contrapartida, os PIs não lineares são geralmente expressos em termos de Problemas de Otimização, que procuram otimizar (ou seja, maximizar ou minimizar) uma determinada função de custo, e que recorrem a algoritmos de busca global e técnicas associadas de amostragem, para explorar o espaço de parâmetros do modelo. Em geral, tal espaço é multidimensional, o que implica que a função de custo se caracteriza por possuir muitos máximos (ou mínimos) locais [58]. Dentre as diferentes técnicas aplicadas na TAO não linear, destacam-se os métodos de Algoritmos Genéticos (em inglês, *Genetic Algorithms*: GA) e de Recozimento Simulado (em inglês, *Simulated Annealing*: SA); mais recentemente, o recurso de Redes Neurais¹ (redes neurais) tem se revelado promissor [59].

2.1.3 TAO por Tempo de Percurso de Raio

O método da TAO clássica consiste na identificação e acompanhamento de diferentes chegadas de raios. As variações dos tempos de chegada são utilizadas para estimar

¹Do inglês *Artificial Neuronal Network* ou *Artificial Neural Network*.

flutuações de velocidade do som. Os resultados são fortemente dependentes do número de raios resolvidos (autorraios estáveis) e da cobertura espacial uniforme, do guia de onda oceânico, por esses raios. Para identificar e usar um raio no processo tomográfico, o seu tempo de chegada deve ser medido acuradamente, e o raio deve ser associado a um caminho por onde a energia acústica deva se propagar. Isso torna necessário um bom modelo de parâmetros conhecidos do meio ambiente. Na prática, em experimentos no mar, um acurado conhecimento do ambiente não é disponível; portanto, o número de chegadas de raio resolvidas (extraídas/separadas e identificadas) é sempre muito pequeno [60].

2.1.4 TAO baseada em Ajuste de Campo

O MFP, introduzido por *Bucker* em 1976 [61], é um dos métodos mais amplamente utilizados na resolução de PIs não lineares em Acústica Submarina [58]. Originalmente concebido para localização de fontes acústicas, o MFP correlaciona o campo de pressão acústica recebido em um conjunto de hidrofones, a partir de uma fonte submersa, com réplicas desse campo geradas por um modelo de propagação acústica, a partir de um conjunto específico de parâmetros ambientais e posições hipotéticas da fonte. Uma comparação rigorosa é obtida somente se a física de propagação do som no ambiente é bem compreendida e as características geoacústicas e oceanográficas são bem conhecidas. Por conseguinte, um elevado grau de correlação entre os campos de pressão experimental e modelado indica uma alta probabilidade de que a fonte esteja localizada na posição estimada [15]. Posteriormente, o MFP foi estendido de maneira a procurar parâmetros ambientais desconhecidos, tendo sido designada essa técnica por Focalização (em inglês, *Focalization*.) [62]. A partir daí, o MFP começou a ser visto como um método de adaptação do meio ambiente, dando-se a junção com a TAO para formar a Tomografia por Ajuste de Campo (em inglês, *Matched Field Tomography*: MFT) [63].

2.1.5 TAO por Tempo de Percurso vs. MFT

Métodos de Tomografia por Tempo de Percurso (em inglês, *Travel Time Tomography*: TTT) são altamente dependentes da capacidade de separar chegadas muito pró-

ximas, e da sincronização dos sinais entre a fonte e o receptor, em todos os momentos, algo que nem sempre é possível em águas rasas [64]. Adicionalmente, os métodos de tomografia por tempo de percurso exploram apenas uma parte da informação disponível nos dados (sejam chegadas de raios, modais, ou de picos), embora tenham a vantagem de poderem ser implementados utilizando apenas um hidrofone [65]. Em contraste, a MFT se baseia na correlação do campo de pressão do sinal recebido em um conjunto de sensores, para o qual a sincronização Fonte-Receptor é desnecessária [66], além de explorar toda a informação no campo acústico, utilizando tanto a fase quanto a amplitude. Desta maneira, a MFT requer um intensivo processamento computacional, visto que é geralmente necessário calcular milhares de réplicas de campo [67]. Diversas discussões indicam, no entanto, que a MFT pode carecer de sensibilidade para caracterizar meios dispersivos, tais como guias de onda em águas rasas e dutos sonoros em águas profundas [68], além de requerer a utilização de um número significativo de hidrofones.

2.2 TAO em Águas Rasas

2.2.1 Águas Rasas: Definição e Principais Características

A noção de águas rasas é recente em acústica submarina, e a razão reside na complexidade da propagação do som em ambientes desse tipo, principalmente em decorrência da interação do som com o fundo do mar [69]. Essas regiões são particularmente importantes, por estarem inseridas em zonas econômicas nacionais, além de serem mais acessíveis [70]. São meios complexos, possuindo índices de refração com dependência espacial e temporal. Como a velocidade do som na água é suficientemente grande (aproximadamente 1500 m/s), em relação aos movimentos das massas de água, podemos considerar esses meios como independentes do tempo [71]. Em águas rasas, com os contornos determinados pela superfície e pelo fundo, a razão típica **profundidade/comprimento de onda** acústica (D/λ) é de cerca de **10-100** [52].

Encontramos, na literatura, distintas definições para águas rasas, com ligeira diferença entre elas. ETTER [15] apresenta duas definições: hipsométrica e acústica. A

definição hipsométrica se baseia no fato de que a maioria dos continentes apresentam plataformas continentais contornadas pela isobatimétrica de 200 m, a partir da qual geralmente o fundo cai rapidamente para águas profundas. Acusticamente, condições de águas rasas existem sempre que a propagação é caracterizada por numerosos encontros, do raio ou energia acústica, com a superfície e o fundo do mar. Por essa definição, algumas áreas hipsometricamente rasas podem ser acusticamente profundas. Alternativamente, o oceano profundo pode ser considerado raso, quando condições de propagação de baixa frequência e longo alcance são alcançadas [72].

KATSNELSON *et al.* [35] consideram uma “Área Técnica de Acústica de Águas Rasas”, com base em limites de profundidade e de frequência de operação. Em termos de profundidade, levam em conta a região a partir da extremidade da zona de surfe para fora até a região de quebra de plataforma continental (podendo chegar até, aproximadamente, 500 m). Acusticamente, estabelecem os limites de, aproximadamente, 50 Hz até cerca de 5 kHz, como banda de frequência de sistemas SONAR que operam nessas profundidades.

Naturalmente, é difícil determinar, com acurácia, a fronteira entre regiões de águas profundas e de águas rasas. ETTER [73] ressalta que uma definição mais acurada, para águas rasas, seria expressa em termos de D e λ . Entretanto, podemos considerar que o valor típico de profundidade máxima, usado para **delimitar as regiões de águas rasas**, corresponde a **200 m** [61, 73, 74] e, com base nessa definição ($D < 200$ m), as regiões de águas rasas do mundo constituem cerca de 8% de todos os oceanos e mares [15, 70].

Perfis Típicos de Velocidade do Som

Em águas rasas, a propagação acústica apresenta, como principal característica, um perfil de velocidade do som que é refratado para baixo (gradiente negativo) ou quase constante ao longo da profundidade (isovelocidade) [61]. Na Fig. 2.2, modificada de KUPERMAN e ROUX [14], são mostrados os dois tipos mais comuns de perfil de velocidade do som (inverno e verão), para um ambiente de águas rasas. Durante o inverno, a propagação acústica sofre menos interação com o fundo.

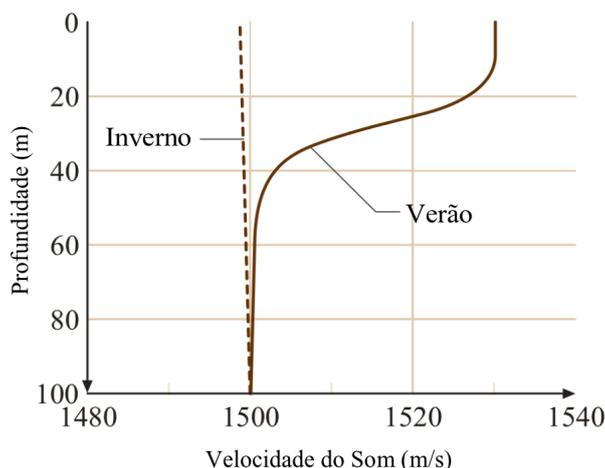


Figura 2.2: Ilustração de dois SSPs típicos em ambientes de águas rasas: inverno (tracejado) e verão (linha contínua). Na ausência de forte aquecimento, a camada de mistura tende a transformar o perfil de inverno em isovelocidade. Fonte: adaptada de KUPERMAN e ROUX [14], p. 152.

Interação com o Fundo

O ambiente oceânico é caracterizado em termos de condições de contorno (superfície e fundo) e efeitos volumétricos. A propagação acústica em águas rasas é consideravelmente afetada por interações com o fundo marinho. Regiões de águas rasas são tipicamente caracterizadas por fundo inclinado (geometria de cunha); além disso, condições climáticas continentais, vazões de rio ou formações de gelo influenciam fortemente as condições de águas rasas. Regiões de águas profundas tendem a serem caracterizadas por fundo plano e propriedades relativamente estáveis de coluna d'água. Por conseguinte, modelos acústicos de propagação, ruído e reverberação, destinados a aplicações em águas profundas, raramente apresentam bom desempenho em águas rasas [74].

Na propagação acústica em águas rasas, os caminhos de raios geralmente são do tipo RBR (do inglês *Refracted-Bottom-Reflected*), que formam as primeiras chegadas no sinal recebido, e SRBR (do inglês *Surface-Reflected-Bottom-Reflected*), que constituem as chegadas tardias.

2.2.2 Inversão em Águas Rasas

Técnicas tomográficas geralmente aplicadas em águas profundas não são facilmente aplicadas para inversão em águas rasas, devido à alta perda de transmissão e à

complexa estrutura de múltiplos caminhos, decorrentes das interações com os contornos [68]. De acordo com a Teoria dos Modos Normais, os componentes modais que compõem o campo de pressão se propagam dispersivamente. Devido a estes efeitos de dispersão, muito acentuados em baixa frequência, tempos de chegada de um determinado modo, diferentes para cada frequência, são usados para localização ou esquema de inversão.

Estudos indicam que, em águas rasas e distância Fonte-Receptor inferior a 15 km, os modos não são bem resolvidos, chegando juntos ao receptor. Se considerarmos uma distância Fonte-Receptor ampla o suficiente, de forma que as chegadas modais sejam bem resolvidas, e combinarmos um procedimento de otimização baseado na minimização de uma função de custo apropriada, sendo esta função de custo definida pelas observações determinadas pelo procedimento de identificação modal, podemos ter um esquema de inversão “híbrido”, combinando aproximações lineares e não lineares ao PI [75].

2.2.3 Limitações Físicas para a TTT em Águas Rasas

RODRÍGUEZ e JESUS [76] analisaram as limitações físicas para a TTT baseada na Teoria de Raios, em um ambiente de águas rasas. Simulações de TTT foram realizadas para determinar o número de chegadas independentes em um cenário de águas rasas e, também, em um cenário de águas profundas. Para cada cenário, foi escolhido um SSP de referência e um SSP perturbado, para determinação das perturbações de velocidade do som. Para cada SSP, foi calculado um conjunto de autorraios, a partir do qual foram obtidos os autorraios estáveis, as chegadas resolvidas e os tempos de percurso.

Esses autores consideraram um PI linear, com um operador E relacionando o vetor de perturbações de velocidade do som (Δc) com o de perturbações de tempo de percurso (δt), tendo sido proposto um método para calcular o posto (em inglês, *rank*) da matriz² E . Foi mostrado que, para um ambiente de **águas profundas**, o **número de chegadas independentes** (i.e., sem redundância de informações) é **igual** ao número de chegadas resolvidas, enquanto que, para um ambiente de **águas rasas**, o **número de chegadas independentes** é **menor**. A redundância de chegadas estáveis em águas rasas pôde ser

²Para esse tipo de matriz, encontramos, na literatura, denominações como “matriz-núcleo”, “matriz de observação” ou “núcleo de dados”.

explicada através da comparação de um guia de onda original com um equivalente de isovelocidade. A Fig. 2.3, modificada de RODRÍGUEZ e JESUS [76], mostra uma estimativa de resposta impulsiva (padrão de chegada) típica de um canal de águas rasas.

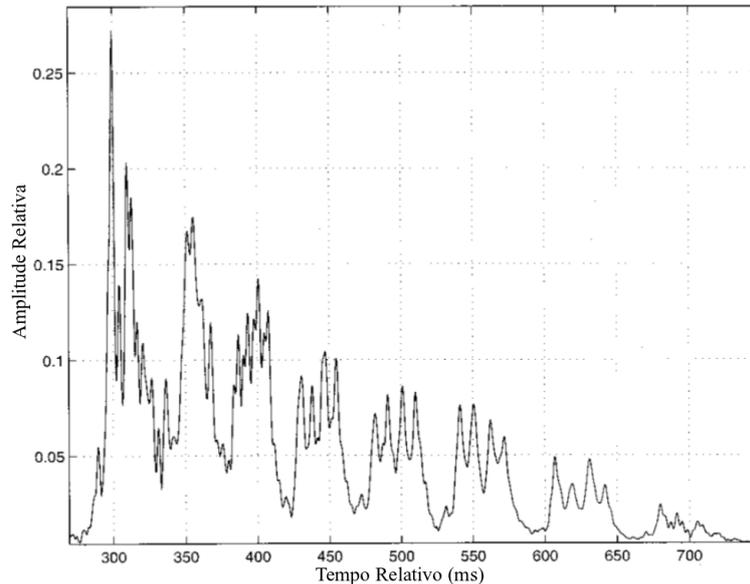


Figura 2.3: Padrão de Chegada típico de um ambiente de águas rasas e pequena distância Fonte-Receptor (aproximadamente 5,5 Km). Fonte: adaptada de RODRÍGUEZ e JESUS [76], p. 2817.

Pela Fig. 2.3 podemos notar que, enquanto as chegadas iniciais (RBR) não são resolvidas, as tardias (SRBR) são bem resolvidas e agrupadas em quadrupletos (conjuntos de quatro chegadas). Os autorraios RBR não são estáveis e, por conseguinte, não podem ser utilizados na inversão tomográfica. Os autorraios SRBR são estáveis e, portanto, adequados para fins de inversão. Em geral, o agrupamento de chegadas depende das **características particulares da geometria do guia de onda e do SSP associado** [76].

Um aspecto importante do padrão de chegada da Fig. 2.3 é o número significativo de chegadas resolvidas. No contexto da TTT em águas rasas, por meio de inversão linear, parece razoável que essas chegadas possam ser utilizadas para a obtenção de uma elevada resolução espacial das estimativas de perturbações de velocidade do som. Esse seria o caso, desde que todas as chegadas resolvidas fossem independentes. Contudo, em águas rasas, o número de chegadas independentes é menor e, em alguns casos, muito menor, do que o número de chegadas medidas e resolvidas. Tal fato indica que parte das chegadas acústicas carrega informações redundantes e, portanto, há **limitações físicas fundamentais** para o número de chegadas independentes [76].

Para um ambiente RI, se considerarmos, como SSPs de referência e perturbado, respectivamente, $c_0(z)$ e $c(z)$, com base na Teoria de Raios teremos, para δt , a expressão

$$\delta t = \int_{\Gamma_1} \frac{ds}{c(z)} - \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{c_0(z)} \quad , \quad (2.1)$$

onde Γ_1 e Γ_0 representam os autorraios associados, respectivamente, aos perfis $c(z)$ e $c_0(z)$. No caso de pequenas perturbações, i.e., $\delta c(z) = c(z) - c_0(z) \ll c_0(z)$, podemos considerar $\Gamma_1 \approx \Gamma_0$, e a Eq. (2.1) pode ser reescrita como (ver seção 4.1)

$$\delta t_i \approx - \int_{\Gamma_i} \frac{\delta c(z)}{c_0^2(z)} ds \quad , \quad (2.2)$$

expressando δt ao longo de um autorraio não perturbado Γ_i . RODRÍGUEZ e JESUS [76] formularam o PI com base na discretização da coluna de água em um sistema de L camadas, com os vetores de dados (\mathbf{d}) e de parâmetros do modelo (\mathbf{m}) correspondendo a

$$\mathbf{d} = \boldsymbol{\delta t} = [\delta t_1, \delta t_2, \delta t_3, \delta t_4, \dots, \delta t_M]^T \quad , \quad \text{e} \quad (2.3a)$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{\Delta c} = [\Delta c_1, \Delta c_2, \Delta c_3, \Delta c_4, \dots, \Delta c_L]^T \quad , \quad (2.3b)$$

sendo $\boldsymbol{\delta t}$ um conjunto de M perturbações de tempo de percurso, e $\mathbf{\Delta c}$, um conjunto de L valores médios de perturbação de velocidade do som (Δc_j correspondendo a uma média de δc na j -ésima camada). O sobrescrito T, presente nas Eqs. (2.3a) e (2.3b), representa a operação de transposição. A equação do PI formulado corresponde a (ver seção 4.1.3)

$$\mathbf{d} = \mathbf{E m} + \mathbf{n} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\delta t} = \mathbf{E \Delta c} + \mathbf{n} \quad , \quad (2.4)$$

onde o vetor \mathbf{n} representa a contribuição do ruído³, considerada nula nos cálculos de RODRÍGUEZ e JESUS [76], e \mathbf{E} é uma matriz de ordem $M \times L$, obtida a partir de autorraios não perturbados, com vetores-linha na forma

$$\mathbf{e}_i = \left[\frac{\Delta s_{i1}}{c_{01}^2} \quad \frac{\Delta s_{i2}}{c_{02}^2} \quad \dots \quad \frac{\Delta s_{iL}}{c_{0L}^2} \right] \quad , \quad (2.5)$$

onde Δs_{ij} corresponde ao i -ésimo comprimento de raio dentro da j -ésima camada, com

³Os dados medidos podem conter erros; tais erros podem ser descritos como ruído aditivo [58].

$i = 1, 2, \dots, M$ e $j = 1, 2, \dots, L$. A escolha do número de camadas L pode ser feita de inúmeras maneiras. Em geral, é atribuído o maior valor possível a L , i.e., $M < L$ [76].

Se a Eq. (2.4) for um sistema subdeterminado ($M < L$) ou sobredeterminado ($L < M$), a pseudoinversa \mathbf{E}^+ poderá compor a solução de norma mínima $\hat{\mathbf{m}} = \mathbf{E}^+ \mathbf{d}$, respectivamente, na forma $\mathbf{E}^T (\mathbf{E}\mathbf{E}^T)^{-1}$ ou $(\mathbf{E}^T \mathbf{E})^{-1} \mathbf{E}^T$ (ver seção A.4.1):

$$\hat{\mathbf{m}} = \mathbf{E}^+ \mathbf{d} = \begin{cases} \mathbf{E}^T (\mathbf{E}\mathbf{E}^T)^{-1} \mathbf{d}, & \text{se } \text{posto}(\mathbf{E}) = M < L \quad (\text{subdeterminado})^4, \text{ ou} \\ (\mathbf{E}^T \mathbf{E})^{-1} \mathbf{E}^T \mathbf{d}, & \text{se } \text{posto}(\mathbf{E}) = L < M \quad (\text{sobredeterminado}). \end{cases} \quad (2.6)$$

Ao assumirmos que $M < L$, a Eq. (2.4) corresponderá, então, a um sistema com mais incógnitas do que equações e, por conseguinte, possuirá mais de uma solução. Formalmente, as L colunas de \mathbf{E} constituem um conjunto dependente e, na prática, também não há garantia de que as M linhas de \mathbf{E} sejam linearmente independentes, o que equivale a dizer que \mathbf{E} pode ter posto deficiente [76]. Em termos do problema envolvendo δt e δc , a deficiência de posto indica que nem todas as chegadas resolvidas carregam informação independente de velocidade do som. Se considerarmos $\text{posto}(\mathbf{E})=r$, a pseudoinversa \mathbf{E}^+ , com base na SVD⁶ de \mathbf{E} , poderá ser expressa como $\mathbf{E}^+ = \mathbf{V}_r \mathbf{S}_r^{-1} \mathbf{U}_r^T$ (ver seção A.4.3).

Ao lidar com dados reais, o número de autorraios independentes N , que é igual ao número de chegadas independentes, pode ser estimado por meio de critério estatístico. O teste realizado por RODRÍGUEZ e JESUS [76] é totalmente determinístico, e um método alternativo para estimar o posto da matriz \mathbf{E} foi proposto, com base na SVD da matriz \mathbf{E} , tendo sido definido um funcional $E(i)$, utilizado para se obter o seguinte estimador do número de chegadas independentes N :

$$\hat{N} = \arg\{\min_i E(i)\} \quad . \quad (2.7)$$

Os SSPs de referência e perturbado, usados para o cenário de águas profundas, foram obtidos a partir do Perfil Canônico de *Munk* (ver seção D.1.2). Com base na geometria de um experimento real, os parâmetros utilizados foram: (i) profundidade da fonte

⁴Se $\text{posto}(\mathbf{E}) = M < L$, \mathbf{E} tem posto-linha máximo (nº máximo de linhas independentes = M).

Se $\text{posto}(\mathbf{E}) = L < M$, \mathbf{E} tem posto-coluna máximo (nº máximo de colunas independentes = L).

⁶Do inglês *Singular Value Decomposition* (Decomposição em Valores Singulares).

(z_s): 90 m; (ii) profundidade do receptor (z_R): 115 m; (iii) profundidade do guia de onda acústico (D): 4100 m; e (iv) distância Fonte-Receptor (R): 270 km. A assimetria $z_s \neq z_R$ é intencional pois, caso a Fonte e o Receptor estejam localizados na mesma profundidade, é possível a ocorrência de autorraios simétricos, os quais, por percorrem o oceano de forma semelhante, constituem uma fonte preliminar de redundância na matriz-núcleo, o que deve ser evitado. Após o traçamento dos autorraios, foram obtidos 5 autorraios estáveis do tipo RR (do inglês *Refracted-Refracted*), e um autorraio estável do tipo SRBR. Por meio da Eq. (2.7), foi obtido $N=6$ e, a partir desse resultado, pode-se concluir que todas as chegadas resolvidas são independentes, sendo essa a conclusão “esperada” [76].

Para o cenário de águas rasas, os SSPs de referência e perturbado foram obtidos a partir dos dados de CTD utilizados por JESUS *et al.* [77]. Tais dados foram coletados no experimento INTIMATE96, o mesmo experimento abordado no presente trabalho (ver cap. 5). O SSP de referência corresponde ao perfil médio de velocidade do som, e o SSP perturbado, a um perfil particular. Os parâmetros considerados para a geometria de propagação foram: (i) $z_s=90$ m; (ii) $z_R=115$ m; (iii) $D=135$ m; e (iv) $R=5,6$ km [77]. De maneira semelhante ao considerado no teste para águas profundas, a assimetria $z_s \neq z_R$ evita a redundância provocada por autorraios simétricos.

Para o cálculo da matriz \mathbf{E} foram utilizadas 36 camadas, cada uma com largura $\Delta z=4$ m. O funcional $E(i)$ foi calculado considerando um total de 20 chegadas resolvidas. No entanto, o seu valor mínimo foi atingido em $N=4$, o que indica que apenas 4 das 20 chegadas resolvidas são independentes, enquanto as outras 16 são redundantes. Esse resultado está de acordo com a estimativa estatística apresentada por JESUS *et al.* [77]. É claro que tal resultado **depende profundamente** da estrutura da matriz \mathbf{E} .

O problema da redundância de tempo de percurso, no guia de ondas de águas rasas, é totalmente explicado através da análise detalhada da matriz \mathbf{E} de um guia de onda de isovelocidade equivalente, em que as linhas da matriz de isovelocidade mostram uma deficiência de posto de mesma forma que a matriz associada ao guia de onda de águas rasas original.

2.3 Vantagens dos Dados Tomográficos

Após um século de medições fornecendo climatologia oceânica, constante no tempo e cada vez mais complexa no espaço, oceanógrafos físicos vêm desenvolvendo ferramentas, incluindo métodos acústicos, necessárias para medições da variabilidade oceânica em escalas espaciais e temporais importantes para os ecossistemas oceânicos [13]. A evidência da superioridade do conceito de TAO para oferecer a integração, em larga escala, de quantidades oceanográficas fundamentais, de forma simultânea e contínua, é motivadora para a busca de uma modelagem climática mais realista. A qualidade dos dados é tão convincente, e sua disponibilidade permanente tão importante, que se espera, num futuro próximo, que sua utilização, de forma ampla e sistemática, torne-se realidade. A sua incorporação em tempo real à transmissão de dados por satélites trará grande benefício para a previsão do tempo e do clima [24]. Desde que foi proposta pela primeira vez, a TAO evoluiu para uma ferramenta polivalente de sensoriamento remoto oceânico, e tem sido utilizada em uma grande variedade de configurações físicas.

Grande parte do custo e esforço de novos observatórios oceânicos estará na infraestrutura que suporta diretamente os sensores, tais como linhas de fundeio e plataformas móveis que, por sua vez, conectam-se a uma “espinha dorsal”, como nós de cabos no fundo marinho. Três elementos desta infraestrutura de rede de sensores estão em vários estágios de desenvolvimento: um sistema de linha de fundeio com cabo conectado com um perfilador sob controle em tempo real, com bateria de carregamento indutivo; planador submarino com comunicações acústicas integradas e capacidade de recepção de banda larga; e navegação acústica integrada, comunicações, tomografia e gravação de som ambiente em várias escalas [78].

Faremos, a seguir, um breve comentário sobre alguns aspectos da TAO que a tornam bastante atraente, comentando também, em seguida, os aspectos do método tomográfico que devem ser mitigados.

2.3.1 Aquisição de Informações por Sensoriamento Remoto

A TAO é uma técnica de sensoriamento remoto que emprega a propagação acústica dentro de um volume oceânico, ao longo de grandes distâncias, com o intuito de estimar, com adequada acurácia, médias de temperatura e corrente. Os tempos de percurso acústico são medições que representam a integração natural da velocidade do som com a corrente ao longo dos percursos acústicos. As variações na velocidade do som são, predominantemente, provocadas por variações de temperatura. A TAO fornece informações que podem contribuir com a Altimetria ou Medições *In Situ* para a descrição do estado do oceano e de sua evolução [79].

2.3.2 Imagens 2-D ou 3-D de Grandes Volumes Oceânicos

A palavra Tomografia é derivada da palavra grega *tomos*, que significa seção (fatia, corte) [80]. Os sistemas tomográficos possibilitam a análise da estrutura e composição de objetos através de seções transversais virtuais, que são obtidas através de cálculos, com base nos princípios físicos associados às energias que atravessam esses objetos. A Tomografia Médica proporciona imagens tridimensionais do interior do corpo humano através de séries combinadas de imagens bidimensionais. O conceito clássico de TAO é fornecer uma distribuição tridimensional da velocidade do som, ou de outras propriedades de um volume oceânico, através da combinação de seções verticais ou horizontais da propriedade considerada.

2.3.3 Independência das Condições Climáticas

Instrumentos tomográficos implantados em linhas de fundeio podem permanecer debaixo d'água por longos períodos de tempo (de algumas semanas a mais de um ano). Dada a potência de transmissão, é necessário dispor de reservas de energia significativas.

2.3.4 Alta Resolução Temporal

A TAO implica em amostras do oceano em profundidade e a longas distâncias, durante longos períodos de tempo e com alta resolução temporal [79]. Dados tomográficos diferem da maioria dos outros dados oceanográficos, porque sua amostragem e conteúdo de informação estão melhor localizados no espaço espectral do que no espaço físico [81]. A capacidade dos métodos acústicos de resolver variabilidades de mesoescala, com alta resolução temporal, também pode fornecer importantes contribuições para medições de variabilidades de pequena escala, auxiliando o estudo das interações entre os ambientes físicos e biológicos.

Enquanto um planador submarino gasta de 8 a 14 dias para cobrir 200 km, pulsos acústicos percorrem a mesma distância dentro de 138 segundos. Em contrapartida, enquanto a tecnologia da TAO é superior à do planador submarino, em resolução temporal, o planador submarino provê dados oceânicos com maior resolução espacial. Uma região com forte atividade de mesoescala requer alta resolução temporal e espacial das observações. Junto com apropriadas técnicas de inversão, Tomografia Acústica/Termometria Acústica podem prover medições sinóticas da temperatura oceânica com acurácia de 0,01 °C ao longo do percurso acústico. O aumento na resolução horizontal e vertical é obtido com o aumento dos percursos acústicos [82].

2.3.5 Sensibilidade

Sistemas de monitoramento costeiro, para obtenção de dados de pressão, temperatura, salinidade e corrente, com o intuito de estimar e acompanhar a evolução temporal das propriedades das massas d'água, têm ressaltado a vantagem da precisão das medições de propagação acústica entre linhas de fundeio estáticas (fontes e receptores). Estes sistemas podem detetar a presença de vórtices, ondas internas etc., bem como propriedades acústicas do leito marinho ou sedimentos (natureza, porosidade, densidade etc.) [59].

2.3.6 Volume de Dados Adquiridos

Métodos tomográficos podem coletar uma quantidade significativa de dados, quando comparados com a configuração clássica de medição *in situ*. Dependendo da configuração de TAO, ou melhor, se os equipamentos envolvidos são do tipo unidirecional (transmissor ou receptor) ou bidirecional (transceptor), a quantidade de medições tomográficas poderá corresponder até mesmo ao quadrado do número de sensores. Considerando, por exemplo, N transceptores, o número de medições M corresponderá ao arranjo dos N equipamentos tomados dois a dois ($M=N^2$). A Fig. 2.4 é uma representação esquemática da geometria de um experimento de TAO, considerando 4 transmissores e 4 receptores, indicando um total de 16 medições (distâncias Fonte-Receptor). A Tab. 2.1 apresenta as possíveis quantidades de medições em métodos convencionais (medições pontuais) e em configurações de TAO, para o caso de 8 sensores.

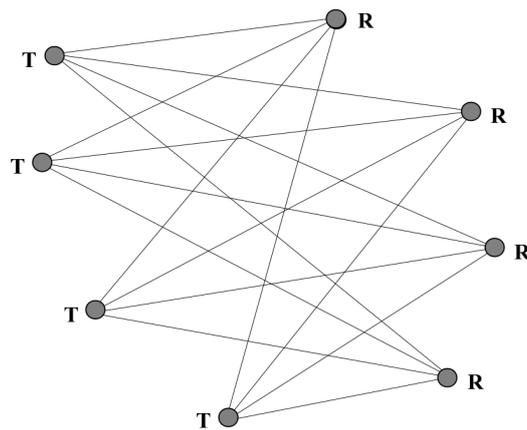


Figura 2.4: Diagrama esquemático da geometria de um experimento de TAO com 4 transmissores (T) e 4 receptores (R).

Tabela 2.1: Quantidades de medições possíveis em métodos convencionais (medições pontuais) e em configurações de TAO, para o caso de 8 sensores.

Configuração	Quantidade de Medições
• Métodos Convencionais:	$M = 4 + 4 = 8$
• TAO (4 transmissores, 4 receptores):	$M = 4 \times 4 = 16$
• TAO (4 transceptores, 4 receptores):	$M = [8(8-1)]/2 = 28$
• TAO (8 transceptores):	$M = N^2 = 64$

2.3.7 Potencial para Assimilação de Dados

Com base na literatura sobre assimilação de dados oceanográficos, a combinação eficiente de dados e modelos, para uma estimativa de campo, requer três fatores: um modelo de medição, capturando o processo de medição de dados; um modelo dinâmico, capturando a física determinística do processo físico observado; e uma estatística *a priori*, para os erros dos dados e dos campos do modelo. A TAO fornece uma estatística *a priori* para os dados e o campo de velocidade do som. No entanto, ela não consegue captar a estrutura física determinística, espacial e temporal, do campo de velocidade de som [83]. A TAO tem sido utilizada, com sucesso, em medições de temperatura dos oceanos e de correntes, em uma ampla variedade de escalas, há mais de 30 anos, mas muitos oceanógrafos ainda não parecem muito familiarizados com dados acústicos. Como se tornou normal o uso de dados oceânicos para assimilação em modelos, com o intuito de estimar o estado presente (e futuro) do oceano, os dados acústicos podem ser colocados em pé de igualdade com os demais dados [13].

Não obstante as relevantes vantagens da TAO, convém observar as desvantagens e as possibilidades de reduzi-las, o que faremos na seção a seguir.

2.4 Desvantagens dos Dados Tomográficos

2.4.1 Custo dos Equipamentos

A falta de fontes acústicas adequadas tem sido citada como o mais importante fator limitante para a aplicação da TAO de forma mais ampla. Tais fontes necessitam operar em baixas frequências em uma grande largura de banda, para facilitar a boa resolução de múltiplos caminhos, e esses dois requisitos são difíceis de se realizar em um dispositivo compacto. Também é importante a operação em alta potência, para melhorar a relação sinal-ruído, com boa eficiência. Uma consideração a mais é a capacidade do dispositivo para operar em profundidades entre 500 e 2000 metros [84]. Existe a percepção de que os métodos acústicos são excessivamente caros. Dadas as capacidades únicas dos sistemas de sensores acústicos, novas avaliações poderão considerar seus custos operacionais e de

manutenção mais atraentes, e a aplicação mais ampla de métodos acústicos acabará por ser inevitável [13].

2.4.2 Custo Computacional (Processo de Inversão)

A Tomografia envolve problemas inversos que seriam impossíveis de serem resolvidos sem o auxílio dos sofisticados recursos computacionais disponíveis a partir dos anos 1960. No início dos anos 90, com o rápido crescimento do poder computacional, e o advento de técnicas computacionais eficientes como Algoritmos Genéticos e Recozimento Simulado, um significativo esforço de pesquisa foi gasto para a observação de processos de pequena escala em águas pouco profundas. A Tomografia por Ajuste de Campo, que é uma generalização do Processamento por Ajuste de Campo, foi beneficiada com estes desenvolvimentos, uma vez que é dependente de grande capacidade computacional.

2.4.3 Sincronização

Medição de tempo de percurso com acurácia de milissegundo (ms), por período de um ano ou mais, requer relógios altamente precisos. Um erro de $\Delta f/f=3 \times 10^{-11}$ resulta em um erro no tempo de 1 ms depois de um ano. Manter erros inferiores a 1 ms não constitui problema para instrumentos conectados à estações de terra, boias derivantes ou outras configurações nas quais é possível haver um receptor satélite (padrões de frequência atuais mostram uma estabilidade diária de $\Delta f/f=10^{-12}$ a 10^{-15}). Por exemplo, no sistema de posicionamento global NAVSTAR-GPS⁷ (ou, simplesmente, GPS), onde o relógio do receptor não é atômico, como o do satélite, garante-se que o erro de relógio do receptor seja inferior a um microssegundo. O erro de relógio se torna um problema em sistemas autônomos de baixa potência, como transeptores acústicos localizados em linhas de fundeio e alimentados por baterias. Contudo, mesmo nesse caso, os erros de relógio se cancelam para somas de tempos de percurso e medições de vorticidade [18].

⁷Do inglês *NAVigation Satellite Timing And Ranging - Global Positioning System*. Atualmente, há 4 Sistemas Globais de Navegação por Satélite (em inglês, *Global Navigation Satellite System: GNSS*): o NAVSTAR-GPS, dos EUA, o GLONASS (*GLObal'naya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema*), da Rússia, o Galileo, da União Europeia, e o BeiDou/Compass, da China [85–87].

Cada satélite do sistema GPS possui quatro relógios atômicos, dois de rubídio e dois de césio (isótopo 133 do átomo de césio: Cs-133), mantidos em sincronismo com a acurácia de $1\mu s$. O satélite funciona como um padrão atômico de frequência, permitindo calibrar cristais de quartzo que funcionam como registradores de tempo no sistema tomográfico [51]. No planejamento de uma campanha para coleta de dados acústicos, deve ser prevista a utilização de um sistema GPS para sincronização dos relógios.

2.4.4 Acurácia de Posição Fonte-Receptor

A TAO foi inicialmente proposta para regiões de águas profundas, onde a aproximação de raios era válida e a velocidade do som poderia ser analiticamente ligada ao tempo de percurso do raio acústico. A ideia original consistia no uso de várias fontes e receptores para observar quantidades oceanográficas em mesoescala. Mas a Tomografia baseada no tempo de percurso se mostrou altamente dependente da capacidade de discretizar chegadas espacialmente muito próximas, e do conhecimento preciso sobre a posição Fonte-Receptor em todos os momentos. Em contrapartida, a Tomografia por Ajuste de Campo, que é baseada na correlação do sinal recebido com o sinal predito por um modelo de propagação, somente requer tempos de percursos relativos, sendo suficiente o conhecimento aproximado da posição Fonte-Receptor.

2.4.5 Elemento Não Furtivo de Operações Militares

A TAO é uma ferramenta poderosa para a determinação de propriedades geoacústicas *in situ* em águas profundas ou rasas [88]. Estimativas acuradas das propriedades acústicas envolvem repetitivas emissões de sinais de banda larga. Contudo, quando a discriminação acústica é necessária, como em operações militares, ou quando se considera a presença de mamíferos na região a ser ensonificada, a emissão de alta potência deve ser evitada. Estas limitações restringem a utilização de sistemas clássicos de TAO. O canal acústico submarino é um ambiente potencialmente caracterizado por sinais gerados por várias fontes: mamíferos subaquáticos, ruídos de atividades humanas etc. Tirando vantagem de fontes acústicas de ruído, presentes no ambiente, novos conceitos de TAO têm sido desenvolvi-

dos: Tomografia Acústica Discreta (em inglês, *Discreet Acoustic Tomography*: DAT) [88] e Tomografia Acústica Passiva (em inglês, *Passive Acoustic Tomography*: PAT), ou TAO Passiva (em inglês, *Passive OAT*: P-OAT) [89].

2.5 Estado da Arte

2.5.1 Novas Plataformas - Medições *In Situ*

O surgimento de novas plataformas permitiu a transição de infrequentes coletas de dados, obtidas de navios, para uma presença mais constante de medições no oceano. Porém, há a necessidade contínua de criação de sensores inovadores, robustos e de baixo custo, para exploração do oceano. Os tipos de dados coletados há 20 anos, que simplesmente forneciam as condições iniciais para os modelos oceânicos, são agora usados rotineiramente em tempo real, para assimilação de dados em modelos de previsão. Necessidades de modelagem para uma variedade de objetivos sociais vão continuar a crescer nas próximas décadas, e dados *in situ* coletados a partir do oceano terão de refletir uma ampla gama de processos e fornecer parâmetros para melhor fidelidade do modelo. Tendências para o futuro incluem mais pacotes de sensores multidisciplinares, com longa resistência, estabilidade e alcance em vários ambientes operacionais. Em escalas maiores, espera-se o continuado uso e aprimoramento de métodos acústicos e tomográficos, que permitam a detecção remota do interior do oceano [90]. Melhores sistemas para medições *in situ* de propriedades físicas do oceano vêm sendo desenvolvidos. Instrumentos acoplados em satélites usam as propriedades das ondas eletromagnéticas para medir as características termal, ótica e dinâmica do oceano. Infelizmente, tais ondas são rapidamente absorvidas ou refletidas pelo oceano, de modo que, se dados satelitais são utilizados em modelos de previsão oceânica, medições *in situ* continuam constituindo essencial fonte de diagnóstico para calibração e validação dos modelos, sendo sempre necessário desenvolver equipamentos que permitam o estudo de águas profundas [59].

2.5.2 Medições a Longas Distâncias e Acústica Passiva

Para garantir a propagação de ondas em longas distâncias, os experimentos de TAO têm sido, tradicionalmente, realizados com fontes de baixa frequência (300-1000 Hz), em profundidades variando de 100 a 2000 m, para se obter boas condições de propagação. Esses transdutores têm largura de banda de 50-100 Hz, e potência de transmissão da ordem de 190 dB re $1\mu\text{Pa}$ @1m (dB em relação a $1\mu\text{Pa}$ a 1 m), o que permite intervalos de cerca de 600 km. Essa potência é adquirida com o uso de amplificadores e fontes de 500 VA. O sinal emitido é uma frequência portadora, cuja fase é modulada por um código pseudo-aleatório, e sua transmissão não é contínua, mas dentro de janelas de tempo [59]. Cada transdutor recebe sinais de outras fontes 5 a 6 vezes por dia. Esses transdutores podem ser colocados em boias, ou distribuídos ao longo de um cabo rebocado por um barco (antena de hidrofones). Os instrumentos colocados em linhas de fundeio são submetidos a movimentos devidos às correntes marinhas. Por conseguinte, é necessário corrigir instantaneamente a sua posição, de modo a não introduzir erros adicionais no cálculo. Essas correções são feitas por triangulação acústica, usando boias fundeadas [59]. A meta é aumentar as distâncias de propagação, trabalhando em frequências mais baixas (em torno de 250 Hz), sem alterar a potência de transmissão. Isso requer um redimensionamento dos transdutores, para que eles mantenham uma boa sensibilidade para recepção e um bom desempenho na transmissão. Contudo, para isso, é necessário aumentar o fornecimento de energia (1kVA para 250 Hz). Técnicas de TAO têm sido, por vezes, reorientadas para estudos baseados em acústica passiva. Um hidrofone, ou conjunto de hidrofones, são usados para tentar localizar e quantificar fontes de ruído a partir de peixes, cetáceos, crustáceos, vulcões, terremotos, ondas ou derretimento de gelo [59].

2.5.3 Hidrofones Derivantes

Projetos recentes mostraram a viabilidade da aplicação da tomografia a partir da utilização de hidrofones instalados em flutuadores derivantes do tipo ALACE⁸. Em 2006,

⁸Do inglês *Autonomous Lagrangian Circulation Explorer*.

Simons e Nolet mostraram que era possível utilizar flutuadores SOLO⁹ para detectar ondas sísmicas com a ajuda de um hidrofone multicanal. Mudanças na velocidade de ondas acústicas emitidas durante sismos, permitiram detectá-los. Tais flutuadores são usados em vez dos (ou em adição aos) sensores sísmicos dispostos no leito oceânico, conhecidos como OBS¹⁰, normalmente utilizados para estudos geoacústicos [59]. Flutuadores ALACE, PALACE¹¹ e SOLO são instrumentos derivantes que medem a temperatura e a salinidade do oceano. Depois de lançados, movem-se com as correntes oceânicas, podendo percorrer longas distâncias sem a necessidade de um navio ou de um operador. Os flutuadores são programados para vir à superfície do oceano, em intervalos regulares, a fim de transmitirem seus dados e posições para satélites em órbita. Depois disso, continuam medindo as condições oceânicas, em missões com duração de 4 a 5 anos. Isso proporciona uma riqueza de dados em tempo real, a partir de regiões, muitas vezes, remotas dos oceanos. Esses flutuadores formam a espinha dorsal do programa ARGO¹² [91].

2.5.4 Rápida Avaliação Ambiental

O conceito de Rápida Avaliação Ambiental (em inglês, *Rapid Environmental Assessment: REA*) é fornecer previsões suficientemente precisas e eficientes para apoio à atividade operacional, em qualquer região arbitrária do oceano costeiro global, e para responder, efetivamente, às solicitações de avaliação operacional, em prazo muito curto. A REA foi articulada no contexto das operações navais da OTAN (Organização do Tratado do Atlântico Norte¹³), como “uma nova aproximação para apoio ambiental, projetada especificamente para fornecer ... dados ambientais taticamente úteis em uma escala de tempo taticamente utilizável”, e exigências americanas foram articuladas por *Curtin* (1999) [92]. As Marinhas da OTAN se envolveram na REA para melhorar o desempenho dos sensores, armas e embarcações.

⁹Do inglês *Sounding Oceanographic Lagrangian Observer*.

¹⁰Do inglês *Ocean Bottom Seismometer*.

¹¹Do inglês *Profiling ALACE*.

¹²Programa componente do GOOS que consiste em uma rede de flutuadores perfiladores.

¹³Em inglês, *North Atlantic Treaty Organization (NATO)*; em francês, *Organisation du Traité de l'Atlantique Nord (OTAN)*.

Organizações civis também avaliam águas marinhas em uma base operacional. Na verdade, os requisitos operacionais, militares e não militares, são tão interligados, que a REA efetiva, e seu equivalente civil, podem ser cumpridos através de uma rede cooperativa de sensores, plataformas, sistemas de comunicação, processamento de dados, arquiteturas de armazenamento e distribuição, e modelos ambientais. A falta de coordenação entre esses dois componentes (civil e militar) pode representar uma barreira para que a nação alcance o estado da arte em REA [93].

Um dos conceitos mais promissores de REA é a utilização de um campo de sonobóias, distribuídos a partir do ar ou a partir de navio de superfície, para receber sinais oriundos de uma fonte de som controlada, ou de fontes de oportunidade. Os dados acústicos, enviados por radiotelemetria para uma aeronave ou navio, são processados, para determinar a dependência da distância (em inglês, *range dependence*), a coluna de água e as propriedades acústicas de fundo sob as áreas cobertas pelas bóias derivantes. Os parâmetros ambientais resultantes, integrados com as medições oceanográficas concorrentes, são, então, usados para inicializar e calibrar os modelos de previsão oceanográfica, para previsões de riscos ambientais em áreas potenciais [94].

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

O objetivo da TAO é estimar as características ambientais a partir de medições de parâmetros da propagação acústica. A propagação acústica é convenientemente descrita pela equação de onda. Como a solução da equação de onda no domínio do tempo é bastante complexa, uma estratégia é converter a equação de onda para o domínio da frequência, com a aplicação de uma transformada integral como a Transformada de *Laplace*, de *Fourier* ou *Wavelet* [95, 96]. A transformada mais usual é a de *Fourier* (ver apêndice E) que, aplicada à equação de onda, conduz à sua forma reduzida, denominada equação de *Helmholtz*. A solução da equação de *Helmholtz* é um dos principais problemas teóricos em propagação acústica. A complexidade das soluções, e as ferramentas necessárias para as obter, dependem da estrutura do campo de velocidade e das condições de contorno nas interfaces que delimitam o meio de propagação (especialmente o fundo do mar) [11]. As técnicas de resolução variam, dependendo da faixa de frequência considerada:

- Em altas frequências, a equação de *Helmholtz* pode ser aproximada para uma equação simples (*Eikonal*), que permite descrever as trajetórias dos raios acústicos (similar ao realizado na Ótica Geométrica); o caminho de cada raio acompanha as variações locais de velocidade. Com essa aproximação, é possível prever a propagação de energia ao longo do canal acústico, e reconstruir o campo em cada ponto como uma soma de múltiplos caminhos (conceitualmente similar ao método da fonte imagem, mas levando em conta os efeitos de refração nos caminhos de raios).

As características previstas do sinal, no domínio do tempo e no da frequência, são excelentes, e as previsões de níveis de energia são, geralmente, aceitáveis [11].

- Em baixas frequências, para o caso da velocidade dependente apenas da profundidade, a análise modal se mostra adequada; quando a velocidade depende também da distância horizontal, a aproximação por equação parabólica é mais indicada [11].

A acurácia e a eficiência da inversão tomográfica dependem diretamente do processamento dos sinais recebidos no receptor, sendo fortemente dependentes da acurácia:

- da modelagem do campo acústico (a equação de onda é o ponto de partida para a modelagem matemática da propagação acústica);
- das estimativas de resposta impulsiva (padrões de chegada); e
- das estimativas das perturbações de tempo de percurso (tempo de chegada).

A Tomografia por Tempo de Percurso (TTT) corresponde a um PI que tem como base a medição de perturbações de tempo de percurso (δt), para cálculo de perturbações de velocidade do som (δc). Cada δc corresponde a uma função que depende continuamente dos dados (depende continuamente da distribuição espacial de temperatura, pressão e salinidade). Para que o PI possa ser resolvido através de métodos de álgebra linear, devemos discretizar δc . Contudo, em geral, PIs em Acústica Submarina são malpostos (ver seção A.1), fazendo com que o resultado da inversão seja sensível a pequenas imprecisões, como o erro de discretização. Uma solução consiste em representar a função δc em termos de funções de base (ver seção F.2). A unicidade dessa expansão pode ser obtida com o emprego de funções linearmente independentes [97].

No presente capítulo, faremos uma breve abordagem sobre os polinômios de *Chebyshev* (seção 3.1), utilizados no presente trabalho como polinômios ortogonais para expansão das perturbações de velocidade do som. Apresentaremos também um breve comentário sobre a equação de onda acústica (seção 3.2), abordando as duas principais aproximações teóricas para a solução da equação de onda: a Teoria de Raios (seção 3.2.3) e a Teoria dos Modos Normais (seção 3.2.4). Dentro da abordagem dessas duas Teorias,

serão apresentadas as principais equações para os cálculos de tempos de percurso. Em seguida, serão apresentados alguns conceitos empregados em processamento de sinal (seção 3.3), relacionados ao conceito de resposta impulsiva do oceano.

3.1 Polinômios de *Chebyshev*

Como vantagens significativas da representação de uma função, em termos de polinômios de *Chebyshev*, destacamos [98]:

- a expansão converge rapidamente;
- os polinômios têm uma forma simples; e
- a expansão minimiza a magnitude máxima do erro da aproximação.

Os polinômios de *Chebyshev* de primeira espécie $T_n(x)$ são definidos como

$$T_n(x) = \cos[n \arccos(x)] \quad , \quad (3.1)$$

para $n \in \mathbb{N}$ e $x \in [-1, 1]$. A partir da Eq. (3.1) e observando que $T_0(x) = 1$ e $T_1(x) = x$, obtemos a relação de recorrência [99]:

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \quad , \quad n \geq 1 \quad . \quad (3.2)$$

Na Tab. 3.1 são mostrados os oito primeiros polinômios de *Chebyshev* (T_0 a T_7).

Tabela 3.1: Oito primeiros polinômios de *Chebyshev* de primeira espécie (T_0 a T_7).

Polinômios Pares	Polinômios Ímpares
$T_0(x) = 1$	$T_1(x) = x$
$T_2(x) = 2x^2 - 1$	$T_3(x) = 4x^3 - 3x$
$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$	$T_5(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x$
$T_6(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$	$T_7(x) = 64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x$

Podemos notar, na Tab. 3.1, que o polinômio $T_n(x)$ possui somente termos de grau par, se n é par, e somente termos de grau ímpar, se n é ímpar, ou seja, $T_n(x)$ possui paridade $(-1)^n$ [100]:

$$T_n(-x) = (-1)^n T_n(x) \quad . \quad (3.3)$$

O polinômio $T_n(x)$ tem n zeros no intervalo $[-1,1]$, que correspondem a [101]:

$$x_k = \cos \left[\frac{\pi \left(k - \frac{1}{2} \right)}{n} \right] \quad , \quad k = 1, 2, \dots, n \quad . \quad (3.4)$$

Uma expressão explícita para os polinômios de *Chebyshev*, a partir da relação de recorrência e do princípio de indução finita, corresponde a [102]

$$T_n(x) = \frac{n}{2} \sum_{m=0}^{[n/2]} (-1)^m \frac{(n-m-1)!}{m!(n-2m)!} (2x)^{n-2m} \quad , \quad n \geq 1 \quad . \quad (3.5)$$

onde a notação $[n/2]$ corresponde à parte inteira de $n/2$. Pela relação de ortogonalidade trigonométrica satisfeita por $\cos(n\theta)$, para $\theta \in [0, \pi]$, e considerando

$$\int_0^{\pi} \cos(n\theta) \cos(m\theta) d\theta = 0 \quad , \quad \text{se } m \neq n \quad , \quad (3.6)$$

por mudança de variáveis na Eq. (3.6) encontramos a função peso (ver seção F.4.4)

$$w(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad , \quad (3.7)$$

que torna o produto interno $\langle T_m, T_n \rangle = 0$, se $m \neq n$. Com essa função peso, temos que

$$\langle T_m, T_n \rangle = \int_{-1}^1 T_m(x) T_n(x) \frac{1}{[1-x^2]^{1/2}} dx = \begin{cases} 0 & , \text{ se } m \neq n; \\ \frac{\pi}{2} & , \text{ se } m = n \neq 0; \\ \pi & , \text{ se } m = n = 0. \end{cases} \quad (3.8)$$

3.2 Equação de Onda Acústica

A propagação do som em um meio elástico pode ser descrita matematicamente através de soluções para a equação de onda, com as adequadas condições do meio e de contorno para um determinado problema [103]. Dentre as soluções canônicas para a equação de onda, abordaremos a Teoria de Raios e a Teoria dos Modos Normais. A Teoria de Raios, também conhecida como Acústica Geométrica, não lida com problemas de difração, possuindo as seguintes propriedades:

- fácil traçamento dos raios que descrevem os caminhos de propagação da onda acústica;
- fácil visualização da distribuição do campo acústico através do conceito de frente de onda (superfície de fase ou tempo constante); e
- fácil inserção de condições de contorno reais como, por exemplo, fundo inclinado.

A Teoria de Raios não fornece uma solução precisa quando o raio de curvatura dos raios acústicos ou a amplitude de pressão mudam significativamente para distâncias de um comprimento de onda. Na prática, a Teoria de Raios é restrita às altas frequências (pequenos comprimentos de onda) [104]. Contudo, a facilidade de utilização desta aproximação e sua descrição física muito intuitiva tornam este método o mais popular em modelagem de propagação acústica submarina [11].

Na Teoria dos Modos Normais a solução da equação de onda é descrita em termos de funções chamadas modos normais, cada um das quais é uma solução da equação. A aproximação por modos normais leva em conta fenômenos da propagação do som como difração e múltiplo espalhamento. Também são consideradas condições de contorno e propriedades da fonte. A Teoria dos Modos Normais fornece uma solução formalmente completa, e somente em casos limites há soluções analíticas. Apresenta maior dificuldade computacional, mas fornece uma ideia razoável da distribuição de energia da fonte no espaço e no tempo. A Teoria dos Modos Normais é particularmente adequada para a descrição da propagação acústica em águas rasas. Embora válida para todas as frequências, é mais útil para baixas frequências (poucos modos) [104].

3.2.1 Equação de Onda Linearizada

Usualmente, considera-se que as ondas acústicas são perturbações da densidade do meio (ρ'), pressão (p') e velocidade (\vec{v}') [105]. Considerando p_0 e ρ_0 , respectivamente, como pressão e densidade do meio no estado básico de repouso, podemos expressar a pressão e a densidade resultantes como $p = p_0 + p'$ ($p' \ll p_0$) e $\rho = \rho_0 + \rho'$ ($\rho' \ll \rho_0$). Como os fenômenos acústicos são, normalmente, de pequena amplitude, a análise que acompanha a maioria das aplicações da Acústica se baseia em uma teoria linear. As equações usuais para a Acústica Linear negligenciam os processos de dissipação e, conseqüentemente, podem ser obtidas a partir das equações para o escoamento de um fluido compressível ideal [106]. A propagação do som é considerada, então, um processo adiabático, sendo descrita pela equação de onda obtida pela linearização das equações hidrodinâmicas para um fluido ideal (Conservação de Massa e Conservação de Quantidade de Movimento) e pela relação adiabática entre a pressão e a densidade (Estado) [61, 107]:

$$\bullet \text{Massa:} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 ; \quad (3.9)$$

$$\bullet \text{Momento Linear:} \quad \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (\text{Eq. de Euler}) ; \text{ e} \quad (3.10)$$

$$\bullet \text{Eq. de Estado Adiabática:} \quad p = p_0 + \rho' \left[\frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_s + \frac{1}{2} (\rho')^2 \left[\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right]_s + \dots \quad (3.11)$$

Podemos definir $c^2 \equiv [\partial p / \partial \rho]_s$, sendo c a velocidade do som termodinâmica [108], com o subscrito s , que aparece também na Eq. (3.11), indicando entropia constante. As aproximações lineares que levam à equação de onda acústica envolvem a retenção de apenas os termos de primeira ordem das equações hidrodinâmicas [61]. Levando-se em conta que a escala de tempo das variações oceanográficas é muito maior que a escala de tempo da propagação acústica, podemos assumir que as propriedades do meio ρ_0 (densidade) e c^2 são independentes do tempo. Após as devidas aproximações e operações matemáticas, a equação de onda livre (ausência de fonte) para a perturbação de pressão p' pode ser expressa como

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho'} \nabla p' \right) - \frac{1}{\rho' c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0 \quad , \quad (3.12)$$

onde ∇ é o operador Nabla, ρ' a perturbação de ρ_0 e c a velocidade do som. Fazendo $p = p'$ e $\rho = \rho'$, obtemos, então, a equação de onda livre para o campo de pressão p

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla p \right) - \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad . \quad (3.13)$$

Se a densidade é constante no espaço, a Eq. (3.13) pode ser reescrita na forma

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad . \quad (3.14)$$

3.2.2 Domínio da Frequência: Equação de *Helmholtz*

A equação de *Helmholtz*, por vezes chamada de equação de onda reduzida [109], corresponde à equação de onda no domínio da frequência. Considerando o campo de pressão $p(\vec{x}, t)$ e aplicando o par de Transformadas de *Fourier* (ver seção E.1)

$$P(\vec{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\vec{x}, t) e^{i\omega t} dt \quad , \text{ e} \quad (3.15)$$

$$p(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} P(\vec{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad , \quad (3.16)$$

que relacionam a pressão acústica no domínio do tempo e no da frequência, por meio de simples transformação a equação linear Eq. (3.14) pode ser reduzida para a equação de *Helmholtz* homogênea

$$\nabla^2 P(\vec{x}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2(\vec{x})} P(\vec{x}, \omega) = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 P(\vec{x}, \omega) + k^2(\vec{x}) P(\vec{x}, \omega) = 0 \quad , \quad (3.17)$$

onde $P(\vec{x}, \omega)$ representa a pressão acústica no domínio da frequência, $\vec{x} = (x, y, z)$ o vetor posição, ω a frequência angular e $k(\vec{x})$ o vetor número de onda. Em um meio homogêneo, $|k(\vec{x})| = k = \omega/c$. Assumindo uma aproximação de onda plana para a Eq. (3.17), a expressão para a pressão acústica pode ser escrita como

$$P(\vec{x}, \omega) = A(\vec{x}) e^{i\omega\tau(\vec{x})} \quad , \quad (3.18)$$

onde $\tau(\vec{x})$ é a função Fase, que varia rapidamente e é comumente conhecida como *Ei-*

$konal^1$, e $A(\vec{x})$ é a função Amplitude, com variação muito mais lenta e que incorpora os efeitos de espalhamento geométrico e vários mecanismos de perda [110, 111]. Superfícies de fase constante, i.e., $\tau(\vec{x}) = \text{constante}$, são as frentes de onda, e as normais a estas frentes de onda são os raios. As funções $\tau(\vec{x})$ e $A(\vec{x})$ estão associadas, respectivamente, às equações *Eikonal* e de Transporte, cujas soluções constituem a base da Teoria de Raios. A aproximação da Acústica Geométrica efetivamente limita a aproximação teórica de raio ao domínio da alta frequência [15], o que iremos analisar a seguir.

3.2.3 Solução de Raios

Aproximação de Alta Frequência

A aproximação de alta frequência ($\lambda \rightarrow 0$, $|\omega| \rightarrow \infty \Rightarrow k \rightarrow \infty$) implica uma variação de velocidade de onda pequena em comparação com o comprimento de onda, ou seja, que a amplitude varie lentamente, de acordo com [110–112]

$$\frac{\nabla^2 A(\vec{x})}{A(\vec{x})} \ll \frac{\omega^2}{c^2} . \quad (3.19)$$

O uso da Teoria de Raios emergiu dos estudos da Ótica e foi estendido para o som na metade do século XX [113]. A solução de raios da equação de *Helmholtz* representa uma aproximação de alta frequência, que é baseada na solução da equação *Eikonal* para a fase da onda propagante, e da equação de Transporte, que representa a amplitude da onda.

A equação *Eikonal* define a geometria dos raios. Um pequeno feixe de raios adjacentes constitui um tubo de raios. A interpretação física da equação de Transporte é que a energia acústica que flui ao longo de um tubo de raios permanece a mesma [114]. “A Teoria de Raios é computacionalmente rápida e os modelos permitem incorporar, facilmente, os efeitos das variações de velocidade do som e das variações de contorno ao longo da distância. Grandes inconvenientes dos modelos de raios estão relacionados com as rupturas da solução na vizinhança de pontos focais e cáusticas, e também devido a serem incapazes de lidar com a difração”². Como o ponto de partida para o Traçamento de Raios é a equa-

¹Palavra grega que significa “imagem” [15].

²Disponível em: <<http://www.siplab.fct.ualg.pt/models.shtml>>. Acesso em: 26 fev. 2015.

ção de onda, aplicando o operador Laplaciano $\nabla^2 [= (\partial^2/\partial x^2) + (\partial^2/\partial y^2) + (\partial^2/\partial z^2)]$ à solução harmônica (Eq. 3.18), e considerando a componente de ∇^2 ao longo de um eixo cartesiano (e.g., o eixo x), obtemos ³ [28]

$$\begin{aligned} \nabla^2 P = \nabla \cdot \nabla P = & [i\omega(\nabla A + i\omega A \nabla \tau) \cdot \nabla \tau \\ & + (\nabla^2 A + i\omega \nabla \tau \cdot \nabla A + i\omega A \nabla^2 \tau)] e^{i\omega \tau} \quad , \end{aligned} \quad (3.20)$$

que é similar para y e z . Aplicando a solução harmônica (Eq. 3.18) e a Eq. (3.20) à equação de *Helmholtz* (Eq. 3.17), e cancelando o termo exponencial, obtemos

$$\underbrace{-\omega^2 A \{[\nabla \tau]^2 - 1/c^2\}}_{1^\circ \text{ termo } (\omega^2)} + \underbrace{i\omega[2\nabla A \cdot \nabla \tau + A \nabla^2 \tau]}_{2^\circ \text{ termo } (\omega^1)} + \underbrace{\nabla^2 A}_{3^\circ \text{ termo } (\omega^0)} = 0 \quad . \quad (3.21)$$

Como a Eq. (3.21) deve ser satisfeita para qualquer frequência ω , os termos com ω^2 , ω^1 e ω^0 devem se igualar a zero. Contudo, há três termos na Eq. (3.21), mas somente duas funções que não dependem de ω : $\tau(\vec{x})$ e $A(\vec{x})$. Por consequência, a Eq. (3.21), não pode ser exatamente satisfeita. Todavia, para altas frequências, os termos mais importantes são o primeiro (com ω^2) e o segundo (com ω^1). Igualando estes termos à zero, chegamos à equação *Eikonal* (Eq. 3.22) e à equação de Transporte (3.23):

$$[\nabla \tau]^2 = \frac{1}{c^2} \quad . \quad (3.22) \quad \quad \quad 2\nabla A \cdot \nabla \tau + A \nabla^2 \tau = 0 \quad . \quad (3.23)$$

Série de *Debye* - Aproximação WKB

Podemos representar a solução da equação de *Helmholtz* na forma da série de *Debye* (análoga à solução WKB⁴), de acordo com a expressão [61, 115]

$$P(\vec{x}, \omega) = e^{i\omega \tau(\vec{x})} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_j(\vec{x})}{(i\omega)^j} \quad , \quad (3.24)$$

onde a função $\tau(\vec{x})$ pode ser tratada como o tempo de percurso do pacote de onda, e $A_j(\vec{x})$ são os coeficientes da série. Tal série é, geralmente, divergente; mas, em certos casos,

³Considerando a identidade vetorial $\nabla \cdot a\vec{b} = \vec{b} \cdot \nabla a + a \nabla \cdot \vec{b}$.

⁴A aproximação WKB, em homenagem a *Wentzel, Kramers e Brillouin*, é uma técnica para obtenção de soluções aproximadas para uma determinada classe de equações diferenciais lineares. Na verdade, outros pesquisadores, como *Jeffreys, Liouville e Green*, apresentaram técnicas similares anteriormente e, por isso, tal aproximação é variadamente referida como WKBJ, JWKB, LG etc. [61].

pode ser assumida como uma aproximação assintótica para a solução exata. Podemos notar que a solução harmônica (Eq. 3.18) corresponde ao termo de ordem zero da Eq. (3.24). Como mencionado, a Acústica Geométrica lida com pequenos comprimentos de onda (altas frequências), considerando que a amplitude $A(\vec{x})$ varia com a posição mais vagarosamente que a fase $\tau(\vec{x})$. A aproximação WKBJ (ou WKB) é uma aproximação de alta frequência para a equação de *Helmholtz* (Eq. 3.17) que busca soluções como a Eq. (3.18), assumindo que os seus comprimentos de onda são muito menores que a escala de comprimento das variações do meio [116]. Em outras palavras, a velocidade do som não deve variar muito em relação ao comprimento de onda [15]. Substituindo a série de *Debye* na Eq. (3.17), obtemos [115]

$$\begin{aligned} \nabla^2 P(\vec{x}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2(\vec{x})} P(\vec{x}, \omega) = e^{i\omega\tau(\vec{x})} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(i\omega)^j} \left\{ \omega^2 \left[\frac{1}{c^2(\vec{x})} - (\nabla\tau(\vec{x}))^2 \right] A_j(\vec{x}) \right. \\ \left. + i\omega [2\nabla\tau(\vec{x}) \cdot \nabla A_j(\vec{x}) + A_j(\vec{x}) \nabla^2 \tau(\vec{x})] + \nabla^2 A_j(\vec{x}) \right\} . \end{aligned} \quad (3.25)$$

Em geral, não podemos considerar que os termos de diferentes potências de ω se anulem mutuamente. Ou seja, os coeficientes da série devem se anular de forma independente [115, 117]. Em particular, a partir dos dois primeiros termos ($j = 0, 1$), obtemos as expressões contendo a primeira e a segunda potência de ω , que resultam, respectivamente, na equação *Eikonal* (Eq. 3.22) e na equação de Transporte (3.23).

Teoria de Raios: Limitações

Talvez a deficiência mais gritante da Teoria de Raios clássica seja a sua incapacidade de prever, com precisão, a intensidade acústica sob certas condições. Especificamente, há casos em que a Teoria de Raios prevê uma região de nível zero de pressão sonora, chamada de zona de sombra, enquanto a Teoria de Onda prediz um pequeno, porém finito, campo. Este comportamento reflete a incapacidade da Teoria de Raios para modelar o processo de difração, que permite o som escapar para as regiões que parecem

inacessíveis, de acordo com a lei de *Snell*. Existem outras regiões, chamadas focos perfeitos, cáusticas e zonas de convergência, em que a Teoria de Raios prevê um nível de pressão sonora infinita, ao passo que a Teoria de Onda prediz um grande, porém finito, campo [118].

Há uma hierarquia de técnicas disponíveis para predição da propagação de pulsos acústicos no oceano, dado o campo de velocidade do som. A aproximação da Ótica Geométrica (Teoria de Raios) é suficiente para prever os tempos de percurso na maioria das situações encontradas em TAO. A aproximação WKBJ trata cáusticas com acurácia e prediz chegadas difratadas que ocorrem em zonas de sombra. Pontos de retorno, contudo, não são acuradamente descritos com aproximação WKBJ [56].

Solução da Equação Eikonal

Tempo de Percurso A equação *Eikonal* (Eq. 3.22) pode ser escrita na forma

$$|\nabla\tau| = \frac{1}{c} \quad , \quad (3.26)$$

que pode ser simplificada como

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{c} \quad \Rightarrow \quad d\tau = \frac{ds}{c} \quad , \quad (3.27)$$

onde ds representa o diferencial da distância percorrida pela onda propagante. e $d\tau$ pode ser interpretado como o tempo de percurso da onda após a sua propagação numa distância ds [110, 112]. Para uma onda se propagando entre dois pontos A e B , o tempo de percurso total corresponde a

$$\tau = \int_A^B \frac{ds}{c} = \int_A^B \frac{1}{c} ds = \int_A^B \sigma ds \quad , \quad (3.28)$$

onde $\sigma = 1/c$ representa a “lentidão” do som.

Equação de Raios

Na Ótica Geométrica, um raio é definido como uma curva ao longo da qual o tempo de percurso é estacionário. A equação *Euler-Lagrange* correspondente a este problema variacional é a equação de Traçamento de Raios [119], dada por

$$\frac{d}{ds} \left[u(\vec{x}) \frac{d\vec{x}}{ds} \right] = \nabla u(\vec{x}) \quad , \quad (3.29)$$

onde \vec{x} é o vetor posição, s o comprimento de arco ao longo do raio e $u(\vec{x})$ a “lenticidade” do som [119]. Considerando a “lenticidade” do som como $\sigma = 1/c$ [110–112], a solução da equação *Eikonal* requer que se resolva o conjunto de equações dado por

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{c} \frac{dx}{ds} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{c} \right), \quad \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{c} \frac{dy}{ds} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{c} \right), \quad \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{c} \frac{dz}{ds} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{c} \right). \quad (3.30)$$

Consideremos um sistema com simetria cilíndrica ($\partial/\partial\varphi = 0$), com os parâmetros relacionados de acordo com a Fig. 3.1, obtida de RODRÍGUEZ [110].

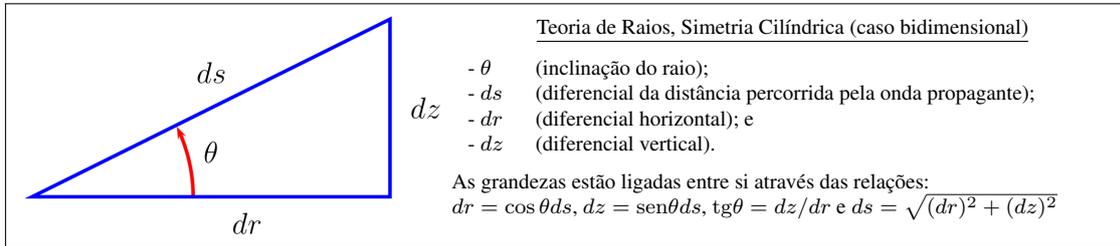


Figura 3.1: Teoria de Raios (simetria cilíndrica). Fonte: RODRÍGUEZ [110], p. 10.

O conjunto de equações da Eq. (3.30) pode, então, ser simplificado como

$$\frac{dr}{ds} = c\sigma_r(s), \quad \frac{dz}{ds} = c\sigma_z(s), \quad \frac{d\sigma_r}{ds} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial c}{\partial r}, \quad \frac{d\sigma_z}{ds} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial c}{\partial z} \quad . \quad (3.31)$$

As condições iniciais para resolver a Eq. (3.31) são dadas por

$$r(0) = r_0, \quad z(0) = z_0, \quad \sigma_r(0) = \frac{\cos(\theta_0)}{c_0}, \quad \sigma_z(0) = \frac{\text{sen}(\theta_0)}{c_0} \quad , \quad (3.32)$$

onde θ_0 é ângulo de lançamento do raio, (r_0, z_0) a posição da fonte e c_0 a velocidade do

som na posição da fonte. Resolvendo o conjunto de equações da Eq. (3.31) e considerando as condições iniciais da Eq. (3.32), podemos determinar os caminhos de raios ao longo do guia de onda. A próxima etapa consiste em determinar as amplitudes dos raios, o que é feito através da solução da equação de Transporte.

Solução da Equação de Transporte

A solução clássica para a pressão acústica ao longo do raio pode ser escrita [111]

$$P(s, \omega) = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{c(s) \cos(\theta_0)}{c_0 J}} e^{-\omega\tau(s)} \quad , \quad (3.33)$$

onde θ_0 é o ângulo de lançamento do raio, c_0 é a velocidade do som na posição da fonte e $\tau(s)$ é o tempo de percurso ao longo do raio. J representa o Jacobiano da transformação entre as coordenadas do raio e as coordenadas cilíndricas. O Jacobiano representa a seção transversal do tubo de raios que liga a posição da fonte à posição do receptor. Os pontos onde $J = 0$ definem as cáusticas do campo de pressão, ou seja, correspondem aos pontos do guia de onda onde o campo de pressão acústica é singular [112]. Ou seja, a solução clássica falha na vizinhança de cáusticas ($J = 0$). A aproximação de feixes Gaussianos permite ultrapassar as singularidades introduzidas pela Eq. (3.33), ao substituir os raios da aproximação clássica por feixes cuja amplitudes decrescem segundo uma curva Gaussiana na perpendicular ao eixo de propagação (Fig. 3.2) [110].

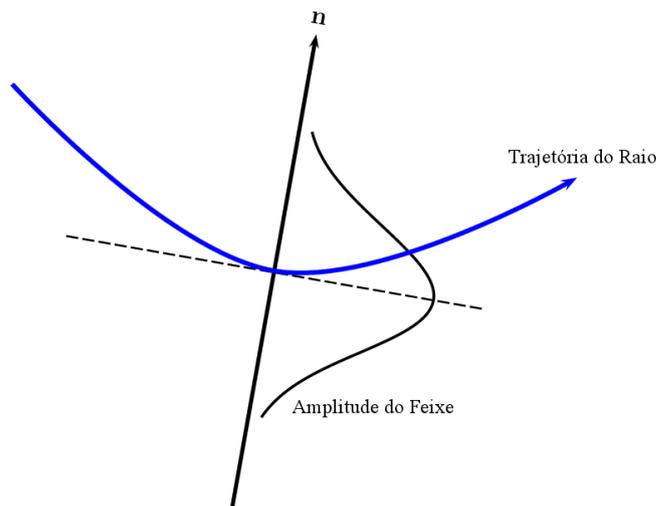


Figura 3.2: Feixe Gaussiano. Fonte: adaptada de RODRÍGUEZ [110], p. 15.

Após as considerações devidas, obtemos a Aproximação de Feixe Gaussiano

$$P(s, n) = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{c(s)}{c_0} \frac{\cos(\theta_0)}{q_{\perp}(s)q(s)}} e^{-i\omega[\tau(s) + \frac{1}{2} \frac{p(s)}{q(s)} n^2]} , \quad (3.34)$$

onde n é a distância normal ao eixo central do feixe Gaussiano, e $p(s)$, $q(s)$ e $q_{\perp}(s)$ são os parâmetros auxiliares que determinam a largura do feixe ao longo do comprimento de arco s . A aproximação dada pela Eq. (3.34) é a base para o cálculo das amplitudes dos raios nos programas TRACEO e cTraceo [111] (ver seção D.1.2).

3.2.4 Solução de Modos

Métodos de modos normais têm sido utilizados por muitos anos em Acústica Submarina. Uma das primeiras referências, e amplamente citada, é devida a *Pekeris* (1948), que desenvolveu a teoria para um modelo simples de duas camadas do oceano. Mais ou menos ao mesmo tempo, *IDE et al.* [120] usaram os modos normais para interpretar a propagação no rio *Potomac* e na baía de *Chesapeake*. Houve um significativo progresso e, atualmente, existem técnicas numéricas capazes de tratar problemas com um número arbitrário de fluido e camadas viscoelásticas [61].

Modos normais são derivados da equação de *Helmholtz*, sendo assumido, inicialmente, o pressuposto de que o meio de propagação é RI. Em seguida, o som é propagado como uma soma de ondas estacionárias individuais no oceano, que não interagem umas com as outras. Cada modo tem uma única velocidade de grupo, e ângulo de propagação correspondente, podendo ser decomposto como o produto de uma função distância e uma função profundidade. No oceano, é impossível calcular diretamente a exata função profundidade de cada modo. Uma aproximação, comumente usada para a função profundidade, é o método *WKB* [121].

Em águas rasas, a razão D/λ é de cerca de 10-100. Essa faixa de valores torna a propagação de ondas acústicas em águas rasas análoga à propagação eletromagnética em um guia de onda dielétrico [52]. A análise da propagação de uma onda plana monocromática através de um guia de onda homogêneo, limitado por interfaces paralelas, conduz naturalmente ao conceito de modos normais, como será abordado a seguir.

Guia de Onda Acústico de Águas Rasas

Para um guia de onda com profundidade D , isovelocidade e fundo absolutamente rígido, o número máximo de modos condutores de energia (modos normais) é determinado pela simples relação $M \approx 2D/\lambda$, sendo λ o comprimento de onda acústica. Por outro lado, uma estimativa análoga para o máximo de raios condutores de energia pode ser escrita sob a forma $M' \approx 2R/D$, onde R é a distância Fonte-Receptor (considerando raios condutores de energia como raios que passam ao longo do guia de ondas por um caminho inferior a $\sqrt{2R}$) [69]. A comparação dessas duas estimativas mostra que, quando a seguinte condição é satisfeita

$$R^2 \gg \frac{2D^2}{\lambda} \quad , \quad (3.35)$$

o número de modos é maior do que o número de raios. Por conseguinte, a energia em um modo individual é significativamente maior do que em cada raio. Esta condição geralmente ocorre em regiões de águas rasas [69].

Um ambiente de águas rasas é extremamente complexo: a superfície e o índice de refração oceânico possuem dependência espacial e temporal, e a presença de heterogeneidades e de navios ruidosos podem frequentemente espalhar, interferir ou mascarar sons mais interessantes [52]. Contudo, como os movimentos de ondas oceânicas e massas de água, bem como de fontes e receptores no volume oceânico, são muito mais lentos quando comparados com a velocidade do som, o oceano pode, em uma primeira aproximação, ser considerado como um meio estacionário (independente do tempo). Além disso, o oceano, bem como o fundo, podem ser considerados como horizontalmente estratificados, uma simplificação que permite uma descrição básica da propagação acústica através de um guia de onda. A variação vertical na estratificação é, tipicamente, muito maior do que a variação horizontal, o que, muitas vezes, permite que sejam negligenciados fenômenos como refração fora do plano de propagação, difração, e espalhamento [52].

Os raios são curvas normais às superfícies de fase constante (*eikonal* constante); no caso de simetria cilíndrica, as trajetórias dos raios são descritas pelas coordenadas r e z , estando contidas no plano vertical que contém a Fonte e o Receptor.

Reflexão e Transmissão nos Contornos do Guia de Onda - Considerando a propagação de um meio 1 (oceano) para um meio 2 (atmosfera ou fundo oceânico), as condições de contorno (interfaces planas) mais comuns em Acústica Submarina são [14]:

- interface ar-oceano: condição *pressure release* ($p = 0$);
- interface oceano-fundo:
 - condição de continuidade de pressão: $p_1 = p_2$, e
 - condição de continuidade da componente vertical (componente normal à interface) da velocidade da partícula: $\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z}$.

A condição *pressure release* (“liberadora de pressão”) para a superfície é uma condição em que a pressão acústica na interface ar-oceano é próxima de zero, a amplitude da onda refletida (no interior do meio oceânico) é quase igual à da onda incidente, e há uma mudança de fase de 180° [15]. Considerando a propagação de um meio 1 para um meio 2, com impedâncias acústicas características expressas, respectivamente por, Z_1 e Z_2 , os possíveis valores para os coeficientes de reflexão de pressão (\mathcal{R}) e de transmissão de pressão (\mathcal{T}), e para a impedância acústica específica $Z_S(\omega)$, correspondem a:

- $Z_2 \gg Z_1$: $\mathcal{R} \rightarrow 1$, $\mathcal{T} \rightarrow 0$ (interface rígida: $|Z_S| = \infty$). A maior parte da energia acústica será refletida, sem mudança de fase;
- $Z_2 \ll Z_1$: $\mathcal{R} \rightarrow -1$, $\mathcal{T} \rightarrow 0$ (interface *pressure release*: $|Z_S| = 0$). A maior parte da energia acústica será refletida, com mudança de fase de 180° ; e
- $Z_2 = Z_1$: $\mathcal{R} = 0$, $\mathcal{T} = 1$ (sem reflexão). Onda completamente transmitida.

Analogia Raio-Modo

Uma abordagem que ajuda na compreensão do mecanismo físico pelo qual os modos se propagam consiste em considerar a propagação de ondas planas em um meio homogêneo limitado por interfaces planas. Cada modo pode ser associado a um raio equivalente, com pontos de retorno (superiores e inferiores) iguais aos do modo.

A Fig. 3.3 representa a propagação de uma onda plana monocromática em um guia de onda idealizado (isovelocidade) de profundidade D . O caminho percorrido pelo raio ($2D \cos \alpha$) provoca uma mudança de fase dada por ϕ_{ABCD} . A mudança de fase total (ϕ_t) corresponde à soma de ϕ_{ABCD} com as mudanças de fase provocadas pelas reflexões (ϕ_f e ϕ_s). Para que haja interferência construtiva, a mudança de fase total (ϕ_t), ao longo do caminho ABCD, deve ser múltipla de 2π :

$$\phi_t = \phi_{ABCD} + \phi_f + \phi_s = 2m\pi \quad , \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad . \quad (3.36)$$

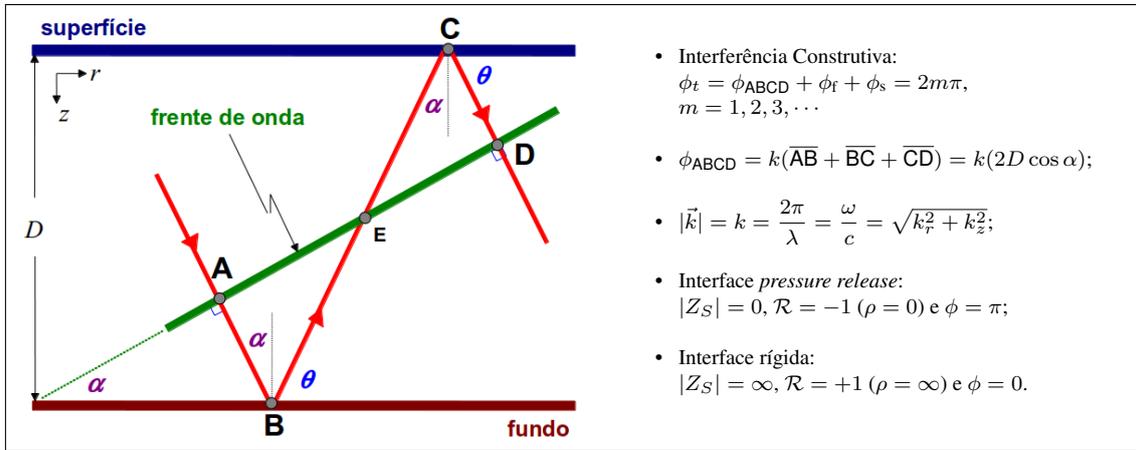


Figura 3.3: Guia de Onda Idealizado (isovelocidade). As frentes de onda incidente e refletida se interferem dentro do guia. Para que haja interferência construtiva, a mudança de fase total (ϕ_t), ao longo do caminho ABCD, deve ser múltipla de 2π . Fonte: adaptada de RIBEIRO [122].

Considerando o número de onda \vec{k} e o ângulo de incidência α , temos

$$|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = \sqrt{k_r^2 + k_z^2} = \sqrt{(k \sin \alpha)^2 + (k \cos \alpha)^2} \quad , \quad (3.37)$$

e, fazendo

$$\phi_{ABCD} = k(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}) = k(2D \cos \alpha) = 2k_z D \quad , \quad (3.38)$$

obtemos, para a Eq. (3.36), a expressão

$$\phi_t = 2k_z D + \phi_f + \phi_s = 2m\pi \quad . \quad (3.39)$$

A interferência construtiva pode ser interpretada como modos discretos que se propagam no guia de ondas, cada um com seu próprio número de onda horizontal [14].

Expansão dos Modos Normais

Ambiente Dependente da Distância Horizontal (RD) - A Equação de *Helmholtz* homogênea em coordenadas cilíndricas (r, φ, z) , para um ambiente RD, i.e., $k = k(r, z)$, considerando simetria cilíndrica ($\partial/\partial\varphi = 0$), pode ser escrita na forma

$$\nabla^2 P(r, z) + \frac{1}{\rho(z)} \nabla \rho(z) \cdot \nabla P(r, z) + k^2(r, z) P(r, z) = 0 \quad , \quad (3.40)$$

onde

- $P(r, z)$ – pressão acústica no domínio da frequência ,
- $\rho(z)$ – densidade, considerada dependente somente da profundidade , e
- $k(r, z)$ – número de onda: $k(r, z) = \omega/c(r, z)$.

Ambiente Independente da Distância Horizontal (RI) - Introduzindo, na Eq. (3.40), uma fonte pontual posicionada em $(0, 0, z_s)$ e representada pelo delta de *Dirac* (ver apêndice E), e assumindo um ambiente RI, i.e., $k = k(z)$, a velocidade do som c será, então, dependente somente da profundidade z , e a Eq. (3.40) poderá ser reescrita na forma [123]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \rho(z) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \frac{\omega^2}{c^2(z)} P = -\frac{\delta(r) \delta(z - z_s)}{2\pi r} \quad . \quad (3.41)$$

Usando a técnica de separação de variáveis, procuramos por uma solução para a forma homogênea da Eq. (3.41), na forma $P(r, z) = \Lambda(r)u(z)$. Substituindo essa expressão na forma homogênea da Eq. (3.41) e dividindo por $\Lambda(r)u(z)$, obtemos

$$\overbrace{\frac{1}{\Lambda} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Lambda}{dr} \right) \right]}^{\text{I}} + \overbrace{\frac{1}{u} \left[\rho(z) \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{du}{dz} \right) + \frac{\omega^2}{c^2(z)} u \right]}^{\text{II}} = 0 \quad , \quad (3.42)$$

onde os termos I e II são funções de r e z , respectivamente. Considerando a constante de separação k_r^2 e igualando os termos I e II, respectivamente, à $-k_r^2$ e k_r^2 , obtemos

$$\text{I)} \quad \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Lambda}{dr} \right) \right] + k_r^2 \Lambda = \frac{d^2 \Lambda}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Lambda}{dr} + k_r^2 \Lambda = 0 \quad , \text{e} \quad (3.43)$$

$$\text{II)} \quad \rho(z) \frac{d}{dz} \left[\frac{1}{\rho(z)} \frac{du(z)}{dz} \right] + \left[\frac{\omega^2}{c^2(z)} - k_r^2 \right] u(z) = 0 \quad . \quad (3.44)$$

A Eq. (3.43) é a equação de distância, e corresponde a uma equação de *Bessel* de ordem zero, cuja solução é uma função de *Hankel* de primeira espécie e ordem zero: $\Lambda(r) = H_0^{(1)}(k_r r)$ [11, 15, 124, 125]. A Eq. (3.44) é a equação de profundidade (equação modal), que descreve a porção de onda estacionária da solução. Cada modo normal pode ser visto, então, como uma onda propagante na direção horizontal r e como uma onda estacionária na direção vertical z [15]. A Eq. (3.44), em conjunto com as condições de contorno apropriadas (superfície e fundo), tem uma série de soluções expressas como $\{k_r = k_{rm}, u(z) = u_m(z)\}$, para $m = 1, 2, 3, \dots$. Podemos associar, então, para cada modo m , o seguinte conjunto de equações:

- Eq. Modal:
$$\rho(z) \frac{d}{dz} \left[\frac{1}{\rho(z)} \frac{du_m(z)}{dz} \right] + \left[\frac{\omega^2}{c^2(z)} - k_{rm}^2 \right] u_m(z) = 0 \quad , \quad (3.45)$$

- Superfície:
$$u_m(z)|_{z=0} = 0 \quad (\textit{pressure release}) \quad , \quad (3.46)$$

- Fundo:
$$u_m(z)|_{z=D} = 0 \quad \text{ou} \quad \left. \frac{du_m(z)}{dz} \right|_{z=D} = 0 \quad (\textit{fundo rígido}) \quad , \text{e} \quad (3.47)$$

- Ortonormalidade:
$$\int_0^D \frac{u_m(z)u_n(z)}{\rho(z)} dz = \delta_{mn} \quad \Rightarrow \quad \int_0^D \frac{1}{\rho} u_m^2 dz = 1 \quad . \quad (3.48)$$

A Eq. (3.45) é um problema de autovalor de *Sturm-Liouville*. Na Eq. (3.48), o símbolo δ_{mn} é o delta de *Kronecker*. O modo de ordem m é caracterizado pela autofunção $u_m(z)$ e pelo autovalor k_{rm} (ou k_{rm}^2), havendo m zeros no intervalo $[0, D]$.

Como as autofunções $u_m(z)$ atendem à condição de ortogonalidade, a pressão acústica pode ser expressa como uma soma de modos normais

$$P(r, z) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m(r) u_m(z) \quad , \quad (3.49)$$

onde $A_m(r)$ representa a amplitude modal. Considerando a função de *Hankel* associada à $A_m(r)$, a expansão da Eq. (3.49) pode ser expressa na forma

$$P(r, z) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m(r) u_m(z) = \frac{i}{4\rho(z_s)} \sum_{m=1}^{\infty} u_m(z_s) u_m(z) H_0^{(1)}(k_{rm}r) \quad , \quad (3.50)$$

onde z_s é a coordenada vertical da posição da fonte.

Campo Distante - As funções de *Hankel* de primeira espécie satisfazem a condição de irradiação no infinito [126]. Considerando grande valores para o argumento $k_{rm}r$, por exemplo, $k_{rm}r \gg 1$ (condição de campo distante), o termo principal da expansão assintótica da função de *Hankel* de primeira espécie e ordem ν pode ser expresso por

$$H_\nu^{(1)}(k_{rm}r) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_{rm}r}} e^{i[k_{rm}r - \nu(\pi/2) - \pi/4]} \quad , \quad \text{para } k_{rm}r \gg 1 \quad . \quad (3.51)$$

Assumido, então, que a fonte está distante o suficiente, para que seja válida a aproximação assintótica da função de *Hankel*, a Eq. (3.50) pode ser reescrita na forma

$$P(r, z) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m(r) u_m(z) \simeq \frac{i}{\rho(z_s) \sqrt{8\pi r}} e^{-i\pi/4} \sum_{m=1}^{\infty} u_m(z_s) u_m(z) \frac{e^{ik_{rm}r}}{\sqrt{k_{rm}}} \quad . \quad (3.52)$$

O autovalor k_{rm} representa a projeção do vetor número de onda \vec{k} no eixo horizontal (radial), atendendo à relação

$$|\vec{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = \sqrt{k_{rm}^2 + k_{zm}^2} \quad , \quad (3.53)$$

onde k_{zm} corresponde à componente vertical do número de onda, para o modo m , e o módulo k independe de m . Por simplificação, passaremos a desconsiderar o subscrito

r de k_{rm} . O valor absoluto de k_m diminui à medida que m aumenta; k_m define igualmente o regime de propagação modal: um modo é dito “confinado” (em inglês, *trapped mode*) quando k_m é real, “fugitivo” (em inglês, *leaky mode*), quando k_m é complexo, e “evanescente”, quando k_m é imaginário. À medida que a frequência diminui, o número de modos confinados vai decrescendo; o valor de frequência para o qual os modos confinados desaparecem (ficando apenas modos fugitivos ou evanescentes) denomina-se “frequência de corte” (em inglês, *cut-off frequency*). Adicionalmente, as curvas de ω versus k_m denominam-se “curvas de dispersão”.

Velocidade de Fase e Velocidade de Grupo

A velocidade de fase c_m e a velocidade de grupo v_m de um modo m são definidas como

$$c_m = \frac{\omega}{k_m} \quad , \quad (3.54) \quad \text{e} \quad v_m = \frac{d\omega}{dk_m} \quad . \quad (3.55)$$

A definição da velocidade de grupo pela Eq. (3.55) implica o cálculo do número de onda para um intervalo de frequências. Uma definição alternativa, em termos de auto-função, corresponde a [127]

$$v_m = \int_0^\infty dz \rho^{-1}(z) u_m^2(z) \left[c_m \int_0^\infty dz \rho^{-1}(z) c^{-2}(z) u_m^2(z) \right]^{-1} = \frac{k_m \int_0^\infty \frac{u_m^2(z) dz}{\rho(z)}}{\omega \int_0^\infty \frac{u_m^2(z) dz}{c^2(z) \rho(z)}} \quad (3.56)$$

Os recíprocos (inversos) de c_m e v_m , denominam-se, respectivamente, “lentidão de fase” e “lentidão de grupo”:

$$\sigma_f = \frac{1}{c_m} = \frac{k_m}{\omega} \quad \text{e} \quad \sigma_g = \frac{1}{v_m} = \frac{dk_m}{d\omega} \quad . \quad (3.57)$$

Num ambiente com profundidade constante e perfil de velocidade do som dependente apenas da profundidade, podemos associar a velocidade de grupo a um tempo modal

de chegada de acordo com a expressão [27]

$$t_m = \frac{R}{v_m} \quad , \quad (3.58)$$

onde R representa a distância entre a fonte e o receptor. A dependência das velocidades de grupo dos modos, em relação à frequência, é descrita pelas curvas de dispersão. Para um conjunto de frequências podemos, então, construir um conjunto de curvas (análogas às curvas de dispersão), com t_m no eixo horizontal e a frequência, no vertical.

Propagação Adiabática

Para a aproximação adiabática, no caso de um meio com dependência fraca da distância horizontal r , a Eq. (3.41) poderá ser reescrita como [61]

$$\frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \frac{\omega^2}{c^2(r, z)} P = -\frac{\delta(r)\delta(z - z_s)}{2\pi r} \quad . \quad (3.59)$$

Para solução do problema RD associado à Eq. (3.59), a expansão dos modos pode ser aproximada por uma expansão “adiabática”

$$P(r, z) = \sum_{m=1}^M H_m(r) u_m(r, z) \quad , \quad (3.60)$$

onde H_m é a amplitude modal e os modos são calculados localmente (ou seja, para cada valor de distância horizontal r). Portanto, o autovalor de ordem m é uma função da distância r : $k_m = k_m(r)$. A equação modal (Eq. 3.45) passa a ser escrita como

$$\rho(r, z) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\rho(r, z)} \frac{\partial u_m(r, z)}{\partial z} \right] + \left[\frac{\omega^2}{c^2(r, z)} - k_m^2(r) \right] u_m(r, z) = 0 \quad . \quad (3.61)$$

Relação de Dispersão e Frequência de Corte

Pela analogia Raio-Modo, considerando um oceano estratificado, com perfil $c(z)$, o número de onda k_m do modo central do grupo (na frequência ω) e o ângulo $\theta_m(z)$, entre o raio equivalente e a horizontal, a relação entre k_m e $\theta_m(z)$ corresponde a [127]

$$\frac{c(z)}{\cos\theta_m(z)} = \frac{\omega}{k_m} = c_m \quad , \quad (3.62)$$

sendo c_m a velocidade de fase do m -ésimo modo. Podemos, por simplicidade, apresentar a relação de dispersão e a frequência de corte para um guia de onda oceânico com isovelocidade, limitado por interfaces planas, a partir da condição de interferência construtiva, dada pela Eq. (3.39). considerando:

- a) ambas interfaces (superfície e fundo) *pressure release*; e
- b) superfície *pressure release* e fundo rígido.

a) Isovelocidade: Interfaces *Pressure Release* (Superfície e Fundo)

A componente vertical do número de onda, para o modo m , atende à equação modal de um guia de onda com isovelocidade e profundidade D , com ambas as interfaces *pressure release* (superfície e fundo), de acordo com

$$\begin{aligned} \phi_t &= 2k_{zm}D + \phi_f + \phi_s = 2k_{zm}D - \pi + \pi = 2m\pi \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \quad k_{zm}D &= m\pi \quad , \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad . \end{aligned} \quad (3.63)$$

A Eq. (3.63) é a equação modal para esse tipo de guia de onda. A componente horizontal do número de onda poderá, então, ser expressa na forma

$$k_{rm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{D}\right)^2} \quad , \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad , \quad (3.64)$$

a partir da qual podemos ter

- Modos Propagantes (confinados): k_{rm} real $m < (kD)/\pi$; e
- Modos Evanesccentes: k_{rm} imaginário $m > (kD)/\pi$.

A Eq. (3.64) corresponde à relação de dispersão e pode ser expressa como

$$\omega = c\sqrt{k_{rm}^2 + \left(\frac{m\pi}{D}\right)^2} . \quad (3.65)$$

A Eq. (3.65) mostra que o modo de ordem m somente tem números de onda horizontais para frequências acima da frequência de corte f_{0m} , dada por

$$f_{0m} = \frac{\omega_{0m}}{2\pi} = \frac{mc}{2D} . \quad (3.66)$$

As velocidades de fase e de grupo correspondem, respectivamente, às Eq. (3.54) e Eq. (3.55), respectivamente. As condições de fronteira requerem que a pressão se anule nas interfaces superior e inferior. As autofunções $u_m(z)$ devem, então, satisfazer

$$u_m(z)|_{z=0} = 0 \quad \text{e} \quad u_m(z)|_{z=D} = 0 . \quad (3.67)$$

Temos, então, que

$$u_m(z) = \text{sen}\left(\frac{m\pi z}{D}\right) , \quad m = 1, 2, 3, \dots . \quad (3.68)$$

b) Isovelocidade: Superfície *Pressure Release* e Fundo Rígido

A partir da Eq. (3.39), temos

$$\begin{aligned} \phi_t &= 2k_{zm}D + 0 + \pi = 2m\pi \Rightarrow \\ \Rightarrow k_{zm}D &= \left(m - \frac{1}{2}\right)\pi , \end{aligned} \quad (3.69)$$

e, então, a componente horizontal do número de onda pode ser expressa por

$$k_{rm} = \sqrt{k^2 - \left[\left(m - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{D} \right]^2} , \quad (3.70)$$

que corresponde à relação de dispersão (dispersão modal)

$$\omega = c \sqrt{k_{rm}^2 + \left[\left(m - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{D} \right]^2} . \quad (3.71)$$

A frequência mínima para que a Eq. (3.71) possa ser usada (f_{0m}) é

$$f_{0m} = \frac{\omega_{0m}}{2\pi} = \frac{\left(m - \frac{1}{2} \right) c}{2D} \quad (3.72)$$

As autofunções $u_m(z)$ devem satisfazer as condições

$$u_m(z)|_{z=0} = 0 \quad \text{e} \quad \left. \frac{du_m(z)}{dz} \right|_{z=D} = 0 . \quad (3.73)$$

Temos, então, as autofunções dadas por

$$u_m(z) = \sqrt{\frac{2\rho}{D}} \text{sen}(k_{zm}z) . \quad (3.74)$$

O campo de pressão poder ser dado por

$$P(r, z) = \frac{i}{2D} \sum_{m=1}^{\infty} \text{sen}(k_{zm}z_s) \text{sen}(k_{zm}z) H_0^{(1)}(k_{rm}r) , \quad (3.75)$$

onde $H_0^{(1)}$ corresponde à função de *Hankel* de primeira espécie e ordem 0.

3.3 Processamento de Sinal

Experimentos acústicos consistem na medição, em um receptor, do sinal devido a uma fonte; portanto, podem ser considerados problemas de filtragem, em que se mede a função de transferência. As ferramentas matemáticas da Teoria de Filtragem são a transformada integral de *Fourier*, a integral de convolução e a integral de correlação [128]. Um sinal que se propaga no oceano é transformado durante o seu percurso através do volume oceânico; tal transformação se encontra resumida num processo de convolução entre o sinal transmitido e a resposta impulsiva oceânica; o processo de convolução é, então, distorcido pelo aditivo ruído/interferência [129]. Os dois atributos mais importantes de um sistema são a linearidade e a invariância no tempo [130]. Em muitos casos, o canal sonoro oceânico pode ser modelado como um Sistema Linear Invariante no Tempo⁵ (SLIT), para o qual a função de transferência e a resposta impulsiva possam ser definidos (para a duração de uma transmissão) [56]. Um SLIT pode ser completamente caracterizado pela sua resposta impulsiva (ver seção E.4) [131].

3.3.1 Resposta Impulsiva do Oceano

A resposta impulsiva de um guia de onda oceânico caracteriza os efeitos de propagação do guia de onda no sinal transmitido. Quando o sinal transmitido é conhecido, estimativas da resposta impulsiva podem ser obtidas pelo processamento dos sinais recebidos em sensores localizados no guia de onda, tendo em vista que os sinais recebidos correspondem à convolução do sinal transmitido com a resposta impulsiva [129].

O Oceano como um Filtro Linear

O padrão da energia acústica proveniente de uma fonte pontual no oceano tem uma complicada estrutura espacial, devido ao canal sonoro oceânico. O campo acústico gerado por tal fonte também possui uma estrutura temporal. A estrutura temporal do campo recebido é determinada pela combinação da estrutura temporal da fonte com a propagação [132]. Como a equação de onda, para sinais acústicos de pequena amplitude,

⁵Em inglês, *Linear Time-Invariant System* (LTI System).

é linear, podemos representar o meio oceânico (em geral) como um filtro randômico, linear e variante no tempo e no espaço [133]. Se a resposta impulsiva do canal não se altera no período de duração do sinal, o sistema pode ser considerado um SLIT [134].

Função de Transferência

A função de transferência do canal oceânico é justamente a Transformada de *Fourier* da resposta impulsiva [135]. Então, considerando o canal oceânico como um SLIT no tempo contínuo com resposta impulsiva $h(t)$, as funções $x(t)$ e $y(t)$ como, respectivamente, entrada e saída, e o fato de que a Transformada de *Fourier* da convolução de duas funções corresponde ao produto das suas Transformadas de *Fourier*, temos

$$F\{y(t)\} = F\{x(t) * h(t)\} \Rightarrow Y(f) = X(f) \cdot H(f) \Rightarrow H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} \quad , \quad (3.76)$$

onde F é o operador da Transformada de *Fourier* e $H(f)$, a função de transferência.

3.3.2 Padrão de Chegada

Padrão de Chegada é definido como o valor absoluto da pressão acústica complexa recebida em um receptor, no domínio do tempo [136]. Em transmissões acústicas de longo alcance, em ambientes de águas profundas, as primeiras chegadas de raios podem ser suficientemente descritas usando a Teoria de Raios, estando relacionadas aos raios que se propagam mais afastados do eixo do canal acústico. As chegadas mais atrasadas, contudo, são resultante da interferência de um grande número de raios que se propagam próximo ao eixo do canal. Pela Teoria dos Modos Normais, as chegadas mais atrasadas podem ser descritas pelos primeiros modos, enquanto as primeiras chegadas são resultantes da interferência de um grande número de modos de ordem superior. Portanto, uma boa estratégia para o cálculo dos padrões de chegada e modelagem, em águas profundas, é o uso da Teoria de Raios para as primeiras chegadas e da Teoria dos Modos Normais para as demais chegadas [137]. Em ambiente de águas rasas, contudo, ocorre o oposto: em padrões de chegada de sinais de banda larga, as primeiras chegadas estão associadas aos modos, e as chegadas mais atrasadas, aos raios [35].

Estimativa de Resposta Impulsiva

Uma das etapas preliminares na análise das transmissões acústicas consiste em calcular os padrões de chegada do sinal emitido $s(t, z_s)$ e do sinal recebido $r(t, z_r)$. O padrão de chegada corresponde a uma estimativa da resposta impulsiva do canal de propagação $h(t)$ [138]. Em um guia de onda ideal, a resposta impulsiva do canal consiste em impulsos atrasados, correspondentes aos vários caminhos de propagação. A resposta impulsiva típica, que leva em conta múltiplas reflexões (mas ignora pontos de espalhamento), é o somatório discreto de funções impulso $\delta(t - \tau_i)$, ponderadas com as amplitudes a_i e atrasadas pelos tempos de percurso τ_i [134, 138]

$$h(t) = \sum_{i=1}^T a_i \delta(t - \tau_i) \quad . \quad (3.77)$$

No caso real, $s(t, z_s)$ possui uma largura de banda finita Δf , o que impõe uma resolução temporal $(\Delta f)^{-1}$ ao padrão de chegada. Assim sendo, o padrão de chegada, em vez de corresponder a uma soma de funções impulso atrasadas e ponderadas (de largura nula), corresponderá, aproximadamente, a uma soma de funções “sinc” (atrasadas e ponderadas), e de largura temporal $\Delta t \approx (\Delta f)^{-1}$ [138]. A Fig. 3.4 exemplifica um padrão de chegada típico do ambiente do experimento INTIMATE96, para o hidrofone posicionado na profundidade de 35 m.

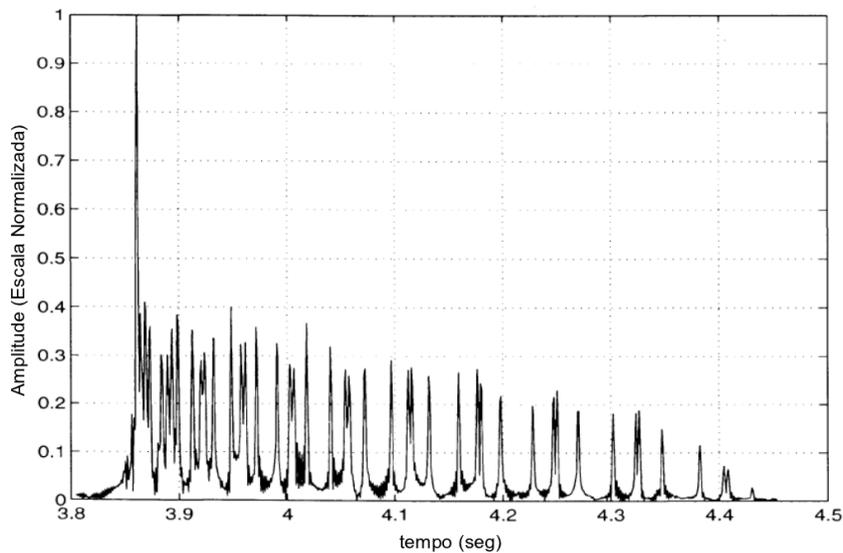


Figura 3.4: Estimativa de resposta impulsiva (padrão de chegada) típica da propagação acústica no ambiente do experimento INTIMATE96. Modificada de STÉPHAN *et al.* [53].

Capítulo 4

Tomografia Acústica Oceânica

Antes de descrevermos a metodologia correspondente ao problema clássico de TAO, cumpre destacar alguns aspectos que tornam a TAO diferente das demais técnicas tomográficas. Tomemos, como exemplo, o uso na Sismologia e na Medicina. Em Sismologia, a inversão do tempo de percurso, para mapear o interior da Terra, tem sido o procedimento consagrado ao longo do tempo, uma vez que a Terra não é facilmente acessível para medições intrusivas diretas. Em contraste, os oceanos são acessíveis para medições intrusivas diretas, mas as limitações são definidas pela custosa disponibilidade de plataformas para uma amostragem adequada. Ao contrário das aplicações sísmicas, a variabilidade de tempo no oceano é uma componente essencial, mas os requisitos para a amostragem no tempo e no espaço são severos. No caso da Tomografia Médica, a TAO difere em aspectos como escala espacial, escala temporal, tecnologia envolvida, trajetória dos raios e quantidade de dados, dentre outros. Além disso, a Tomografia Médica constitui um procedimento autônomo que não necessita de informação *a priori* [56].

Grosso modo, o problema de reconstrução do oceano está incorreto no sentido matemático estrito pois, para encontrarmos a solução, é necessário, primeiramente, a introdução de alguma informação *a priori* sobre o ambiente e, secundariamente, alguns procedimentos de regularização. Como informação *a priori*, geralmente é usado um perfil de velocidade do som de referência que, normalmente, é obtido a partir de dados climatológicos (média histórica) [139]. Assumindo, então, um perfil de referência $c_0(\vec{x})$, podemos explorar as perturbações de tempo de percurso (δt) para calcular as perturbações de velo-

cidade do som $\delta c(\vec{x})$ em relação ao perfil de referência

$$c(\vec{x}) = c_0(\vec{x}) + \delta c(\vec{x}) \quad . \quad (4.1)$$

A Eq. (4.1) constitui a base do problema tomográfico oceânico.

4.1 Tomografia por Tempo de Percurso de Raio

4.1.1 Problema Direto

Tempo de Percurso e Linearização

Consideremos, para um ambiente RI, as seguintes notações:

$$\text{Ambiente RI} \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{– Perfil de referência:} \quad c_0(z); \\ \text{– Perturbação de } c_0(z) : \quad \delta c(z); \text{ e} \\ \text{– Perfil perturbado:} \quad c(z). \end{array} \right.$$

Consideremos, também, a pequena magnitude de $\delta c(z)$

$$\delta c(z) = c(z) - c_0(z) \ll c_0(z) \quad , \quad (4.2)$$

e as seguintes equações

$$\bullet \quad \delta t = t_1 - t_0 \quad : \quad \delta t = \int_{\Gamma_1} \frac{ds}{c_0(z) + \delta c(z)} - \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{c_0(z)} \quad , \text{ e} \quad (4.3)$$

$$\bullet \quad \delta c(z) \ll c_0(z) : \quad t_1 = \int_{\Gamma_1} \frac{ds}{c_0(z)} \left\{ 1 - \frac{\delta c(z)}{c_0(z)} + \left[\frac{\delta c(z)}{c_0(z)} \right]^2 - \dots \right\} \quad , \quad (4.4)$$

onde Γ_1 e Γ_0 representam os autorraios que correspondem, respectivamente, aos perfis perturbado e de referência. No caso de pequenas perturbações (Eq. 4.2), podemos considerar $\Gamma_1 \approx \Gamma_0$ [138], e a Eq. (4.3) pode ser reescrita como

$$\delta t_i = t_{1i} - t_{0i} = \int_{\Gamma_i} \frac{ds}{c(z)} - \int_{\Gamma_i} \frac{ds}{c_0(z)} \approx - \int_{\Gamma_i} \frac{\delta c(z)}{c_0^2(z)} ds \quad , \quad (4.5)$$

que expressa δt ao longo de um autorraio não perturbado Γ_i .

Sistema de Equações Lineares

Em Acústica Oceânica, o Problema Direto (PD), grosso modo, consiste na solução da equação de onda: dados o campo $c(\vec{x})$ e as características da Fonte, deseja-se obter a estrutura do sinal recebido no Receptor (obter os tempos de percurso, correspondentes aos múltiplos caminhos). A equação representativa do PI linear, associado à TAO clássica, corresponde à Eq. (2.4), apresentada na seção 2.2.3. Nessa equação matricial, as linhas da matriz E conectam os dados (δt) e os parâmetros do modelo (δc), resultando em equações lineares que contêm a física do PD e a geometria do arranjo experimental [58].

4.1.2 Identificação dos Raios

Na TAO clássica, baseada em chegadas de raios, cada pico do sinal medido é associado a um raio específico, sendo essencial, portanto, relacionar os picos do padrão de chegada medido com os picos do padrão de chegada predito (referente ao perfil c_0 , obtido a partir de dados históricos). A Fig. 4.1, modificada de MUNK *et al.* [56], ilustra a comparação entre os padrões de chegada gravado e predito, para um experimento realizado em 1983, a oeste das Ilhas Bermudas (HOWE *et al.* [140]).

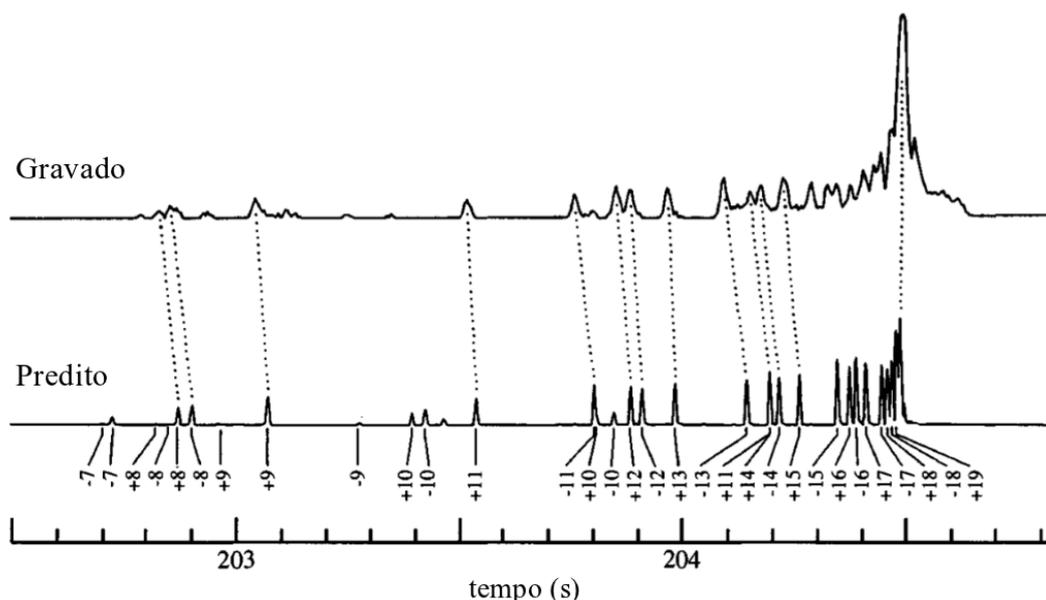


Figura 4.1: Padrões de chegada gravado e predito (HOWE *et al.* [140]). As linhas tracejadas ligam os picos correspondentes às chegadas de raio efetivamente usadas. Os números de pontos de retorno de cada raio são acompanhados do sinal + ou -, que indicam que o raio saiu da Fonte, respectivamente, para cima ou para baixo. Fonte: adaptada de MUNK *et al.* [56], p. 10.

4.1.3 Problema Inverso

Na TAO clássica, embora a variável a ser determinada, $\delta c(\vec{x})$, corresponda a um parâmetro continuamente distribuído no volume oceânico, o que obtemos é um conjunto discreto de valores. Como a variável pretendida corresponde a um parâmetro espacialmente distribuído, podemos discretizar o meio de propagação. Com objetivo meramente ilustrativo, MUNK e WUNSCH [18] discretizaram o espaço oceânico em células elementares (áreas e volumes) não sobrepostas, cada célula elementar correspondendo a um valor médio de δc . Esses autores consideraram um oceano canônico (Perfil Canônico de *Munk*), e definiram subáreas para uma área horizontal (1000 km x 1000 km) e uma área vertical (1000 km x 5 km), considerando também um volume oceânico dividido em 7 camadas.

Outro exemplo de discretização corresponde à abordagem feita por RODRÍGUEZ e JESUS [76] (ver seção 2.2.3), que consideraram a coluna de água discretizada em L camadas. Seguindo essa abordagem, para um ambiente RI, i.e., $\delta c(\vec{x}) = \delta c(z)$, e M chegadas de autorraio resolvidas, a Eq. (2.4), com $n=0$, pode ser reescrita na forma

$$\mathbf{E}\Delta\mathbf{c} = \delta\mathbf{t} \Rightarrow \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & \dots & E_{1L} \\ E_{21} & E_{22} & \dots & E_{2L} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ E_{M1} & E_{M2} & \dots & E_{ML} \end{bmatrix}_{M \times L} \times \begin{bmatrix} \Delta c_1 \\ \Delta c_2 \\ \vdots \\ \Delta c_L \end{bmatrix}_{L \times 1} = \begin{bmatrix} \delta t_1 \\ \delta t_2 \\ \vdots \\ \delta t_M \end{bmatrix}_{M \times 1}, \quad (4.6)$$

com expressão analítica dada por

$$\delta t_i = \sum_{j=1}^L E_{ij} \Delta c_j, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M, \quad (4.7)$$

onde Δc_j corresponde a uma média de $\delta c(z)$ na j -ésima camada. A matriz de observação \mathbf{E} é altamente dependente da discretização escolhida, podendo ser expressa como

$$\mathbf{E} = [E_{ij}]_{M \times L} = \left[-\frac{\Delta s_{ij}}{c_0^2} \right]_{M \times L}, \quad (4.8)$$

sendo Δs_{ij} o i -ésimo comprimento de raio dentro da j -ésima camada.

O aumento do número de camadas aumenta a sensibilidade à variabilidade do meio, mas aumenta, também, o custo computacional. Um número incorreto de camadas pode afetar o resultado da inversão. Os parâmetros do modelo devem ser estruturados de forma a serem oceanograficamente significativos, possibilitando uma representação eficiente da variabilidade oceânica. A fim de reduzir o número de variáveis desconhecidas, sem perda da acurácia, recorre-se, usualmente, a um conjunto linear de funções de base, $\mathcal{B}_k(\vec{x})$, descrevendo a estrutura vertical e horizontal da perturbação de velocidade do som:

$$\delta c(\vec{x}) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathcal{B}_k(\vec{x}) \quad , \quad (4.9)$$

onde \mathcal{B}_k corresponde à k -ésima função de base, e α_k é o coeficiente de expansão correspondente. Os coeficientes α_k passam a ser, então, os elementos que pretendemos calcular. Como o oceano varia lentamente na direção horizontal, a dependência horizontal pode ser representada por uma série de *Fourier* truncada; a dependência vertical pode ser assumida com base no conhecimento dos modos verticais dominantes da variabilidade oceânica. Em sua primeira demonstração de Tomografia Oceânica, em 1981, *Cornuelle* usou Funções Ortogonais Empíricas (em inglês, *Empirical Orthogonal Functions*: EOFs), que ainda constituem uma das escolhas atuais. Outras funções de base (e.g, modos de *Rossby*) também têm sido utilizadas [9]. Para um ambiente RI, temos

$$\delta c(z) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \mathcal{B}_k(z) \quad . \quad (4.10)$$

Substituindo a Eq. (4.10) na Eq. (2.2), obtemos

$$\delta t_i \approx - \int_{\Gamma_i} \frac{\delta c(z)}{c_0^2(z)} ds \approx - \sum_{k=1}^K \alpha_k \left[\int_{\Gamma_i} \frac{\mathcal{B}_k(z)}{c_0^2(z)} ds \right] \quad . \quad (4.11)$$

4.1.4 Funções Ortogonais Empíricas

Para um ambiente RI, considerando um determinado número de perfis $\{c_n(z)\}$, sendo tais perfis obtidos a partir de dados históricos de parâmetros oceanográficos, podemos expressar os elementos de uma matriz de covariância $\mathbf{V} = \{V_{ij}\}$ na forma [139]

$$V_{ij} = \frac{1}{N_{\text{perfis}}} \sum_{n=1}^{N_{\text{perfis}}} [c_n(z_i) - c_0(z_i)] * [c_n(z_j) - c_0(z_j)] \quad , \quad (4.12)$$

onde i e j são os índices das profundidades nas quais a velocidade do som é amostrada ($i, j = 1, \dots, K$), $c_0(z)$ é a média dos perfis e N_{perfis} é o número de perfis. Podemos, então, expressar a matriz \mathbf{V} de acordo com

$$\mathbf{V} = \frac{1}{N_{\text{perfis}}} \sum_{n=1}^{N_{\text{perfis}}} \begin{bmatrix} \Delta c_n(z_1)\Delta c_n(z_1) & \cdots & \Delta c_n(z_1)\Delta c_n(z_K) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta c_n(z_K)\Delta c_n(z_1) & \cdots & \Delta c_n(z_K)\Delta c_n(z_K) \end{bmatrix} \quad . \quad (4.13)$$

As EOFs são as autofunções (autovetores) $\mathbf{F}(z_i) = [F_1(z_i), F_2(z_i), \dots, F_K(z_i)]$ da matriz de covariância \mathbf{V} , atendendo à relação

$$\mathbf{V}\mathbf{F} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{F} \quad , \quad (4.14)$$

onde $\mathbf{\Lambda}$ é a matriz diagonal de autovalores. Portanto, a velocidade do som, em qualquer profundidade z_i , corresponde a [141]

$$c(z_i) = c_0(z_i) + \sum_{k=1}^K \alpha_k F_k(z_i) \quad . \quad (4.15)$$

O que se pretende é estimar os coeficientes α_k . Uma das vantagens de utilizarmos as EOFs se deve ao fato de serem suficientes apenas algumas EOFs (2 ou 3, na maioria dos casos) para representar um perfil, com acurácia aceitável.

4.2 Tomografia por Tempo de Percurso Modal

Podemos representar a solução da equação de *Helmholtz* (Eq. 3.40), a uma distância r , como uma soma de modos locais

$$P(r, z) = \sum_{m=1}^M |H_m| e^{i\phi_m} u_m \quad , \quad (4.16)$$

onde H_m corresponde à amplitude modal, ϕ_m à fase modal e u_m à autofunção modal. A fase modal, a uma distância R , pode ser obtida por [27, 57]

$$\phi_m = \int_0^R k_m(r) dr \quad , \quad (4.17)$$

onde $k_m(r)$ é o autovalor de ordem m , determinado para cada distância r , estando associado à equação de profundidade (equação diferencial ordinária definida em z). A pressão acústica, no domínio do tempo, pode ser expressa como uma combinação linear de modos

$$p(r, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} p_m(r, z, t) \quad , \quad (4.18)$$

onde cada termo, por transformada de *Fourier*, pode ser expresso como

$$p_m(r, z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} |H_m| e^{i(\phi_m - \omega t)} u_m d\omega \quad . \quad (4.19)$$

Pela condição de fase estacionária ($\phi_m - \omega t = 0$), e pela definição de fase modal (Eq. 4.17), obtemos a expressão que relaciona o tempo de percurso modal à fase modal

$$t_m = \frac{\partial \phi_m}{\partial \omega} \quad . \quad (4.20)$$

A perturbação de fase modal pode ser relacionada à perturbação do número de onda pela expressão

$$\delta \phi_m(r) = \int \delta k_m(r) dr \quad , \quad (4.21)$$

com a perturbação do número de onda expressa por [27]

$$\delta k_m = \int_0^{\infty} Q_m \delta c dz \quad , \quad (4.22)$$

onde Q_m é uma função dos parâmetros do ambiente referência (não perturbado)

$$Q_m = -\frac{\omega^2}{k_m} \frac{1}{\rho c^3} u_m^2 \quad . \quad (4.23)$$

A perturbação de tempo de percurso modal, à distância R , pode ser expressa por

$$\delta t_m = \int_0^R \int_0^\infty \frac{\partial Q_m}{\partial \omega} \delta c(r, z) dz dr \quad . \quad (4.24)$$

Numa primeira aproximação, para o caso RI, a perturbação de tempo de percurso modal, para uma distância R e coluna de água de profundidade D , pode ser expressa por

$$\delta t_m = R \int_0^D \frac{\partial Q_m}{\partial \omega} \delta c(z) dz \quad . \quad (4.25)$$

4.3 Discretização

Frequentemente procuramos discretizar o conjunto de parâmetros do modelo, a fim de que o PI possa ser resolvido através de métodos de álgebra linear. Discretizando a coluna de água em um sistema de L camadas, $L + 1$ profundidades $z_l = [0, z_2, \dots, z_{L+1}]$, como ilustrado na Fig. 4.2, com Δc_l correspondendo a uma média de δc na l -ésima camada, podemos considerar uma matriz $\Delta \mathbf{c}$ com L elementos Δc_l [76, 142].

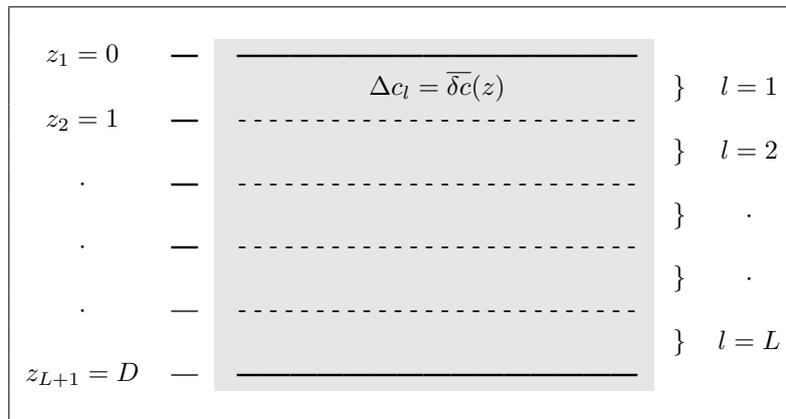


Figura 4.2: Representação esquemática da discretização da coluna de água em L camadas. Cada Δc_l corresponde a uma média de δc na l -ésima camada.

Então, a Eq. (4.25) pode ser expressa por

$$\delta t_m = \sum_{l=1}^L \overbrace{R \int_{z_l}^{z_{l+1}} \left(\frac{\partial Q_m}{\partial \omega} \right) \delta c dz}^{(I)} \quad . \quad (4.26)$$

Fazendo uma aproximação para a expressão (I) da Eq. (4.26)

$$R \int_{z_l}^{z_{l+1}} \left(\frac{\partial Q_m}{\partial \omega} \right) \delta c dz \approx \Delta c_l \overbrace{R \int_{z_l}^{z_{l+1}} \left(\frac{\partial Q_m}{\partial \omega} \right) dz}^{G_{ml}} \quad , \quad (4.27)$$

onde cada Δc_l corresponde a uma média de δc na l -ésima camada, a equação de tempo de percurso modal (Eq. 4.25) pode ser expressa na forma

$$\delta t_m \approx \sum_{l=1}^L G_{ml} \Delta c_l \quad , \quad m = 1, 2, 3, \dots, M \quad , \quad (4.28)$$

que corresponde à expressão analítica de um sistema linear com equação matricial

$$\mathbf{G} \Delta \mathbf{c} = \delta \mathbf{t} \Rightarrow \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1L} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{M1} & G_{M2} & \dots & G_{ML} \end{bmatrix}_{M \times L} \times \begin{bmatrix} \Delta c_1 \\ \Delta c_2 \\ \vdots \\ \Delta c_L \end{bmatrix}_{L \times 1} = \begin{bmatrix} \delta t_1 \\ \delta t_2 \\ \vdots \\ \delta t_M \end{bmatrix}_{M \times 1} \quad , \quad (4.29)$$

a qual relaciona um conjunto de M perturbações de tempo de percurso ($\delta \mathbf{t}$) a um conjunto de L valores médios de perturbação de velocidade do som ($\Delta \mathbf{c}$), através do operador \mathbf{G} . A Eq. (4.29) representa, então, a formulação de um PI discreto, onde $\Delta \mathbf{c}$ é o que se deseja determinar. Se $L < M$ (menos camadas que perturbações de tempos de percurso), a solução é dada por mínimos quadrados (ver seção A.4)

$$\Delta \mathbf{c} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T (\delta \mathbf{t}) \quad . \quad (4.30)$$

4.4 Parametrização

Quando um PI é formulado em termos de espaços de funções de dimensão infinita, e discretizado para fins computacionais, aparece um erro de discretização. Como PIs são, normalmente, malpostos (ver seção A.1), negligenciar esse erro pode ter consequências graves para a qualidade da reconstrução [143]. O objetivo da parametrização é reduzir a dimensionalidade do PI de modo controlado. Cada elemento do vetor de parâmetros do modelo (δc) constitui uma função que pode ser expressa como uma expansão em termos de funções de base. Se as funções de base forem linearmente independentes, então a expansão será única. Se, além disso, forem ortogonais, os coeficientes da expansão poderão ser facilmente calculados (ver seção F.4.5). A expressão formal da parametrização é uma combinação linear de funções de base ortogonais. Em geral, a perturbação de velocidade do som pode ser expressa como uma expansão na forma [144]

$$\delta c(z) = \sum_{i=1}^I \alpha_i F_i(z) \quad , \quad (4.31)$$

onde $F_i(z)$ corresponde à i -ésima função ortogonal, e α_i é o coeficiente de expansão correspondente. O que se pretende determinar são, então, os elementos do vetor α . Pela Eq. (4.31), podemos expressar a Eq. (4.25) por

$$\delta t_m = \sum_{i=1}^I \alpha_i \underbrace{\left[R \int_0^D \left(\frac{\partial Q_m}{\partial \omega} \right) F_i(z) dz \right]}_{\Gamma_{mi}} = \sum_{i=1}^I \alpha_i \Gamma_{mi} \quad , \quad (4.32)$$

onde Γ representa uma matriz cujos elementos relacionam os tempos de percurso às amplitudes das funções ortogonais. A partir da Eq. (4.32) podemos obter a equação matricial

$$\Gamma \alpha = \delta t \Rightarrow \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \dots & \Gamma_{1I} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \dots & \Gamma_{2I} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma_{M1} & \Gamma_{M2} & \dots & \Gamma_{MI} \end{bmatrix}_{M \times I} \times \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_I \end{bmatrix}_{I \times 1} = \begin{bmatrix} \delta t_1 \\ \delta t_2 \\ \vdots \\ \delta t_M \end{bmatrix}_{M \times 1} \quad , \quad (4.33)$$

cuja solução é dada por

$$\alpha = (\Gamma^T \Gamma)^{-1} \Gamma^T (\delta t) \quad . \quad (4.34)$$

No presente trabalho, foram considerados, como funções ortogonais, os polinômios de *Chebyshev* de primeira espécie, e os elementos da matriz Γ foram determinados de acordo com a seguinte formulação

$$\Gamma_{mi} = R \int_0^D \left(\frac{\partial Q_m}{\partial \omega} \right) T_{i-1}(z) dz \quad . \quad (4.35)$$

Para alterar o intervalo de integração de $[0, D]$ para $[-1, 1]$ (intervalo de ortogonalidade dos polinômios de *Chebyshev*), aplicou-se mudança de variável

$$x = \frac{2z}{D} - 1 \quad \Rightarrow \quad dx = \frac{2}{D} dz \quad \Rightarrow \quad dz = \frac{D}{2} dx \quad , \quad (4.36)$$

e a Eq. (4.35) foi reescrita na forma

$$\Gamma_{mi} = \frac{1}{2} RD \int_{-1}^1 \left(\frac{\partial Q_m}{\partial \omega} \right) T_{i-1}(x) dx \quad . \quad (4.37)$$

Por conseguinte, a Eq. (4.31) foi reescrita como

$$\delta c = \sum_{i=1}^I \alpha_i T_{i-1}(x) \quad , \quad -1 \leq x \leq 1 \quad . \quad (4.38)$$

4.5 Chegadas Não Sincronizadas

Classicamente, a TAO utiliza variações de tempo de percurso para obter, por inversão, perturbações de velocidade do som; isso pressupõe uma sincronização muito precisa do relógio da fonte com o do receptor [145]. Uma das condições para a realização de TAO é a existência de tempos de percurso absolutos com erro inferior a 1 ms. Contudo, esta condição implica especificações para os sistemas de sincronismo e posicionamento Fonte-Receptor que são difíceis de obter, principalmente em sistemas com fontes rebocadas e

cadeias de hidrofones derivantes [146].

De acordo com FELISBERTO [146], uma forma de relaxar as imposições sobre o sistema de aquisição seria utilizar, num primeiro estágio, um procedimento para inverter a perturbação média global entre a fonte e o conjunto de hidrofones, considerando como parâmetros de inversão, por exemplo, as posições dos sensores. Um segundo estágio consistiria em estimar a estrutura espacial da perturbação, com base nos valores médios obtidos anteriormente, para diferentes caminhos de raios na região de interesse. Como primeiro estágio poderíamos considerar, por exemplo, o MFP, que permite estimar a perturbação média da velocidade do som, no eixo de propagação Fonte-Receptor, sem a necessidade de um sistema de medição dos tempos de percurso, permitindo ainda um certo grau de incerteza no posicionamento Fonte-Receptor (ao nível do erro dado pelo GPS e sensores de profundidade), que são incluídos como parâmetros de inversão.

Caso Ideal - no caso ideal, como ilustrado na Fig. 4.3, o vetor de perturbações de tempo de percurso δt pode ser obtido por

$$\delta t = t^{\text{real}} - t^{\text{model}} \quad , \quad (4.39)$$

onde o vetor t^{real} representa o conjunto de tempos correspondentes aos máximos locais significativos do padrão de chegada (dados gravados), e o vetor t^{model} , o conjunto de chegadas obtidas por um modelo.

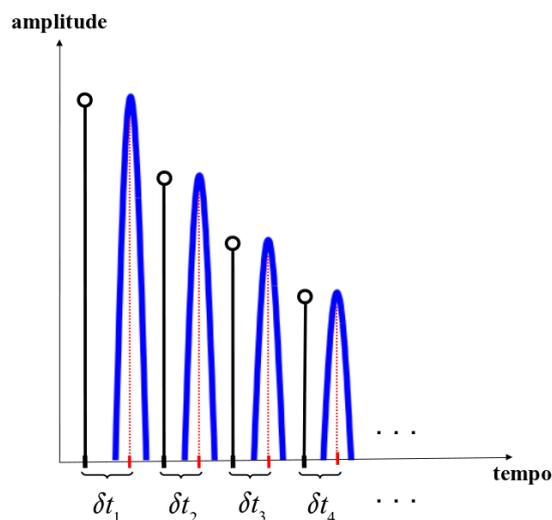


Figura 4.3: Caso ideal: diferenças de tempos de percurso entre tempos relacionados aos máximos do padrão de chegada (linha azul) e tempos calculados pelo modelo (linhas pretas).

Chegadas Não Sincronizadas - para o caso de chegadas não sincronizadas, a inversão deve ser conduzida com base em tempos de chegada relativos [138], sendo necessário reescrever as Eqs. (4.33) e (4.34), reduzindo o número de linhas da matriz Γ e, consequentemente, o tamanho do vetor δt [147]. Assim, deve-se definir o vetor

$$\Delta t = \Delta t^{\text{real}} - \Delta t^{\text{model}} \quad , \quad (4.40)$$

com os vetores Δt^{real} e Δt^{model} (Figs. 4.4 e 4.5) correspondendo, respectivamente, a

$$\Delta t^{\text{real}} = \begin{cases} \Delta t_2^{\text{real}} = t_2^{\text{real}} - t_1^{\text{real}} \\ \Delta t_3^{\text{real}} = t_3^{\text{real}} - t_1^{\text{real}} \\ \vdots \end{cases} \quad , \quad \text{e} \quad \Delta t^{\text{model}} = \begin{cases} \Delta t_2^{\text{model}} = t_2^{\text{model}} - t_1^{\text{model}} \\ \Delta t_3^{\text{model}} = t_3^{\text{model}} - t_1^{\text{model}} \\ \vdots \end{cases} \quad . \quad (4.41) \quad (4.42)$$

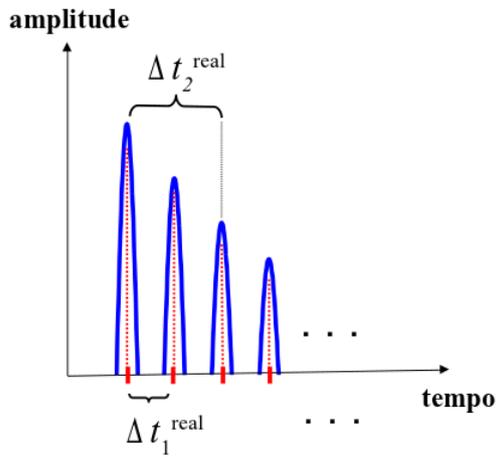


Figura 4.4: Δt^{real} (padrão de chegada).

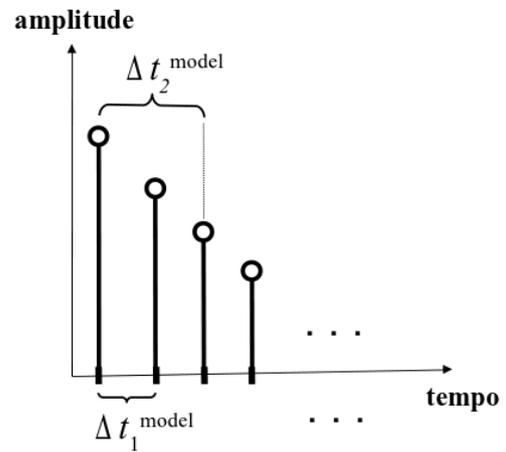


Figura 4.5: Δt^{model} (modelo).

Assim, considerando uma nova matriz Ψ , correspondente à matriz Γ com o número de linhas reduzido, e com base na definição do vetor Δt , pode ser mostrado que

$$\begin{aligned}
\Delta t_1 &= \Delta t_2^{\text{real}} - \Delta t_2^{\text{model}} = (t_2^{\text{real}} - t_1^{\text{real}}) - (t_2^{\text{model}} - t_1^{\text{model}}) \\
&= (t_2^{\text{real}} - t_2^{\text{model}}) - (t_1^{\text{real}} - t_1^{\text{model}}) \\
&= \Gamma_2 \alpha - \Gamma_1 \alpha \\
&= (\Gamma_2 - \Gamma_1) \alpha = \Psi_1 \alpha \\
&= \sum_{i=1}^I (\Gamma_{2i} - \Gamma_{1i}) \alpha_i \quad , \tag{4.43}
\end{aligned}$$

com os vetores Γ_1 e Γ_2 correspondendo, respectivamente, à primeira e segunda linhas da matriz Γ , e o vetor Ψ_1 , à primeira linha da matriz Ψ . Então, a Eq. (4.33) pode ser reescrita na forma

$$\Psi \alpha = \Delta t \quad , \tag{4.44}$$

com a solução de mínimos quadrados ($I < M$) dada por

$$\alpha = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \Delta t \quad . \tag{4.45}$$

Os dados acústicos utilizados no presente trabalho apresentam o problema de falta de sincronização com o sinal emitido, o que implica que os valores dos tempos de percurso (chegada) não se encontram distribuídos ao longo de uma escala temporal absoluta, mas dependem da posição de alinhamento [138].

4.6 Processamento com Vários Sensores

De acordo com RODRÍGUEZ [138], Técnicas de Ajuste de Campo lidam de modo natural com o processamento de sinais recebidos em um conjunto de sensores, enquanto métodos de Tomografia por Tempo de Percurso lidam com a informação recebida em um

único hidrofone. A Eq. (4.44) resulta da consideração de um único hidrofone. Considerando N sensores, podemos obter um conjunto de equações matriciais na forma

$$\Psi_1 \alpha = \Delta t_1, \Psi_2 \alpha = \Delta t_2, \dots, \Psi_N \alpha = \Delta t_N, \quad (4.46)$$

todas tendo em comum o vetor α . Consequentemente, tais equações podem ser agrupadas de modo a constituírem um único conjunto, idêntico à Eq. (4.44), na forma de um sistema concatenado, que pode ser expresso por

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_N \end{bmatrix} ; \quad \Delta t = \begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \vdots \\ \Delta t_N \end{bmatrix} . \quad (4.47)$$

Capítulo 5

O Experimento INTIMATE96

O presente trabalho foi desenvolvido com base no processamento dos dados coletados no experimento INTIMATE96, realizado em junho de 1996, sobre a plataforma continental ao largo da costa de Portugal, nas proximidades da cidade de Nazaré, a cerca de 50 milhas a norte de Lisboa [53]. O experimento consistiu em transmissões acústicas entre uma fonte de banda larga rebocada pelo navio oceanográfico francês BO¹ *D'Entrecasteaux* e um conjunto vertical (em inglês, *Vertical Line Array*: VLA) de 4 hidrofones, posicionados nas profundidades de 35, 75, 105 e 115 m. Os sinais recebidos nos hidrofones eram transmitidos via rádio, e processados a bordo do navio hidrográfico português NRP² *Andromeda*. Dados acústicos foram coletados durante 5 dias. Além da coleta de dados acústicos, também foi conduzida intensiva coleta de dados ambientais, com a utilização de perfiladores de temperatura e salinidade (XBT³ e CTD⁴), perfiladores acústicos de corrente (ADCP⁵) de fundo e de casco, cadeia de termistores, além de dados de batimetria e características geoacústicas de sedimentos [148].

¹Sigla para *Bâtiment Océanographique*.

²Sigla para Navio da República Portuguesa.

³Do inglês *eXpendable BathyThermograph*.

⁴Do inglês *Conductivity, Temperature, and Depth*.

⁵Do inglês *Acoustic Doppler Current Profiler*.

5.1 Área do Experimento

A área do experimento INTIMATE96 (Fig. 5.1) foi escolhida com base em estudos anteriores, desenvolvidos pelo Instituto Hidrográfico (IH) da Marinha Portuguesa, que indicavam a referida área como um local com potencial para o surgimento e propagação de marés internas. O INTIMATE96 foi o primeiro experimento de TAO desenvolvido em águas portuguesas [138]. A Fig. 5.2 é uma ilustração do cenário ambiental, indicando os principais parâmetros considerados no experimento.

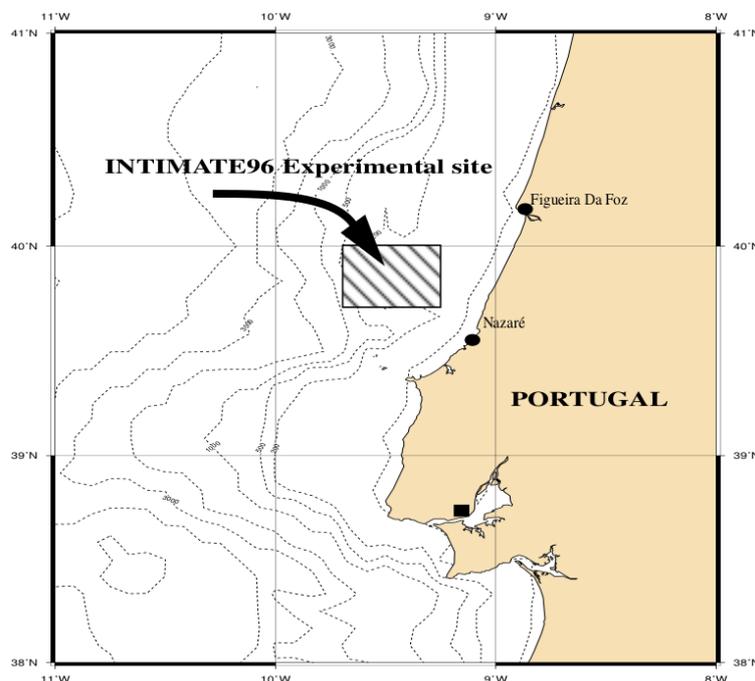


Figura 5.1: INTIMATE96: área do experimento. Fonte: STÉPHAN *et al.* [53], p. 30.

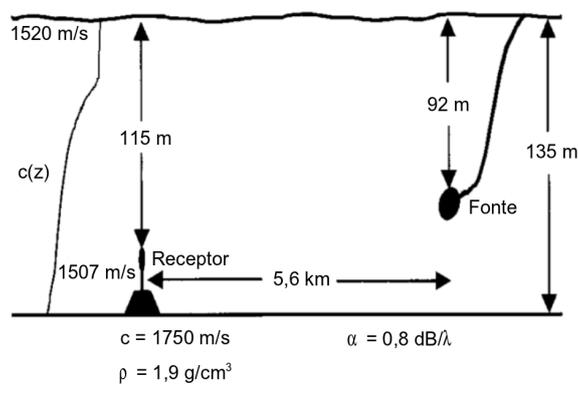


Figura 5.2: INTIMATE96: cenário ambiental. Parâmetros do fundo: velocidade compressional ($c=1750$ m/s); densidade ($\rho=1,9$ g/cm³); atenuação compressional ($\alpha=0,8$ dB/ λ). Fonte: adaptada de JESUS *et al.* [77], p. 340.

5.2 Coleta e Armazenamento dos Dados Acústicos

Os dados acústicos foram adquiridos de acordo com os trechos de navegação realizados pelo navio francês BO *D'Entrecasteaux*, que rebocava a fonte acústica. Os pontos de referência, ilustrados na Fig. 5.3, foram:

- Conjunto vertical de hidrofones (VLA);
- Estação NORTE (*Station NORTH*). Distância VLA-*Station NORTH*: $\approx 5,6$ km; e
- Estação OESTE (*Station WEST*). Distância VLA-*Station WEST*: $\approx 6,8$ km.

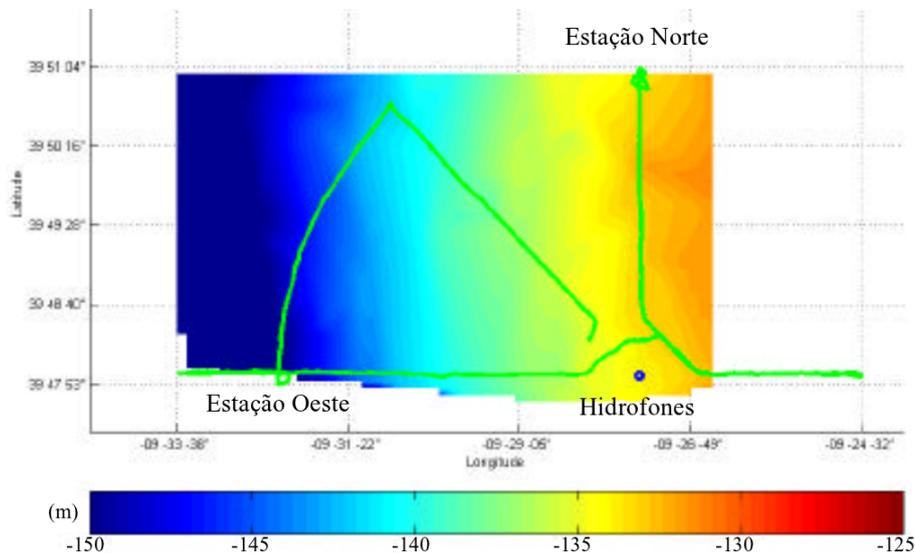


Figura 5.3: INTIMATE96: percurso navegado pelo BO *D'Entrecasteaux* (linha verde), e posições do VLA e estações NORTE e OESTE. Fonte: adaptada de PORTER *et al.* [149], p. 109.

O sinal recebido no conjunto de hidrofones era transmitido ao NRP Andromeda, onde era amostrado a uma frequência de 6 kHz, e gravado em cassetes do tipo VHS. Em cada cassette havia, aproximadamente, três horas de gravação de dados acústicos, que foram armazenados, no final do experimento, em discos do tipo CD-ROM, nas instalações do SiPLAB. Cada conjunto de transmissões, denominado TAPE, foi gravado em grupos, denominados RUNS, cada RUN com, aproximadamente, 300 segundos de duração [138]. Os dados acústicos utilizados no presente trabalho correspondem ao trecho VLA-estação NORTE, de profundidade aproximadamente constante ($D \approx 135$ m).

5.2.1 Fonte

Na fase relativa às transmissões acústicas, o navio francês rebocou uma fonte acústica pertencente ao Serviço Hidrográfico e Oceanográfico da Marinha Francesa⁶. Essa fonte corresponde a um modelo de transdutor elaborado, em conjunto, pelas instituições francesas DCN⁷ e ERAMER⁸. Tal fonte emitia um sinal *chirp* de banda larga com duração de dois segundos (repetido a cada oito segundos), largura de banda de 500 Hz (de 300 a 800 Hz), frequência de amostragem de 6 kHz e modulação em frequência linear (LFM⁹):

$$f(t) = f_0 + \beta t : \begin{cases} f_0 = f(0) = 300 \text{ Hz}, \\ f_1 = f(2s) = 800 \text{ Hz}, \end{cases} \quad (5.1) \quad \text{e} \quad \beta = \frac{f_1 - f_0}{2s}. \quad (5.2)$$

5.2.2 Hidrofonos

O sinal emitido era captado em um conjunto de hidrofonos pertencente ao centro de pesquisa submarina SACLANTCEN¹⁰. Esse conjunto de hidrofonos (35 m, 75 m, 105 m e 115 m) foi fixado na posição 39°47,8' N e 009°27,5' W. Verificou-se, no final do experimento, que o sensor a 75 m havia sido inundado com água do mar. A geometria de um conjunto constituído por apenas três sensores impõe limitações severas ao grau de precisão dos resultados tomográficos [138]. Outro problema associado aos dados acústicos corresponde à falta de sincronização dos tempos de percurso (chegadas). Para o experimento foi planejada a inclusão, no sinal recebido, de um sinal de curta duração e grande amplitude, no momento da emissão do sinal da fonte acústica, de modo a indicar, com precisão, o momento de emissão do sinal da fonte. Contudo, o pré-processamento dos sinais recebidos revelou descontinuidades frequentes no registro desses sinais de grande amplitude. Esse fato inviabiliza a consideração de tempos absolutos para os sinais recebidos [138]. Por este motivo, no presente trabalho, os tempos de percurso acústicos serão tratados como tempos relativos.

⁶Em francês, *Service Hydrographique et Océanographique de la Marine* (SHOM).

⁷Do francês *Direction des Constructions Navales*.

⁸Companhia ERAMER S.A. (*Toulon, France*).

⁹Sigla para *Linear Frequency Modulation* (ver seção E.4.3).

¹⁰Centro de pesquisa operado pela OTAN (*La Spezia, Italia*).

5.3 Dados de CTD

Os dados de CTD utilizados no presente trabalho foram coletados no dia 14 de junho de 1996. Durante o experimento, foram realizadas perfilagens de CTD a cada duas horas, nas proximidades do conjunto vertical de hidrofones. A Fig. 5.4 apresenta o perfil médio de velocidade do som, correspondente à média de 20 perfis de velocidade do som obtidos a partir de dados CTD coletados no dia 14 de junho (Fig. 5.5). Ao analisarmos o perfil médio, é possível notar um suave gradiente negativo (diminuição da velocidade do som), e uma fina camada de mistura. Tal gradiente negativo implica uma ação refrativa para baixo, com todos os raios interagindo com o fundo.

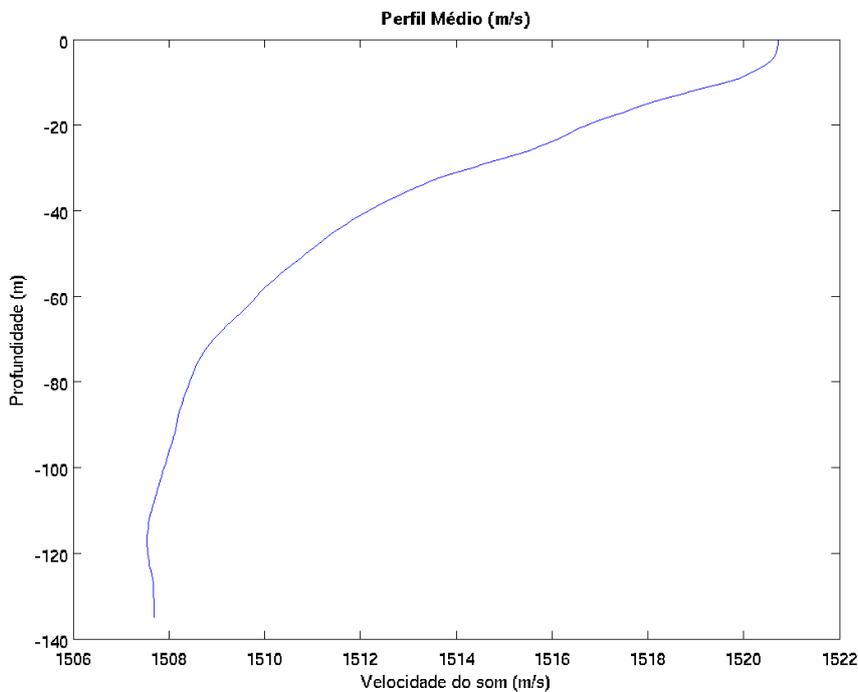


Figura 5.4: INTIMATE96 (14JUN): Perfil médio de velocidade do som (m/s).

Na Fig. 5.5 são mostrados 20 perfis de velocidade do som (m/s) obtidos a partir dos dados de CTD, no dia 14 de junho. Por essa figura não é possível identificar, de maneira clara, a presença da termoclina, o que sinaliza a complexa estratificação da coluna de água considerada.

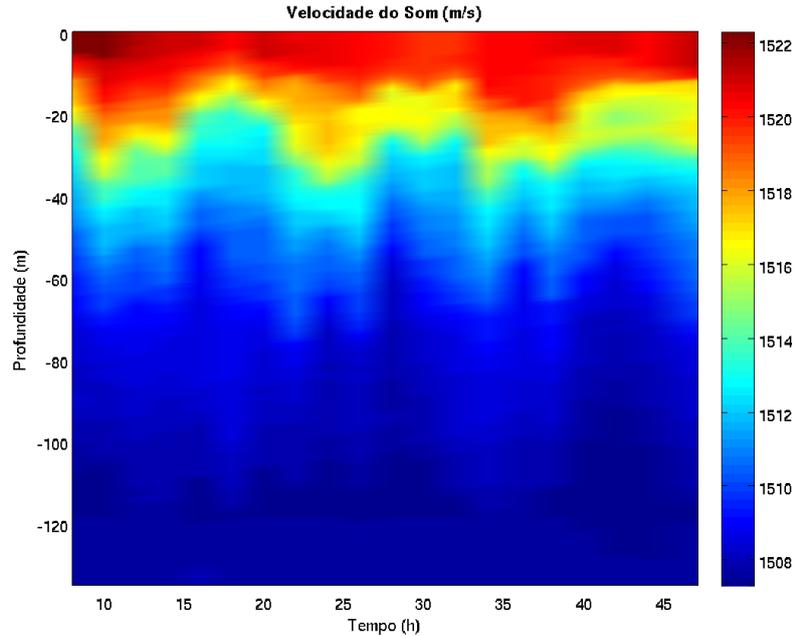


Figura 5.5: INTIMATE96 (14JUN): 20 perfis de velocidade do som (m/s).

5.4 Dados Acústicos

Os dados acústicos utilizados no presente trabalho fazem parte do conjunto de transmissões realizadas ao longo do trecho de navegação VLA-estação NORTE, considerando uma profundidade aproximadamente constante ($D \approx 135$ m), e distância Fonte-Receptor aproximadamente constante ($R \approx 5,6$ km). Foram utilizados os dados do TAPE 04 (TP04), que compreende os RUNS R1_8, R1_9 e R1_10. Cada RUN corresponde a um intervalo de, aproximadamente, 300 segundos de gravação, distribuídos em cinco arquivos .mat (arquivo do MATLAB^{®11}), com cada arquivo possuindo sete intervalos de oito segundos ($7 \times 8 = 56$ s ≈ 1 minuto). Como exemplo, a Tab. 5.1 apresenta o conteúdo do arquivo 1mTP04R1_8.mat, referente ao primeiro minuto do RUN R1_8.

Tabela 5.1: INTIMATE96 (14JUN) - TP04 - R1_8: Conteúdo do arquivo 1mTP04R1_8.mat.

TAPE 04 - RUN R1_8 - Minuto 1 - Arquivo 1mTP04R1_8.mat	
• 7 intervalos de 8 segundos	(hidrofone 35 m)
• 7 intervalos de 8 segundos	(hidrofone 75 m)
• 7 intervalos de 8 segundos	(hidrofone 105 m)
• 7 intervalos de 8 segundos	(hidrofone 115 m)

¹¹MATLAB[®] é uma marca registrada de *The MathWorks, Inc.* É um acrônimo para *MATrix LABoratory*, correspondendo a um ambiente integrado de programação e visualização em cálculo científico.

A Tab. 5.2 apresenta os quinze arquivos (3x5=15) referentes aos três RUNS do TAPE 04. Cada um desses arquivos contém informações referentes aos 4 hidrofones.

Tabela 5.2: INTIMATE96 (14JUN) - TAPE 04 (R1_8, R1_9 e R1_10): Dados acústicos (arquivos .mat). Cada conjunto de 5 arquivos (5 minutos=300 segundos) corresponde a um RUN.

Início	Arquivo Original	Arquivo .mat
18h 02min	TAPE 04/RUN 1_8	1mTP04R1_8.mat 2mTP04R1_8.mat 3mTP04R1_8.mat 4mTP04R1_8.mat 5mTP04R1_8.mat
18h 07min	TAPE 04/RUN 1_9	1mTP04R1_9.mat 2mTP04R1_9.mat 3mTP04R1_9.mat 4mTP04R1_9.mat 5mTP04R1_9.mat
18h 12min	TAPE 04/RUN 1_10	1mTP04R1_10.mat 2mTP04R1_10.mat 3mTP04R1_10.mat 4mTP04R1_10.mat 5mTP04R1_10.mat

No presente trabalho, foram considerados os dados referentes aos hidrofones posicionados nas profundidades de 35 m (H35m), 105 m (H105m) e 115 m (H115m).

Capítulo 6

Simulação

6.1 Ambiente Simulado

A discretização é, provavelmente, uma das mais antigas e mais empírica forma de resolver problemas malpostos [150]. Contudo, o emprego dessa estratégia pode, por vezes, tornar-se inapropriado para resolver um PI. Para ilustrar essa questão, foi realizada uma simulação de inversão modal considerando perfis de velocidade do som obtidos a partir de dados CTD do experimento INTIMATE96. Na simulação foi considerado um guia de onda de águas rasas RI com profundidade de 135 m, uma fonte com frequência de 550 Hz, e um receptor posicionado a uma distância de 5600 m da fonte, como ilustrado na Fig. 6.1, com a propagação apenas de modos normais na coluna de água (modos confinados). As perturbações de velocidade do som foram obtidas a partir da formulações apresentadas nas seções 4.3 (Discretização) e 4.4 (Parametrização).

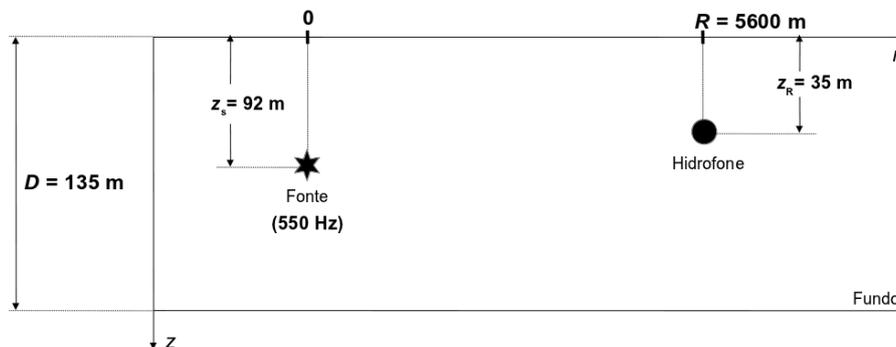


Figura 6.1: Representação esquemática do guia de onda de águas rasas RI considerado na simulação de inversão modal.

6.2 Perfil Referência e Perfil Perturbado

Como perfil de velocidade do som de referência foi considerado o perfil médio mostrado na Fig. 5.4, que corresponde à média dos 20 perfis de velocidade do som mostrados na Fig. 5.5. Como perfil perturbado foi considerado o primeiro desses 20 perfis.

6.3 Modos, Velocidades de Grupo e Tempos Modais

Foram obtidos 50 modos normais confinados, e respectivas velocidades de grupo, a partir do modelo KRAKEN, para o perfil de referência e para o perfil perturbado, de acordo com a Fig. 6.2. O mesmo número de modos obtidos para os perfis de referência, $c_0(z)$, e perturbado, $c(z)$, tornou possível relacioná-los um a um. Pela Fig. 6.2, podemos observar que os modos para o perfil $c_0(z)$ não são muito diferentes dos modos para o perfil $c(z)$, propiciando a expectativa de uma simulação satisfatória.

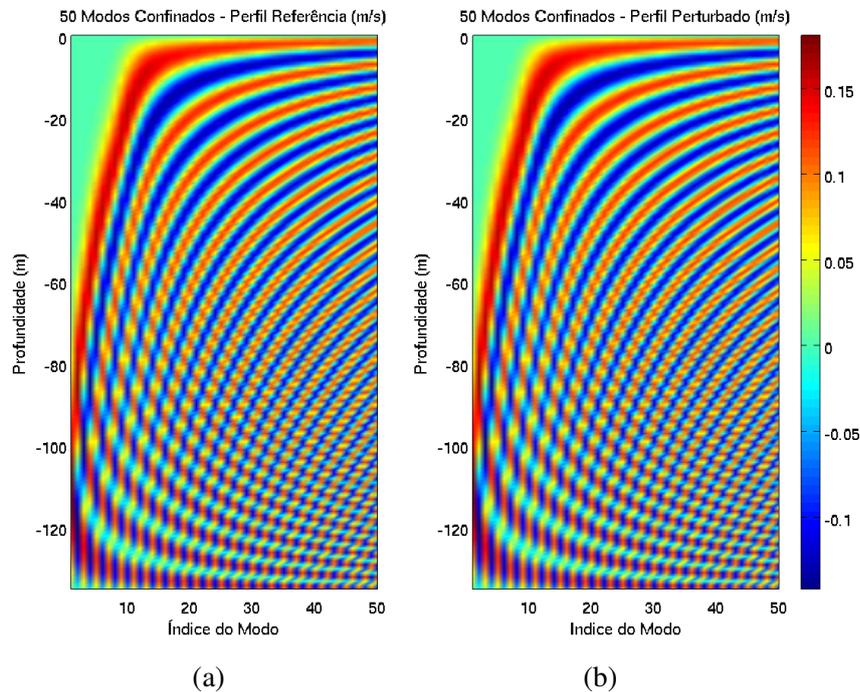


Figura 6.2: Modos Normais (50 modos confinados), considerando o guia de onda de águas rasas RI simulado, para o perfil de referência (a), e para o perfil perturbado (b).

Foram obtidos tempos de percurso modais, a partir das velocidades de grupo correspondentes aos modos, através da Eq. (3.58).

6.4 Resultados

6.4.1 Discretização

A coluna de água foi discretizada em 50 camadas (51 profundidades), como exemplificado na Fig. 6.3, com o emprego da formulação apresentada na seção 4.3.

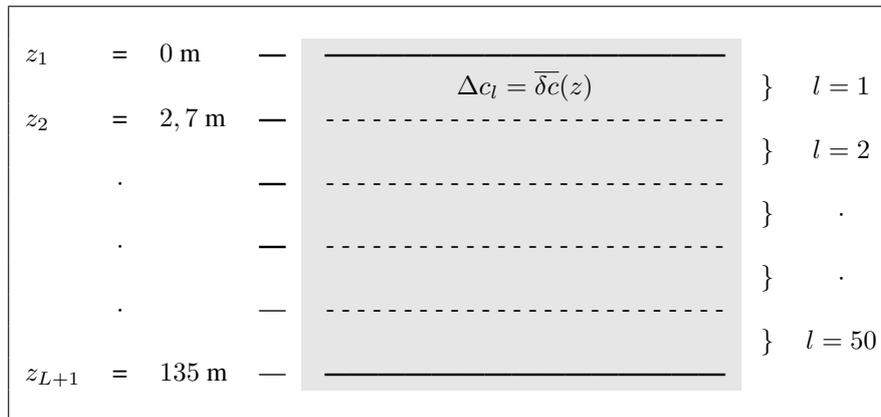


Figura 6.3: Representação esquemática da discretização da coluna de água em 50 camadas, empregada na simulação de inversão modal.

A Fig. 6.4 apresenta o resultado da inversão com discretização, sem parametrização. Pode ser observado que o resultado da Fig. 6.4 é ruim, de baixa acurácia, indicando que a aproximação empregada é muito fraca, em razão do erro de discretização.

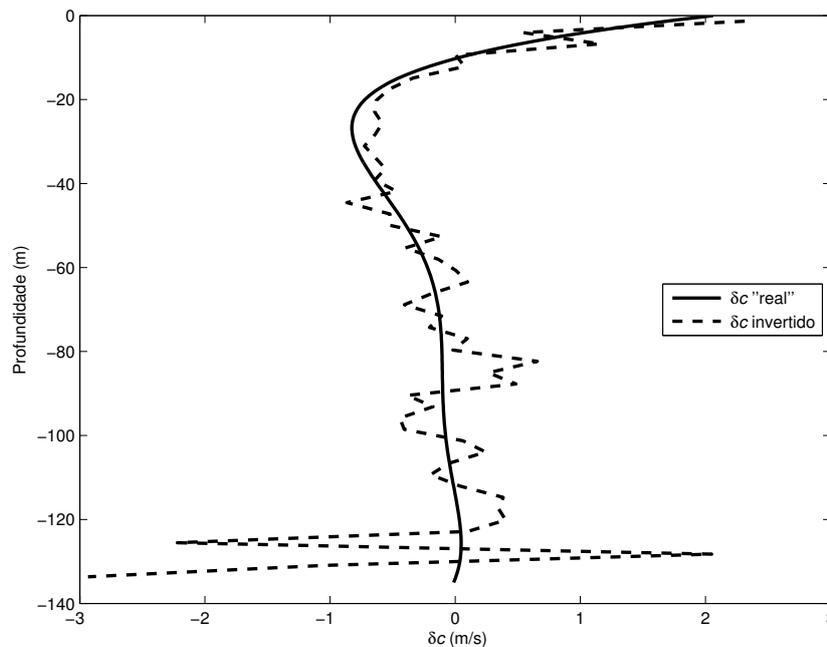


Figura 6.4: Inversão modal com discretização, sem parametrização. Linha tracejada: δc obtido por inversão. Linha contínua: δc esperado.

6.4.2 Parametrização

Recorrendo à diminuição do número de incógnitas (parâmetros do modelo), pelo método da parametrização, foi utilizada a Eq. (4.38), que expressa a perturbação de velocidade do som (δc) como uma expansão em termos de polinômios de *Chebyshev*. No presente trabalho foram calculados 7 (sete) polinômios de *Chebyshev* de primeira espécie (T_0 a T_6), tendo sido obtido o resultado da Fig. 6.5.

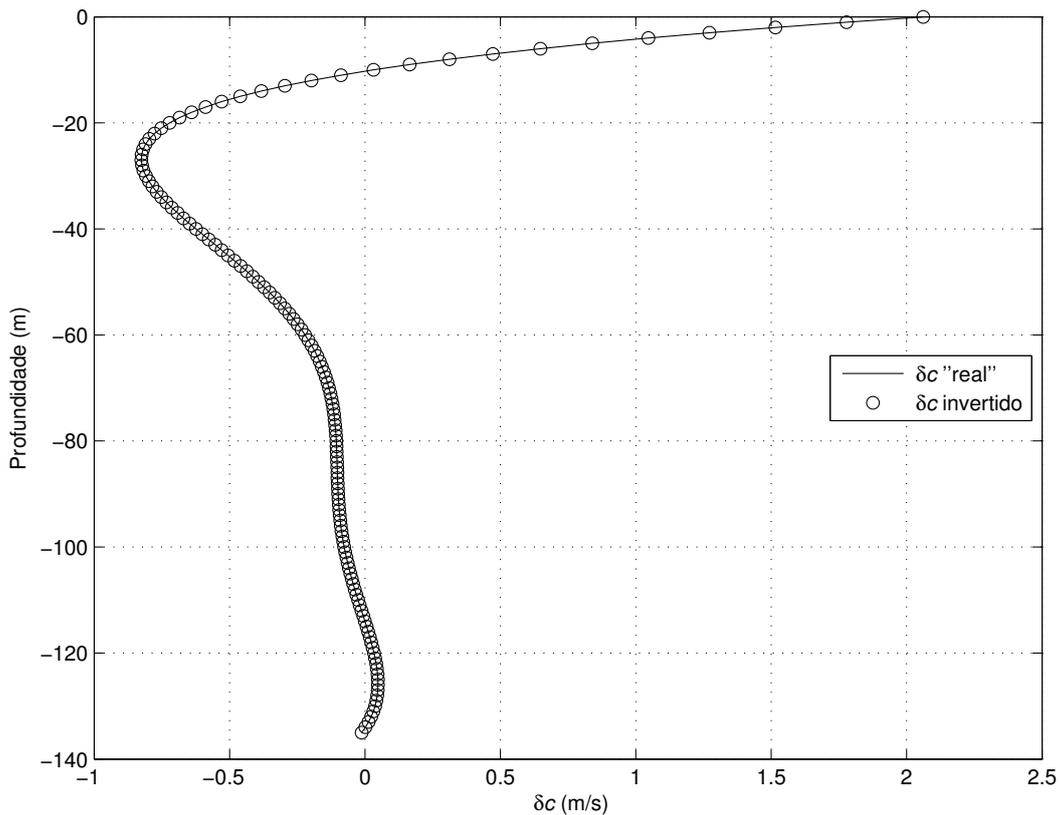


Figura 6.5: Inversão modal com parametrização. Linha tracejada: δc obtido por inversão. Linha contínua: δc esperado.

Podemos observar, pela Fig. 6.5, que o δc obtido por inversão é próximo do δc esperado, sendo, portanto, um resultado muito melhor. Esse resultado confirmou a importância da parametrização para um acurado processo de inversão, e a eficiência dos polinômios de *Chebyshev*.

Capítulo 7

Processamento - Dados Experimentais

7.1 Parâmetros para os Modelos

Foram utilizados os modelos cTraceo e KRAKEN, considerando:

Fonte:

- Frequência central: 550 Hz;
- Largura de banda: 500 Hz;
- Coordenada z (profundidade): 92 m;
- Coordenada r : 0 m;
- Distância Fonte-Receptor: 5600 m;
- Ângulo máximo de lançamento: 45 graus;
- N° de ângulos de lançamento (n° de raios): 2001 raios;

Fundo:

- Velocidade compressional: 1750 m/s;
- Velocidade de cisalhamento: 0 m/s;
- Densidade: 1,9 g/cm³;
- Coeficiente de atenuação compressional: 0,8 dB/ λ ; e
- Coeficiente de atenuação de cisalhamento: 0 dB/ λ .

Perfil de Velocidade do Som:

- perfil médio (Fig. 5.4).

7.2 Modos, Velocidades de Grupo e Tempos Modais

Foram obtidos modos normais (e respectivas velocidades de grupo) por meio do modelo KRAKEN, para o perfil de velocidade do som médio (Fig. 5.4), considerando as frequências de 300 Hz a 800 Hz. Foram obtidos 27 modos para a frequência de 300 Hz e 72 modos para a frequência de 800 Hz. Os tempos de percurso modais foram calculados a partir das velocidades de grupo correspondentes aos modos, através da Eq. (3.58). A Fig. 7.1 apresenta as curvas de dispersão (tempo de percurso modal x frequência) para o perfil médio e frequências de 300 a 800 Hz.

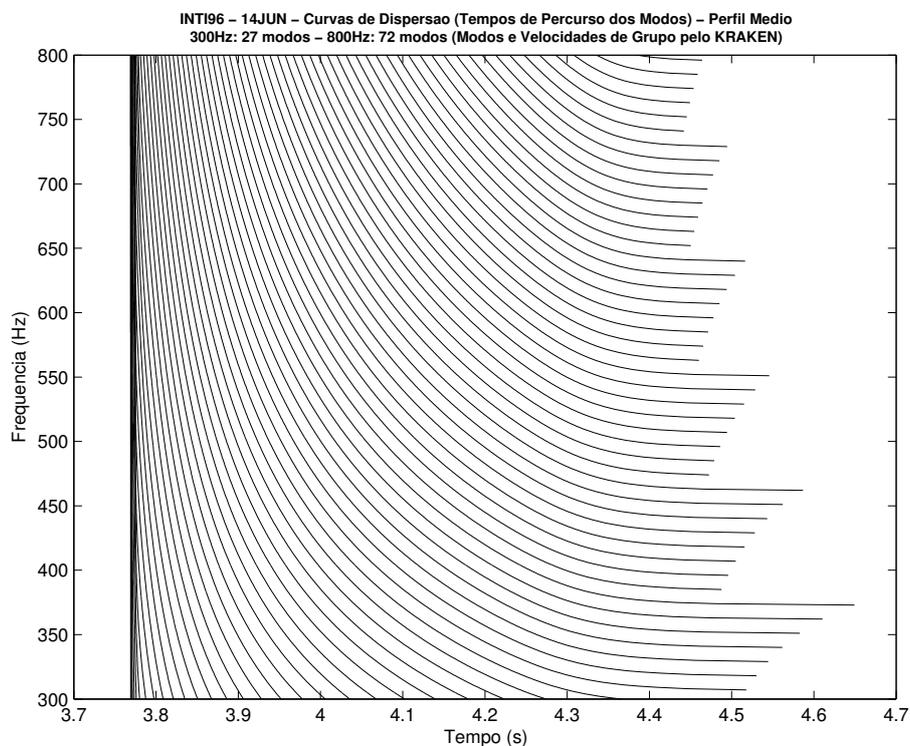


Figura 7.1: INTIMATE96 (14JUN): Curvas de Dispersão (perfil médio).

7.3 Padrões de Chegada Médios

Considerando os 15 arquivos apresentados na Tab. 5.2, foram processados os dados correspondentes aos hidrofones H35m, H105m e H115m. A partir de cada um desses arquivos, foi gerada uma estimativa de resposta impulsiva média (padrão de chegada médio) para cada hidrofone, tendo sido gerados, ao todo, 45 padrões de chegada (3x15).

O processamento do sinal acústico consiste, basicamente, na aplicação da técnica de compressão de pulso (ver seção E.4.4), onde cada sequência de sinal recebido é correlacionada com uma réplica do sinal emitido (Filtragem Adaptada¹). Considerando S o sinal *chirp* transmitido, caracterizado pelas Eqs. (5.1) e (5.2), e p o sinal recebido (pressão acústica), a estimativa de resposta impulsiva é obtida a partir da extração do envelope do sinal (valor absoluto da Transformada de *Hilbert*), com o emprego de técnicas como FFT², correlação etc., de acordo com a sequência apresentada na Tab. 7.1. A Fig. 7.2 ilustra o processamento de sinal realizado para a obtenção do padrão de chegada médio.

Tabela 7.1: INTIMATE96 (14JUN) - Processamento de Sinal - Padrão de Chegada.

Estimativa da Resposta Impulsiva (Padrão de Chegada)	
a) FFT do sinal <i>chirp</i> S :	\mathbb{S} ;
b) FFT da pressão acústica p :	\mathbb{P} ;
c) Correlação cruzada de \mathbb{P} com o conjugado de \mathbb{S} :	\mathbb{C} ;
d) Filtragem Adaptada (compressão de pulso):	$\text{MIF} = \text{Re}\{\text{IFFT}(\mathbb{C})\}$; e
e) Envelope (Transformada de <i>Hilbert</i>):	$\text{Envelope} = \text{Abs}\{\mathcal{H}\{\text{MIF}\}\}$.

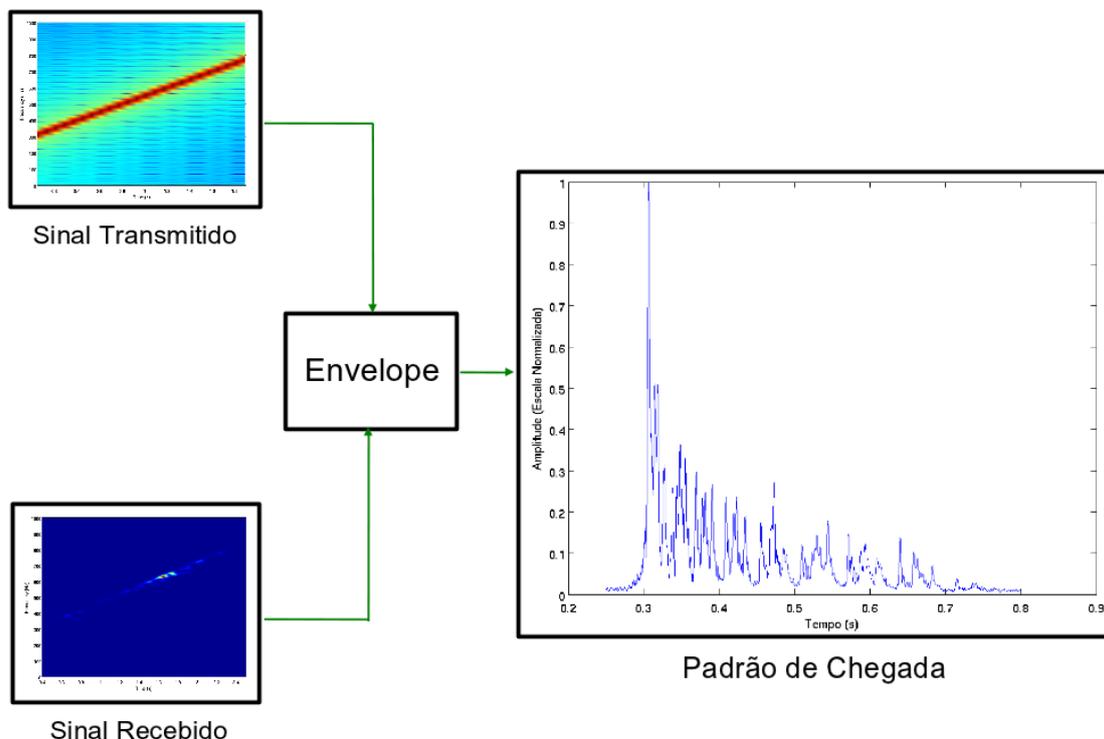


Figura 7.2: INTIMATE96 (14JUN): processamento de sinal para obtenção do padrão de chegada médio. O bloco “Envelope” representa as etapas descritas na Tab. 7.1.

¹Em inglês, *Matched Filtering*.

²Sigla para *Fast Fourier Transform* (Transformada Rápida de *Fourier*).

Para cada um dos 45 padrões de chegada, foi realizada:

- normalização do padrão (amplitude do primeiro máximo local significativo);
- delimitação do padrão normalizado, no intervalo de tempo de 0,25 a 0,8 s, para eliminação dos ruídos iniciais e finais; e
- determinação do tempo correspondente ao primeiro máximo local significativo.

A Fig. 7.3 apresenta o padrão de chegada médio correspondente aos dados gravados no hidrofone H35m, no primeiro minuto do RUN R1_8 (TP04).

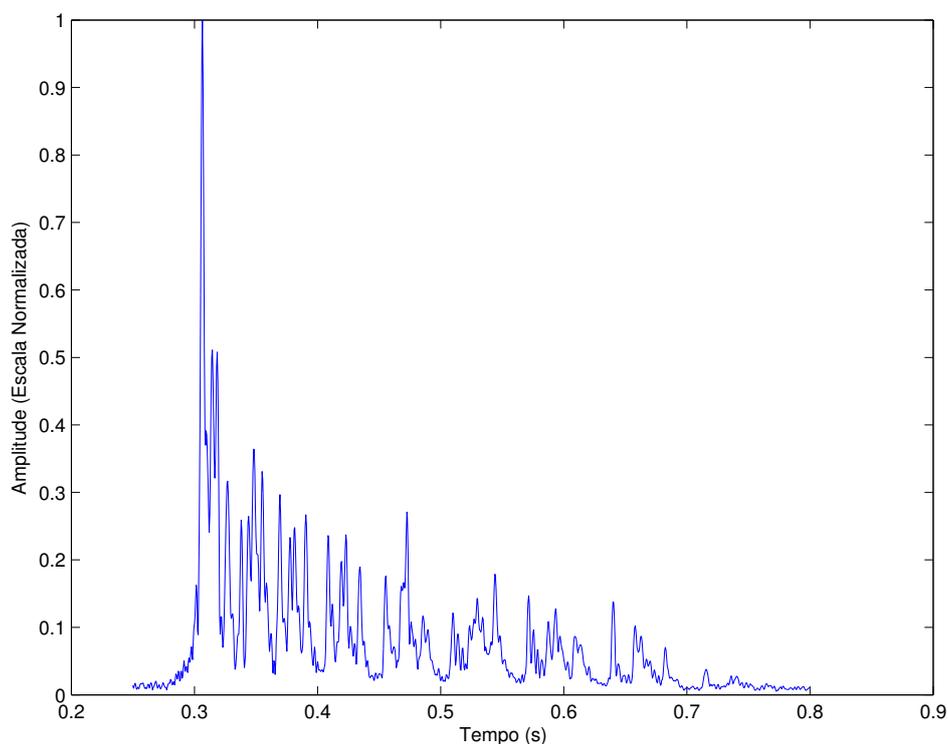


Figura 7.3: INTIMATE96 (14JUN) - R1_8 - Minuto 1 - H35m: padrão de chegada médio.

Pela Fig. 7.3, é possível observar o aspecto confuso das primeiras chegadas (chegadas instáveis: raios refratados entre a fonte acústica e a superfície), e que as chegadas mais tardias (chegadas estáveis: raios refletidos entre as fronteiras do guia de onda) estão agrupadas em conjuntos de quatro chegadas, denominados “quadrupletos” [138]. De acordo com RODRÍGUEZ [138], a presença dos “quadrupletos” se encontra relacionada com a assimetria de alinhamento entre a fonte e o sensor acústico, e pode ser derivada analiticamente no caso de um guia de onda com velocidade do som constante. Os “quadrupletos” aparecem sempre em águas rasas e fundo plano [76].

7.4 Tempos Obtidos pelo Modelo

Os máximos locais significativos do padrão de chegada correspondem aos tempos das chegadas acústicas. Para o caso das chegadas não sincronizadas, é necessário determinar o vetor Δt , através da Eq. (4.40), a partir dos vetores Δt^{real} e Δt^{model} . Para determinação do vetor Δt^{model} foram obtidos, inicialmente, por meio do modelo KRAKEN, os modos (e respectivas velocidades de grupo), para cada uma das 501 frequências (300 a 800 Hz), visando o cálculo dos tempos modais, através da Eq. (3.58). Contudo, é necessário identificar os tempos modais (e respectivos modos e frequências) associados aos máximos locais do padrão de chegada.

De acordo com RODRÍGUEZ [138], os métodos de Traçamento de Raios, em geral, costumam ser aplicados nos casos em que o comprimento de onda do sinal acústico (λ) é muito inferior à profundidade do guia de onda (D): $\lambda \ll D$. Tal condição se aplica ao cenário ambiental do experimento INTIMATE96. Uma alternativa é, então, obter os tempos de percurso através de um modelo de Traçamento de Raios para, em seguida, identificar os correspondentes tempos modais, obtidos por meio do modelo KRAKEN.

7.4.1 Tempos de Percurso de Raios

Pseudopadrão

Foram obtidos tempos de percurso por meio do modelo cTraceo. Devido à incerteza acerca do valor de distância Fonte-Receptor, em torno de 5600 m, e de profundidade (na vertical do conjunto de hidrofones), em torno de 135 m, foram definidas diversas combinações de distância e profundidade, para cálculo dos tempos de percurso a serem aplicados a um pseudopadrão de chegada (comportamento gaussiano). Ao contrário da estimativa de resposta impulsiva (padrão de chegada), que corresponde a uma série de impulsos, o pseudopadrão corresponde a uma função contínua do tempo, possibilitando melhor identificação dos tempos associados aos picos. Foi definido, então, um pseudopadrão dado pela expressão

$$\widetilde{\Pi}(t) = \sum_{j=1}^J e^{-[\Delta f(t-t_j)]^2} \quad , \quad (7.1)$$

onde

- J - total de tempos de percurso (tempos obtidos pelo modelo de Traçamento de Raios, ou tempos correspondentes aos máximos do padrão de chegada, para o caso do pseudopadrão “real”), no intervalo de 0,25 a 0,8 s;
- t - vetor auxiliar, para plotagem do pseudopadrão: conjunto de 1101 valores de tempo, no intervalo de 0,25 s a 0,8 s;
- t_j - j-ésimo tempo de percurso, no intervalo de 0,25 a 0,8 s; e
- Δf - parâmetro que define a largura dos picos do pseudopadrão.

A largura dos picos do pseudopadrão pode ser controlada com o Δf (quanto maior o Δf , mais estreitos são os picos). Foram obtidos 45 pseudopadrões “reais”, i.e., pseudopadrões obtidos a partir dos tempos dos máximos dos 45 padrões de chegada médios, para serem comparados com pseudopadrões obtidos a partir de tempos do modelo, de acordo com o que será apresentado a seguir.

Estimativas de Profundidade e Distância

Considerando n valores de distância Fonte-Receptor (r) e n valores de profundidade (z), foram testados n^2 pares (r, z) para determinação de tempos de percurso e amplitude pelo cTraceo, de acordo com os seguintes intervalos:

- n valores para r : de 5500 m a 5700 m; e
- n valores para z : de 125 a 145 m.

Os conjuntos de tempos de percurso obtidos através do cTraceo, para os diversos pares (r, z) , foram, então, aplicados ao estimador de semelhança *ad hoc* definido por

$$\text{estimador}(r, z) = \int_0^{t_{\max}} \left| \widetilde{\prod}_{\text{real}}(t) - \widetilde{\prod}_{\text{model}}(t) \right| dt \quad . \quad (7.2)$$

Quanto maior o valor de n , melhor o resultado do estimador. O aumento do valor n aumenta consideravelmente o tempo de execução do modelo cTraceo, e o valor máximo

testado, com resultados satisfatórios, foi $n = 201$. Então, para cada um dos 3 hidrofones, foram obtidos tempos de percurso para 40.401 combinações (r, z) :

$$40401 \text{ combinações} \begin{cases} - 201 \text{ profundidades (de 125 a 145 m); e} \\ (201 \times 201) & - 201 \text{ distâncias (de 5500 a 5700 m).} \end{cases}$$

Para cada um dos 45 pseudopadrões “reais” foi escolhido, dentre os 40401 pares (r, z) , o par cujos tempos de percurso acarretam o menor valor para o estimador de semelhança *ad hoc* expresso na Eq. (7.2), ou seja, $(R, D) = \min [\text{estimador}(r, z)]$. A Fig. 7.4, exemplifica o valor mínimo obtido para o estimador, considerando o minuto 5 do RUN R1_10, hidrofone 115 m. Foram obtidos, então, 45 pares (R, D) .

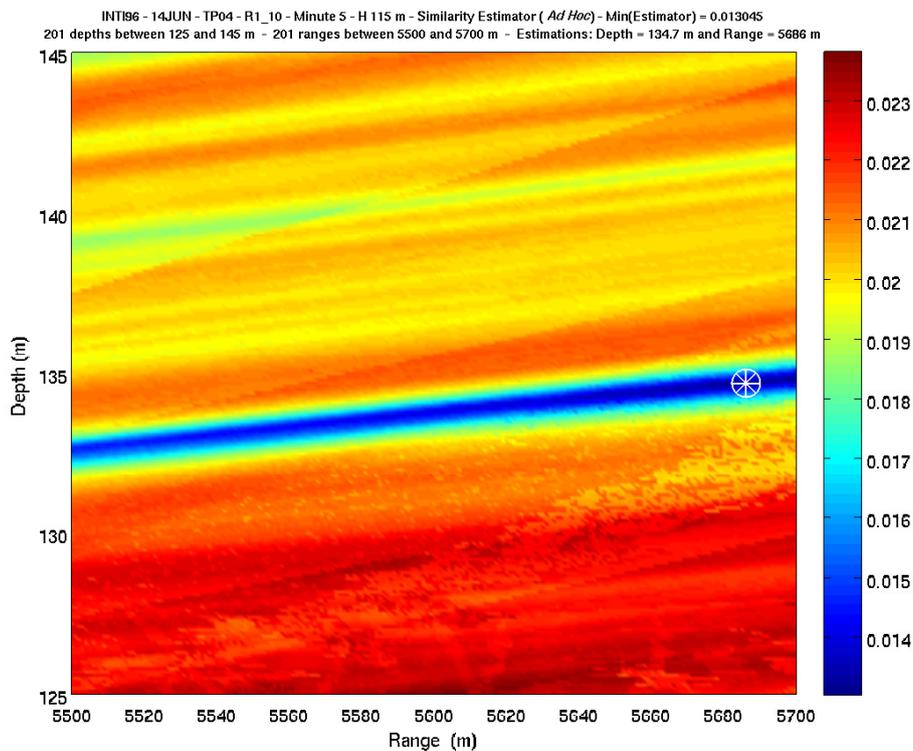


Figura 7.4: INTIMATE96 (14JUN) - TP04 - R1_10 - Minuto 5 - H115m: mínimo valor do estimador de semelhança *ad hoc*: $\min [\text{estimador}(r, z)] = 0,013045$ (marcador branco). Valores estimados: $R = 5686$ m (distância) e $D = 134,7$ m (profundidade).

Chegadas de Raios Foram obtidos 45 conjuntos de tempos de chegada, correspondentes aos 45 pares (R, D) .

7.4.2 Identificação dos Modos (Tempos Modais)

Por meio do modelo KRAKEN foram obtidos os modos (e respectivas velocidades de grupo) para cada uma das 501 frequências (300 a 800 Hz), visando o cálculo dos tempos modais, pela Eq. (3.58): 27 modos para a frequência de 300 Hz e 72 modos para a frequência de 800 Hz (o número de modos aumenta com o aumento da frequência). A fim de determinar os tempos de percurso modais associados aos máximos locais do padrão de chegada, os tempos modais foram comparados com os tempos obtidos pelo cTraceo. A Fig. 7.5 exemplifica esse procedimento com relação aos tempos obtidos pelo cTraceo para o minuto 5 do RUN R1_10, considerando o hidrofone H115m: as linhas em preto representam as curvas de dispersão (cada curva representa um determinado modo, que possui diferentes tempos de percurso, para diferentes frequências); as linhas em vermelho indicam os tempos do cTraceo; os modos selecionados são indicados pelos círculos em azul, resultantes da interseção das linhas verticais com as curvas de dispersão.

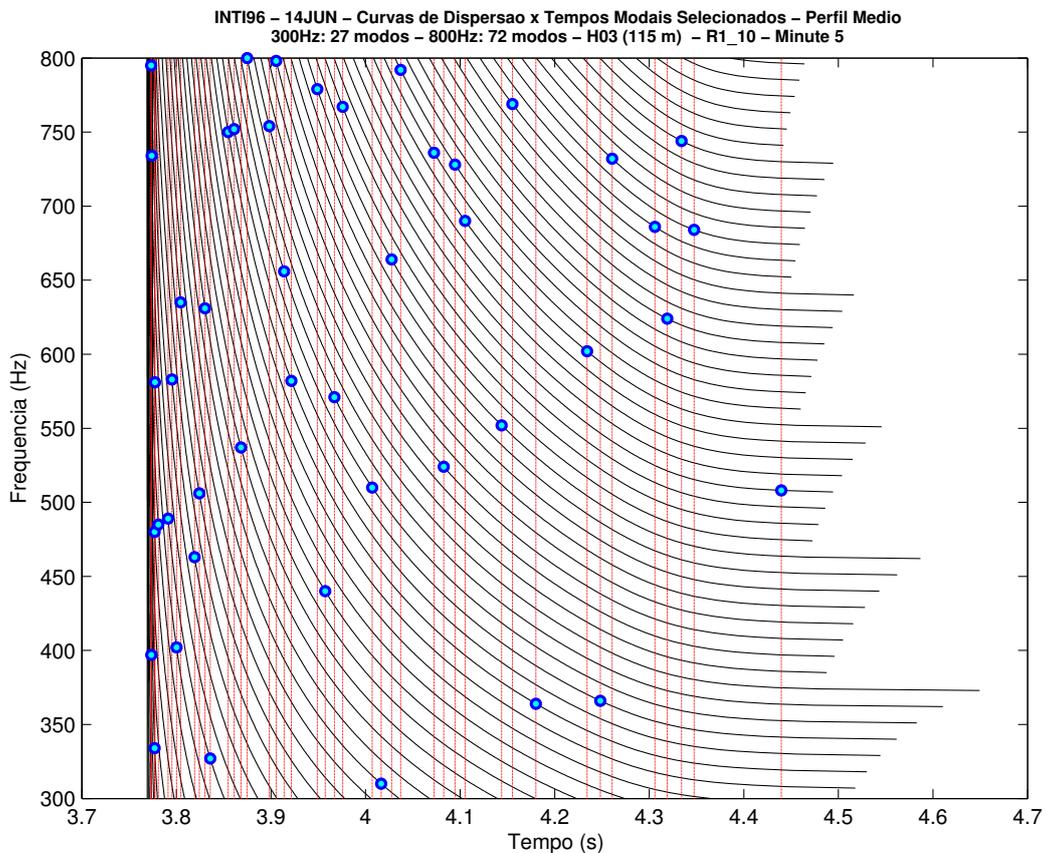


Figura 7.5: INTIMATE96 (14JUN) - TP04 - R1_10 - Minuto 5 - H115m: modos selecionados (círculos em azul), resultantes da interseção dos tempos obtidos pelo cTraceo (linhas em vermelho) com as curvas de dispersão (linhas pretas).

7.5 Determinação das Matrizes Ψ

Foram obtidos 45 conjuntos de tempos de percurso modais (e respectivos conjuntos de modos e de frequências). A partir dos 45 conjuntos de modos/frequências, foram obtidas 45 matrizes $\partial Q_m/\partial \omega$ e, posteriormente, 45 matrizes Ψ , de acordo com a formulação apresentada na seção 4.5, para o caso de chegadas não sincronizadas.

7.6 Tempos dos Máximos do Padrão de Chegada

A fim de extraírmos os tempos correspondentes aos máximos de cada um dos 45 padrões de chegada médios, para determinarmos o vetor Δt^{real} , foi definido o estimador

$$\text{estimador} = \sqrt{\text{PCM} \cdot \prod_{\text{model}} (t)} \quad , \quad (7.3)$$

onde PCM corresponde ao padrão de chegada médio. O estimador permite acurada identificação dos picos. A Fig. 7.6 apresenta o padrão de chegada médio correspondente aos dados gravados no hidrofone H115m, no minuto 5 do RUN R1_10 (TP04), e as Figs. 7.7 e 7.8, respectivamente, o pseudopadrão (modelo) e o estimador.

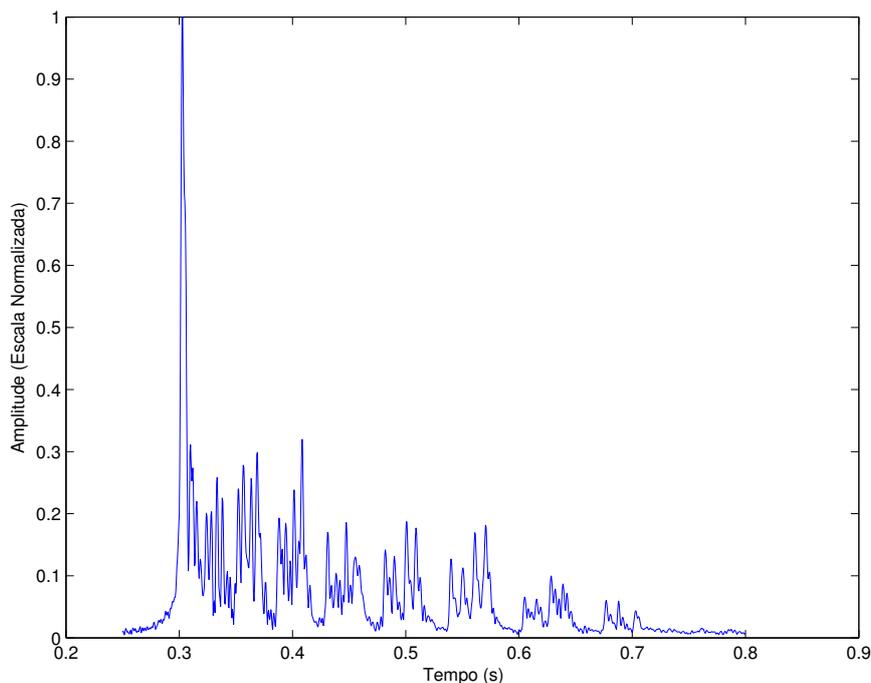


Figura 7.6: INTIMATE96 (14JUN) - R1_10 - Minuto 5 - H115m: padrão de chegada médio.

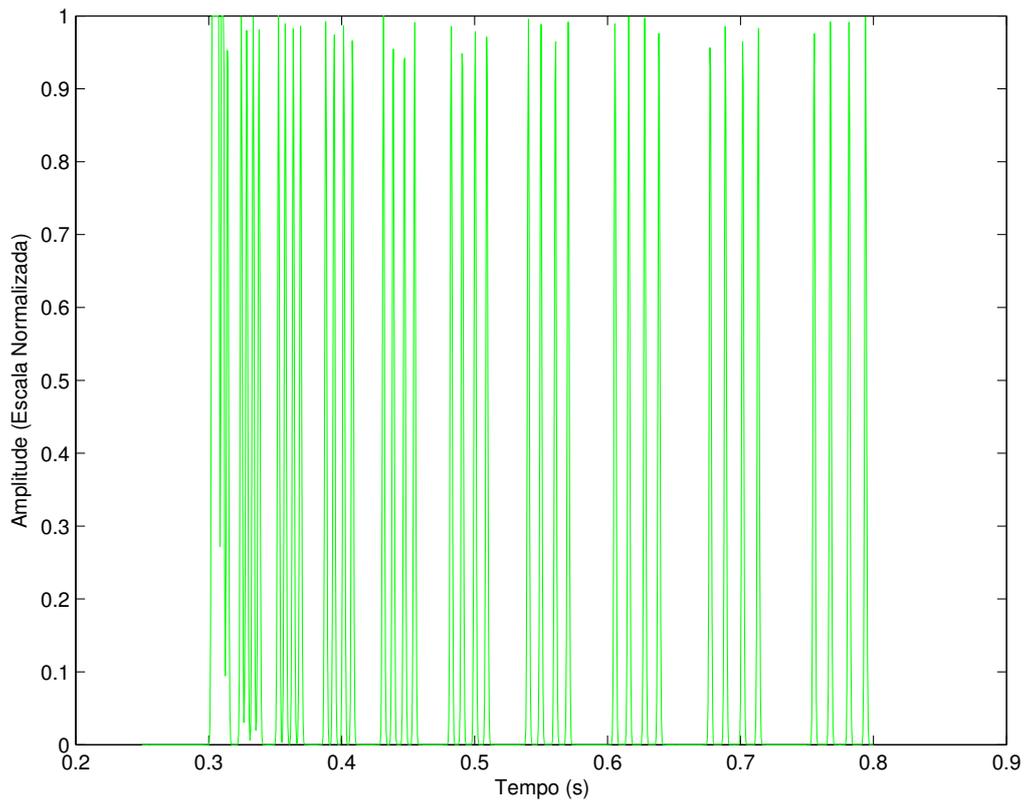


Figura 7.7: INTIMATE96 (14JUN) - R1_10 - Minuto 5 - H115m: pseudopadrão (modelo).

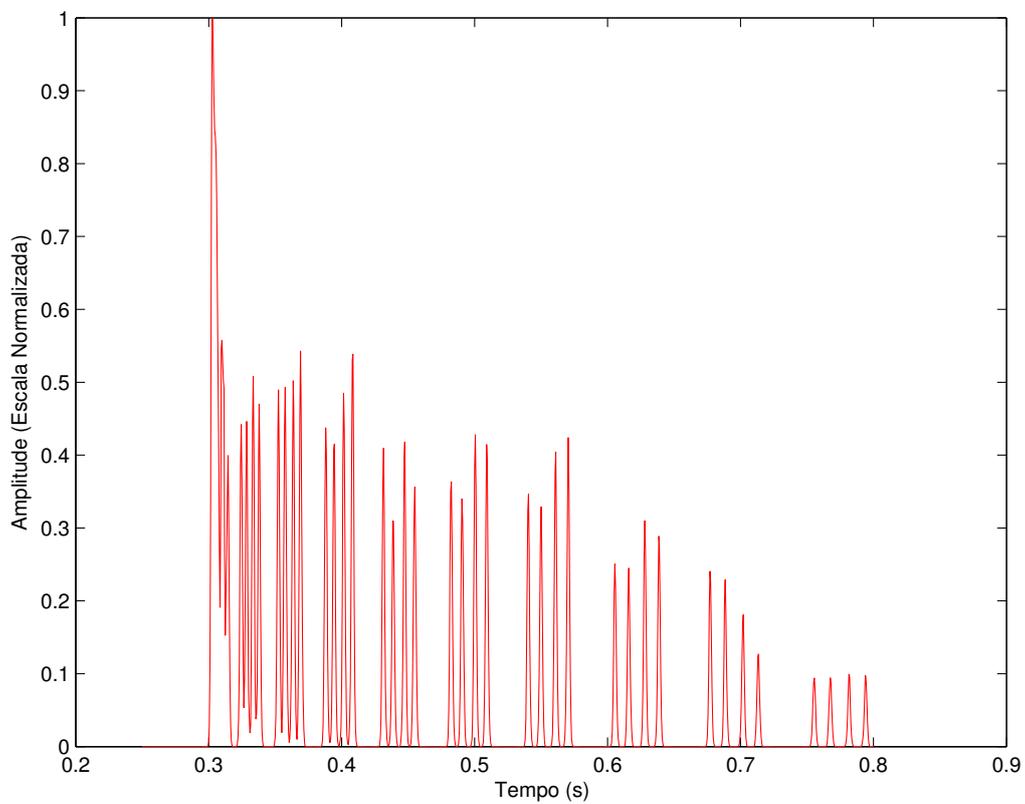


Figura 7.8: INTIMATE96 (14JUN) - R1_10 - Minuto 5 - H115m: estimador *ad hoc*.

7.7 Determinação dos Vetores α

Considerando que a ordem da matriz Ψ seja $N \times I$, e que $N \geq I$ e $\Psi = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$, teremos a seguinte expressão para a pseudoinversa Ψ^+ (ver seção A.4.3)

$$\Psi^+ = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \quad . \quad (7.4)$$

Para o caso em que Ψ seja quadrada ($N = I$) e não singular, sua pseudoinversa coincide com sua inversa ($\Psi^+ = \Psi^{-1}$), e $\mathbf{S}^+ = \mathbf{S}^{-1}$:

$$\Psi^{-1} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T = \mathbf{V}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{U}^T \quad (7.5)$$

De acordo com RODRÍGUEZ [138], com base nos estudos feitos com os dados acústicos gravados no hidrofone posicionado na profundidade de 115 m [77, 151], e de acordo com a análise de RODRÍGUEZ e JESUS [76] (ver seção 2.2.3), o número de chegadas independentes, i.e., sem redundância de informações, é menor do que o número de chegadas resolvidas, para um ambiente de águas rasas. O número estimado de chegadas independentes está relacionado às limitações físicas do canal de propagação.

De acordo com os resultados obtidos por RODRÍGUEZ e JESUS [76], o valor estimado de chegadas independentes, para o ambiente de águas rasas considerado, corresponde a 4. Com base nessa demonstração, consideramos o posto da matriz Ψ igual a 4. A matriz Ψ pode, então, ser descrita pela expressão

$$\Psi = \mathbf{U}_4 \mathbf{S}_4 \mathbf{V}_4^T \quad , \quad (7.6)$$

e sua pseudoinversa como

$$\Psi^+ = \mathbf{V}_4 \mathbf{S}_4^{-1} \mathbf{U}_4^T \quad . \quad (7.7)$$

A partir dos 45 vetores Δt e das 45 matrizes Ψ foram obtidos os 45 vetores α , através da Eq. (4.45).

7.8 Resultados

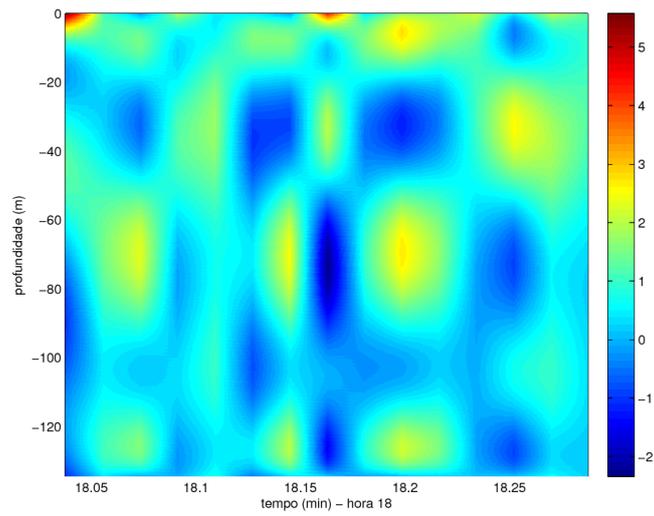
Os procedimentos anteriormente descritos foram aplicados com o intuito de se obter, a partir dos tempos de percurso modais, valores de perturbações de velocidade do som, com base nos dados obtidos durante o experimento INTIMATE96. De acordo com as abordagens realizadas por RODRÍGUEZ [138] e STÉPHAN *et al.* [53], as perturbações de velocidade do som (δc) poderiam ser representadas por EOFs (obtidas estatisticamente, a partir da matriz de covariância), ou por modos dinâmicos (obtidos a partir do perfil de densidade médio), estando esses últimos intimamente relacionados com o processo físico de marés internas, comum na região do experimento.

No presente trabalho, optou-se pela parametrização de δc por polinômios de *Chebyshev*, pela simplicidade e vantagens inerentes. Os resultados obtidos apresentam acurácia aceitável e coerente com os valores encontrados na literatura [53, 138]. Tais valores foram expressos em metros por segundo (m/s) e representados graficamente de acordo com as seguintes figuras:

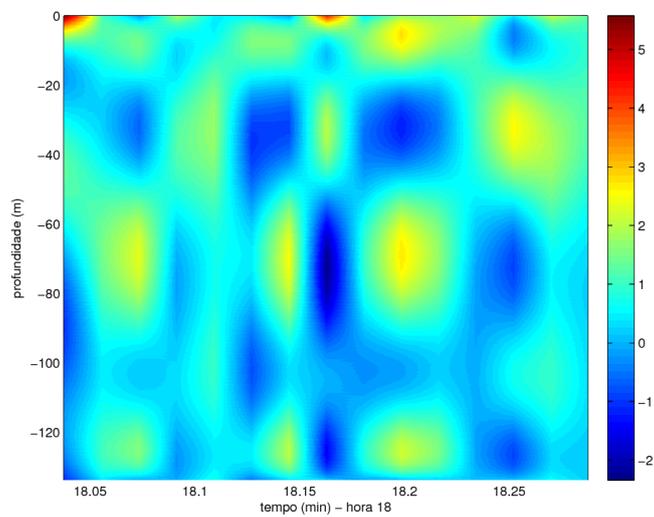
- Hidrofone H35m: Figs. 7.10 a 7.12;
- Hidrofone H105m: Figs. 7.13 a 7.15; e
- Hidrofone H115m: Figs. 7.16 a 7.18.

Essas figuras (7.10 a 7.18) representam perfis de δc (distribuição ao longo da profundidade), para cada minuto de cada um dos três RUNS (R1_8, R1_9 e R1_10).

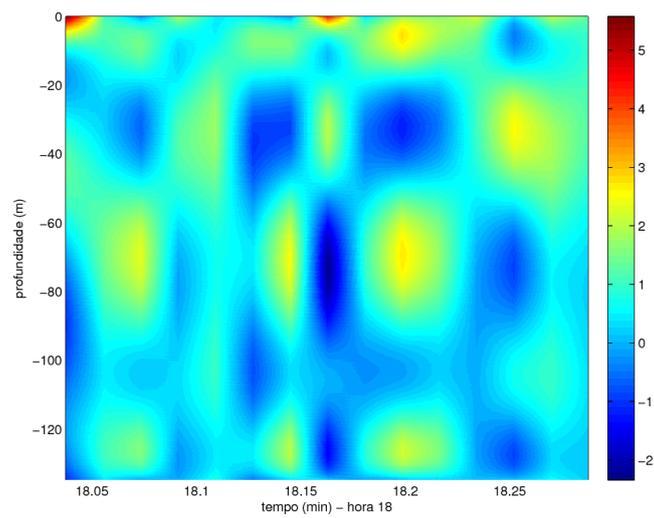
Visando avaliar a tendência dos intervalos de valores de perturbação de velocidade do som (δc), foram elaboradas superfícies de valores de δc considerando, como eixo vertical, a profundidade (em metros), e como eixo horizontal, o intervalo de gravação (em minutos, no intervalo de 18:02 h a 18:17 h), de acordo com a Fig. 7.9. Nessa figura, são apresentadas três superfícies de valores de δc (uma para cada hidrofone), sendo possível notar a similaridade entre elas, indicando a coerência entre os resultados obtidos.



(a) H35m

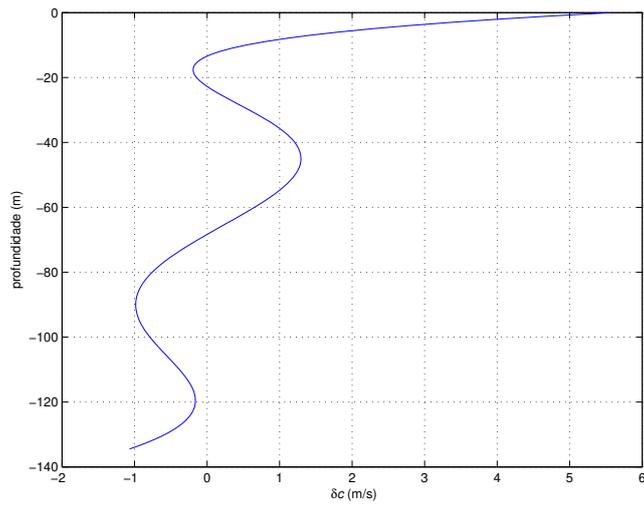


(b) H105m

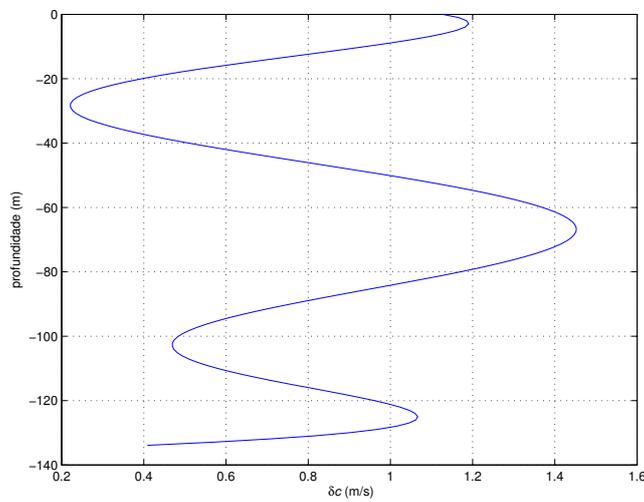


(c) H115m

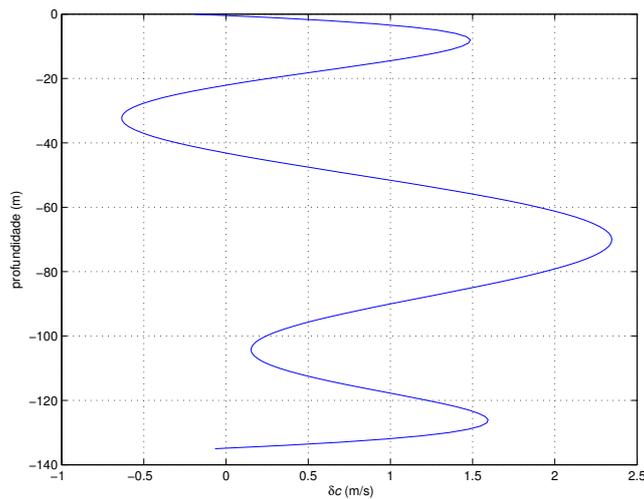
Figura 7.9: INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão para os hidrofones H35m (a), H105m (b) e H115m (c), considerando o intervalo de gravação de 18:02 h a 18:17 h.



(a) R1_8 - minuto 1 - H35m

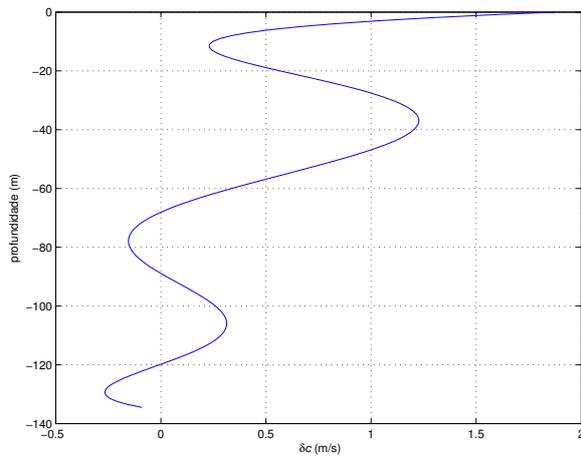


(b) R1_8 - minuto 2 - H35m

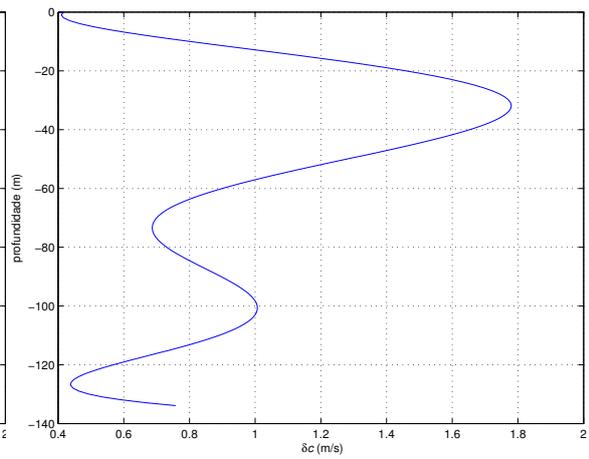


(c) R1_8 - minuto 3 - H35m

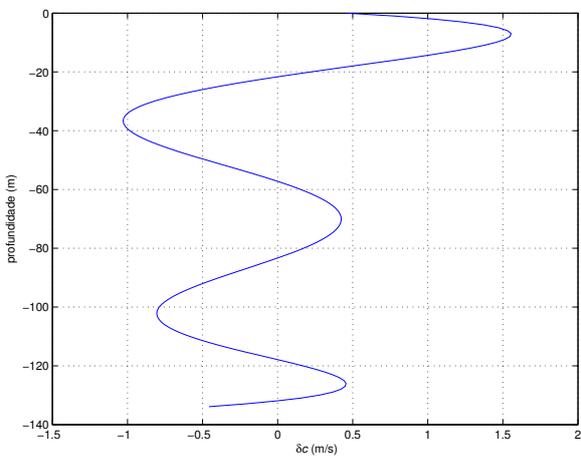
Figura 7.10: INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão para os 3 primeiros minutos do RUN R1_8, considerando o hidrofone H35m.



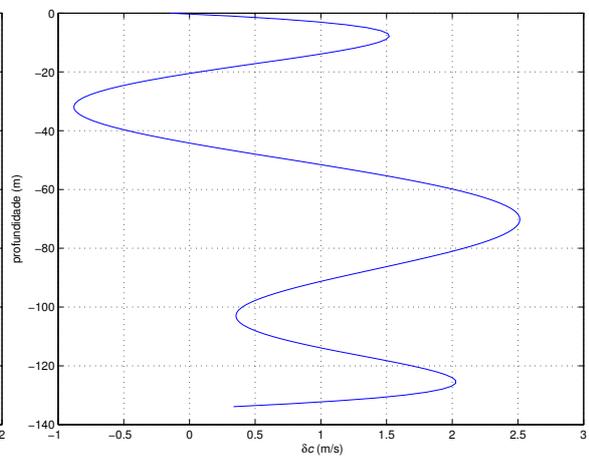
(a) R1_8 - minuto 4 - H35m



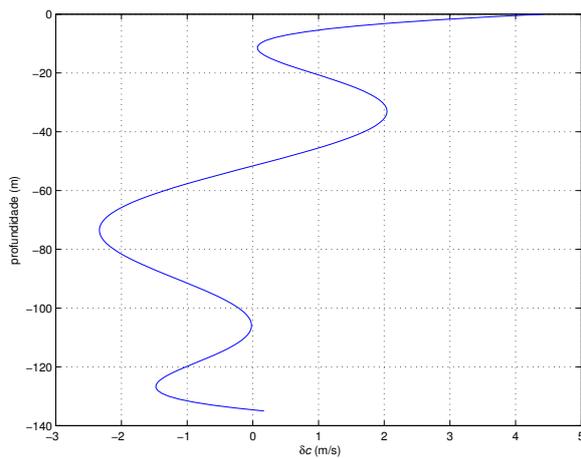
(b) R1_8 - minuto 5 - H35m



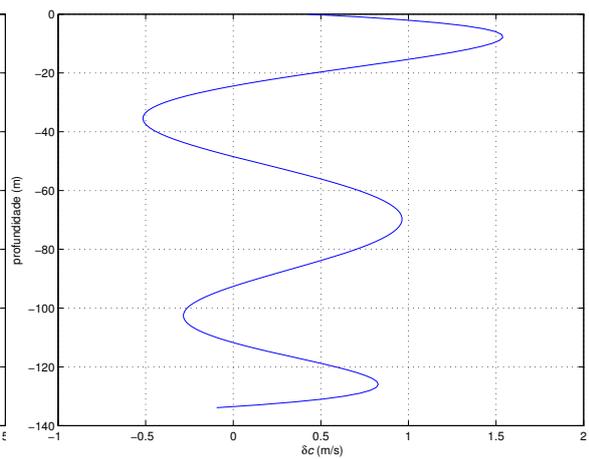
(c) R1_9 - minuto 1 - H35m



(d) R1_9 - minuto 2 - H35m

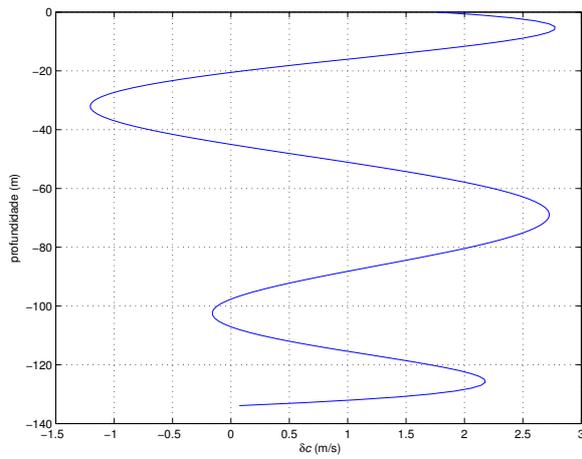


(e) R1_9 - minuto 3 - H35m

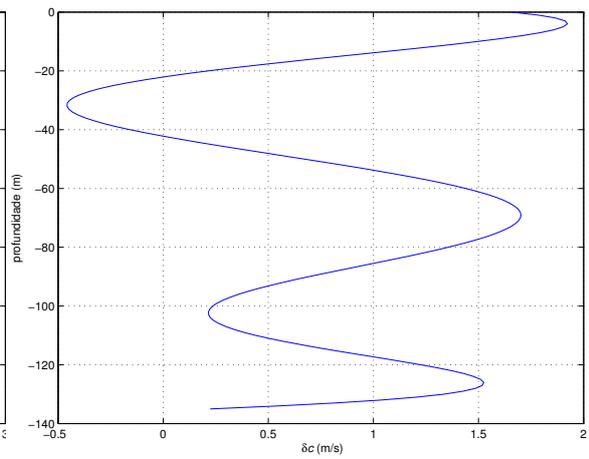


(f) R1_9 - minuto 4 - H35m

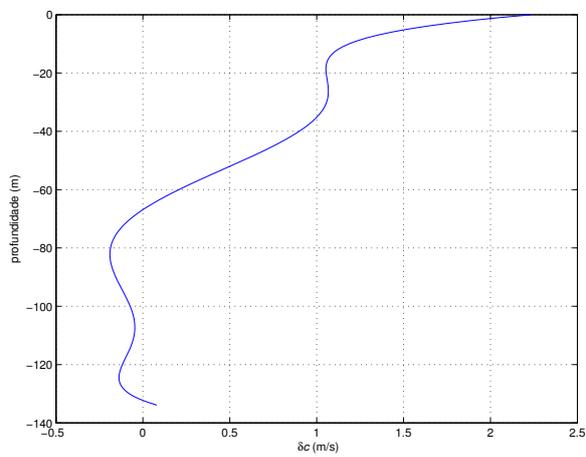
Figura 7.11: INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_8 (minutos 4 e 5) e R1_9 (minutos 1 a 4), considerando o hidrofone H35m.



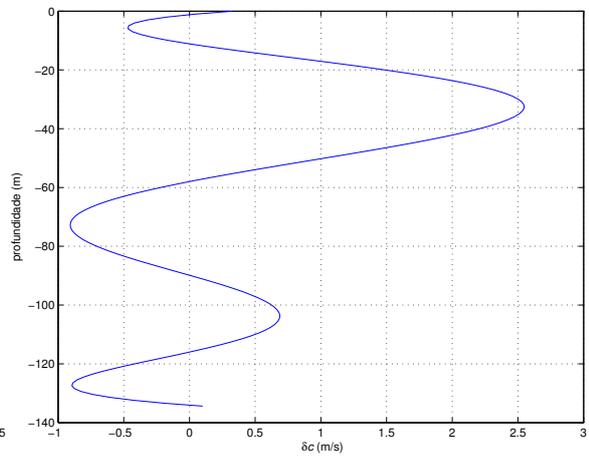
(a) R1_9 - minuto 5 - H35m



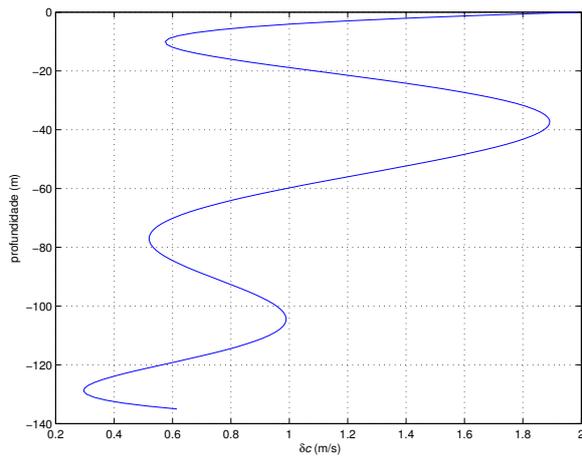
(b) R1_10 - minuto 1 - H35m



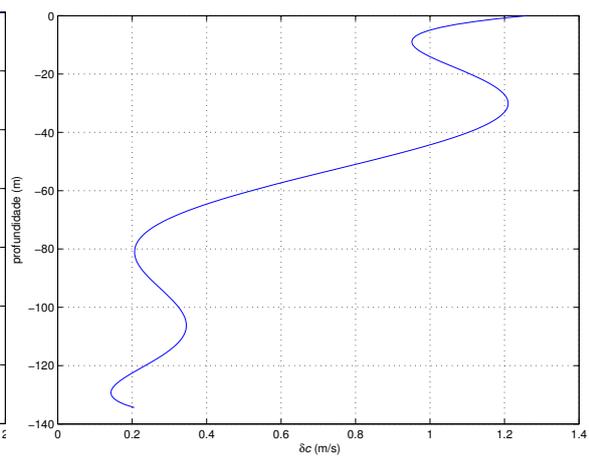
(c) R1_10 - minuto 2 - H35m



(d) R1_10 - minuto 3 - H35m

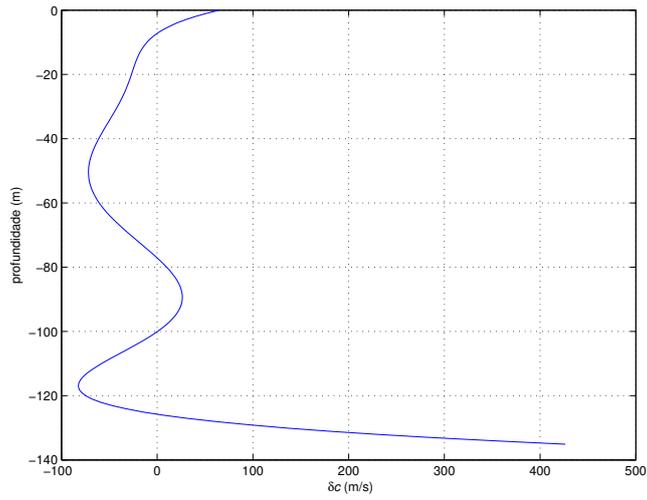


(e) R1_10 - minuto 4 - H35m

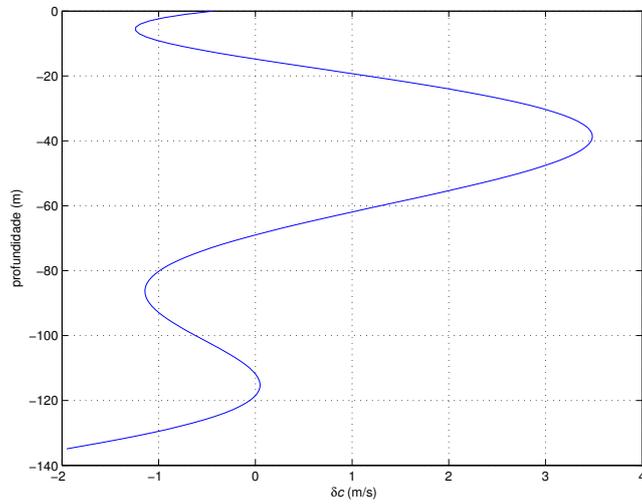


(f) R1_10 - minuto 5 - H35m

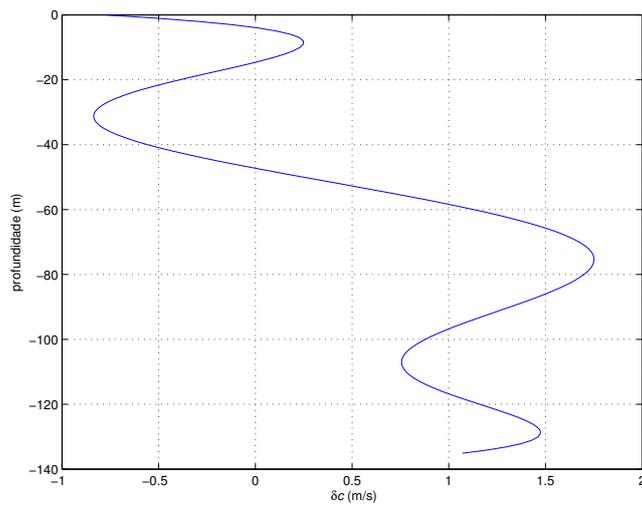
Figura 7.12: INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_9 (minuto 5) e R1_10 (minutos 1 a 5), considerando o hidrofone H35m.



(a) R1_8 - minuto 1 - H105m

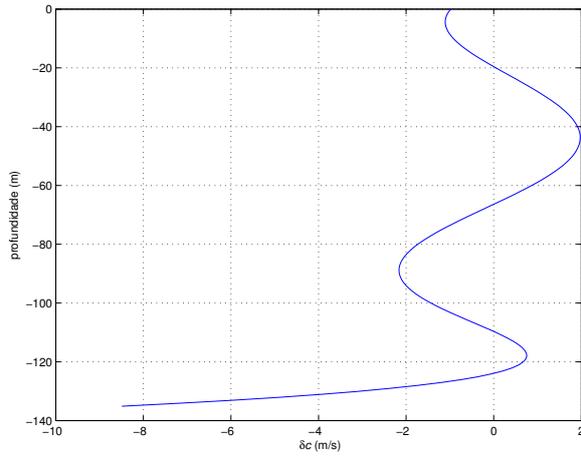


(b) R1_8 - minuto 2 - H105m

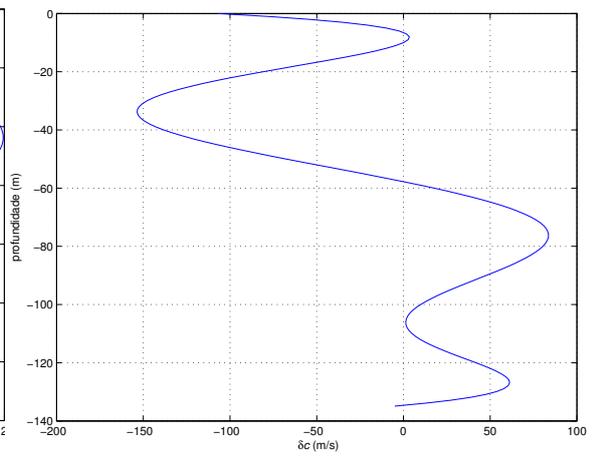


(c) R1_8 - minuto 3 - H105m

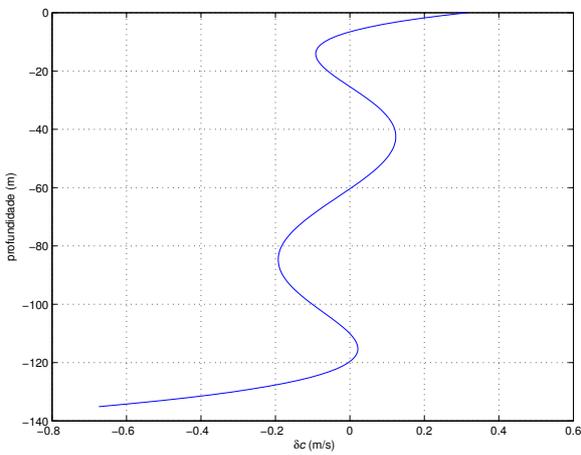
Figura 7.13: INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão para os 3 primeiros minutos do RUN R1_8, considerando o hidrofone H105m.



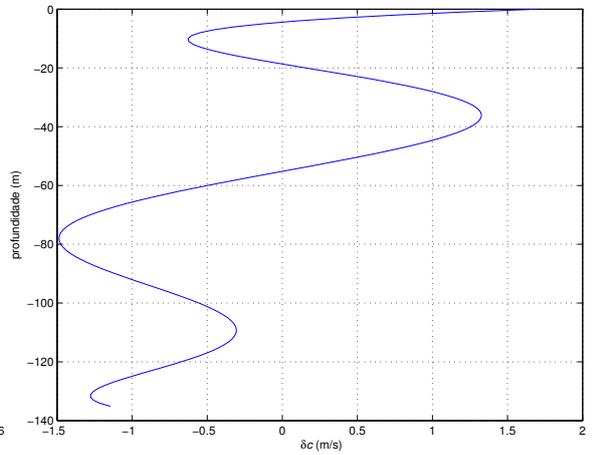
(a) R1_8 - minuto 4 - H105m



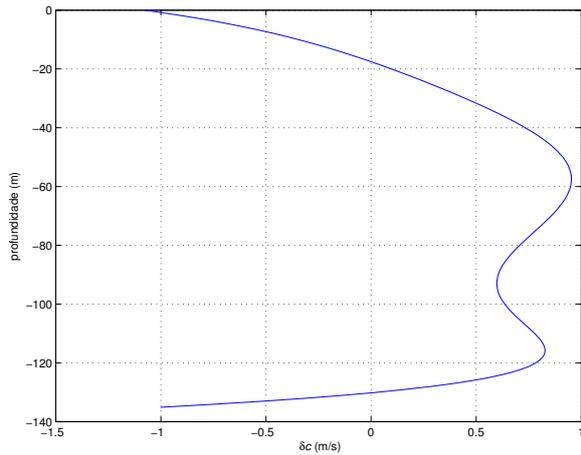
(b) R1_8 - minuto 5 - H105m



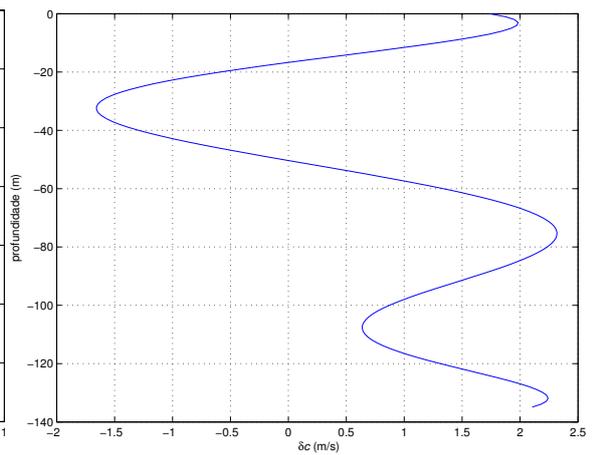
(c) R1_9 - minuto 1 - H105m



(d) R1_9 - minuto 2 - H105m

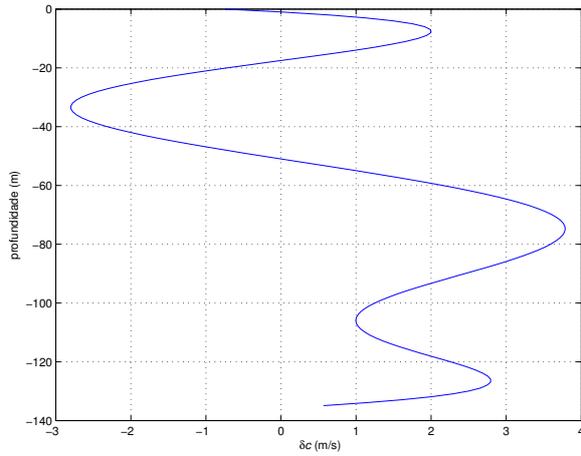


(e) R1_9 - minuto 3 - H105m

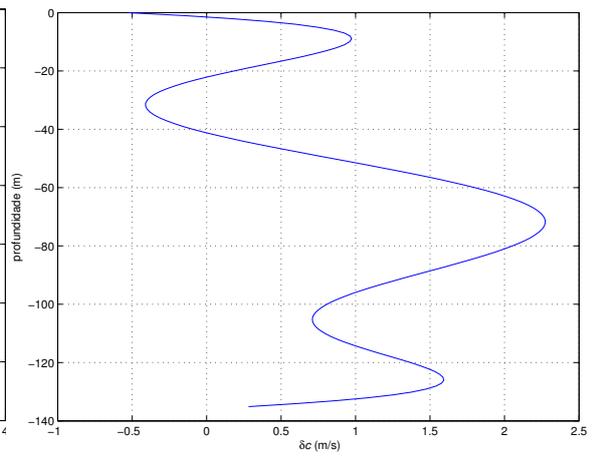


(f) R1_9 - minuto 4 - H105m

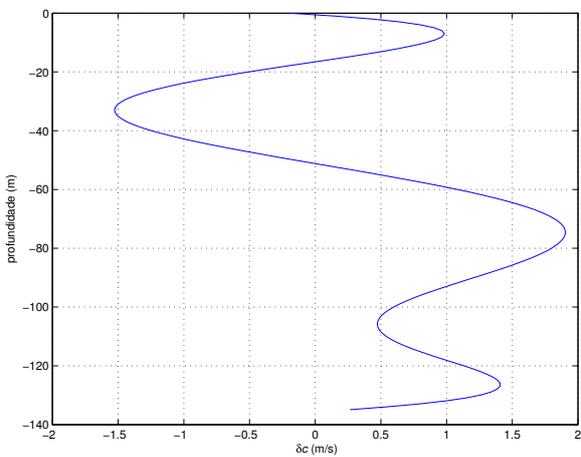
Figura 7.14: INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_8 (minutos 4 e 5) e R1_9 (minutos 1 a 4), considerando o hidrofone H105m.



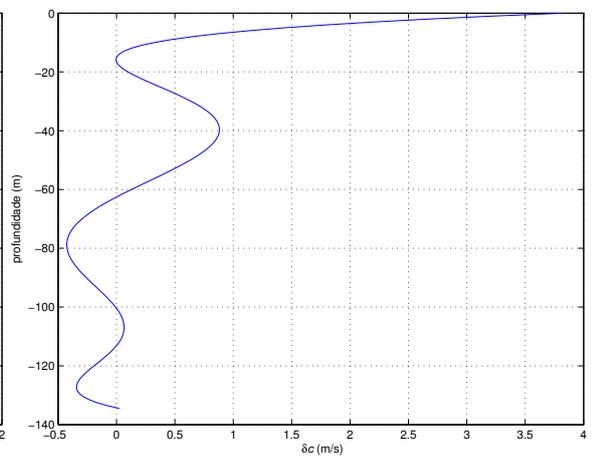
(a) R1_9 - minuto 5 - H105m



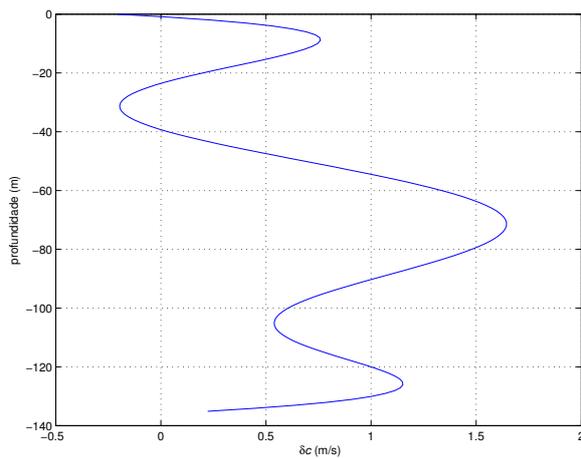
(b) R1_10 - minuto 1 - H105m



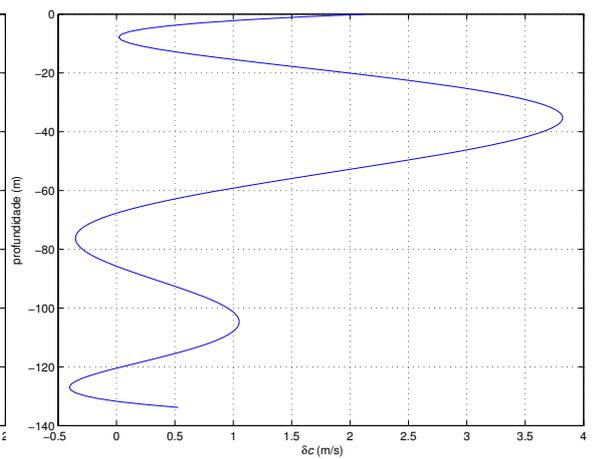
(c) R1_10 - minuto 2 - H105m



(d) R1_10 - minuto 3 - H105m

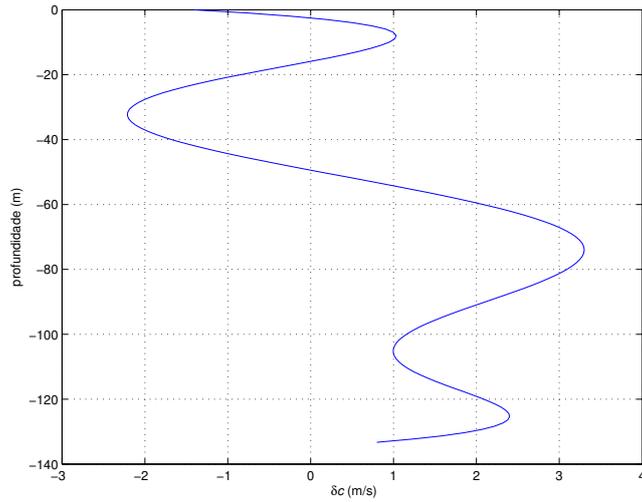


(e) R1_10 - minuto 4 - H105m

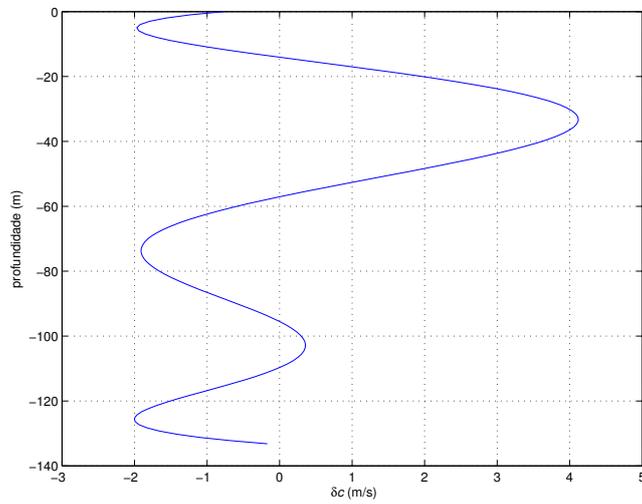


(f) R1_10 - minuto 5 - H105m

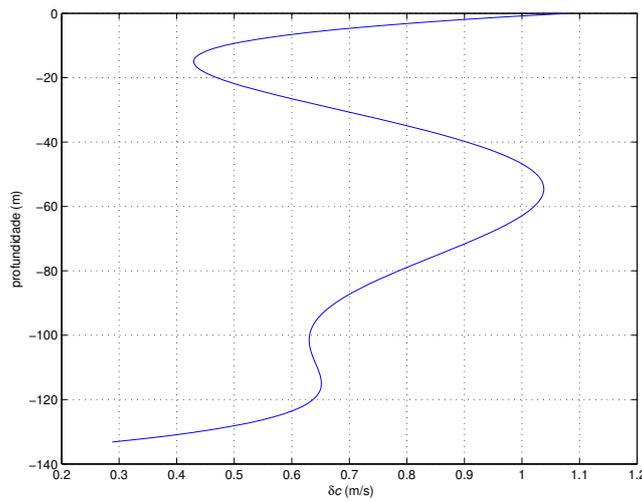
Figura 7.15: INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_9 (minuto 5) e R1_10 (minutos 1 a 5), considerando o hidrofone H105m.



(a) R1_8 - minuto 1 - H115m

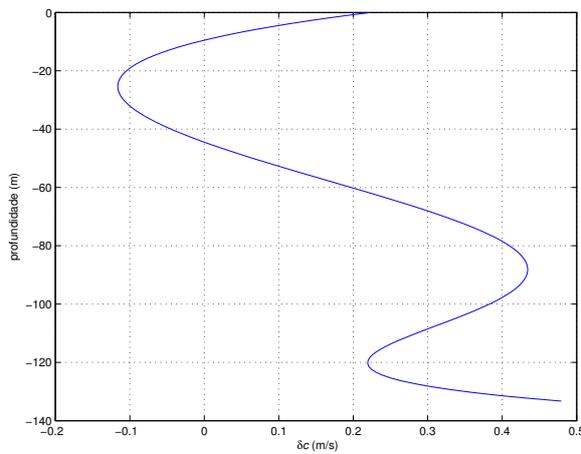


(b) R1_8 - minuto 2 - H115m

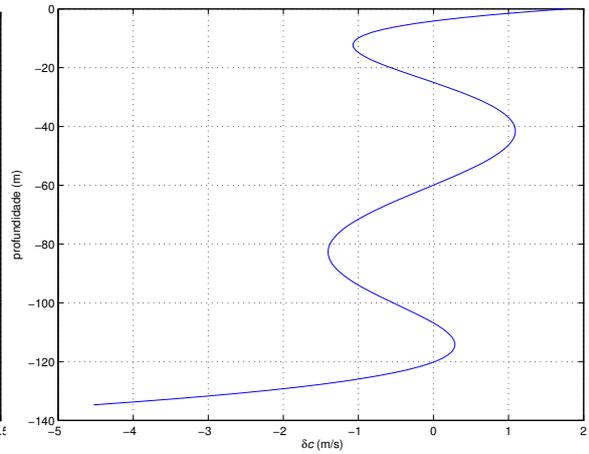


(c) R1_8 - minuto 3 - H115m

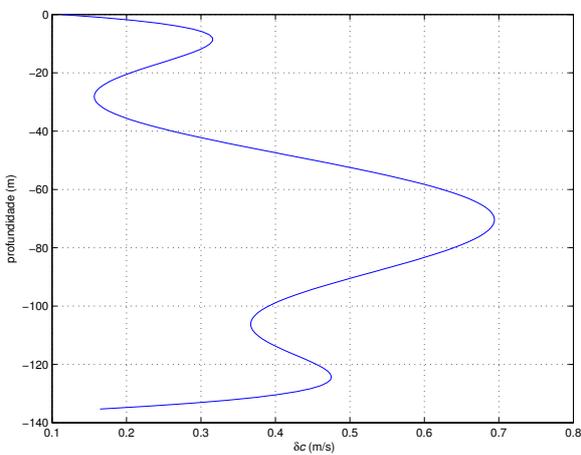
Figura 7.16: INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão para os 3 primeiros minutos do RUN R1_8, considerando o hidrofone H115m.



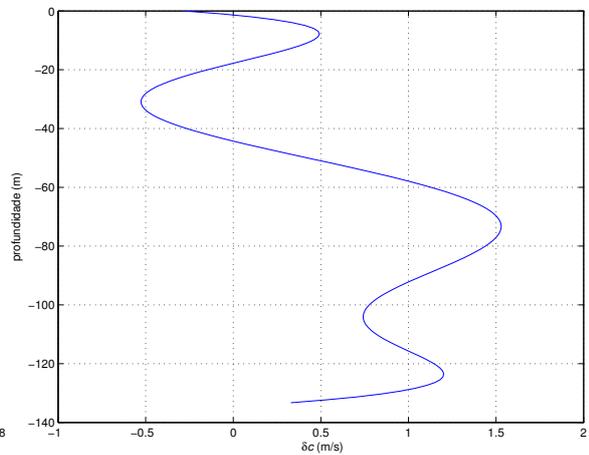
(a) R1_8 - minuto 4 - H115m



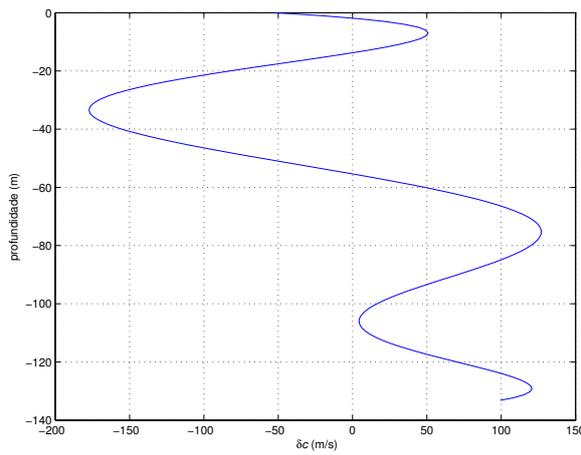
(b) R1_8 - minuto 5 - H115m



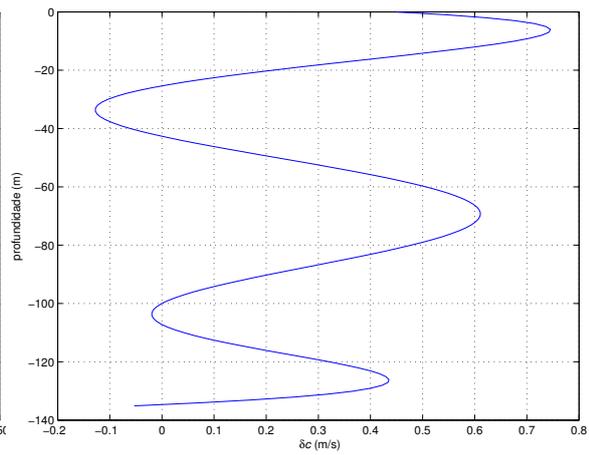
(c) R1_9 - minuto 1 - H115m



(d) R1_9 - minuto 2 - H115m

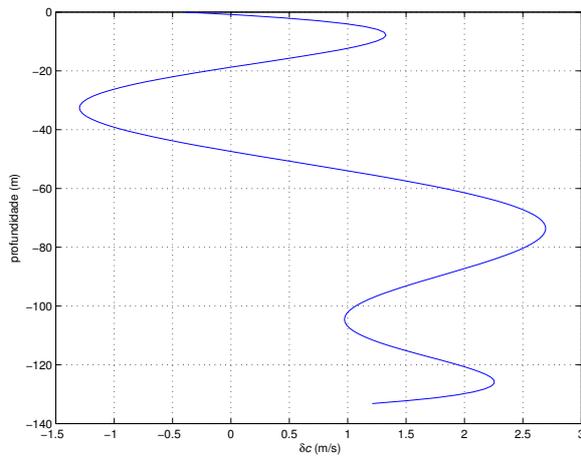


(e) R1_9 - minuto 3 - H115m

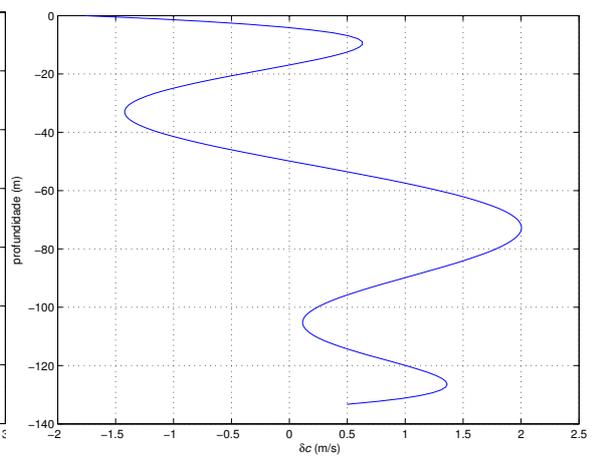


(f) R1_9 - minuto 4 - H115m

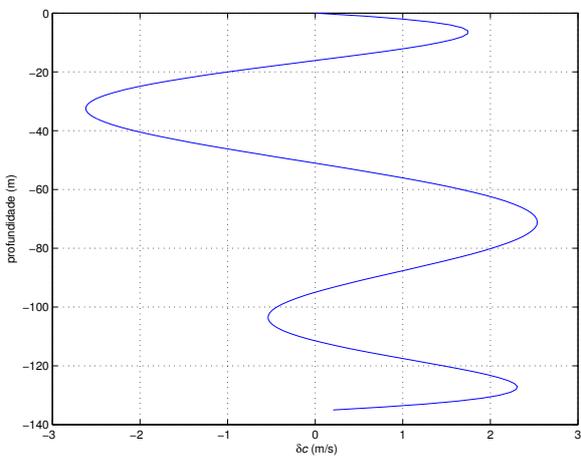
Figura 7.17: INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_8 (minutos 4 e 5) e R1_9 (minutos 1 a 4), considerando o hidrofone H115m.



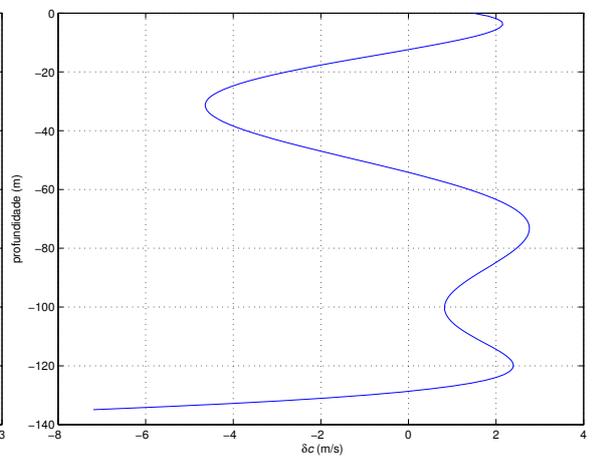
(a) R1_9 - minuto 5 - H115m



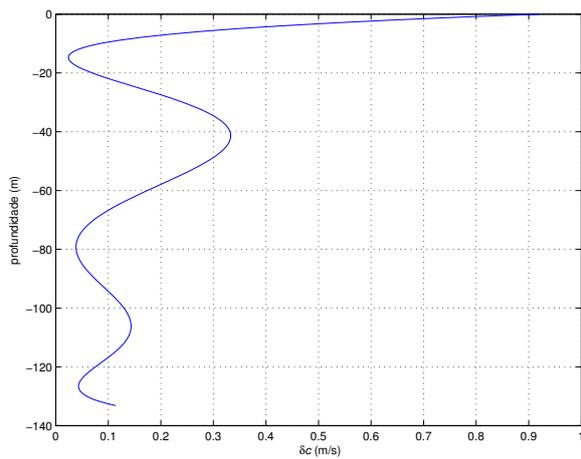
(b) R1_10 - minuto 1 - H115m



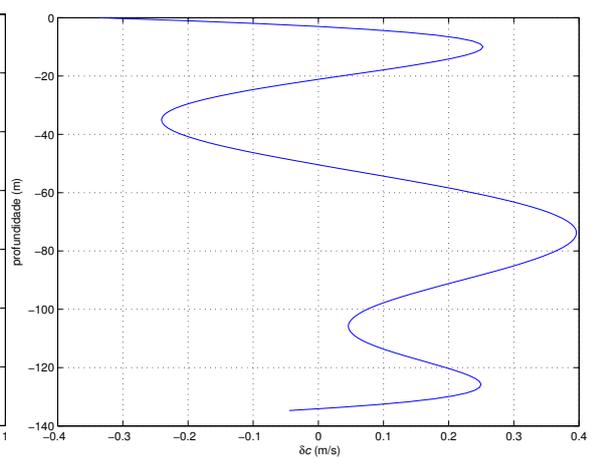
(c) R1_10 - minuto 2 - H115m



(d) R1_10 - minuto 3 - H115m



(e) R1_10 - minuto 4 - H115m



(f) R1_10 - minuto 5 - H115m

Figura 7.18: INTIMATE96 (14JUN): δc (m/s) obtidos por inversão, para R1_9 (minuto 5) e R1_10 (minutos 1 a 5), considerando o hidrofone H115m.

Capítulo 8

Considerações Finais

8.1 Conclusão

No presente trabalho foi abordado o problema de estimativa de parâmetros ambientais em águas rasas com base na identificação da estrutura modal de um sinal acústico de banda larga medido em um hidrofone. A característica dispersiva das regiões de águas rasas aponta a Teoria dos Modos Normais como bastante adequada para modelagem da propagação acústica nesse tipo de ambiente. Contudo, uma das limitações para o emprego de métodos baseados em Modos Normais está relacionada à distância Fonte-Receptor, que deve atender à condição de campo distante, para o emprego da aproximação assintótica da função de *Hankel*.

O presente trabalho foi norteado de acordo com: (i) a necessidade de identificar e caracterizar feições oceanográficas de mesoescala ao largo da costa brasileira (ii) a expectativa de emprego de uma configuração simples (um par Fonte-Receptor) para realização de tomografia acústica em águas rasas; e (iii) alguns estudos já realizados sobre propagação acústica em águas rasas, indicando que, para distância Fonte-Receptor inferior a 15 km, os modos não são bem resolvidos.

O cenário ambiental, empregado no presente trabalho, considerou a distância Fonte-Receptor em torno de 5,6 km. A inversão modal realizada produziu resultados acurados, e a similaridade entre as 3 superfícies de resultados (valores de perturbação de velocidade do som, em m/s, para cada hidrofone), indica a consistência do método tomo-

gráfico realizado. Destacamos a eficácia do método desenvolvido, com base nos seguintes aspectos:

- a) inversão com base em tempos relativos;
- b) discretização do espaço de parâmetros do modelo;
- c) emprego de polinômios de *Chebyshev* como funções de base;
- d) identificação dos modos associados aos máximos locais do padrão de chegada;
- e) estimador de semelhança *ad hoc*; e
- f) método híbrido (Teoria de Raios/Teoria dos Modos Normais).

a) Inversão com Base em Tempos Relativos

Um aspecto importante na TAO é a necessidade de sincronização dos equipamentos em um base de tempo única (e.g, GPS). Os dados utilizados no presente trabalho, foram coletados sem que fosse possível garantir o devido sincronismo entre os equipamentos. Optou-se, então, por realizar a inversão tomográfica com base em tempos relativos, em vez de tempos absolutos. O procedimento adotado produziu resultados acurados, contornando o problema da falta de sincronismo.

b) Discretização do Espaço de Parâmetros do Modelo

A simulação, considerando a coluna de água discretizada em um determinado número de camadas, evidenciou a importância da decisão de como discretizar o espaço de parâmetros do modelo. A escolha do esquema de discretização é de fundamental importância para um acurado processo de inversão, por ter grande efeito sobre o comportamento do problema discretizado.

A discretização da coluna de água em camadas é um procedimento básico em TAO, onde se considera valores médios de perturbação de velocidade do som em cada camada. Contudo, um número incorreto de camadas pode afetar severamente o resultado da inversão, como ocorreu na simulação realizada no presente trabalho. Para contornar

esse problema, o ideal é escolher um conjunto específico de funções de base para representar os parâmetros desconhecidos. Optou-se, então, pelo emprego de polinômios de *Chebyshev*, e o resultado obtido confirmou a importância da parametrização por funções de base, para uma acurada inversão da perturbação de velocidade do som.

c) Emprego de Polinômios de *Chebyshev* como Funções de Base

A escolha adequada das funções de base é fundamental, sendo conveniente que tais funções sejam linearmente independentes e também ortogonais, pois, em termos computacionais, é mais adequado calcular os coeficientes da expansão. A representação do conjunto de incógnitas por uma combinação linear de funções ortogonais reduz os graus de liberdade da solução do PI de modo controlado, tendo com vantagem o fato de a norma mínima (ou norma-2) do vetor dos coeficientes ser igual à norma mínima do vetor de parâmetros desconhecidos: $\|\alpha\|_2 = \|\delta c\|_2$.

As EOFs são comumente utilizadas em TAO, para parametrizar as perturbações de velocidade do som, reduzindo, significativamente, o espaço de procura dos parâmetros que se pretendem determinar. Contudo, o emprego de EOFs corresponde a uma técnica estatística que depende do número e resolução dos perfis medidos. Pela simplicidade e vantagens inerentes, optou-se pelo emprego de polinômios de *Chebyshev* como funções de base ortogonais, que se mostrou eficiente, produzindo resultados com elevada acurácia.

d) Identificação dos Modos Associados aos Máximos Locais do Padrão de Chegada

A propagação acústica em um ambiente de águas rasas é fortemente dependente da frequência e, por consequência, os tempos de percurso também são dependentes da frequência. Para que seja possível separar os modos no tempo, o sinal deve ser propagado a uma distância que atenda à condição de campo distante. Estudos pretéritos indicam que os modos não são bem resolvidos para distâncias Fonte-Receptor inferiores a 15 km, havendo poucos métodos, propostos na literatura, para identificação dos modos. No presente trabalho, foi desenvolvida uma abordagem própria para identificação dos tempos modais. A fim de proceder a identificação dos modos correspondentes aos picos dos pa-

drões de chegada, foi proposta a utilização do modelo de Traçamento de Raios, com base em um pseudopadrão e um estimador de semelhança *ad hoc*. Tal estimador possibilitou uma acurada identificação dos modos.

e) Estimador de Semelhança *Ad Hoc*

Embora as superfícies de valores obtidos para o estimador de semelhança *ad hoc* (distância em metros x profundidade em metros) apresentem uma longa faixa de ambiguidade, é possível calcular o valor mínimo do estimador, sem que haja a possibilidade desse valor estar associado a outro ponto da superfície de valores. Além disso, a similaridade entre as 3 superfícies de valores de perturbação de velocidade do som (tempo em minutos x profundidade em metros), confirmam a eficácia do método. Entretanto, a faixa de ambiguidade, presente na superfície de valores para o estimador, bem como a presença de manchas extensas onde, aparentemente, o estimador quase não varia, indicam a necessidade de melhoria no estimador.

f) Método Híbrido (Teoria de Raios/Teoria dos Modos Normais)

A utilização da Teoria de Raios, em conjunto com a Teoria dos Modos Normais, para identificação dos modos associados aos máximos locais significativos do Padrão de Chegada, possibilitou a redução das limitações de ambos os métodos, produzindo resultados acurados. O presente trabalho demonstrou a possibilidade de realização de inversão modal acurada, considerando a propagação acústica entre uma fonte, de banda larga e baixa frequência, e um único receptor, em um ambiente de águas rasas RI e distância Fonte-Receptor inferior a 15 km, com base em um método híbrido de identificação dos modos, atendendo, então, à questão norteadora e aos objetivos delineados.

8.2 Sugestões Para Trabalhos Futuros

Como sugestões para trabalhos futuros, apresentamos:

- Reformular o estimador de semelhança *ad hoc*, a fim de reduzir a ambiguidade na superfície de resultados;
- Considerar bases alternativas de funções ortogonais:
 - Físicas (modos hidrostáticos), e
 - Matemáticas (polinômios de *Legendre/Hermite*);
- Considerar a dependência da distância radial (*range-dependence*);
- Realizar o processo de inversão considerando a configuração com mais de um hidrofone;
- Realizar simulações/experimentos com o intuito de verificar o efeito da estrutura da matriz de observação modal no número de chegadas independentes (posto da matriz); e
- Realizar simulações/experimentos para as condições típicas das águas adjacentes ao litoral do Brasil.

Apêndice A

Problemas Inversos

Não há uma definição formal e universal para Problema Inverso (PI) [152]. O conceito de PI possui um certo grau de ambiguidade, que é bem ilustrada por uma declaração de *J. B. Keller*, frequentemente citada: “dizemos que um problema é inverso de outro se a formulação de um envolve total ou parcialmente a solução do outro ...” [153]. Podemos definir um PI como o inverso de um PD, mas tal definição fica vazia sem a devida conceituação do PD. Em Física-Matemática, por exemplo, um PD corresponde, usualmente, a um problema de modelagem de alguns campos físicos ou processos. Neste caso, o propósito da solução de um PD é encontrar uma função que descreva um campo físico (ou processo) em um determinado ponto, de um dado domínio, em um determinado instante (se o campo não é estacionário) [152]. A formulação do PD inclui:

1. o domínio no qual o processo é estudado;
2. a equação que descreve o processo;
3. as condições iniciais (se o processo não é estacionário); e
4. as condições de contorno do domínio.

Enquanto o PD (em Física determinística) tem solução única, o mesmo não ocorre com o PI [154]. Ao se resolver um PI, devem ser levados em conta alguns fatores. Primeiro, é preciso ter certeza que existe pelo menos uma solução, o que deve ser verificado na formulação do PI. Na prática, isso não constitui uma questão grave, já que a existência é óbvia, desde que o sistema lide com quantidades fisicamente existentes ou observáveis. Em segundo lugar está a unicidade da solução. Esse é um problema mais grave, tanto em aspectos teóricos quanto práticos, e encontrar uma solução única de um PI requer análises cuidadosas dos correspondentes PD e PI. Se a solução não é única, é preciso verificar a sua otimização em termos de seu significado físico e utilidade prática [155].

PIs são encontrados, tipicamente, em situações onde são feitas observações indiretas de uma quantidade de interesse [156] e correspondem, matematicamente, a problemas

malpostos [157], no sentido definido pelo matemático francês *J. Hadamard*. PIs e problemas malpostos começaram a atrair a atenção de cientistas no início do século XX. Em 1902, *Hadamard* formulou o conceito de problema bem-posto para equações diferenciais. No mesmo artigo, *Hadamard* também deu um exemplo de um problema malposto (o problema de *Cauchy* para a equação de *Laplace*). Em 1943, *A. N. Tikhonov* destacou a importância prática de tais problemas e a possibilidade de encontrar soluções estáveis para eles. Nas décadas de 1950 e 1960, apareceram várias aproximações que se tornaram fundamentais para a teoria de problemas malpostos, atraindo a atenção de muitos matemáticos [152]. Os matemáticos começaram a estudar os PIs com maior rigor na década de 1960 [158], e esse interesse tem continuado a crescer ao longo das últimas décadas.

Com o advento de computadores mais potentes, PIs e problemas malpostos começaram a ganhar popularidade muito rapidamente. Atualmente, a teoria de PIs e problemas malpostos constitui uma poderosa ferramenta, com impacto em inúmeros ramos da Matemática (álgebra, cálculo, geometria, equações diferenciais etc.), sendo amplamente utilizada na solução de problemas em áreas como Física (Mecânica Quântica, Acústica, Eletrodinâmica etc.), Geofísica (exploração sísmica, prospecção elétrica, magnética e gravimétrica, sondagem magnetotélúrica etc.) e Medicina (eletrocardiograma, tomografia, ultrassom etc.), dentre outras [152].

A.1 Problemas Malpostos

Como mencionado, a teoria de problemas malpostos é um ramo da Matemática que se desenvolveu intensamente nas duas últimas décadas, e está ligado aos mais variados problemas aplicados: interpretação de leituras de inúmeros instrumentos físicos e de observações geofísicas, geológicas e astronômicas, otimização de controle, gestão e planejamento, síntese de sistemas automáticos etc. O desenvolvimento da teoria de problemas malpostos foi ocasionado pelo advento da moderna tecnologia de computação [159]. *Hadamard* introduziu a definição de problema bem-posto, uma abstração das propriedades conhecidas dos problemas clássicos da Física-Matemática [160], caracterizada por três elementos:

- **Existência:** o problema tem uma solução;
- **Unicidade:** o problema tem somente uma solução; e
- **Continuidade:** a solução é uma função contínua dos dados.

O conceito de problema bem-posto está ligado às pesquisas de *Hadamard* sobre vários problemas de valor de fronteira para as equações da Física-Matemática. *Hadamard* expressou a opinião de que problemas de valor de fronteira, cujas soluções não satisfazem certas condições de continuidade, não são fisicamente significativos. Posteriormente, foi descoberto que a opinião de *Hadamard* era errônea. Descobriu-se também

que muitos problemas da Física-Matemática que são malpostos, no senso de *Hadamard*, têm conteúdo físico real, e que problemas malpostos surgem em muitas outras áreas da Matemática Aplicada [159].

Problemas clássicos em Física-Matemática geralmente são bem-postos, no senso de *Hadamard*, como, por exemplo, o PD para a equação de calor, o problema de *Dirichlet* para equações elípticas, e o problema de *Cauchy* para equações hiperbólicas, dentre outros. Na verdade, *Hadamard* acreditava que problemas da vida real eram bem-postos, e que os problemas malpostos eram meras estranhezas matemáticas. Muitos outros PDs são bem-postos, mas alguns não, como, por exemplo, a diferenciação, que é um PD malposto, pois sua solução não depende continuamente dos dados [157].

A.2 Relação Causa-Efeito

De acordo com o pesquisador russo *Oleg M. Alifanov*, “a solução de um PI consiste em determinar causas desconhecidas com base na observação de seus efeitos” [161]. O conceito de PI encontra uma definição intuitiva na relação causa-efeito, na medida em que consideramos o PD como o problema de determinação do efeito a partir da causa. O PI também pode ser descrito por uma relação entrada-saída, como ilustrado na Fig. A.1, modificada de HANSEN [162]. Considerando um processo envolvendo os elementos entrada, sistema e saída, podemos distinguir dois tipos de PI [163]:

- Problema de reconstrução: conhecidos os parâmetros do sistema e a saída (efeito), deseja-se encontrar a entrada (causa); e
- Problema de identificação: conhecidas a entrada (causa) e a saída (efeito), deseja-se encontrar os parâmetros do sistema.

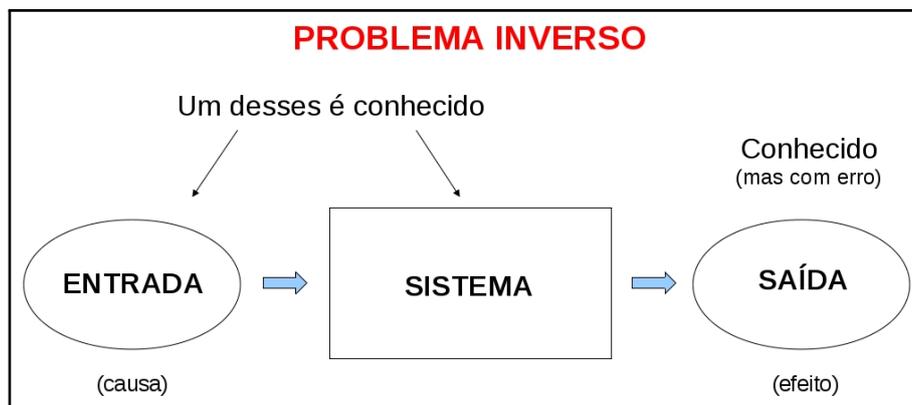


Figura A.1: Representação de um PI. A saída é conhecida (geralmente com erro) e poderemos ter um PI em que se deseja encontrar a entrada (conhecidos os parâmetros do sistema), ou encontrar os parâmetros do sistema (conhecida a entrada). Fonte: adaptada de HANSEN [162], p. 2.

A.3 Formulação do PI

Cientistas e engenheiros frequentemente desejam relacionar parâmetros físicos que caracterizam um modelo (\mathbf{m}) às observações coletadas que compõem um conjunto de dados (\mathbf{d}) [164]. Considerando M medições realizadas em um determinado experimento, podemos considerar esses valores como elementos de um vetor \mathbf{d} de comprimento M , da mesma forma que os L parâmetros do modelo podem ser representados como os elementos de um vetor \mathbf{m} , de comprimento L [165]:

$$\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_M]^T \equiv \text{dados, e} \quad (\text{A.1a})$$

$$\mathbf{m} = [m_1, m_2, m_3, m_4, \dots, m_L]^T \equiv \text{parâmetros do modelo.} \quad (\text{A.1b})$$

Nas Eqs. (A.1a) e (A.1b), o T sobrescrito representa a operação de transposição. A consideração básica de um PI é que os dados (\mathbf{d}) e os parâmetros do modelo (\mathbf{m}) são, de alguma forma, relacionados [165]. Esta relação pode apresentar diferentes formas, geralmente classificadas como “explícita” ou “implícita”, e “linear” ou “não linear”.

A.3.1 Forma Implícita

Na forma implícita, a variável dependente não é expressa explicitamente em termos da variável independente. De modo geral, os dados e os parâmetros do modelo podem estar relacionados por uma ou mais equações implícitas [165], como

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{d}, \mathbf{m}) &= 0 \\ f_2(\mathbf{d}, \mathbf{m}) &= 0 \\ &\vdots \\ f_E(\mathbf{d}, \mathbf{m}) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

onde E é o número de equações. Essas equações implícitas podem ser escritas compactamente como uma equação vetorial:

$$\mathbf{f}(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = 0 \quad . \quad (\text{A.3})$$

A.3.2 Forma Explícita

Na forma explícita, a variável dependente é expressa explicitamente em termos da variável independente. Consideremos uma função vetorial \mathbf{G} que relaciona os parâmetros do modelo (\mathbf{m}) com os dados (\mathbf{d}). Quando \mathbf{m} e \mathbf{d} são funções, normalmente nos referimos a \mathbf{G} como um “operador”. \mathbf{G} é chamado de função quando \mathbf{m} e \mathbf{d} são vetores. O operador \mathbf{G} pode assumir muitas formas. Em alguns casos \mathbf{G} é uma equação diferencial ordinária

(EDO) ou uma equação diferencial parcial (EDP). Em outros, \mathbf{G} é um sistema linear ou não linear de equações algébricas [164].

Forma Não Linear Explícita

Em muitos casos é possível separar os dados (\mathbf{d}) dos parâmetros do modelo (\mathbf{m}) através da função vetorial \mathbf{G} [165], com $E = M$ equações lineares em relação a \mathbf{d} (mas não lineares em relação a \mathbf{m})

$$\mathbf{f}(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = \mathbf{0} = \mathbf{d} - \mathbf{G}(\mathbf{m}) \Rightarrow \mathbf{d} = \mathbf{G}(\mathbf{m}) \quad . \quad (\text{A.4})$$

Forma Linear Explícita

Na forma linear explícita a função \mathbf{G} também é linear, e as $E = M$ equações lineares correspondem à seguinte equação matricial

$$\mathbf{f}(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = \mathbf{0} = \mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m} \Rightarrow \mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{m} \quad . \quad (\text{A.5})$$

A Eq. (A.5) constitui a base do estudo da teoria da inversão discreta, com o PD consistindo em determinar \mathbf{d} , sendo dados \mathbf{G} e \mathbf{m} , e o PI, em determinar \mathbf{m} , sendo dados \mathbf{G} e \mathbf{d} . Muitos PIs importantes envolvem precisamente essa equação. Outros, embora envolvendo equações mais complicadas, podem, muitas vezes, ser resolvidos através de aproximações lineares [165]. Considerando a matriz $\mathbf{G} = [G_{ij}]_{M \times L}$, a Eq. (A.5) pode ser descrita analiticamente como

$$d_i = \sum_{j=1}^L G_{ij} m_j \quad , \quad i = 1, \dots, M \quad (\text{dados discretos}) \quad . \quad (\text{A.6})$$

O sistema linear associado à Eq. (A.6) poderá ser subdeterminado ($M < L$), determinado ($M = L$) ou sobredeterminado ($M > L$), de acordo com o número de dados disponíveis (M equações), em comparação com o número de parâmetros a serem determinados (L incógnitas). Se o número de equações for igual ao número de incógnitas, e a matriz \mathbf{G} for inversível¹, poderemos obter a matriz \mathbf{m} por inversão direta [167]

$$\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{d} \Leftrightarrow \mathbf{G}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{d} \Leftrightarrow \mathbf{m} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{d} \quad . \quad (\text{A.7})$$

Em geral, não se calcula a matriz inversa para resolver um sistema linear, recorrendo-se a métodos mais eficientes (e.g., eliminação Gaussiana). Se a matriz \mathbf{G} for retangular ($M \neq L$), poderá haver infinitas ou nenhuma solução. Um sistema sobredeterminado, tipicamente, não possui solução. Em contraste, um sistema subdeterminado (mais incógnitas que equações) tipicamente possui um número infinito de soluções. Para

¹Matriz não singular (quadrada, com determinante diferente de zero): todas as linhas e todas as colunas são linearmente independentes [166].

um sistema sobredeterminado, que é frequentemente o caso, soluções por mínimos quadrados são geralmente obtidas [168–170].

A.4 Método dos Mínimos Quadrados

Encontrar a solução aproximada de um sistema de equações lineares sobredeterminado é um dos principais tópicos em álgebra linear, e a solução clássica corresponde à aproximação pelo método dos mínimos quadrados [171]. Para um sistema linear sobredeterminado, representado pela Eq. (A.5), geralmente não há solução. Contudo, há sempre um vetor \mathbf{m} de menor norma euclidiana² que minimiza $\|\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}\|_2$ [173]. Considerando, então, a matriz $\mathbf{G} = [\mathbf{G}_{ij}]_{M \times L}$, e a norma euclidiana do vetor residual $\mathbf{r} = \mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}$

$$\|\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}\| = \|\mathbf{r}\| = (\mathbf{r}^T \cdot \mathbf{r})^{1/2} \Leftrightarrow \|\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}\|_2 = \|\mathbf{r}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^M |r_i|^2 \right)^{1/2}, \quad (\text{A.8})$$

a solução de mínimos quadrados para a Eq. (A.5), com $M > L$, corresponde ao vetor $\hat{\mathbf{m}}$ que minimiza $\|\mathbf{r}\|_2$ [174]. Minimizar $\|\mathbf{r}\|_2$ é equivalente a minimizar $\|\mathbf{r}\|_2^2$ (soma dos quadrados dos resíduos):

$$\|\mathbf{r}\| = (r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_M^2)^{1/2} \Rightarrow \|\mathbf{r}\|^2 = r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_M^2 = \|\mathbf{r}\|_2^2. \quad (\text{A.9})$$

Desenvolvemos a Eq. (A.9), de acordo com³

$$\begin{aligned} \|\mathbf{r}\|_2^2 &= \mathbf{r}^T \cdot \mathbf{r} = (\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m})^T \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}) \\ &= (\mathbf{d}^T - (\mathbf{G}\mathbf{m})^T) \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}) \\ &= \mathbf{d}^T \mathbf{d} - \mathbf{d}^T \mathbf{G}\mathbf{m} - (\mathbf{G}\mathbf{m})^T \mathbf{d} + (\mathbf{G}\mathbf{m})^T \mathbf{G}\mathbf{m} \\ &= \mathbf{d}^T \mathbf{d} - 2\mathbf{m}^T \mathbf{G}^T \mathbf{d} + \mathbf{m}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G}\mathbf{m}, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

sendo considerado que $\mathbf{d}^T \mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{m}^T \mathbf{G}^T \mathbf{d}$. É bem conhecido que a melhor forma de resolver um problema de otimização de uma função convencional consiste em diferenciar a função e igualar o resultado a zero. A princípio, procedimento semelhante pode ser aplicado a um funcional⁴ [115]. Para determinarmos o mínimo de $\mathbf{r}^T \cdot \mathbf{r}$, derivamos em relação à \mathbf{m} e igualamos a zero:

$$\frac{\partial(\mathbf{r}^T \cdot \mathbf{r})}{\partial \mathbf{m}} = -2\mathbf{G}^T \mathbf{d} + 2\mathbf{G}^T \mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{G}^T \mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{G}^T \mathbf{d}. \quad (\text{A.11})$$

²Para vetores, a norma euclidiana ($\|\mathbf{r}\|$) e a norma-2 ($\|\mathbf{r}\|_2$) são idênticas [172].

³Considerando as propriedades $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T + \mathbf{B}^T$ e $(\mathbf{A}\mathbf{B})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$.

⁴Uma função cujo domínio é um espaço de funções.

As equações que compõem o sistema associado à Eq. (A.11) são denominadas equações normais, em função da condição de ortogonalizade [175]:

$$\mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{m} = \mathbf{G}^T \mathbf{d} \Rightarrow \mathbf{G}^T (\mathbf{d} - \mathbf{G} \mathbf{m}) = \mathbf{G}^T \mathbf{r} = \mathbf{0} \quad . \quad (\text{A.12})$$

Se \mathbf{G} tem posto-coluna máximo⁵, isto é, se $\text{posto}(\mathbf{G})=L < M$, então a Eq. (A.11) tem uma única solução, a saber

$$\hat{\mathbf{m}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d} \quad , \quad (\text{A.13})$$

com a quantidade $(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T$, denominada pseudoinversa⁶ de \mathbf{G} , representada por \mathbf{G}^+ .

A.4.1 Pseudoinversa

A pseudoinversa \mathbf{G}^+ é uma generalização da matriz inversa \mathbf{G}^{-1} , sendo aplicável tanto para matrizes retangulares como para matrizes quadradas. Quando \mathbf{G}^{-1} não existe, \mathbf{G}^+ fornece uma substituição natural. A pseudoinversa constitui uma poderosa ferramenta para a solução da equação linear $\mathbf{d} = \mathbf{G} \mathbf{m}$, quando ela não tem solução ou possui mais do que uma solução. Para o caso sobredeterminado, como foi visto, a solução de mínimos quadrados $\hat{\mathbf{m}} = \mathbf{G}^+ \mathbf{d}$ minimiza a soma dos quadrados dos erros das equações:

$$\hat{\mathbf{m}} = \min_{\mathbf{m}} \|\mathbf{d} - \mathbf{G} \mathbf{m}\|_2^2 \quad . \quad (\text{A.14})$$

Contudo, no caso da Eq. (A.14), $\hat{\mathbf{m}}$ não satisfaz a equação linear $\mathbf{d} = \mathbf{G} \mathbf{m}$, ou seja, $\mathbf{d} \neq \mathbf{G} \hat{\mathbf{m}}$. Se houver mais de uma solução (sistema subdeterminado), a solução $\hat{\mathbf{m}} = \mathbf{G}^+ \mathbf{d}$ minimiza a norma (comprimento) de \mathbf{m}

$$\hat{\mathbf{m}} = \min_{\mathbf{m}} \|\mathbf{m}\|_2^2 \quad , \quad (\text{A.15})$$

e, nesse caso, $\hat{\mathbf{m}}$ satisfaz a equação linear $\mathbf{d} = \mathbf{G} \mathbf{m}$, isto é, $\mathbf{d} = \mathbf{G} \hat{\mathbf{m}}$ [178]. Uma matriz \mathbf{G} de ordem $M \times L$ terá, então, uma pseudoinversa \mathbf{G}^+ de ordem $L \times M$, que irá compor a solução $\hat{\mathbf{m}}$ na forma $(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T$ ou $\mathbf{G}^T (\mathbf{G} \mathbf{G}^T)^{-1}$, de acordo com [179]

$$\hat{\mathbf{m}} = \mathbf{G}^+ \mathbf{d} = \begin{cases} (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d}, & \text{se } M > L \text{ e } \mathbf{G} \text{ tem posto-coluna máximo,} \\ \mathbf{G}^{-1} \mathbf{d}, & \text{se } M = L \text{ e } \mathbf{G} \text{ é inversível, e} \\ \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \mathbf{G}^T)^{-1} \mathbf{d}, & \text{se } M < L \text{ e } \mathbf{G} \text{ tem posto-linha máximo,} \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

sendo $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$ inversível de ordem $L \times L$, para o caso em que $\text{posto}(\mathbf{G})=L < M$, e $\mathbf{G} \mathbf{G}^T$ in-

⁵O posto de uma matriz corresponde ao número máximo de linhas ou de colunas linearmente independentes (o número de linhas linearmente independentes é igual ao número de colunas linearmente independentes). Embora possamos usar os termos posto-linha ou posto-coluna, a palavra posto já é suficiente. O posto de uma matriz \mathbf{G} de ordem $M \times L$ não pode ser maior que a menor dimensão, que limita o tamanho da maior submatriz quadrada: $\text{posto}(\mathbf{G}) \leq \min(M, L)$. Se \mathbf{G} tem posto-coluna máximo, os vetores-coluna de \mathbf{G} são linearmente independentes, e $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$ é inversível [176].

⁶Também conhecida como inversa de *Moore-Penrose* [177].

versível de ordem $M \times M$, para o caso em que $\text{posto}(\mathbf{G})=M < L$. A pseudoinversa \mathbf{G}^+ deve satisfazer as seguintes condições [180]:

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & \mathbf{G}\mathbf{G}^+\mathbf{G} = \mathbf{G} \quad , \\
 \text{(ii)} \quad & \mathbf{G}^+\mathbf{G}\mathbf{G}^+ = \mathbf{G}^+ \quad , \\
 \text{(iii)} \quad & (\mathbf{G}\mathbf{G}^+)^T = \mathbf{G}\mathbf{G}^+ \quad , \text{ e} \\
 \text{(iv)} \quad & (\mathbf{G}^+\mathbf{G})^T = \mathbf{G}^+\mathbf{G} \quad .
 \end{aligned}
 \tag{A.17}$$

A pseudoinversa de uma matriz sempre existe e é única. As condições a serem satisfeitas pela pseudoinversa impõem algumas dificuldades ao cálculo de \mathbf{G}^+ , que pode ser mais facilmente conduzido com a fatoração de \mathbf{G} por meio da decomposição em valores singulares (em inglês, *Singular Value Decomposition: SVD*) [181].

A.4.2 Decomposição em Valores Singulares

A SVD é uma importante ferramenta para a teoria de PIs lineares. Qualquer matriz \mathbf{G} de ordem $M \times L$ e posto $r \leq \min(M, L)$ pode ser decomposta como [182]

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad , \tag{A.18}$$

onde:

- \mathbf{U} - matriz ortogonal de ordem $M \times M$, cujas colunas são os autovetores de $\mathbf{G}\mathbf{G}^T$;
- \mathbf{V} - matriz ortogonal de ordem $L \times L$, cujas colunas são os autovetores de $\mathbf{G}^T\mathbf{G}$; e
- \mathbf{S} - matriz de ordem $M \times L$, com os valores singulares de \mathbf{G} ocupando as r primeiras posições na diagonal ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0$) [183], de acordo com

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} \sigma_i \geq 0, & i = j \text{ e } i \leq r , \\ 0, & i \neq j \text{ ou } i > r . \end{cases} \tag{A.19}$$

A matriz \mathbf{S} corresponde, então, à forma [184, 185]

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_r & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{M \times L} .$$

Os valores singulares $\sigma_1, \dots, \sigma_r$ da matriz \mathbf{G} são as raízes quadradas dos autovalores de $\mathbf{G}^T\mathbf{G}$ ou $\mathbf{G}\mathbf{G}^T$ (essas matrizes possuem os mesmos autovalores), sendo o maior valor singular (σ_1) correspondente à norma-2 (ou norma Euclidiana) de \mathbf{G} [186, 187]. Se $M \geq L$, então os valores singulares de \mathbf{G} são as raízes quadradas dos autovalores de $\mathbf{G}^T\mathbf{G}$. Do contrário, são as raízes quadradas dos autovalores de $\mathbf{G}\mathbf{G}^T$. Se \mathbf{G} for uma matriz quadrada ($M=L$) e simétrica ($\mathbf{G} = \mathbf{G}^T$), então $\mathbf{U}=\mathbf{V}$ e os valores singulares de \mathbf{G} correspondem aos valores absolutos dos autovalores ($\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$) de \mathbf{G} : $\sigma_1 = |\lambda_1|, \dots, \sigma_M = |\lambda_M|$. Ou seja, uma matriz simétrica \mathbf{G} é ortogonalmente diagonalizável: $\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^T$, onde \mathbf{U} é uma matriz ortogonal cujas colunas são autovetores de \mathbf{G} , e \mathbf{D} é uma matriz diagonal formada pelos autovalores de \mathbf{G} [188, 189]. Os valores singulares de \mathbf{G} são únicos, mas as matrizes \mathbf{U} e \mathbf{V} não. Como os autovetores não são únicos, a SVD não é única [190, 191].

A.4.3 Pseudoinversa pela SVD

A aplicação da SVD fornece uma solução numericamente robusta para o problema de mínimos quadrados, sendo um dos métodos mais utilizados para o cálculo da pseudoinversa [192]. Considerando uma matriz \mathbf{G} de ordem $M \times L$, se $M \geq L$ e $\mathbf{G} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$, podemos obter a seguinte expressão para a pseudoinversa \mathbf{G}^+ [193]

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^+ &= (\mathbf{G}^T\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^T = (\mathbf{V}\mathbf{S}^T\mathbf{U}^T\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T)^{-1}\mathbf{V}\mathbf{S}^T\mathbf{U}^T \\ &= (\mathbf{V}^T)^{-1}\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{S}^T)^{-1}\mathbf{V}^{-1}\mathbf{V}\mathbf{S}^T\mathbf{U}^T \\ &= \mathbf{V}(\mathbf{S}^T\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^T\mathbf{U}^T = \mathbf{V}\mathbf{S}^+\mathbf{U}^T \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Se \mathbf{G} for quadrada ($M=L$) e não singular, sua pseudoinversa coincide com sua inversa ($\mathbf{G}^+ = \mathbf{G}^{-1}$), e $\mathbf{S}^+ = \mathbf{S}^{-1}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^{-1} &= (\mathbf{G}^T\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^T = (\mathbf{V}\mathbf{S}^T\mathbf{U}^T\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T)^{-1}\mathbf{V}\mathbf{S}^T\mathbf{U}^T \\ &= \mathbf{V}\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{S}^T)^{-1}\mathbf{V}^T\mathbf{V}\mathbf{S}^T\mathbf{U}^T = \mathbf{V}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{U}^T \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Apêndice B

Monitoramento Oceânico

B.1 Observação com Instrumentação Tradicional

Os parâmetros da água do mar mais fáceis de serem medidos, eletricamente, são a pressão (p), a temperatura (T) e a condutividade elétrica específica (C) relativa a uma referência fixa. Com a introdução do PSS78¹, um único procedimento foi prescrito para calcular a salinidade S . O instrumento que permite medir, quase continuamente, os três parâmetros básicos (p , T e C) da coluna de água, denomina-se perfilador CTD [194]. Até meados dos anos 1970, praticamente toda a coleta de dados oceanográficos consistia de medições *in situ* com perfiladores (ou instrumentos afins), esparsas no tempo e no espaço.

B.1.1 Perfilador CTD

O perfilador CTD é arriado no mar por meio de um cabo, realizando medições contínuas. Com os dados coletados é possível, então, calcular a salinidade, a partir da condutividade, e a densidade, a partir da salinidade, temperatura e pressão, através de uma equação de estado. Contudo, o navio, a partir do qual o CTD é lançado, deve se deslocar para cada ponto de coleta, onde poderá manter a posição por várias horas, enquanto o CTD é usado. Tal procedimento consome, consideravelmente, tempo e recurso financeiro, tendo baixo potencial para a obtenção de medições simultâneas em uma grande área [195].

Campo de Densidade

Um problema básico enfrentado pelos oceanógrafos físicos é a carência de dados adequados, que é atribuída, principalmente, ao elevado custo para a aquisição desses dados, ao imenso tamanho dos oceanos e à opacidade dos oceanos à radiação eletromagnética. Dentre os parâmetros de interesse para os oceanógrafos físicos, destacamos o campo de densidade variável no espaço e no tempo, $\rho(\vec{x}, t)$, que representa um importante parâ-

¹Do inglês *Practical Salinity Scale* 1978.

metro na mecânica dos fluidos oceânicos. Longe da costa, a densidade e a velocidade de corrente estão relacionadas, e os gradientes horizontais de densidade são proporcionais aos gradientes verticais de correntes horizontais. Dessa forma, grande parte da estrutura de correntes oceânicas pode ser inferida a partir do campo de densidade [195].

B.1.2 Descoberta da Variabilidade de Mesoescala

As limitações da instrumentação tradicional se tornaram mais contundentes quando os oceanógrafos começaram a atentar para as feições de mesoescala, fenômenos oceânicos com escalas espaciais da ordem de 100 km e temporais da ordem de 100 dias [196]. Esses fenômenos não eram bem conhecidos até meados da década de 1960. A escala horizontal dessas feições oceânicas está, geralmente, relacionada com o raio de deformação de *Rossby* interno. Processos oceanográficos de mesoescala são energeticamente dominantes sobre a maioria dos oceanos do mundo [197], mas são feições oceânicas difíceis de serem medidas e acompanhadas.

Na mesoescala, a dinâmica do oceano é, muitas vezes, caracterizada por um fluxo estável, estratificado e de rotação rápida, com aproximação hidrostática e geostrófica. Velocidades horizontais de mesoescala são tipicamente muito maiores do que as velocidades verticais, e o movimento é quasi-bidimensional. Este tipo de fluxo rotativo é caracterizado pela presença de vórtices coerentes, com concentrações de energia e vorticidade de vida longa, que preenchem densamente muitas regiões oceânicas [198].

A importância da variabilidade de mesoescala oceânica levou muitos oceanógrafos a diminuir o espaçamento das amostras. Com a utilização de perfiladores eletrônicos, como CTD e CTD-Rosette, o tempo de medições por seção foi sendo reduzido ao longo dos anos. Ainda assim, dado que um navio leva semanas ou meses para atravessar o oceano fazendo medições, e que muitas seções oceanográficas estão longe de serem sinóticas [199], o estado do oceano (ou seja, sua circulação, temperatura e salinidade) muda constantemente, o que torna inviável a realização de observações sinóticas do oceano, a nível global, usando observações *in situ* com instrumentação tradicional [200].

Os oceanógrafos comumente denominam variabilidades de mesoescala as variabilidades energéticas que ocorrem em escalas espaciais caracterizadas pelo raio de deformação de *Rossby* interno, embora o análogo, na Meteorologia, corresponda à escala sinótica. O valor de raio interno no oceano varia desde menos de 10 km até dezenas de km sendo, portanto, duas (ou mais) ordens de magnitude menor que o raio interno na atmosfera [19].

B.1.3 Escala Sinótica

O termo “sinótico” é oriundo da Meteorologia e corresponde, na Oceanografia Física, a observações em que se faz uma “captura instantânea” do estado espacial do oceano [201]. Observações sinóticas de processos dinâmicos no oceano são de extrema

importância. Para se obter dados sinóticos a partir de observações *in situ*, um sistema de pesquisa deve ser capaz de mapear uma estrutura do oceano de forma mais rápida que a ocorrência de alterações significativas nessa estrutura. Verifica-se, no entanto, que a ampla gama de escalas de variabilidade temporal e espacial encontradas nesses processos torna problemático o respectivo acompanhamento.

B.2 Oceanografia por Satélites

Em comparação com as medições obtidas por navios ou boias, os satélites permitem obter observações da superfície do oceano de forma tão rápida, que as observações podem ser consideradas como sinóticas. O advento da Altimetria por Satélite forneceu, aos oceanógrafos, uma ferramenta fundamental para mapear a topografia oceânica global, contribuindo para o estudo da circulação oceânica e suas mudanças ao longo do tempo [200]. Certamente, a quantidade de informações sobre o comportamento das massas de água, obtidos de navios de pesquisa e satélites, é significativa. Ainda assim, revela-se insuficiente para fins práticos, uma vez que se limita, principalmente, às camadas de superfície e subsuperfície do oceano [107].

Como as ondas eletromagnéticas, de fato, penetraram alguma profundidade no mar antes de chegarem ao sensor, a cor do oceano é o único método de sensoriamento remoto que possibilita a obtenção direta de informação abaixo da superfície do mar. No entanto, a luz do Sol não penetra muito, e apenas a região superior do oceano pode ser observada a partir do espaço. A profundidade da região monitorada é, de fato, variável, e depende fortemente do coeficiente de atenuação óptica difusa da água. Assim, nas regiões oligotróficas dos giros oceânicos, onde a radiância que deixa a água é geralmente pequena e predominantemente azul, os fótons, antes de atingirem o satélite, podem ter penetrado 30 m ou mais, no mar. Em contrapartida, nas águas turbidas costeiras, onde a radiância que sai da água é relativamente alta em todo o espectro, os coeficientes de atenuação são grandes e alguns dos fótons, antes de deixarem a água, podem ter penetrado mais que 1 m. Essa variabilidade não deve ser ignorada, especialmente em relação à medição do fitoplâncton no mar aberto. ROBINSON [202], p. 201.

O termo cor do oceano é usado livremente em sensoriamento remoto para se referir tanto à magnitude quanto à composição espectral da luz que deixa a água.

Cumprе mencionar a Telemetria por Satélite, um ramo do sensoriamento remoto pelo qual medições *in situ*, realizadas em boias fundeadas ou de deriva, em diferentes regiões oceânicas, são transmitidas, através dos satélites, para estações de recepção em terra. A presença de sensores em diferentes profundidades, acoplados às boias fundeadas, possibilita a geração de séries temporais de parâmetros oceanográficos em diferentes camadas da coluna de água explorada.

B.3 Monitoramento Oceânico em Águas Brasileiras

Sistemas operacionais de monitoramento oceânico, *in situ* ou apoiados em tecnologia de sensoriamento remoto, vêm sendo implementados em águas jurisdicionais brasileiras nas últimas décadas como, por exemplo, o projeto PIRATA² e o programa PNBOIA, os quais serão abordados a seguir.

B.3.1 PIRATA

O projeto PIRATA é uma rede multinacional de observação envolvendo o Brasil, os Estados Unidos e a França. Esse projeto foi implementado em prol do programa CLIVAR³, do Sistema Global de Observação dos Oceanos⁴, do Sistema de Observação do Clima Global⁵ e do Sistema Global de Sistemas de Observação da Terra⁶. Tal projeto corresponde a uma rede de observação *in situ* por meio de boias fundeadas de modo a monitorar os processos de interação oceano-atmosfera no Atlântico tropical que sejam relevantes para a variabilidade climática regional em escalas de tempo sazonal, interanual ou mais longas. Iniciado em 1997, o projeto envolve as seguintes instituições:

- Brasil: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) e Diretoria de Hidrografia e Navegação (DHN);
- EUA: NOAA; e
- França: Instituto de Pesquisa para o Desenvolvimento (*Institut de Recherche pour le Développement*: IRD), instituto francês de meteorologia *Météo-France*, Centro Nacional para a Pesquisa Científica (*Centre National de la Recherche Scientifique*: CNRS) e Instituto Francês de Pesquisa para Exploração do Mar (*Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la Mer*: IFREMER).

B.3.2 PNBOIA

Outro exemplo de programa de monitoramento oceânico, mas de iniciativa totalmente nacional, é o Programa Nacional de Boias (PNBOIA), consistindo em uma rede de boias de deriva e fundeadas na região costeira, rastreadas por satélite, visando fornecer dados meteorológicos e oceanográficos em tempo real [203]. Esse programa é a contribuição brasileira para o GOOS, e coopera com programas internacionais como o Programa Internacional de Boias do Atlântico Sul (em inglês, *International South Atlantic Buoy Pro-*

²O acrônimo PIRATA, originalmente definido como *Pilot Research Moored Array in the Tropical Atlantic*, foi alterado para *Prediction and Research Moored Array in the Tropical Atlantic*. Disponível em: <<http://www.pmel.noaa.gov/pirata/>>. Acesso em: 09 mar. 2015.

³Do inglês, *Climate Variability and Predictability*.

⁴Em inglês, *Global Ocean Observation System* (GOOS).

⁵Em inglês, *Global Climate Observing System* (GCOS).

⁶Em inglês, *Global Earth Observation System of Systems* (GEOSS).

gramme: ISABP) e o Painel para a Cooperação de Dados de Boias (em inglês, *Data Buoy Cooperation Panel*: DBCP).

B.3.3 Outros Sistemas de Monitoramento

Projetos como o MOVAR (Monitoramento da Variabilidade do Transporte de Calor entre o Rio de Janeiro-RJ e a Ilha da Trindade-ES), e Rede Ondas (Rede de Monitoramento de Ondas em Águas Rasas), dentre outros, representam o esforço em prol do fornecimento de informações de modo sistemático e operacional. Há outros pontos focais da costa brasileira contemplados com variadas configurações de sensores. Contudo, a variabilidade espacial e temporal dos processos oceanográficos que ocorrem ao largo do litoral brasileiro, necessitam de medições com maior frequência e maior distribuição espacial. O monitoramento oceânico por meios acústicos é uma das alternativas mas, infelizmente, a infraestrutura necessária ainda é incipiente no País.

B.3.4 Sistema de Gerenciamento da Amazônia Azul (SisGAAz)

O Sistema Brasileiro de Vigilância (SISBRAV) fará a integração de todos os sistemas de monitoramento e controle: Sistema de Gerenciamento da Amazônia Azul (SisGAAz), Sistema Integrado de Monitoramento de Fronteiras (SISFRON) e Sistema de Controle do Espaço Aéreo Brasileiro (SISCEAB). Quanto ao SisGAAz, satélites e VANT (Veículo Aéreo Não Tripulado⁷) estão incluídos no sistema proposto [204]. O SisGAAz foi concebido para ser um sistema de monitoramento e controle relacionado ao conceito internacional de segurança marítima, e para proteção do litoral brasileiro. Foi projetado para se tornar o principal sistema de comando e controle da Marinha e prevê a gestão das atividades ligadas ao mar que envolvam vigilância, monitoramento, prevenção da poluição, recursos naturais, entre outras. O Sistema visa ao incremento do conhecimento sobre o ambiente marítimo e o posicionamento, caso necessário, dos meios operativos disponíveis para responder prontamente às crises ou emergências que ocorram no litoral brasileiro [205].

Sistema de Vigilância Acústica Submarina

O SisGAAz prevê a implementação de uma rede fixa de sensoriamento acústico submarino, com a integração de um Sistema de Vigilância Acústica Submarina, que contemplará a instalação de hidrofones em áreas focais como, por exemplo, entrada do porto do Rio de Janeiro, Baía de Sepetiba, Bacia de Campos e foz do Rio Amazonas, dentre outras, com a finalidade de efetuar detecção, acompanhamento, classificação e gravação

⁷Em inglês, *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV).

de fontes sonoras de superfície ou submarinas, e para subsidiar eventuais contramedidas em reação a determinadas ameaças [206].

B.3.5 Instituições que Desenvolvem TAO

Pesquisas em instituições como MIT⁸(EUA), WHOI⁹ (EUA), *Scripps Institution of Oceanography* (EUA), JAMSTEC¹⁰ (Japão), *Kiel University* (Alemanha), IFREMER (França), e SiPLAB¹¹ (Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve, Faro, Portugal), dentre outras, evidenciam o potencial da TAO para a contribuição em atividades das mais diversas áreas das Ciências do Mar. Desde o surgimento da TAO, vários experimentos vêm sendo realizados no mar, para a validação do conceito da TAO em si, e dos esquemas de inversão [57].

Exemplos de Projetos

Como primeiro exemplo, citamos o projeto ATOC¹² (EUA), um projeto de Termometria Acústica do Clima Oceânico que se caracterizou como o primeiro evento a suscitar um debate sobre o uso do som no oceano e seu possível dano aos mamíferos marinhos [207]. Além do projeto ATOC, destacamos os projetos ATOMS¹³ (Portugal), ACOBAR¹⁴ (Noruega) e ICON¹⁵ (EUA), sobre os quais teceremos alguns comentários.

ATOC¹⁶ - Duração: 1996-2006. Responsável: *Scripps Institution of Oceanography*. O projeto foi concebido com o intuito de obter estimativas das alterações térmicas a longo prazo no oceano. A **Termometria Acústica** pode ser pensada como um **subconjunto** da **TAO**. Enquanto na TAO são usados múltiplos percursos para se obter resolução espacial, na Termometria pode ser usado um conjunto esparsos de percursos para se obter uma boa medida da temperatura média [208]. O projeto ATOC se caracterizou como um complexo estudo de variações no armazenamento de calor oceânico envolvendo TAO, altimetria por satélite e medições diretas de temperatura [139]. A Termometria Acústica no Pacífico Norte continua como parte do programa NPAL¹⁷, suportado pelo Escritório de Pesquisa Naval (em inglês, *Office of Naval Research: ONR*) da Marinha dos EUA.

⁸Sigla para *Massachusetts Institute of Technology* (MA, USA).

⁹Sigla para *Woods Hole Oceanographic Institution* (Woods Hole, MA, USA).

¹⁰Acrônimo para *Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology* (Kanagawa, Japan).

¹¹Acrônimo para *Signal Processing LABORatory*.

¹²Acrônimo para *Acoustic Thermometry of Ocean Climate*.

¹³Acrônimo para *Acoustic TOMography Monitoring System*.

¹⁴Acrônimo para *Acoustic Technology for Observing the interior of the Arctic Ocean*.

¹⁵Acrônimo para *Innovative Coastal-Ocean Observing Network*.

¹⁶Disponível em: <<http://atoc.ucsd.edu/>>. Acesso em: 26 fev. 2015

¹⁷Acrônimo para *North Pacific Acoustic Laboratory*.

ATOMS¹⁸ - Duração: 2000-2004. Responsável: Instituto de Sistemas e Robótica (ISR)/Instituto Superior Técnico (IST), Lisboa, Portugal. O projeto visava desenvolver um sistema integrado de monitoramento do oceano em larga escala, por meio de TAO, da ZEE Portuguesa.

ACOBAR¹⁹ - Duração: 2008-2012. Responsável: *Nansen Environmental and Remote Sensing Center* (NERSC), filiado à Universidade de *Bergen*, Noruega. Principal objetivo: desenvolver um sistema de monitoramento ambiental do interior do Oceano Ártico, por assimilação de dados obtidos com métodos acústicos, incluindo TAO, transmissão de dados a partir de plataformas submarinas, comunicação e navegação de flutuadores e de planadores submarinos.

ICON²⁰ - Em andamento. Responsável: Observatório de Acústica Oceânica da Escola de Pós-graduação Naval²¹ da Marinha dos EUA. O projeto tem o objetivo de estudar as características oceanográficas das águas costeiras da Califórnia Central. O projeto prevê a aplicação criativa de técnicas observacionais bem estabelecidas, e o desenvolvimento de novos instrumentos e algoritmos, para serem utilizados em uma rede de observação oceânica em tempo real. Séries temporais de medições em linhas de fundeio, dados de TAO e campos vetoriais bidimensionais de correntes de superfície (obtidos a partir de sistemas RADAR de HF²²) serão integrados em uma imagem coesa do ambiente costeiro através de um modelo aninhado, de alta resolução numérica.

São 5 fontes acústicas fundeadas: ICON 1 e 2; RAFOS²³ 1, 2, e 3. As fontes ICON1 e ICON2 transmitem sinais tomográficos modulados em fase: sequências M com lei (octal) de 1021, e comprimento de 511 dígitos (ganho de processamento de sinal de 27 dB). O sinal tomográfico tem um nível de 180 dB re 1 μ Pa @1m (180 decibéis medidos a uma pressão de referência de um micropascal a um metro da fonte), frequência central de 400 Hz, e largura de banda de 100 Hz [210]. As fontes RAFOS transmitem sinais LFM 80-s que são usados, principalmente, para triangulação de boias derivantes (Lagrangeanas), visando o estudo das correntes da Califórnia.

¹⁸Disponível em: <<http://welcome.isr.ist.utl.pt/project/>>. Acesso em: 26 fev. 2015.

¹⁹Disponível em: <<http://acobar.nersc.no/>>. Acesso em: 26 fev. 2015

²⁰Disponível em: <<http://www.nps.edu/Academics/GSEAS/ptsur/>>. Acesso em: 26 fev. 2015

²¹Do inglês *Naval Postgraduate School* (NPS).

²²Sigla para *High Frequency*: alta frequência (3 a 30 MHz). Correntes superficiais oceânicas podem ser medidas remotamente, por meio de ondas rádio HF, devido ao espalhamento de *Bragg*. Tal fenômeno resulta da reflexão coerente da energia transmitida, que incide em ondas superficiais oceânicas com comprimento de onda correspondente à metade do comprimento de onda da onda transmitida. Escaterômetros exploraram o espalhamento de *Bragg* para ondas capilares ($\lambda \sim 1$ cm), a fim de obter informações sobre ventos. Sistemas RADAR de HF exploraram o referido fenômeno para ondas de gravidade de superfície ($\lambda \sim 10$ m) visando obter informações sobre correntes (bem como ondas e ventos) [209].

²³Do inglês *Ranging And Fixing Of Sound*. Contrário de *SOund Fixing And Ranging* (SOFAR).

Apêndice C

Velocidade do Som no Mar

O símbolo c , comumente utilizado para indicar a velocidade do som, é derivado da palavra “celeridade” [15]. O cálculo preciso de c na água do mar é necessário em várias aplicações da Acústica Submarina. Um grande número de equações para esse fim foram desenvolvidas na segunda metade do século XX [211]. Tipicamente, essas equações são determinadas empiricamente. No entanto, a partir de um ponto de vista teórico, tais equações apresentam algumas desvantagens. Por exemplo, há artigos que examinam o papel das variações ambientais na propagação acústica submarina através de versões cuidadosamente reformuladas da equação de onda acústica, usando as leis de equilíbrio fundamentais, e postulam a existência de uma expressão para c como uma função das variáveis espaciais. Isso é realizado como uma alternativa para lidar com os modelos de c obtidos empiricamente. Porém, mesmo que produza resultados válidos, tal formalismo levanta a questão sobre as formas da equação de estado e do perfil de velocidade do som, produzidos a partir dele [212].

A velocidade do som é, normalmente, relacionada com a **densidade** e a **compressibilidade**. O som é uma onda compressional, e sua velocidade depende da compressibilidade do meio. A velocidade do som, essencialmente, caracteriza o grau de compressibilidade do meio: quanto mais compressível é um meio, para uma dada densidade, mais lenta é a onda, na medida em que mais atividade é requerida para mover as moléculas [61, 201, 213, 214]. Faremos, a seguir, uma breve abordagem sobre o efeito da compressibilidade na velocidade do som.

C.1 Compressibilidade

Um pulso de pressão, em um escoamento incompressível, comporta-se da mesma maneira que em um corpo rígido, onde a partícula deslocada movimentada, simultaneamente, todas as partículas no meio. Os efeitos de pressão, ou de outras alterações, são, portanto, sentidos imediatamente por todo o meio. Em contraste, um fluido compressível

vel apresenta um comportamento semelhante a um sólido elástico, no qual uma partícula deslocada comprime e aumenta a densidade das partículas adjacentes, que se movem e aumentam a densidade das partículas vizinhas, e assim por diante.

Assim sendo, uma perturbação na forma de uma onda elástica, ou de uma onda de pressão, desloca-se através do meio. Quanto maior a compressibilidade de um meio, menor a velocidade do som; logo, a velocidade de propagação é mais rápida quando o meio é mais rígido [215]. Em outras palavras, o som se propaga mais rapidamente nos sólidos e líquidos, do que nos gases. Considerando um gás ideal, as compressibilidades isotérmica e adiabática podem ser expressas, respectivamente, por

$$K_{\text{iso}} = \frac{1}{p} \quad , \quad (\text{C.1}) \quad \text{e} \quad K_{\text{ad}} = \frac{1}{\gamma p} \quad , \quad (\text{C.2})$$

onde γ é razão entre as capacidades térmicas C_p e C_V do gás, respectivamente, para pressão e volume constantes: $\gamma = C_p/C_V$. As velocidades do som, isotérmica e adiabática, podem ser representadas, respectivamente, por

$$c_{\text{iso}} = \sqrt{\frac{1}{K_{\text{iso}}\rho}} = \sqrt{\frac{p}{\rho}} \quad , \quad (\text{C.3}) \quad \text{e} \quad c_{\text{ad}} = \sqrt{\frac{1}{K_{\text{ad}}\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad , \quad (\text{C.4})$$

sendo, portanto, $c_{\text{ad}}^2 = \gamma c_{\text{iso}}^2$.

C.1.1 Processo Adiabático

Newton considerou, em seus cálculos, que a compressão do meio era um processo isotérmico. A hipótese de *Laplace* é a de que não há fluxo de calor durante a passagem de uma onda acústica através do meio. A compressão de um fluido, devida à passagem de uma onda acústica, é bem descrita se for considerada adiabática. Por exemplo, para a frequência de 1 kHz, o comprimento de onda acústica é, tipicamente, da ordem de um metro. Se as compressões e rarefações da onda forem adiabáticas, então haverá pequenas diferenças de temperatura criadas na onda.

A temperatura sobe durante a compressão e cai durante rarefação. Para que as compressões e rarefações sejam isotérmicas, o calor deve fluir, entre regiões de compressão e rarefação, em cerca de metade de um ciclo de onda. As pequenas diferenças de temperatura na onda terão, então, que se igualar sobre uma distância de meio comprimento de onda (aproximadamente 0,5 metro), em cerca de 0,5 ms. Para um condutor térmico pobre, como um gás, isso não é realista [216].

Portanto, uma boa suposição é a de que a propagação acústica é um processo adiabático, com a velocidade do som dada pela Eq. (C.4). Em muitos materiais sólidos,

a diferença entre K_{iso} e K_{ad} é negligenciável. Contudo, devido ao largo coeficiente de expansão térmica dos fluidos, as variações de temperatura associadas com a compressão e dilatação de uma onda acústica tem um efeito substancial [217].

C.1.2 Processo Isentrópico

Dizemos que um sistema está em equilíbrio termodinâmico se está, simultaneamente, em equilíbrio térmico, mecânico e químico. A equação de estado é uma ferramenta útil para descrever o comportamento de um sistema termodinâmico, próximo ao seu estado de equilíbrio.

A existência do equilíbrio é uma condição necessária para se falar no estado de um sistema pois, de outro modo, não seria possível atribuir um valor unívoco a propriedades como pressão (quando da ausência de equilíbrio mecânico) ou temperatura (quando da ausência de equilíbrio térmico). NETZ e ORTEGA [218], p. 41.

O conceito de estado de um fluido está associado à comparação de diferentes amostras de fluido que estão em equilíbrio. Se duas amostras podem existir em contato uma com a outra, sem mudança nas propriedades, as duas amostras têm o mesmo estado; caso contrário, seus estados são diferentes. Podemos escolher um conjunto de variáveis para especificar o estado de um líquido mas, normalmente, as variáveis utilizadas são p , T e a composição química, que são normalmente medidas. Duas amostras em contato, possuindo o mesmo estado, devem possuir pressões iguais, caso contrário, haverá trabalho entre elas; devem ter temperaturas iguais, caso contrário, o calor será transferido de uma amostra para a outra; e devem ter a mesma concentração de cada um dos constituintes, caso contrário, haverá mudanças de concentração, causada por difusão [219]. O estado de um sistema é caracterizado por variáveis macroscópicas como p , T e ρ , dentre outras. A equação de estado corresponde a uma expressão que relaciona essas variáveis termodinâmicas. A equação de estado para a água do mar pode ser expressa por [220]

$$\rho = \rho(S, T, p) \quad , \quad (\text{C.5})$$

onde S corresponde à salinidade, T , à temperatura e p , à pressão. Um sistema termodinâmico genérico é totalmente caracterizado por três variáveis, das quais apenas duas são independentes [221]. Assim, podemos expressar a entropia específica s em termos de ρ e p , na forma $s = s(p, \rho)$. Para a aproximação adiabática, a condição de ausência de fluxo de calor pode ser estabelecida considerando a entropia constante (processo isentrópico¹) para qualquer partícula do fluido, correspondendo a

¹Do ponto de vista do universo, todas as variações reversíveis são isentrópicas. Do ponto de vista térmico, todas as variações adiabáticas são isentrópicas. Do ponto de vista químico, todas as variações adiabáticas e reversíveis são isentrópicas [222].

$$\frac{Ds}{Dt} = \frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla s = 0 \quad , \quad (\text{C.6})$$

onde o operador D/Dt representa a derivada material (derivada total). Temos, então, para a Eq. (C.6) com linearização, a expressão

$$\frac{\partial s}{\partial t} = 0 = \frac{\partial s}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{\partial s / \partial \rho}{\partial s / \partial p} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \overbrace{\left[\frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_s}^{(\text{I})} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad , \quad (\text{C.7})$$

onde o termo (I) corresponde ao quadrado da velocidade do som adiabática, $c^2 \equiv [\partial p / \partial \rho]_s$, e o subscrito s indica entropia constante². O termo (I) também corresponde à derivada contida no primeiro termo da expansão da perturbação de pressão (p') em série de *Taylor*, presente na Eq. (3.11). Considerando, como variáveis independentes, a densidade ρ e a entropia s , a equação de estado pode ser expressa por $p = p(\rho, s)$. Se a entropia for constante, poderemos considerar $p = p(\rho)$.

C.2 Velocidade do Som na Água do Mar

O oceano é um guia de onda acústico, limitado, acima, pela superfície do mar e, abaixo, pelo solo oceânico. A velocidade do som no guia de ondas oceânico desempenha a mesma função que o índice de refração na Óptica [61]. O índice de refração (n) pode ser definido como [139]

$$n(r, z) = \frac{c_0}{c(r, z)} \quad , \quad (\text{C.8})$$

onde c_0 é a velocidade do som no meio de referência (homogêneo). Em três dimensões, e coordenadas cilíndricas, temos: $n(r, \varphi, z) = c_0 / c(r, \varphi, z)$. Considerando a compressibilidade adiabática da água do mar expressa por β (com temperatura potencial θ e salinidade S constantes), a velocidade da onda sonora no mar pode ser expressa por

$$c^2 = \left[\frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_{\theta, S} \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho}} \quad , \quad (\text{C.9})$$

com $\beta = \rho^{-1}(\partial \rho / \partial p)_{\theta, S}$. Como β e ρ dependem (não linearmente) de T , p e (em menor grau) S , o mesmo ocorre para c . A compressibilidade isotérmica é mais fácil de ser medida experimentalmente do que a adiabática, e a velocidade da onda sonora no mar também pode ser expressa em termos de K_{iso} , através da equação [15]

²Um dos poucos erros científicos cometidos por *Newton* foi imaginar a velocidade do som associada à derivada $\partial p / \partial \rho$ considerando a temperatura constante, e não a entropia [223].

$$c_{\text{ad}}^2 = \gamma c_{\text{iso}}^2 \quad \Rightarrow \quad c_{\text{ad}} = c = \sqrt{\frac{\gamma}{K_{\text{iso}} \rho}} \quad . \quad (\text{C.10})$$

Contudo, a Eq. (C.10) é difícil de ser calculada na prática. Inúmeros estudos têm tentado expressar a velocidade do som na água do mar em termos de parâmetros oceanográficos. De acordo com a Eq. (C.5), ρ está relacionada com p , S e T . A velocidade do som é uma função crescente das variáveis S , T e p , sendo essa última uma função da profundidade z . Várias fórmulas foram deduzidas ao longo do tempo, relacionando a velocidade do som com parâmetros físico-químicos. A velocidade do som pode ser determinada com base em valores medidos de S , T e p , através de fórmulas empíricas especiais [69], como as de *Wilson* (1960), *Leroy* (1969), *Frye e Pugh* (1971), *Del Grosso* (1974), *Medwin* (1975), *Chen e Millero* (1977), *Lovett* (1978), *Coppens* (1981), *Mackenzie* (1981) e *Leroy et al.* (2008). Cada fórmula tem suas próprias faixas de T , S e p (ou profundidade), constituindo os seus “domínios de aplicabilidade” (Tab. C.1), e os cálculos feitos fora desses domínios podem acarretar erros [15].

Tabela C.1: Exemplos de fórmulas empíricas para cálculo da velocidade do som no mar, com os seus domínios de aplicabilidade, de acordo com ETTER [15]. A equação mais simples (*Medwin*, 1975) contém seis termos, e a mais complexa (*Wilson*, 1960), vinte e três termos.

Nome	Temperatura (°C)	Salinidade (‰)	Pressão ou Profundidade	Erro Padrão (m/s)	Nº de Termos
<i>Wilson</i> (1960)	-4 a 30	0 a 37	1 a 1000 kg/cm ²	0,3	23
<i>Del Grosso</i> (1974)	0 a 35	29 a 43	0 a 1000 kg/cm ²	0,05	19
<i>Medwin</i> (1975)	0 a 35	0 a 45	0 a 1000 m	~0,2	6
<i>Chen e Millero</i> (1977)	0 a 40	5 a 40	0 a 1000 bar	0,19	15
<i>Mackenzie</i> (1981)	-2 a 30	25 a 40	0 a 8000 m	0,07	9

O algoritmo de *Chen e Millero* (1977) é o padrão aceito internacionalmente para uso com dados hidrográficos, estando relacionado à equação de estado da água do mar EOS-80³, divulgada pelo Painel Conjunto sobre Tabelas e Normas Oceanográficas⁴ da UNESCO⁵, no relatório técnico nº 44 [224]. A EOS-80 é baseada na Escala Prática de Temperatura IPTS-68⁶ e na Escala Prática de Salinidade PSS-78⁷.

Trabalhos com tomografia acústica realizados por SPIESBERGER e METZGER [225], DUSHAW *et al.* [226] e SPIESBERGER [227], indicaram que o algoritmo de *Del Grosso* (1974) é mais acurado que o de *Chen e Millero* (1977) [228]. MILLERO e LI [229] corrigiram a fórmula de *Chen e Millero* (1977) para melhorar a sua aplicabilidade a

³Sigla para *international Equation Of State of seawater-1980*. Em 2010, o *Working Group 127 (WG127)* elaborou uma nova equação termodinâmica da água do mar, denominada TEOS-10 (*Thermodynamic Equation Of Seawater-2010*). A principal modificação foi em relação ao parâmetro salinidade.

⁴Em inglês, *Joint Panel on Oceanographic Tables and Standards (JPOTS)*.

⁵Do inglês *United Nations Organization for Education, Science and Culture*.

⁶Sigla para *International Practical Temperature Scale-1968*.

⁷Sigla para *Practical Salinity Scale-1978*.

baixas temperaturas e pressões elevadas. Esta correção é especialmente importante para aplicações tomográficas. No trabalho de WONG e ZHU [230], os coeficientes das equações de Chen e Millero (1977) e Del Grosso (1974) foram revistos, para aplicação da nova escala de temperatura ITS-90⁸, e as variações resultantes na velocidade do som da água do mar foram em torno de 0,024 e 0,017 m/s para as equações de *Chen e Millero* e *Del Grosso*, respectivamente. Essas modificações são comparáveis aos valores de correção sugeridos por DUSHAW *et al.* [226].

A equação mais simples, *Medwin* (1975), possui seis termos e tem um erro inferior a 0,2 m/s, quando comparada com a fórmula de *Del Grosso* (1974), para profundidades inferiores a 1000 m, $0 < T(^{\circ}\text{C}) < 32$ e $22 < S(\text{‰}) < 35$ [196, 231]:

$$c = 1449,2 + 4,6T - 0,055T^2 + 0,00029T^3 + (1,34 - 0,01T)(S - 35) + 0,016z \quad , \quad (\text{C.11})$$

onde c é velocidade do som (m/s), T , a temperatura ($^{\circ}\text{C}$), S , a salinidade (parte por mil: ‰), e z a profundidade (m). A equação de *Mackenzie* (1981) possui nove termos, sendo mais acurada, com um erro de 0,07 m/s, para profundidades até 8000 m:

$$c = 1448,96 + 4,591T - 5,304 \times 10^{-2}T^2 + 2,374 \times 10^{-4}T^3 + 1,340(S - 35) + 1,630 \times 10^{-2}z + 1,675 \times 10^{-7}z^2 - 1,025 \times 10^{-2}T(S - 35) - 7,139 \times 10^{-13}Tz^3 \quad . \quad (\text{C.12})$$

Pelas Eqs. (C.11) e (C.12) é fácil notar que a perturbação do campo acústico se deve essencialmente à perturbação da temperatura. LEROY *et al.* [211] propuseram uma equação com 14 termos, em função da temperatura, salinidade, profundidade e latitude. *Pike e Beiboer* (1993) realizaram um estudo comparativo de vários algoritmos, sugerindo a seguinte ordem de preferência [232]:

- 1) *Chen e Millero* (mais adequada para profundidades inferiores a 1000 m);
- 2) *Del Grosso* (mais adequada para profundidades superiores a 1000 m);
- 3) *Mackenzie* (para cálculos rápidos, considerando profundidades até 8000 m); e
- 4) *Medwin* (para cálculos rápidos, considerando profundidades até 1000 m).

⁸Sigla para *International Temperature Scale-1990*.

Mudanças sazonais e diurnas afetam os parâmetros oceanográficos no oceano superior (0 a 700 m), os quais também são dependentes da geografia local. A Fig. C.1, modificada de JENSEN *et al.* [61], mostra um conjunto típico de perfis de velocidade do som, indicando maior variabilidade (sazonal/diurna) próximo à superfície do mar. Em períodos mais quentes, há o aumento da temperatura próximo à superfície e, portanto, aumento da velocidade do som próximo à superfície do mar. Este aquecimento tem efeito significativo nos sistemas SONAR dos navios de superfície. Um aquecimento diurno provoca queda no desempenho SONAR no período da tarde, sendo tal fenômeno conhecido como “efeito da tarde” (em inglês, *afternoon effect*). A variabilidade sazonal, no entanto, é muito maior e, portanto, mais importante acusticamente [61].

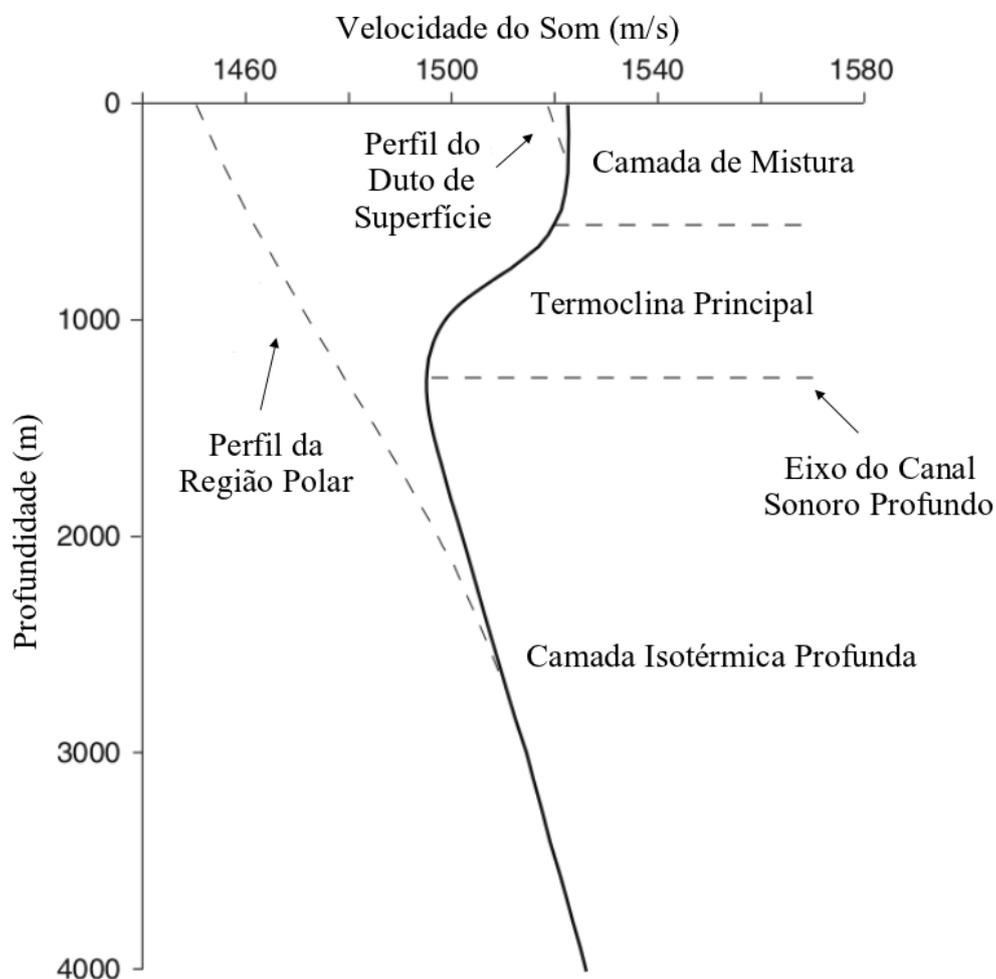


Figura C.1: Diagrama esquemático relacionando os perfis de temperatura e velocidade do som em águas profundas. Fonte: adaptada de JENSEN *et al.* [61], p. 4.

Apêndice D

Modelos de Propagação

Diferentes Modelos de Propagação de sinais acústicos no meio oceânico têm sido amplamente utilizados desde o início da década de 70, com o objetivo fundamental de prever uma série de aspectos, tanto teóricos como práticos, do problema de propagação, nos mais variados cenários e condições. A principal diferença entre estes modelos está relacionada ao tipo de aproximação utilizada para resolver a equação de *Helmholtz*, somada aos fatores particulares de implementação. Denomina-se formalmente por Modelo de Propagação toda a solução da equação de *Helmholtz* tomada em conjunto com as condições físicas apropriadas, e que permita fazer previsões a respeito do regime de propagação numa variedade significativa de casos [233].

A modelagem da propagação do som no oceano é complicada porque o ambiente varia lateralmente - é dependente da distância (em inglês, *Range Dependent: RD*) - e todos os efeitos ambientais sobre a propagação do som são dependentes da frequência acústica, de uma forma bastante complexa [61]. A complexidade é ainda mais acentuada em regiões de águas rasas, onde se espera que o som interaja significativamente com o fundo do mar. Nesses ambientes, interações dos campos acústicos com o fundo exigem uma compreensão da estrutura sedimentar do fundo em um nível de detalhe que não é geralmente exigido em ambientes de águas profundas [73]. ETTER [74] menciona um inventário de modelos acústicos oceânicos compreendendo 126 modelos de propagação, 19 modelos de ruído, 26 modelos de reverberação e 34 modelos de desempenho sonar. Cerca de 18 por cento desse inventário é adaptado para aplicações em águas rasas. Quando acoplado a modelos costeiros de atmosfera-oceano, esses modelos acústicos oceânicos podem gerar sofisticados prognósticos e diagnósticos em apoio às operações navais em águas costeiras.

D.1 Modelagem Acústica Submarina

Amplamente definida, a Modelagem é um método para organizar o conhecimento acumulado através de observação ou deduzido de princípios básicos, enquanto que a Simulação se refere ao método para implementação de um modelo ao longo do tempo. Modelagem acústica submarina e Simulação traduzem a nossa compreensão física do som no mar em modelos matemáticos, que podem simular o desempenho de sistemas acústicos complexos que operam no ambiente submarino. Durante a última década, rápidas mudanças na situação mundial abriram novos caminhos para a colaboração internacional na Modelagem e Simulação. Avanços simultâneos nas comunicações eletrônicas facilitaram bastante a transferência de tecnologias de Modelagem e Simulação entre membros da comunidade internacional [15].

Recentes desenvolvimentos em Modelagem Acústica Submarina têm sido influenciados por mudanças na geopolítica global. Estas alterações são evidenciadas por mudanças estratégicas nas prioridades militares, bem como pelos esforços para transferir tecnologias de defesa para aplicações pacíficas. Boa parte desta transferência beneficiou o crescente campo da acústica ambiental, que procura expandir a exploração dos oceanos com o emprego de sensores acústicos [15, 234].

A mudança de ênfase das operações navais, de águas profundas para águas rasas, chamou a atenção para a necessidade de melhoria do desempenho sonar em regiões costeiras. Essas regiões, por vezes referidas como zona litorânea, são caracterizadas por ambientes acústicos complicados e altamente variáveis. Tais ambientes desafiam as habilidades dos modelos sonares destinados ao uso em águas profundas. Esta situação exige melhoria no desenvolvimento de modelos acústicos submarinos adequados para previsão e análise do desempenho sonar em águas rasas [15, 234].

ETTER [15, 234] ressalta a diferença entre experimentação e modelagem, explicitando a diferença entre modelos físicos e matemáticos, da seguinte forma:

- Modelos Físicos: representações conceituais dos processos físicos que ocorrem no oceano (às vezes chamados modelos analíticos).
- Modelos Matemáticos:
 - Modelos Empíricos: baseados em observações; e
 - Modelos Numéricos: baseados na representação matemática da física reinante.
- Modelos Analógicos: experimentações acústicas controladas em tanques de água, empregando apropriados fatores de escala oceânicos (modelos em escala, com características semelhantes).

D.1.1 Modelos Acústicos Submarinos

Os Modelos Acústicos Submarinos são apresentados por ETTER [15, 74, 234] dentro de três grandes categorias, em gradação de complexidade (Fig. D.1):

1ª categoria - Modelos Ambientais: inclui algoritmos empíricos que são utilizados para quantificar as condições de contorno (superfície e fundo) e os efeitos volumétricos do ambiente oceânico. Tais modelos incluem, por exemplo, velocidade do som, coeficientes de absorção, perdas de reflexão na superfície e no fundo, e intensidades de retroespalhamento de superfície, fundo e volume.

2ª categoria - Modelos Acústicos Básicos: compreende os modelos de propagação (o tipo mais comum e mais numeroso [15, 74]), ruído e reverberação.

3ª categoria - Modelos de Desempenho SONAR: modelos que englobam a complexidade dos modelos ambientais e dos modelos acústicos básicos, juntamente com modelos apropriados de processamento de sinais. São organizados para resolver problemas específicos de aplicação SONAR, tais como detecção de submarinos, caça de minas, guiagem de torpedo e sondagem batimétrica. Esses modelos usam equações de SONAR ativo e passivo para gerar previsões de desempenho. Os modelos matemáticos de propagação, ruído e reverberação geram as variáveis de entrada necessárias para a solução dessas equações.

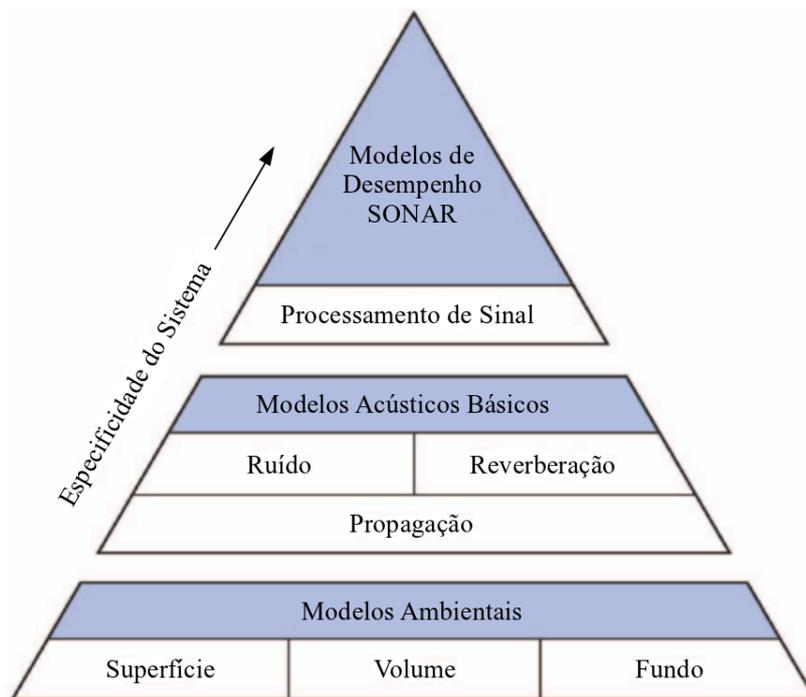


Figura D.1: Relações entre as três grandes categorias de Modelos Acústicos Submarinos: à medida que a aplicação requer um sistema mais específico, a utilidade do respectivo modelo se torna mais restrita. Os Modelos de Propagação formam a base para a categoria de modelos acústicos básicos, sendo essenciais para modelagens de nível mais elevado: ruído, reverberação e, em última análise, desempenho SONAR. Fonte: adaptada de ETTER [74], p. 2.

D.1.2 Modelos de Propagação Acústica

Como mencionado, os modelos de propagação acústica são baseados nas soluções para a equação de onda (aproximações), dentre os quais destacamos: Programa de Campo Rápido¹ (ou Integração do Número de Onda²[235]), Modos Normais, Raios e Equação Parabólica. [15, 61, 73, 74]. Para altas frequências, os Modelos de Traçamento de Raios são mais adequados. Os três outros são usuais para baixas frequências [236].

Modelos Disponíveis

ETTER [15, 73, 74, 237] apresenta uma lista robusta de modelos de propagação. Alguns modelos estão disponíveis gratuitamente, como os da Biblioteca de Acústica Oceânica (em inglês, *Ocean Acoustics Library: OAL*³). Outros modelos são produtos comerciais. A OAL contém *softwares* de modelagem acústica e dados, sendo mantida pelo ONR (Marinha dos EUA), através do Programa de Acústica Oceânica, como um meio de publicação de *softwares* de uso geral para a comunidade internacional de Acústica Oceânica. O ONR coordena, executa e promove os programas de Ciência e Tecnologia da Armada dos EUA e do Corpo de Fuzileiros Navais, e fornece assessoria técnica ao Chefe de Operações Navais e ao Secretário da Marinha dos EUA. Dentre os modelos disponíveis na OAL, destacamos:

- Raios:
 - BELLHOP (*M. Porter, Heat, Light, and Sound Research, Inc.*);
 - TRACEO (*O. Rodríguez, Universidade do Algarve, Portugal*); e
 - cTraceo (*O. Rodríguez e Emanuel Ey, Univ. Algarve, Portugal*).
- Modos:
 - KRAKEN (*M. Porter, Heat, Light, and Sound Research, Inc.*); e
 - COUPLE (*R. Evans, Dept. Math. Sciences, Rensselaer Polytechnic Institute*).
- Equação Parabólica:
 - RAM (*M. Collins/NRL*).

Teceremos alguns comentários sobre os modelos de traçamento de raios BELLHOP, TRACEO e cTraceo, e sobre o modelo de modos normais KRAKEN. No presente trabalho, foram utilizados os modelos cTraceo e KRAKEN.

¹Em inglês, *Fast Field Program (FFP)*.

²Em inglês, *Wavenumber Integration*.

³Disponível em: <<http://oalib.hlsresearch.com/>>. Acesso em: 26 fev. 2015.

Modelos de Traçamento de Raios

Modelos baseados em raios têm sido utilizados por muitos anos em Acústica Submarina. No início dos anos 1960, praticamente toda a modelagem foi feita usando os Modos Normais ou o Traçamento de Raios, principalmente o último. Hoje, no entanto, os códigos de Traçamento de Raios têm caído um pouco em desuso na comunidade científica, devido ao problema de aproximação (alta frequência) inerente ao método, que conduz a uma acurácia um pouco grosseira dos resultados. Por outro lado, métodos de raios ainda são usados extensivamente no ambiente operacional, onde a velocidade é um fator crítico, e a incerteza ambiental apresenta muito mais severas restrições à precisão atingível. Além disso, grande parte da compreensão obtida com o estudo da Teoria de Raios é importante na interpretação dos resultados de outros modelos [61].

Do ponto de vista histórico, é interessante que o comportamento dos traçados de raios tenha sido compreendido muito antes da Teoria de Raios ter sido matematicamente formalizada. A Teoria de Raios surgiu, originalmente, a partir da Ótica, onde foi usada para entender a propagação da luz, antes mesmo das equações mais fundamentais para a propagação da luz (equações de *Maxwell*) terem sido conhecidas. De fato, a propagação e a reflexão dos raios foram originalmente estudadas por *Euclid* [238], enquanto a Lei de *Snell*, que rege a refração dos raios, remonta a 1626. Esse desenvolvimento é análogo à forma com que a Mecânica Clássica passou a ser entendida como uma aproximação para as equações mais completas e complexas da Mecânica Quântica. Um dos primeiros trabalhos sobre traçamento de raios em Acústica Submarina é devido a LICHTÉ [239], que comparou resultados de modelo com dados medidos, em regiões de águas rasas. Esse notável trabalho também antecipa o entendimento sobre a propagação de longo alcance que é obtida no canal SOFAR. Hoje, a Teoria de Raios é importante em praticamente todas as áreas de propagação de onda, incluindo Ótica, Eletromagnetismo e Sísmica [61].

A Teoria de Raios faz a suposição de que o comprimento de onda do som é muito pequeno. Isto permite que a equação de *Helmholtz* seja reescrita como a lei de *Snell*, que pode ser facilmente aplicada em ambientes arbitrários. A teoria elementar de raios afirma que a energia aprisionada entre dois raios permanecerá entre os dois raios para sempre. Essa afirmação implica que a intensidade do campo é inversamente proporcional à distância transversal que separa esses dois raios limitadores. No entanto, quando os raios se cruzam, situação que ocorre com frequência, a intensidade tende ao infinito. As regiões onde isso ocorre são chamadas cáusticas, que são áreas de elevada, mas não infinita, intensidade acústica. De fato, quanto menor é a frequência, menor é a intensidade na cáustica. Erros na Teoria de Raios são maiores em baixas frequências, onde os comprimentos de onda são mais longos, violando a suposição de que são muito curtos. A Teoria de Raios é muito atraente devido à sua capacidade de produzir trajetórias de energia visíveis e intuitivas, que são facilmente compreendidas. Um grande esforço foi

canalizado para a correção dos problemas associados com as premissas originais [121].

Para se determinar a perda entre uma Fonte e um Receptor, é necessário identificar os raios que ligam esses pontos; tais raios são denominados autorraios. Para ambientes RI, é relativamente simples encontrar essa família de raios, mas, para ambientes RD, não é o caso. Uma primeira aproximação, para o caso RD, é encontrar famílias de raios que estejam próximas aos autorraios, iniciando um grande número de raios a partir da fonte, traçando-os fora das distâncias e profundidades de interesse. Raios que estejam muito próximos uns dos outros perto da fonte (cerca de um grau de intervalo) podem ser amplamente separados à longa distância. Isto significa que um grande número de raios deve ser propagado, a fim de estimar a perda de longo alcance. Uma outra aproximação é começar com um número médio de raios e, então, iterar para encontrar autorraios à longa distância. Em ambas aproximações, os autorraios resultantes não são realmente exatos, mas perto disso, onde “perto” é um pressuposto de entrada [121].

BELLHOP

BELLHOP é um programa de traçamento de raios escrito originalmente em Fortran por *Michael B. Porter*, da *HLS Research*, como parte da Caixa de Ferramentas Acústica (*Acoustic Toolbox*) disponível na OAL. Vários tipos de feixes são implementados, incluindo Gaussianos e do tipo “Chapéu”, com ambas as leis de espalhamento e geométrica. O programa admite a dependência de distância da superfície e do fundo (altimetria e batimetria), bem como do perfil de velocidade do som [240]: é projetado para executar traçamento de raio acústico bidimensional para um dado perfil de velocidade do som $c(z)$, ou determinado campo de velocidade do som $c(r, z)$, em guias de onda oceânicos com contornos planos ou variáveis. Opções de saída incluem: coordenadas de raios, tempo de percurso, amplitude, autoraios, pressão acústica ou perda de transmissão (coerente, incoerente, e semi-incoerente). O cálculo da pressão acústica é baseada na teoria dos feixes Gaussianos, que pode ser aplicada usando diferentes aproximações [241]:

- Feixes geométricos (opção padrão);
- Feixes com coordenadas centradas no raio;
- Feixes com coordenadas Cartesianas; e
- Aproximação de Pacotes de Raios Gaussianos.

Atualmente o BELLHOP também é implementado em MATLAB e *Python*, podendo ser usado em múltiplas plataformas (*Mac*, *Windows* e *Linux*).

TRACEO e cTraceo

O TRACEO é um programa de traçamento de raios originalmente escrito em *Fortran 77*, testado com o compilador GNU gfortran e disponível sob uma licença *Creative Commons*. Foi desenvolvido pelo professor e pesquisador Orlando Camargo Rodríguez, da Universidade do Algarve (UAlg). A versão atual do programa substituiu os modelos anteriormente conhecidos como TRACE (um modelo padrão de traçamento de raios) e TRACEO (uma adaptação do TRACE, que permitiu considerar a presença de um único objeto, localizado entre a fonte acústica e o conjunto de receptores). Não só os originais TRACE e TRACEO foram fundidos, para formar o atual TRACEO, como o código original foi cuidadosamente reescrito, a fim de: permitir a inclusão opcional de um ou mais objetos; considerar os limites superior e inferior com propriedades dependentes da distância (incluindo atenuações e velocidades compressional e cisalhante); permitir cálculos de autorraios nas posições indicadas pelas coordenadas do conjunto de receptores; e fornecer os resultados (raios, chegadas, amplitudes, pressão acústica e componentes de velocidade de partícula) como arquivos MATLAB [110].

O TRACEO pode lidar tanto com um conjunto específico de perfis de velocidade do som analíticos, quanto com perfis ou campos de velocidade do som tabulados, em geral. O conjunto de receptores pode ser horizontal, vertical, retangular, ou pode ter uma forma curvilínea arbitrária; não é obrigatório que os hidrofones estejam equidistantes. Os raios podem ser parcialmente ou totalmente refletidos em qualquer fronteira do guia de onda, ou serem completamente absorvidos. O TRACEO foi desenvolvido para modelar a propagação acústica em ambientes nos quais os modelos disponíveis não eram capazes (como superfícies onduladas, batimetrias complexas, variações da velocidade do som em profundidade e distância etc.), e para aplicações em Geoacústica, conjunto de sensores vectoriais, comunicações submarinas e barreiras acústicas [110]. O TRACEO beneficiou-se fortemente da disponibilidade do programa BELLHOP, que é constantemente atualizado pelo seu desenvolvedor, o pesquisador *Michael Blair Porter*, presidente da *Heat, Light, and Sound Research, Inc.*, sediada em San Diego-CA, EUA. O TRACEO empresta muitos métodos do BELLHOP, mas vai além de suas capacidades, permitindo cálculos nos seguintes casos:

- utilização de um conjunto de perfis analíticos;
- alvos posicionados entre a fonte e o conjunto de receptores;
- fronteiras com propriedades dependentes da distância (levando-se em conta também velocidade cisalhante e atenuação); e
- fronteiras que possam ser parcial ou totalmente refletoras, ou totalmente absorventes.

Atualmente o TRACEO é disponibilizado em *Fortran* (somente para *Linux*) e em linguagem C (para *Linux* e *Windows*). A versão em linguagem C (cTraceo) foi aperfeiçoada com a colaboração de Emanuel Ey, da UAlg [111].

Perfil de *Munk*

Um teste clássico de traçamento de raios consiste em calcular as coordenadas dos raios para um perfil de *Munk* e fronteiras planas, com uma fonte posicionada a 1000 m de profundidade, e distância de propagação de 100 km. Assumindo um decaimento exponencial da frequência de *Brunt-Väisälä* com a profundidade, $N(z) = N_0 \exp(-z/B)$, *Munk* (1974) formulou um perfil canônico da velocidade do som, em termos das constantes físicas da água do mar μ e γ_a (μ : constante adimensional; γ_a : gradiente fracional da velocidade do som em um oceano adiabático) e dos parâmetros de estratificação N_0 e B , sendo N_0 a frequência de *Brunt-Väisälä*, e B , a profundidade da termoclina (escala de estratificação) [139, 242, 243].

O perfil de *Munk* permite ilustrar inúmeras feições típicas da propagação em águas profundas [61]. A Fig. D.2 (BELLHOP), obtida de RODRÍGUEZ [241], e a Fig. D.3 (TRACEO), obtida de RODRÍGUEZ [110], exemplificam o traçamento de raios para o perfil canônico de *Munk*. A Fig. D.2 corresponde a fronteiras (superfície e fundo) planas. A Fig. D.3 apresenta fronteiras variáveis: a superfície é uma senóide idealizada (uma feição que pode ser de interesse no estudo de problemas de espalhamento), enquanto o fundo apresenta variação batimétrica dada por uma montanha gaussiana.

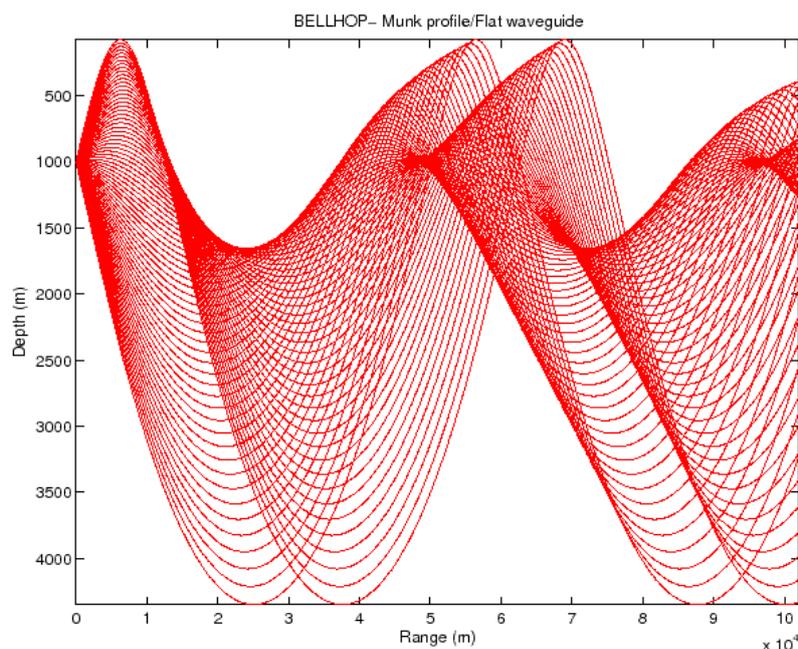


Figura D.2: BELLHOP: perfil canônico de *Munk*. Fonte: RODRÍGUEZ [241], p. 13.

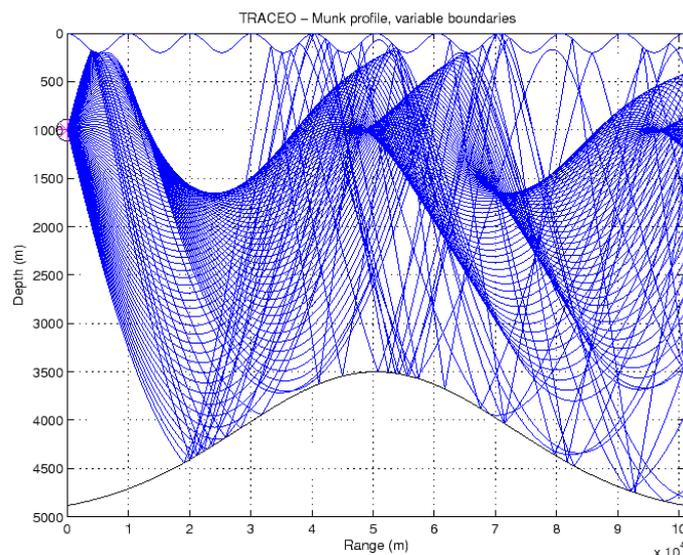


Figura D.3: TRACEO: perfil canônico de *Munk*. Fonte: RODRÍGUEZ [110], p. 1.

KRAKEN

O trabalho com o KRAKEN foi iniciado em 1980, como parte da tese de doutorado de *Michael B. Porter*, com o objetivo de desenvolver um modelo de modos normais que fosse mais robusto, preciso e eficiente [244]. O algoritmo básico foi, em seguida, estendido para o tratamento de um modelo oceânico mais sofisticado, em que as propriedades elásticas do fundo do mar fossem incluídas. Na época, códigos de modo normal para fundos elásticos eram amplamente utilizados por sismólogos, mas não muito familiar para a comunidade da Acústica Oceânica. Trabalho adicional foi feito para incluir os efeitos dos fluxos de cisalhamento (por exemplo, correntes oceânicas) [245]. Dentre as características do KRAKEN, destacamos:

- convergência de técnicas eficientes de busca de autovalores;
- cálculos estáveis de autofunções, mesmo com múltiplos dutos;
- habilidade para manipulação de ambientes com múltiplas camadas;
- inclusão de camadas elásticas estratificadas;
- inclusão de interface rugosa;
- coeficientes de reflexão de superfície e do fundo tabulados;
- cálculo de modos fugitivos;
- opções livre, rígido e semi-espaço homogêneo para as condições de contorno; e
- opções adiabático ou modos acoplados para problemas dependentes da distância.

Apêndice E

Processamento de Sinal

E.1 Transformada de *Fourier*

Podemos entender a transformação como um mapeamento que estabelece uma relação um para um (biunívoca) entre as representações de um dado sinal, em dois domínios distintos. Como regra geral, a transformação é empregada quando o domínio em que um sinal é representado não é o mais favorável para o estudo de um ou mais de seus aspectos relevantes [246]. Os domínios do tempo e da frequência são alternativas para a representação de sinais, sendo a transformada de *Fourier* (TF) a relação matemática entre essas duas representações [247]. A relação entre um sinal e sua TF é única, ou seja, não há dois sinais, no domínio do tempo, com a mesma TF (a menos, é claro, que sejam idênticos) e, da mesma forma, não há duas transformadas que correspondam a um mesmo sinal no domínio do tempo [248]. A relação biunívoca entre um sinal $g(t)$ e sua transformada $G(\omega)$ é geralmente expressa por uma das seguintes notações [249]:

$$g(t) \underset{\mathcal{F}^{-1}}{\overset{\mathcal{F}}{\rightleftarrows}} G(\omega) \quad , \text{ ou } \quad g(t) \longleftrightarrow G(\omega) \quad , \text{ ou } \quad g(t) \iff G(\omega) \quad . \quad (\text{E.1})$$

Alguns autores utilizam $G(j\omega)$ em vez de $G(\omega)$ [250]. As funções $G(\omega)$ e $g(t)$ constituem, então, um par de transformadas de *Fourier*, correspondendo, respectivamente, às transformadas direta (\mathcal{F}) e inversa (\mathcal{F}^{-1}) [251]:

$$G(\omega) = \mathcal{F}\{g(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j\omega t} dt \quad (\text{Eq. de Análise}). \quad (\text{E.2})$$

$$g(t) = \mathcal{F}^{-1}\{G(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{Eq. de Síntese}). \quad (\text{E.3})$$

Na Eq. (E.2), podemos observar que o expoente apresenta sinal negativo, enquanto que, na Eq. (E.3), o sinal do expoente é positivo. A escolha do sinal no expoente é uma mera convenção [252] mas, uma vez feita para uma das equações, o sinal oposto deve aparecer no expoente da outra. O fator $1/2\pi$ aparece associado à TF inversa, mas pode ser posto na Eq. (E.2), em lugar de incluí-lo na Eq. (E.3) [249, 253]. Ou seja, as constantes 1 e $1/2\pi$, que precedem os sinais de integral, respectivamente, nas Eqs. (E.2) e (E.3), podem ser substituídas por duas outras constantes, cujo produto resulte em $1/2\pi$. Podemos, então, simetrizar as expressões das transformadas, colocando o fator $1/\sqrt{2\pi}$ em ambas as equações [253, 254], de acordo com

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt \quad , e \quad (E.4)$$

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad . \quad (E.5)$$

É possível notar, nas Eqs. (E.4) e (E.5), que \mathcal{F} e \mathcal{F}^{-1} são quase completamente simétricos, sendo o sinal do expoente a única diferença. A simetria também pode ser obtida explicitando as transformadas com 2π no expoente, usando a frequência f em vez da frequência angular $\omega = 2\pi f$ [255], de acordo com

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad , e \quad (E.6)$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{j2\pi ft} df \quad . \quad (E.7)$$

Nem todas as funções podem ter TF. Para a TF de um sinal $g(t)$ existir, é suficiente, porém não necessário, que $g(t)$ satisfaça três condições, conhecidas coletivamente como condições de *Dirichlet* [256]:

1. $g(t)$ possui valor único para cada valor de t (relação unívoca), com um número finito de máximos e mínimos em qualquer intervalo de tempo finito.
2. $g(t)$ tem um número finito de descontinuidades em qualquer intervalo de tempo finito.
3. $g(t)$ é absolutamente integrável, ou seja,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |g(t)| dt < \infty \quad . \quad (E.8)$$

Existem sinais que não satisfazem as condições de *Dirichlet*, mas possuem TF. A função delta de *Dirac* é um exemplo de função que desobedece uma das condições de *Dirichlet*, na medida em que é ilimitada em $t=0$ [256], mas possui TF [251]:

$$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)e^{-j\omega t} dt = 1 \quad \Rightarrow \quad f(t) = \delta(t) \leftrightarrow F(\omega) = 1 \quad (\text{E.9})$$

Qualquer sinal que possa ser gerado na prática, ou seja, qualquer sinal fisicamente realizável, satisfaz as condições de *Dirichlet*, possuindo, portanto, sua TF. Em outras palavras, a existência física de um sinal é uma condição suficiente para a existência de sua transformada [257].

E.2 Impulso Unitário em Tempo Contínuo

Fenômenos de natureza impulsiva, como a ação de forças ou de tensões durante curtos períodos de tempo, surgem em diversas aplicações [258]. A função impulso unitário $\delta(t)$, também conhecida com função delta de *Dirac*, tem um papel central na análise de sistemas. Tradicionalmente, $\delta(t)$ é definida como o limite de uma função convencional, adequadamente escolhida, que possui uma área unitária sobre um intervalo de tempo infinitesimal, tendo as seguintes propriedades [130, 259]:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases} \quad (\text{E.10}) \quad , \text{ e } \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad . \quad (\text{E.11})$$

A partir da Eq. (E.10), segue imediatamente que a função $\delta(t)$ é uma função par do tempo t : $\delta(t) = \delta(-t)$. A Eq. (E.10) diz que a função $\delta(t)$ é um sinal de amplitude zero em todo o tempo, exceto para $t = 0$, correspondendo a um pulso infinitamente alto e estreito. Ou seja, $\delta(t)$ corresponde a um sinal de amplitude infinita e largura zero em $t = 0$, de tal forma que a área sob a curva é unitária, de acordo com a Eq. (E.11). Naturalmente, isto é fisicamente impossível de se realizar [260, 261]. Contudo, apesar de a função impulso unitário não ser fisicamente realizável, constitui uma ferramenta matemática muito útil, possibilitando uma aproximação para um sinal físico de duração extremamente breve, e amplitude elevada [250, 262]. A função $\delta(t)$ pode ser considerada como a derivada da função degrau unitário $u(t)$ [263]:

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (\text{E.12}) \quad ; \quad \delta(t) = \frac{du(t)}{dt} \quad . \quad (\text{E.13})$$

No sentido estritamente matemático, $\delta(t)$ não é uma função, ou melhor, não se

“comporta” como uma função comum, não sendo, portanto, uma função ordinária, visto que uma função ordinária é especificada para todo o tempo t . Contudo, $\delta(t)$ corresponde a uma entidade matemática definida como função generalizada. Uma função generalizada é definida por seu efeito em outras funções, em vez de seus valores em todo instante de tempo [130, 257, 264–266]. A teoria das funções generalizadas foi desenvolvida por *Schwartz*, que as denominou distribuições [267].

E.3 Sistemas

A noção de sistema é intuitiva. Um sistema pode ser descrito por um modelo matemático que relaciona um sinal de entrada com um sinal de saída. Considerando $x(t)$ e $y(t)$, respectivamente, como os sinais de entrada e saída de um sistema de tempo contínuo, esse sistema pode ser representado matematicamente no domínio do tempo como uma transformação de $x(t)$ que resulta em $y(t)$ [130, 268]. Essa transformação é representada pela notação matemática

$$y(t) = \mathbf{T}[x(t)] \quad , \quad (\text{E.14})$$

onde \mathbf{T} representa o operador que transforma a função $x(t)$ na função $y(t)$. Um sistema de tempo contínuo pode ser representado por um diagrama como mostrado na Fig. E.1

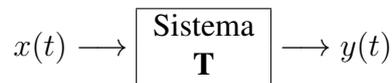


Figura E.1: Representação esquemática de um sistema de tempo contínuo.

E.3.1 Sistema Linear

Um sistema é denominado linear se satisfaz as propriedades de homogeneidade e superposição.

1. Homogeneidade (Escalonamento) - Se a entrada de um sistema linear for multiplicada por um escalar a , a saída será multiplicada por esse mesmo fator. Considerando $x(t)$ a entrada e $y(t)$ a respectiva saída, temos:

$$\text{se } x(t) \rightarrow y(t) \quad , \quad \text{então } ax(t) \rightarrow ay(t) \quad . \quad (\text{E.15})$$

2. Superposição (Aditividade) - Considerando duas entradas $x_1(t)$ e $x_2(t)$, que produzem, respectivamente, as saídas $y_1(t)$ e $y_2(t)$, se ambas forem aplicadas, simultaneamente, a um sistema linear, a saída resultante corresponderá ao somatório das saídas de ambas:

$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t) \quad . \quad (\text{E.16})$$

Em outras palavras, se o operador \mathbf{T} da Eq. (E.14) satisfaz essas duas condições, então ele é denominado operador linear.

E.3.2 Invariância no Tempo

Um sistema é denominado invariante no tempo se suas características não se modificam com o tempo. Nesse caso, um deslocamento de tempo (retardo ou avanço) no sinal de entrada implica um deslocamento de tempo idêntico no sinal de saída:

$$x(t) \rightarrow y(t) \quad \Rightarrow \quad x(t - \tau) \rightarrow y(t - \tau) \quad , \text{ ou} \quad (\text{E.17})$$

$$y(t - \tau) = \mathbf{T}[x(t - \tau)] \quad . \quad (\text{E.18})$$

E.4 Resposta a um SLIT Contínuo no Tempo

E.4.1 Resposta Impulsiva

Resposta impulsiva é o sinal que sai de um sistema quando uma função delta (impulso unitário) é a entrada. Se dois sistemas são, de algum modo, diferentes, tais sistemas terão, então, respostas impulsivas diferentes [247]. Portanto, a resposta impulsiva $h(t)$ de um SLIT de tempo contínuo corresponde à resposta do sistema quando a entrada é $\delta(t)$:

$$h(t) = \mathbf{T}[\delta(t)] \quad . \quad (\text{E.19})$$

E.4.2 Resposta a um Sinal de Entrada Arbitrário

Qualquer sinal em tempo contínuo $x(t)$ pode ser expresso como um somatório contínuo (integral) de impulsos ponderados e deslocados no tempo, de acordo com [269]

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t - \tau) d\tau \quad , \quad (\text{E.20})$$

onde $\delta(t - \tau)$ corresponde ao impulso para $t = \tau$, e $x(\tau)$, ao peso. Considerando um sistema linear e uma entrada arbitrária $x(t)$, a resposta $y(t)$ do sistema corresponderá a

$$\begin{aligned}
y(t) &= \mathbf{T}[x(t)] = \mathbf{T} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \delta(t - \tau) d\tau \right] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \mathbf{T}[\delta(t - \tau)] d\tau \quad .
\end{aligned} \tag{E.21}$$

Para um sistema invariante no tempo, temos

$$h(t - \tau) = \mathbf{T}[\delta(t - \tau)] \quad . \tag{E.22}$$

Substituindo a Eq. (E.22) na Eq. (E.21), temos

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad . \tag{E.23}$$

A Eq. (E.23) indica que um sistema LTI no tempo contínuo é completamente caracterizado pela sua resposta impulsiva $h(t)$. Conhecendo a resposta de um sistema LTI para uma entrada de impulso unitário, podemos encontrar a sua saída para quaisquer outros sinais de entrada [130].

Integral de Convolução

A Eq. (E.23) define a “convolução” de dois sinais no tempo contínuo, $x(t)$ e $h(t)$, denotada por

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad . \tag{E.24}$$

A Eq. (E.24) é comumente denominada “integral de convolução”. Temos, então, como resultado, que a saída de qualquer sistema LTI no tempo contínuo é a convolução do sinal de entrada $x(t)$ com a resposta impulsiva $h(t)$ do sistema. A Fig. E.2 ilustra a definição de resposta impulsiva $h(t)$ e a relação da Eq. (E.24)

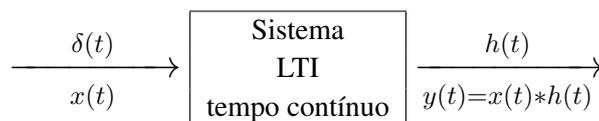


Figura E.2: Representação esquemática de um sistema LTI no tempo contínuo.

E.4.3 Sinal *Chirp*

O *Chirp* é um sinal cuja frequência varia com o tempo. Um sinal *chirp* LFM corresponde a uma forma de onda de amplitude constante cuja frequência instantânea varia linearmente com o tempo, entre duas frequências específicas [270], podendo ser matematicamente expresso por

$$s(t) = A \cos \left[2\pi \left(f_0 + \frac{(f_1 - f_0)}{2t_1} t \right) t \right] = A \cos \left[2\pi \left(f_0 t + \frac{\beta}{2} t^2 \right) \right] , \quad (\text{E.25})$$

onde

- A - amplitude,
- f_0 - frequência inicial (no tempo $t=0$),
- f_1 - frequência final (no tempo t_1 , com $t_1 =$ duração do sinal), e
- β - razão de variação de frequência.

A largura de banda corresponde a $f_1 - f_0$, e a frequência instantânea pode ser expressa por

$$f(t) = \frac{d \left(f_0 t + \frac{\beta}{2} t^2 \right)}{dt} = f_0 + \beta t . \quad (\text{E.26})$$

O sinal *chirp* LFM possui uma densidade espectral de potência aproximadamente retangular, e sua função de autocorrelação exibe um formato de função *sinc*, com indesejáveis lóbulos laterais [271].

E.4.4 Compressão de Pulso

A técnica de compressão de pulso é usada em diversas áreas de Engenharia como, por exemplo, telecomunicações, imageamento SONAR, sistemas de posicionamento acústico, RADAR, imageamento médico, dentre outras. Em tais aplicações, o principal problema é a identificação de um pulso em um ambiente ruidoso. A técnica de compressão consiste na utilização de um pulso modulado (um *chirp*, por exemplo), para emissão, e de um filtro adaptado, para a recepção [272]. Na filtragem adaptada, é feita a correlação do sinal recebido com uma réplica sem ruído do sinal emitido.

O sinal *chirp* LFM é uma das formas de onda comumente usadas na técnica de compressão de pulso [273]. Tal sinal possui propriedades únicas de simetria no domínio do tempo e da frequência, sendo também de fácil geração [274].

A modulação linear envolve a transmissão de um pulso de longa duração que distribui a energia do sinal em suas componentes espectrais, permitindo uma ampla utilização da largura de banda disponível. Consequentemente, há um aumento do produto Tempo-Largura de Banda (TB^a) para um valor maior do que 1. O sinal com menor TB (cujo valor é, aproximadamente igual a 1) é um pulso com envelope Gaussiano. MACHADO e COSTA [274], p. 1047.

^aDo inglês, *Time-Bandwidth*.

Em imageamento RADAR, por exemplo, o uso de um sinal *chirp* LFM fornece uma duração de pulso capaz de aumentar a energia de modo a se obter um bom valor de SNR no receptor [275]. Considerando um pulso monofrequência de duração t_1 , a resolução em distância corresponde a

$$\Delta r = \frac{c}{2} t_1 \quad . \quad (E.27)$$

Pela, Eq. E.27, quanto menor for a duração do pulso, mais nítida será a resolução em distância. Por outro lado, é muito difícil colocar energia suficiente em um pulso muito curto, devido ao fato de a energia de um sinal $s(t)$ ser proporcional à sua duração, t_1 , de acordo com

$$E = \int_0^{t_1} |s(t)|^2 dt \quad . \quad (E.28)$$

O uso de um sinal *chirp* LFM - que fornece a mesma largura de banda de um pulso monofrequência - permite que seja elevada a energia do sinal transmitido, por aumento do tempo de duração t_1 , sem amplificar a potência de pico. O processo de compressão de pulso é concluído com a aplicação de um filtro adaptado na recepção, a fim de comprimir o sinal recebido para um sinal de duração suficientemente curta, que permita uma resolução fina em distância [275].

Apêndice F

Funções Ortogonais

Em certas áreas da Matemática, é comum que uma função seja pensada como um vetor. O conceito de conjunto ortogonal de funções é uma generalização natural do conceito de conjunto ortogonal de vetores. Podemos citar quatro conjuntos bem conhecidos de funções ortogonais: série de *Fourier*, funções de *Bessel*, polinômios de *Legendre* e polinômios de *Chebyshev*. “*Chebyshev* foi, provavelmente, o primeiro matemático a reconhecer o conceito geral de polinômios ortogonais” [276]. Embora *Murphy* tenha definido, pela primeira vez, as funções ortogonais (que ele chamou de funções recíprocas), cabe à *Chebyshev* o crédito pelo reconhecimento de sua importância [277].

Serão apresentados, a seguir, alguns conceitos aplicados às funções, com aplicação similar no espaço vetorial. Antes, porém, será feito um breve comentário sobre a série de *Fourier*. Tal série foi introduzida como uma expansão em termos de uma particular classe de funções ortogonais: senos e cossenos. A série de *Fourier* constitui uma ferramenta muito útil em análise matemática: está presente em quase todos os campos da ciência e da engenharia, com diversas aplicações como, por exemplo, processamento de sinais, processamento de imagem e tomografia, dentre outras [278].

F.1 Série de *Fourier*

Em 1807, o físico e matemático francês *Jean Baptiste Joseph Fourier* (1768-1830) apresentou, em seu famoso artigo *On the Propagation of Heat in Solid Bodies*, um desenvolvimento matemático sobre a teoria de condução de calor: a série de *Fourier* [279]. Tal série foi apresentada como uma solução para o problema de valor de contorno relacionado à equação de calor. Ao propor um meio de resolver a equação diferencial que governa a transferência de calor, *Fourier* também estava ciente de que a corda vibrante era governada por uma equação diferencial semelhante, e comentou em seu artigo que seus métodos também contribuiriam para representar soluções funcionais para o problema,

proporcionando assim soluções para a equação de onda [280].

F.2 Funções de Base

Após a descoberta de *Fourier*, sobre a possibilidade de expandir funções em termos de uma base composta de funções seno e cosseno, a ideia foi generalizada para a representação de funções por expansão em outros conjuntos como, por exemplo, os polinômios de *Legendre*, que foi um dos primeiros. Depois de *Legendre*, outras bases especiais, cada uma associada a uma equação diferencial e a um produto interno, foram introduzidas por *Gegenbauer*, *Chebyshev*, *Hermite*, *Laguerre* e outros. Cada um desses conjuntos de funções tem um uso específico, mas todos são afetados pelo fato de funções com fortes descontinuidades necessitarem de um grande número de funções de base para uma descrição razoável. Apenas recentemente esse problema foi abordado, com a introdução do conceito de ondaleta¹[282].

Em muitas áreas da Matemática Aplicada é conveniente aproximar uma função como uma combinação linear de funções elementares. Em analogia aos vetores, esse conjunto de funções constitui uma base. O emprego de funções de base torna mais fácil as operações matemáticas. Para evitar redundância, é necessário que tais funções sejam linearmente independentes, ou seja, que qualquer função da base considerada não constitua uma combinação linear das demais funções. Para que sejam úteis, as funções de base devem atender a determinados requisitos. Um deles, é o de serem de fácil computação. Um outro, de possuírem completude (completeza), o que significa que as funções de base devem ser suficientes para representar todas as funções na classe de interesse, com elevada acurácia. Contudo, quando as condições de contorno são explicitamente impostas, é possível usar uma base que seja incompleta [283–285]. A expansão fica mais fácil se as funções de base são ortogonais [286].

F.3 Produto Interno de Duas Funções

O **produto interno** de duas funções $\phi_1(x)$ e $\phi_2(x)$, definidas em um intervalo $[a, b]$, é o número definido por

$$\langle \phi_1, \phi_2 \rangle = \int_a^b \phi_1(x)\phi_2(x)dx \quad . \quad (\text{F.1})$$

¹Em inglês, *wavelet*; em francês, *ondelette* [281].

F.4 Funções Ortogonais

Dois vetores são ditos ortogonais quando o seu produto interno (também chamado produto escalar) é igual a zero. De maneira análoga, duas funções $\phi_1(x)$ e $\phi_2(x)$ são ditas **ortogonais**, em um intervalo $[a, b]$, se

$$\int_a^b \phi_1(x)\phi_2(x)dx = 0 \quad . \quad (\text{F.2})$$

F.4.1 Norma de uma Função

A **norma quadrada** e a **norma** de uma função $\phi(x)$, em um intervalo $[a, b]$, são os números não negativos definidos, respectivamente, por

$$\|\phi(x)\|^2 = \int_a^b [\phi(x)]^2 dx \quad (\text{F.3}) \quad , \text{ e} \quad \|\phi(x)\| = \sqrt{\int_a^b [\phi(x)]^2 dx} \quad . \quad (\text{F.4})$$

F.4.2 Conjunto Ortogonal de Funções

Um conjunto de funções $\{\phi_i(x)\}$, com $i = 1, 2, 3 \dots$, definido em um intervalo $[a, b]$, corresponde a um conjunto ortogonal no intervalo $[a, b]$, se tais funções satisfazem

$$\int_a^b \phi_m(x)\phi_n(x)dx = 0 \quad , \text{ sempre que } m \neq n \quad . \quad (\text{F.5})$$

F.4.3 Conjunto Ortonormal de Funções

Seja $\{\phi_i(x)\}$, com $i = 1, 2, 3 \dots$, um conjunto ortogonal de funções definido em um intervalo $[a, b]$. Se nenhuma das funções $\phi_i(x)$ possui norma zero, cada função $\phi_i(x)$ pode ser normalizada, ao ser dividida por sua norma $\|\phi_i(x)\|$, que é positiva e constante [287]. O novo conjunto formado, $\{F_i(x)\}$, onde $F_i(x) = \phi_i(x)/\|\phi_i(x)\|$, com $i = 1, 2, 3 \dots$, é denominado **conjunto ortonormal de funções** no intervalo $[a, b]$, com

$$\int_a^b F_m(x)F_n(x)dx = \begin{cases} 0, & \text{quando } m \neq n, \\ 1, & \text{quando } m = n. \end{cases} \quad (\text{F.6})$$

Assim, as funções $F_1(x), F_2(x), \dots$ são ditas ortonormais se são ortogonais no intervalo $[a, b]$ e possuem norma 1 ($\|F_i(x)\| = 1$, para todo i).

F.4.4 Função Peso

Uma função integrável w é denominada função peso no intervalo I se $w(x) \geq 0$, para todo x em I , mas $w(x) \neq 0$ em qualquer subintervalo de I . O propósito da função peso é atribuir diferentes graus de importância para aproximações em certas partes do intervalo [288]. Por exemplo, os polinômios de *Chebyshev* de primeira espécie são ortogonais com respeito à função peso $w(x) = (1 - x^2)^{-1/2}$ expressa na Eq. (3.7), que coloca menos ênfase próximo ao centro do intervalo $(-1, 1)$ e mais ênfase quando $|x|$ está próximo de 1 [288].

Conjunto Ortogonal de Funções com Respeito a uma Função Peso

Um conjunto de funções $\{\phi_i(x)\}$, com $i = 1, 2, 3, \dots$, definido em um intervalo $[a, b]$, corresponde a um conjunto ortogonal com respeito a uma função peso $w(x) \geq 0$, no intervalo $[a, b]$, se tais funções satisfazem

$$\int_a^b w(x)\phi_m(x)\phi_n(x)dx = 0 \quad , \text{ sempre que } m \neq n . \quad (\text{F.7})$$

Conjunto Ortonormal de Funções com Respeito a uma Função Peso

Um conjunto de funções $\{F_i(x)\}$, com $i = 1, 2, 3, \dots$, definido em um intervalo $[a, b]$, corresponde a um conjunto ortonormal com respeito a uma função peso $w(x) \geq 0$, no intervalo $[a, b]$, se

$$\int_a^b w(x)F_m(x)F_n(x)dx = \begin{cases} 0, & \text{quando } m \neq n , \\ 1, & \text{quando } m = n , \end{cases} \quad (\text{F.8})$$

ou seja,

$$\int_a^b w(x)F_m(x)F_n(x)dx = \delta_{mn} \quad , \quad (\text{F.9})$$

onde δ_{mn} é o delta de *Kronecker*.

F.4.5 Expansão em Termos de Funções Ortogonais

Considerando um conjunto de I funções de base $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_I(x)$ ortogonais, podemos representar uma função $f(x)$ como uma expansão na forma

$$f(x) \equiv \sum_{i=1}^I \alpha_i \phi_i(x) \quad , \quad (\text{F.10})$$

onde α_i corresponde ao i -ésimo coeficiente da expansão, podendo ser obtido pela expressão

$$\alpha_i = \frac{\langle \phi_i, f \rangle}{\langle \phi_i, \phi_i \rangle} \quad , \quad \forall i \quad . \quad (\text{F.11})$$

Se as funções de base representarem um conjunto ortonormal de funções, poderemos considerar, então, que

$$\langle \phi_i, \phi_i \rangle = 1 \quad , \quad (\text{F.12})$$

e o coeficiente α_i poderá ser expresso por

$$\alpha_i = \langle \phi_i, f \rangle \quad . \quad (\text{F.13})$$

F.5 Polinômios Ortogonais

Os polinômios de *Legendre* ($\alpha = \beta = 0$) e de *Chebyshev* ($\alpha = \beta = -1/2$) são casos particulares dos polinômios de *Jacobi*, possuem completude e podem ser obtidos de forma recursiva. Há várias famílias de polinômios que são ortogonais com respeito a uma função peso, em um intervalo contínuo, como exemplificado na Tab. F.1 [289].

Tabela F.1: Exemplos de polinômios ortogonais em um intervalo contínuo.

Nome	Símbolo	Domínio	Função Peso
<i>Jacobi</i>	$P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$	$[-1, 1]$	$(1-x)^\alpha (1+x)^\beta, \alpha, \beta > -1$
<i>Legendre</i>	$P_n(x)$	$[-1, 1]$	1
<i>Chebyshev</i> (1ª espécie)	$T_n(x)$	$[-1, 1]$	$(1-x^2)^{-1/2}$
<i>Laguerre</i>	$L_n(x)$	$[0, \infty)$	e^{-x}
<i>Laguerre</i> Associado	$L_n^{(\alpha)}(x)$	$[0, \infty)$	$x^\alpha e^{-x}$
<i>Hermite</i>	$H_n(x)$	$(-\infty, \infty)$	e^{-x^2}

Os polinômios de *Chebyshev* de primeira espécie têm sua eficiência bem relatada na literatura, particularmente devido à rápida convergência da série resultante. *Clenshaw* observou que a fórmula para a integral de um polinômio de *Chebyshev* envolve apenas dois polinômios [290]. Considerando

$$T_n(\cos \theta) = \cos(n\theta) \quad , \quad (\text{F.14})$$

temos,

$$\begin{aligned}\int T_n(x)dx &= \int T_n(\cos \theta)d \cos \theta \\ &= - \int \cos(n\theta)\text{sen}\theta d\theta \\ &= -\frac{1}{2} \int \{\text{sen}[(n+1)\theta] - \text{sen}[(n-1)\theta]\}d\theta \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\cos[(n+1)\theta]}{n+1} - \frac{\cos[(n-1)\theta]}{n-1} \right\} + \text{cte.} \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{T_{n+1}(x)}{n+1} - \frac{T_{n-1}(x)}{n-1} \right] + \text{cte.} \quad , \quad n > 1 \quad . \quad (\text{F.15})\end{aligned}$$

Referências Bibliográficas

- [1] CROS, L., IOANA, C., THEUILLON, G. “Synthèse Temps-Fréquence de Signaux Transitoires dans un Contexte de Tomographie Acoustique Océanique Discrète”. In: *Traitement du Signal et des Images: Actes du 20^o Colloque GRETSI*, v. I, pp. 575–578, Louvain-la-Neuve, Belgique, 6-9 Set. 2005.
- [2] BUZUG, T. M. *Computed Tomography: From Photon Statistics to Modern Cone-Beam CT*. Berlin, Germany, Springer, 2010.
- [3] CIERNIAK, R. *X-Ray Computed Tomography in Biomedical Engineering*. London, UK, Springer, Jan. 2011.
- [4] NAIDU, P. S. *Sensor Array Signal Processing*. Boca Raton, FL, USA, CRC, 2000.
- [5] GOOCH, J. W. *Analysis and Deformation of Polymeric Materials: Paints, Plastics, Adhesives, and Inks*. Topics in Applied Chemistry. NY, USA, Springer, 1997.
- [6] STERGIOPOULOS, S., YOUNIS, W. A., GRODSKI, J., et al. “Acoustic Diffraction Computed Tomography Imaging”. In: Stergiopoulos, S. (Ed.), *Advanced Signal Processing: Theory and Implementation for Sonar, Radar, and Non-Invasive Medical Diagnostic Systems*, 2 ed., cap. 7, FL, USA, CRC, 2009.
- [7] SALMAN, A. O., VERTIY, A. A., GAVRILOV, S. “Microwave Tomography: 5.4 - Diffraction Multiview Tomographic Method in the Microwave and Millimeter-Wave Bands”. In: Turk, A. S., Hocaoglu, K. A., Vertiy, A. A. (Eds.), *Subsurface Sensing*, cap. 5, Hoboken, NJ, USA, Wiley, 2011.
- [8] DURIC, N., LI, C., ROY, O., et al. “Acoustic Tomography: Promise versus Reality”. In: *Ultrasonics Symposium (IUS), 2011 IEEE International*, pp. 2033–2041, Orlando, FL, USA, 18-21 Out. 2011.
- [9] SPINDEL, R. C. “Ocean Acoustic Tomography”. In: Medwin, H. (Ed.), *Sounds in the Sea: From Ocean Acoustics to Acoustical Oceanography*, cap. 18, New York, NY, USA, Cambridge University, 2005.

- [10] STOJANOVIC, M. “High Speed Underwater Acoustic Communications”. In: Istepanian, R. S. H., Milica, S. (Eds.), *Underwater Acoustic Digital Signal Processing and Communication Systems*, cap. 1, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic, 2002.
- [11] LURTON, X. *An Introduction to Underwater Acoustics: Principles and Applications*. Springer-Praxis Books in Geophysical Sciences. 2 ed. UK, 2010.
- [12] CHERESKIN, T. K., HOWE, B. “Oceanographic Measurements”. In: Tropea, C., Yarin, A. L., Foss, J. F. (Eds.), *Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics*, cap. 18, Berlin, Germany, Springer, 2007.
- [13] WORCESTER, P., MUNK, W. “The Role of Acoustics in Ocean Observing Systems”. In: *Oceanography in 2025: Proceedings of a Workshop*, pp. 58–62, Washington, D. C., USA, Jan. 2009.
- [14] KUPERMAN, W. A., ROUX, P. “Underwater Acoustics”. In: Rossing, T. D. (Ed.), *Springer Handbook of Acoustics*, cap. 5, New York, NY, USA, Springer, 2007.
- [15] ETTER, P. C. *Underwater Acoustic Modelling and Simulation*. 3 ed. London, UK, Spon Press, 2003.
- [16] CORNUELLE, B. D., WORCESTER, P. F., DZIECIUCH, M. A. “Ocean Acoustic Tomography”. In: *Second HELAS International Conference: Helioseismology, Asteroseismology and MHD Connections*, Göttingen, Germany, Agosto 2007.
- [17] JOSEPH, A. *Measuring Ocean Currents: Tools, Technologies, and Data*. Waltham, MA, USA, Elsevier, 2013.
- [18] MUNK, W. H., WUNSCH, C. “Ocean Acoustic Tomography: A Scheme for Large Scale Monitoring”, *Deep-Sea Research*, v. 26A, pp. 123–161, 1979.
- [19] ROBINSON, A. R., ARANGO, H. G., WARN-VARNAS, A., et al. “Real-Time Regional Forecasting”. In: *Modern Approaches to Data Assimilation in Ocean Modeling*, v. 61, *Elsevier Oceanography Series*, pp. 377–410, 1996.
- [20] HOWE, B. M., DUSHAW, B. D., MUNK, W. H., et al. “Monitoring the Ocean Acoustically: A Review and Strategy for the Future”. In: *Sixth Symposium on Integrated Observing Systems*, pp. 1–8, Orlando, FL, USA, 13-17 Jan. 2002.
- [21] THE OCEAN TOMOGRAPHY GROUP: BEHRINGER, D., BIRDSALL, T., BROWN, M., et al. “A Demonstration of Ocean Acoustic Tomography”, *Nature*, v. 299, n. 5879, pp. 121–125, 1982.

- [22] CORNUELLE, B., WUNSCH, C., BEHRINGER, D., et al. “Tomographic Maps of the Ocean Mesoscale. Part 1: Pure Acoustics”, *American Meteorological Society*, v. 15, pp. 133–152, Fev. 1985.
- [23] SOARES, C. *Broadband Matched-Field Tomography Using Simplified Acoustic Systems*. Tese de doutorado, Universidade do Algarve, Faro-Portugal, 2006.
- [24] WILLE, P. C. *Sound Images of the Ocean: in Research and Monitoring*. Berlin, Germany, Springer, 2005.
- [25] DUSHAW, B., BOLD, G., CHIU, C. S., et al. “Observing the Ocean in the 2000s: A Strategy for the Role of Acoustic Tomography in Ocean Climate Observation”. In: Koblinsky, C., Smith, N. (Eds.), *Observing the Oceans in the 21st Century*, GODAE Project Office/Bureau of Meteorology, pp. 391–418, 2001.
- [26] LEIGHTON, T. G., HEALD, G. J. “Very High Frequency Coastal Acoustics”. In: Medwin, H. (Ed.), *Sounds in the Sea: From Ocean Acoustics to Acoustical Oceanography*, cap. 21, New York, NY, USA, Cambridge University, 2005.
- [27] TAROUDAKIS, M. I. “Variations of Tomography Signals in Shallow Water Due to Bottom Topography Irregularities”, *Journal de Physique*, v. 4, pp. C51079–C51082, Mai. 1994.
- [28] ČERVENÝ, V. *Seismic Ray Theory*. Cambridge, UK, Cambridge University, 2001.
- [29] TINDLE, C. T. “Wavefront Modelling and Low Frequency Ray Theory”. In: *Proceedings of the 3rd International Conference on Underwater Acoustic Measurements: Technologies & Results (UAM 2009)*, pp. 1–8, Nafplion, Greece, 21-26 Jun. 2009.
- [30] BONNEL, J., NICOLAS, B., FATTACCIOLI, D. “Frequency Warping for Waveguide Characterization With a Single Hydrophone”. In: *OCEANS 2009, MTS/IEEE Biloxi - Marine Technology for Our Future: Global and Local Challenges*, pp. 1–5, Biloxi, MS, USA, 26-29 Out. 2009.
- [31] BONNEL, J., NICOLAS, B., FATTACCIOLI, D. “Rapid Inversion in Shallow Water with a Single Receiver Using Modal Time-Frequency Pattern Extraction”. In: *OCEANS 2009, MTS/IEEE Biloxi - Marine Technology for Our Future: Global and Local Challenges*, pp. 1–5, Biloxi, MS, USA, 26-29 Out. 2009.
- [32] BONNEL, J., NICOLAS, B., FATTACCIOLI, D. “Signal Processing Tools for Geoacoustic Inversion in Shallow Water”. In: *IEEE PASSIVE 2010 Workshop - Sea Tech Week Conference*, pp. 1–4, Brest, France, 21-25 Jun. 2010.

- [33] BARNIER, B., PENDUFF, T., LANGLAIS, C. “Eddying vs. Laminar Ocean Circulation Models and Their Applications”. In: Schiller, A., Brassington, G. B. (Eds.), *Operational Oceanography in the 21st Century*, Springer, pp. 239–263, 2011.
- [34] CHIU, C.-S., MILLER, J. H., LYNCH, J. F. “Forward Coupled-Mode Propagation Modeling for Coastal Acoustic Tomography”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 99, n. 2, pp. 793–802, Fev. 1996.
- [35] KATSNELSON, B., PETNIKOV, V., LYNCH, J. *Fundamentals of Shallow Water Acoustics*. The Underwater Acoustics Series. NY, USA, Springer, 2012.
- [36] ZHAO, Z., ZHANG, Y., YANG, W., et al. “High Frequency Ocean Acoustic Tomography Observation at Coastal Estuary Areas”. In: *ADVANCES IN OCEAN ACOUSTICS: Proceedings of the 3rd International Conference on Ocean Acoustics (OA2012)*. AIP Conference Proceedings, v. 1495, American Institute of Physics Conference Series, pp. 360–367, Nov. 2012.
- [37] BONNEL, J., NICOLAS, B., MARS, J. I., et al. “Estimation of Modal Group Velocities with a Single Receiver for Geoacoustic Inversion in shallow water”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 128, n. 2, pp. 719–727, Ago. 2010.
- [38] CARVALHO, R. D. G. “Amazônia Azul”, *Rev. C. Naval*, , n. 329, pp. 12–13, 2004.
- [39] CARVALHO, R. D. G. “A Amazônia Azul: A Outra Amazônia”. In: *Geografia: O Mar no Espaço Geográfico Brasileiro*, v. 8, *Coleção Explorando o Ensino*, cap. 1, Brasília, DF, Brasil, Ministério da Educação, 2005.
- [40] TOMMASI, L. R. *Meio Ambiente & Oceanos*, v. 9, *Meio Ambiente*. São Paulo, SP, Brasil, Senac, 2008.
- [41] MINISTÉRIO DA DEFESA. “Política Nacional de Defesa”. 2012.
- [42] MINISTÉRIO DO MEIO AMBIENTE. “Panorama da Conservação dos Ecossistemas Costeiros e Marinhos no Brasil”. 2010.
- [43] ALBUQUERQUE, E. S. D. *Uma Breve história da Geopolítica*. Coleção Perspectivas do Mundo Contemporâneo. RJ, Brasil, CENEGRI, 2011.
- [44] ALBUQUERQUE, A. T. M. D. “A Amazônia Azul: Bandeirantes das Longitudes Salgadas”. In: *Geografia: O Mar no Espaço Geográfico Brasileiro*, v. 8, *Coleção Explorando o Ensino*, cap. 1, Brasília, DF, Brasil, Ministério da Educação, 2005.

- [45] CALADO, L. *Dinâmica da Interação da atividade de meso-escala da Corrente do Brasil com o fenômeno de ressurgência costeira ao largo de Cabo Frio e Cabo de São Tomé, RJ*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- [46] ROSSI-WONGTSCHOWSKI, C. L. D. B., MADUREIRA, L. S. P. *O Ambiente Oceanográfico da Plataforma Continental e do Talude na Região Sudeste-sul do Brasil*. São Paulo, SP, Brasil, Edusp, 2006.
- [47] CODATO, G. A. S., WATANABE, W. B., CALADO, L., et al. “A Influência da Frente Térmica da Ressurgência Costeira de Cabo Frio na Perda do Sinal Acústico: Um Estudo Numérico”. In: *ETAS 2011 - X Encontro de Tecnologia em Acústica Submarina, Rio de Janeiro, Brazil*, pp. 1–8, Nov. 2011.
- [48] CLAY, C. S., MEDWIN, H. *Acoustical Oceanography: Principles and Applications*. Hoboken, NJ, USA, John Wiley & Sons, 1977.
- [49] BORDING, R. P., GERSZTENKORN, A., LINES, L. R., et al. “Applications of Seismic Travel-time Tomography”, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, v. 90, n. 2, pp. 285–303, August 1987.
- [50] HOLSTEIN, P., RAABE, A., MULLER, R., et al. “Acoustic Tomography on the Basis of Travel-time Measurement”, *Measurement Science and Technology*, v. 15, n. 7, pp. 1420–1428, July 2004.
- [51] NAKANO, I., FUJIMORI, H., NAKAMURA, T. “Real-Time Acoustic Monitoring of Ocean Interiors using Ocean Acoustic Tomography”. In: *Twelfth (2002) International Offshore and Polar Engineering Conference*, pp. 336–340, Kitakyushu, Japan, 26-31 Mai. 2002.
- [52] KUPERMAN, W. A., LYNCH, J. F. “Shallow-Water Acoustics”, *Physics Today*, pp. 55 – 60, Out. 2004.
- [53] STÉPHAN, Y., DÉMOULIN, X., FOLÉGOT, T., et al. “Acoustical Effects of Internal Tides on Shallow Water Propagation: an Overview of the INTIMATE96 Experiment”. In: Caiti, A., Hermand, J.-P., Jesus, S., et al. (Eds.), *Experimental Acoustic Inversion Methods for Exploration of the Shallow Water Environment*, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic, 2000.
- [54] PORTER, M. B. “Modeling Sound Propagation in the Ocean”. In: Engquist, B., Kriegsmann, G. A. (Eds.), *Computational Wave Propagation*, v. 86, *The IMA Volumes in Mathematics and its Applications*, Springer, pp. 197–215, 1996.

- [55] GAC, C., LE GALL, Y., TERRE, T., et al. “A New Modular Instrumentation for Ocean Acoustic Tomography, Present Status and Future Trends”. In: *OCEANS '98 Conference Proceedings*, v. 3, pp. 1219–1223, Set. 1998.
- [56] MUNK, W., WORCESTER, P., WUNSCH, C. *Ocean Acoustic Tomography*. Cambridge Monographs on Mechanics. NY, USA, Cambridge University, 1995.
- [57] TAROUDAKIS, M. I., MARKAKI, M. G. “On the Use of Matched Field Processing and Hybrid Algorithms for Vertical Slice Tomography”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 102, n. 2, pp. 885–895, Ago. 1997.
- [58] CHAPMAN, N. R. “Inverse Problems in Underwater Acoustics”. In: Havelock, D., Kuwano, S., Vorländer, M. (Eds.), *Handbook of Signal Processing in Acoustics*, v. 2, cap. 95, New York, NY, USA, Springer, 2008.
- [59] LE MENN, M. *Instrumentation and Metrology in Oceanography*. London, UK: ISTE; Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2012.
- [60] ITURBE, I., ROUX, P., NICOLAS, B., et al. “Shallow-Water Acoustic Tomography Performed From a Double-Beamforming Algorithm: Simulation Results”, *IEEE-JOE*, v. 34, n. 2, pp. 140–149, Abr. 2009.
- [61] JENSEN, F. B., KUPERMAN, W. A., PORTER, M. B., et al. *Computational Ocean Acoustics*. Modern Acoustics and Signal Processing. 2 ed. New York, NY, USA, Springer, 2011.
- [62] SOARES, C., JESUS, S. M. “Processamento por Ajuste de Campo em Acústica Submarina e Aplicações”. In: *Jornadas do Mar: um Oceano de Oportunidades*, pp. 1–13, Escola Naval, Lisboa, Portugal, Nov. 2004.
- [63] JESUS, S. M. “Localização de Fontes Acústicas em Águas Pouco Profundas”. In: *IV ETAS - Encontro de Tecnologia em Acústica Submarina*, pp. 1–12, IPqM, Rio de Janeiro, Brasil, Nov. 1999.
- [64] FENG-HUA, L., REN-HE, Z. “Inversion for Sound Speed Profile by Using a Bottom Mounted Horizontal Line Array in Shallow Water”, *Chinese Phys. Lett.*, v. 27, n. 8, pp. 084303(1)–084303(4), Ago. 2010.
- [65] TAROUDAKIS, M., TZAGKARAKIS, G., TSAKALIDES, P. “Classification of Shallow-Water Acoustic Signals via Alpha-Stable Modeling of the One-Dimensional Wavelet Coefficients”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 119, n. 3, pp. 1396–1405, Mar. 2006.

- [66] SOARES, C., JESUS, S. M., COELHO, E. “Shallow Water Tomography in a Highly Variable Scenario”. In: Caiti, A., Chapman, R., Hermand, J.-P., et al. (Eds.), *Experimental Acoustic Inversion Methods for Exploration of the Shallow Water Environment*, 2005 ed., The Netherlands, Kluwer Academic, 2005.
- [67] TAROUDAKIS, M. I., MARKAKI, M. G. “Matched Field Ocean Acoustic Tomography Using Genetic Algorithms”. In: *Proceedings of the 22nd International Symposium on Acoustical Imaging*, v. 22, *Acoustical Imaging*, pp. 601–606, Florence, Italy, 03-07 Set. 1995.
- [68] HERMAND, J. P. “Model-Based Matched Filter Processing: A Broadband Approach to Shallow-Water Inversion”. In: *Full Field Inversion Methods in Ocean and Seismo-Acoustics*, v. 12, *Modern Approaches in Geophysics*, Kluwer Academic, pp. 189–194, 1995.
- [69] KATSNELSON, B. G., PETNIKOV, V. G. *Shallow-Water Acoustics*. Springer-Praxis Books In Geophysical Sciences. London/Chichester, UK, 2002.
- [70] JENSEN, F. B. “Acoustics, Shallow Water”. In: Steele, J. H., Thorpe, S. A., Turekian, K. (Eds.), *Encyclopedia of Ocean Sciences*, Academic Press, pp. 89–96, s.l., 2001.
- [71] GOMEZ, C. “Wave Propagation in Shallow-Water Acoustic Random Waveguides”, *Communications in Mathematical Sciences*, v. 9, n. 1, pp. 81–125, Mar. 2011.
- [72] SOUSA, A. V. G. D. *Estimação de Distância de Fontes Sonoras no Mar com Técnicas Acústicas Passivas*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008.
- [73] ETTER, P. C. “Advanced Applications for Underwater Acoustic Modeling”, *Advances in Acoustics and Vibration*, v. 2012, pp. 1–28, Jan. 2012.
- [74] ETTER, P. C. “Review of Ocean-Acoustic Models”. In: *OCEANS 2009, MTS/IEEE Biloxi - Marine Technology for Our Future: Global and Local Challenges*, pp. 1–6, Biloxi, MS, USA, Out. 2009.
- [75] TAROUDAKIS, M. I., MARKAKI, M. “Tomographic Inversions In Shallow Water, Using Modal Travel Time Measurements”, *ACTA ACUSTICA united with ACUSTICA*, v. 87, n. 6, pp. 647–658, Nov. 2001.
- [76] RODRÍGUEZ, O. C., JESUS, S. M. “Physical Limitations of Travel-Time-Based Shallow Water Tomography”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 108, n. 6, pp. 2816–2822, Dez. 2000.

- [77] JESUS, S. M., PORTER, M. B., STÉPHAN, Y., et al. “Single Hydrophone Source Localization”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 25, n. 3, pp. 337–346, Jul. 2000.
- [78] HOWE, B. M., MCGINNIS, T., BOYD, M. L. “Sensor Network Infrastructure: Moorings, Mobile Platforms and Integrated Acoustics”. In: *Proceedings of Underwater Technology Symposium and Workshop on Scientific Use of Submarine Cables and Related Technologies 2007*, pp. 47–51, Japan, Abr. 2007.
- [79] RÉMY, E., GAILLARD, F., VERRON, J. “Variational Assimilation of Ocean Tomographic Data: Twin Experiments in a Quasi-Geostrophic Model”, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, v. 128, n. 583, pp. 1739–1758, Jul. 2002.
- [80] ZENG, G. L. *Medical Image Reconstruction: A Conceptual Tutorial*. Beijing: Higher Education Press; Heidelberg: Springer, 2010.
- [81] CORNUELLE, B. D., WORCESTER, P. F. “Ocean Acoustic Tomography: Integral Data and Ocean Models”. In: *Modern Approaches to Data Assimilation in Ocean Modeling*, v. 61, *Elsevier Oceanography Series*, pp. 97–118, 1996.
- [82] SAGEN, H., SANDVEN, S., WORCESTER, P., et al. “The Fram Strait Acoustic Tomography System”. In: *Proceedings of the Acoustics’08 Paris*, pp. 129–134, Paris, France, Jun/Jul. 2008.
- [83] ELISSEEFF, P., SCHMIDT, H., XU, W. “Ocean Acoustic Tomography as a Data Assimilation Problem”, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 27, n. 2, pp. 275–282, Abr. 2002.
- [84] BAYLISS, C. *Application and Development of Finite Element Techniques for Transducer Design and Analysis*. Tese de doutorado, University of Birmingham, Birmingham, England, 1998.
- [85] BHATTA, B. *Global Navigation Satellite Systems: Insights into GPS, GLONASS, Galileo, Compass and Others*. Boca Raton, FL, USA, CRC, 2011.
- [86] DARDARI, D., FALLETTI, E., et al. *Satellite and Terrestrial Radio Positioning Techniques: A Signal Processing Perspective*. Oxford, UK, AP, 2011.
- [87] PETROVSKI, I. G. *GPS, GLONASS, Galileo, and BeiDou for Mobile Devices: From Instant to Precise Positioning*. UK, Cambridge University, 2014.
- [88] CROS, L., GERVAISE, C., QUIDU, et al. “A New Concept of Ocean Acoustic Tomography”. In: *CMM’06 - Caracterisation Du Milieu Marin*, pp. 1–10, Brest, France, 16-19 Out. 2006.

- [89] DE MARINIS, E., GASPARINI, O., PICCO, P., et al. “Passive Ocean Acoustic Tomography: Theory and Experiment”. In: *ECUA'02*, pp. 497–502, Gdansk, Poland, 2002.
- [90] COMMITTEE ON AN OCEAN INFRASTRUCTURE STRATEGY FOR U.S. OCEAN RESEARCH IN 2030, NATIONAL RESEARCH COUNCIL. *Critical Infrastructure for Ocean Research and Societal Needs in 2030*. Washington, D.C., USA, National Academies, 2011.
- [91] CHU, P. C. *P-Vector Inverse Method*. Berlin, Germany, Springer, 2006.
- [92] ROBINSON, A. R., SELLSCHOPP, J. “Rapid Assessment of The Coastal Ocean Environment”. In: Pinardi, N., Woods, J. (Eds.), *Ocean Forecasting: Conceptual Basis and Applications*, cap. 11, Berlin, Germany, Springer, 2002.
- [93] WHITEHOUSE, B. G., VACHON, P. W., THOMAS, A. C., et al. “Rapid Environmental Assessment (REA) Of The Maritime Battlespace”, *Canadian Military Journal*, pp. 66–68, Jul. 2008.
- [94] JESUS, S. M. “Environmental Assessment with a Random Field of Acoustic Receivers (RADAR)”. 2007.
- [95] AGOSHKOV, V. I., DUBOVSKI, P. B., SHUTYAEV, V. P. *Methods for Solving Mathematical Physics Problems*. Cambridge, UK, CISP, 2006.
- [96] GOPALAKRISHNAN, S., MITRA, M. *Wavelet Methods for Dynamical Problems: With Application to Metallic, Composite, and Nano-Composite Structures*. Boca Raton, FL, USA, CRC, 2010.
- [97] BIABECKI, R. A., KASSAB, A. J., OSTROWSKI, Z. “Application of The Proper Orthogonal Decomposition in Steady State Inverse Problems”. In: *Proceedings of the International Symposium on Inverse Problems in Engineering 2003 (ISIP2003), Nagano, Japan, 18-21 Feb., v. IV, Inverse Problems in Engineering Mechanics*, Amsterdam, The Netherlands, Dez. 2003. Elsevier.
- [98] SCHULTZ, D. R., STRAYER, M. R. “Computational Techniques”. In: Drake, G. W. F. (Ed.), *Springer Handbook of Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2 ed., cap. 8, Springer, 2005.
- [99] JEFFREY, A. *Advanced Engineering Mathematics*. Burlington, MA, USA, Harcourt/Academic Press, 2001.
- [100] DEBNATH, L., BHATTA, D. *Integral Transforms and Their Applications*. 2 ed. Boca Raton, FL, USA, CRC, 2006.

- [101] MIHAILA, B., MIHAILA, I. “Numerical Approximations Using Chebyshev Polynomial Expansions: El-gendi’s Method Revisited”, *J. Phys. A: Math. Gen.*, v. 35, n. 3, 2002.
- [102] PEYRET, R. *Spectral Methods for Incompressible Viscous Flow*, v. 148, *Applied Mathematical Sciences*. New York, NY, USA, Springer, 2002.
- [103] PAYNE, C. M. *Principles of Naval Weapons Systems*. U.S. Naval Institute Blue & Gold Professional Library. 2 ed. Annapolis, MD, USA, Naval Institute, 2006.
- [104] GAN, W. S. *Acoustical Imaging: Techniques and Applications for Engineers*. Chichester, West Sussex, UK, Wiley, 2012.
- [105] GUMEROV, N. A., DURAISWAMI, R. *Fast Multipole Methods for the Helmholtz Equation in Three Dimensions*. Elsevier Series in Electromagnetism. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier, 2005.
- [106] PIERCE, A. D. “Basic Linear Acoustics”. In: Rossing, T. D. (Ed.), *Springer Handbook of Acoustics*, cap. 3, New York, NY, USA, Springer, 2007.
- [107] BREKHOVSKIKH, L. M., LYSANOV, Y. P. *Fundamentals of Ocean Acoustics*. Springer, 2003.
- [108] KINSLER, L. E., FREY, A. R., COPPENS, A. B., et al. *Fundamentals of Acoustics*. 4 ed. Hoboken, NJ, USA, John Wiley & Sons, 1999.
- [109] CHEN, Y., LEE, J., ESKANDARIAN, A. *Meshless Methods in Solid Mechanics*. New York, NY, USA, Springer, 2006.
- [110] RODRÍGUEZ, O. C. *The TRACEO Ray Tracing Program*. Faro, Portugal, 2011. SiPLAB/FCT/Universidade do Algarve.
- [111] EY, E., RODRÍGUEZ, O. C. *The cTraceo User Manual (Rep. 01/12 - SiPLAB)*. Faro, Portugal, 2012. SiPLAB/FCT/Universidade do Algarve.
- [112] RODRÍGUEZ, O. C., SANTOS, P., JESUS, S. M. M. “Modelação Acústica Submarina de Alta Frequência Baseada em Traçamento de Raios: Revisão Teórica e Aplicações Atuais”. In: *ETAS 2009 - VIII Encontro de Tecnologia em Acústica Submarina, Rio de Janeiro, Brazil*, pp. 1–21, Nov. 2009.
- [113] KANKEY, A. T. *A Method for Focusing Sound in Harbor Environments at Low Frequencies: Theory and Experiment*. Tese de Doutorado, The Pennsylvania State University, Pennsylvania, USA, 2008.

- [114] BLACKSTOCK, D. T. *Fundamentals of Physical Acoustics*. New York, NY, USA, Wiley-Interscience, 2000.
- [115] ZHDANOV, M. S. *Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems*, v. 36, *Methods in Geochemistry and Geophysics*. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier, 2002.
- [116] LIGNIÈRES, F. “Asymptotic Theory of Stellar Oscillations Based on Ray Dynamics”. In: Rozelot, J.-P., Neiner, C. (Eds.), *The Pulsations of the Sun and the Stars*, v. 832, *Lecture Notes in Physics*, cap. 9, Germany, Springer, 2011.
- [117] BLEISTEIN, N., COHEN, J. K., STOCKWELL JUNIOR, J. W. *Mathematics of Multidimensional Seismic Imaging, Migration, and Inversion*, v. 13, *Interdisciplinary Applied Mathematics: Geophysics and Planetary Science*. New York, NY, USA, Springer, 2001.
- [118] FRISK, G. V. *Ocean and Seabed Acoustics: A Theory of Wave Propagation*. Upper Saddle River, NJ, USA, Prentice-Hall, 1994.
- [119] SNIEDER, R., SAMBRIDGE, M. “Ray Perturbation Theory for Traveltimes and Ray Paths in 3-D Heterogeneous Media”, *Geophys. J. Int.*, v. 109, n. 2, pp. 294–322, Mai. 1992.
- [120] IDE, J. M., POST, R. F., FRY, W. J. “The Propagation of Underwater Sound at Low Frequencies as a Function of the Acoustic Properties of the Bottom”, *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 19, n. 1, pp. 283–283, 1947.
- [121] HODGES, R. P. *Underwater Acoustics: Analysis, Design and Performance of Sonar*. Chichester, West Sussex, UK, Wiley, 2010.
- [122] RIBEIRO, C. E. P. “COV739 - Acústica Submarina (Notas de Aula)”, Programa de Engenharia Oceânica (COPPE/UFRJ).
- [123] LE TOUZE, G., NICOLAS, B., LACOUME, J.-L., et al. “Source Depth Estimation Using Modal Decomposition and Time-Frequency Representations”, v. 2, pp. 725–730. Oceans 2005 Europe. Brest, France. 20-23 Jun. 2005.
- [124] PIERCE, A. D. “Mathematical Theory of Wave Propagation”. In: Crocker, M. J. (Ed.), *Handbook of Acoustics*, cap. 2, New York, NY, USA, Wiley-Interscience, 1998.
- [125] LOGAN, B. E. *Environmental Transport Processes*. 2 ed. NJ, USA, Wiley, 2012.
- [126] LOURTIOZ, J.-M., BENISTY, H., BERGER, V., et al. *Photonic Crystals: Towards Nanoscale Photonic Devices*. 2 ed. Berlin, Germany, Springer, 2008.

- [127] CHAPMAN, D. M. F., ELLIS, D. D. “The Group Velocity of Normal Modes”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 74, n. 3, pp. 973–979, Set. 1983.
- [128] TOLSTOY, I., CLAY, C. *Ocean Acoustics: Theory and Experiment in Underwater Sound*. Advanced Physics Monograph Series. NY, USA, McGraw-Hill, 1966.
- [129] MICHALOPOULOU, Z.-H. “Estimating the Impulse Response of the Ocean: Correlation Versus Deconvolution”. In: Taroudakis, M. I., Makrakis, G. N. (Eds.), *Inverse Problems in Underwater Acoustics*, cap. 5, New York, NY, USA, Springer, 2001.
- [130] HSU, H. P. *Schaum’s Outline of Theory and Problems of Signals and Systems*. New York, NY, USA, McGraw-Hill, 1995.
- [131] LAI, E. *Practical Digital Signal Processing: for Engineers and Technicians*. Oxford, UK, Elsevier (Newnes), 2004.
- [132] FLATTÉ, S. M., COLOSI, J., DUDA, T., et al. “Impulse Response Analysis of Ocean Acoustic Propagation”. In: Potter, J., Warn-Varnas, A. (Eds.), *Ocean Variability and Acoustic Propagation: Proceedings of the Workshop Held in La Spezia, Italy, June 4-8, 1990*, The Netherlands, Kluwer Academic, 1991.
- [133] ZIOMEK, L. *Underwater Acoustics: A Linear Systems Theory Approach*. Orlando, FL, USA, Academic Press, 1985.
- [134] BOASHASH, B. *Time Frequency Signal Analysis and Processing: A Comprehensive Reference*. Kidlington, Oxford, UK, Elsevier, 2003.
- [135] PORTER, M. B., HURSKY, P., SIDERIUS, M., et al. “High-Frequency Propagation for Acoustic Communications”. In: Pace, N. G., Jensen, F. B. (Eds.), *Impact of Littoral Environmental Variability on Acoustic Predictions and Sonar Performance*, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic, 2002.
- [136] ATHANASSOULIS, G., PAPADAKIS, J., SKARSOULIS, E., et al. “A comparative Study of Two Wave-Theoretic Inversion Schemes In Ocean Acoustic Tomography”. In: *Full Field Inversion Methods in Ocean and Seismo-Acoustics*, v. 12, *Modern Approaches in Geophysics*, Kluwer, pp. 127–132, 1995.
- [137] PIPERAKIS, G. *Variation of Acoustic Arrival Patterns in the Time Domain Due to Sound-Speed Perturbations*. Dissertação de mestrado, University of Crete, Heraklion, Crete, Greece, 2005.
- [138] RODRÍGUEZ, O. C. *Tomografia Acústica Oceanográfica com Vista à Estimação de Marés Internas na Plataforma Continental*. Tese de Doutorado, Universidade do Algarve, Faro, Portugal, 2000.

- [139] MAKAROV, D., PRANTS, S., VIROVLYANSKY, A., et al. *Ray and Wave Chaos in Ocean Acoustics: Chaos in Waveguides*, v. 1, *Series on Complexity, Nonlinearity and Chaos*. Toh Tuck Link, Singapore, World Scientific, 2009.
- [140] HOWE, B. M., WORCESTER, P. F., SPINDEL, R. C. “Ocean Acoustic Tomography: Mesoscale Velocity”, *Journal of Geophysical Research*, v. 92, n. C4, pp. 3785–3805, Apr. 1987.
- [141] TOLSTOY, A. “Matched Field Processing: A Powerful Tool for the Study of Oceans and Scatterers”. In: Guran, A., Maugin, G., Engelbrecht, J., et al. (Eds.), *Acoustic Interactions With Submerged Elastic Structures - Part II: Propagation, Ocean Acoustics and Scattering*, v. 5, *Series on Stability, Vibration and Control of Systems - Series B*, cap. 3, Singapore, World Scientific, 2001.
- [142] RODRÍGUEZ, O. C., JESUS, S. M. “Range-dependent Regularization of Travel Time Tomography Based on Theoretical Modes”. In: *Proceedings of the Sixth European Conference on Underwater Acoustics*, v. 88, pp. 760–762, Gdansk, Poland, Jun. 2002.
- [143] KAIPIO, J., SOMERSALOB, E. “Statistical Inverse Problems: Discretization, Model Reduction and Inverse Crimes”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 198, n. 2, pp. 493–504, Jan. 2007.
- [144] RODRÍGUEZ, O. C., JESUS, S. M. M., STÉPHAN, Y., et al. “Internal Tide Acoustic Tomography: Reliability of the Normal Modes Expansion as a Possible Basis for Solving the Inverse Problem”. In: *Proceedings of the Fourth European Conference on Underwater Acoustics*, pp. 587–592, Rome, 21-25 Set. 1998.
- [145] AULANIER, F., NICOLAS, B., MARS, J. I., et al. “Shallow-water Acoustic Tomography from Angle Measurements Instead of Travel-Time Measurements”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 134, n. 4, pp. EL373–EL379, Out. 2013.
- [146] FELISBERTO, P. A. S. *Assimilação de Dados Aplicada à Tomografia Acústica Oceânica*. Tese de Doutorado, Universidade do Algarve, Faro, Portugal, 2004.
- [147] RODRÍGUEZ, O. C., JESUS, S. M. “Range Dependent Tomography of Internal Tides with Relative Arrivals”. In: *Proceedings of the 2004 International Conference on Computational & Experimental Engineering & Science*, pp. 1747–1752, Madeira, Portugal, 26-29 Jul. 2004.
- [148] RODRÍGUEZ, O. C., JESUS, S. M., STÉPHAN, Y., et al. “Dynamics of Acoustic Propagation Through a Soliton Wave Packet: Observations from the INTIMATE’96 Experiment”. In: Caiti, A., Hermand, J.-P., Jesus, S., et al. (Eds.),

Experimental Acoustic Inversion Methods for Exploration of the Shallow Water Environment, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic, 2000.

- [149] PORTER, M. B., JESUS, S. M., STÉPHAN, Y., et al. “Tidal Effects on Source Inversion”. In: Caiti, A., Hermand, J.-P., Jesus, S., et al. (Eds.), *Experimental Acoustic Inversion Methods for Exploration of the Shallow Water Environment*, Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic, 2000.
- [150] DE MOL, C. “A Critical Survey of Regularized Inversion Methods”. In: Pike, E. R., Bertero, M. (Eds.), *Inverse Problems in Scattering and Imaging*, Bristol, England, UK, Adam Hilger, 1992.
- [151] JESUS, S. M., PORTER, M. B., STÉPHAN, Y., et al. “Single Sensor Source Localization in a Range-Dependent Environment”, v. 2, pp. 865–868, 2000. OCEANS 2000 MTS/IEEE Conference and Exhibition, Virginia, 11-14 Set.
- [152] KABANIKHIN, S. I. “Inverse Problems of Mathematical Physics”. In: Wang, Y., Yagola, A. G., Yang, C. (Eds.), *Computational Methods for Applied Inverse Problems*, cap. 1, Berlin, Germany, DE GRUYTER, 2012.
- [153] OSTEN, W. “Different Ways to Overcome the Resolution Problem in Optical Micro and Nano Metrology”. In: Osten, W., Reingand, N. (Eds.), *Optical Imaging and Metrology: Advanced Technologies*, cap. 15, Weinheim, Germany, Wiley-VCH, 2012.
- [154] TARANTOLA, A. *Inverse Problem Theory And Methods For Model Parameter Estimation*. Philadelphia, PA, USA, SIAM, 2004.
- [155] SEO, J. K., WOO, E. J. *Nonlinear Inverse Problems in Imaging*. Chichester, West Sussex, UK, Wiley, 2012.
- [156] KAIPIO, J., SOMERSALOB, E. *Statistical and Computational Inverse Problems*, v. 160, *Applied Mathematical Sciences*. New York, NY, USA, Springer, 2005.
- [157] KECCMAN, V. *Learning and Soft Computing: Support Vector Machines, Neural Networks, and Fuzzy Logic Models*. Complex Adaptive Systems. MIT, Mar. 2001.
- [158] CHUNG, J., KNEPPER, S., NAGY, J. G. “Large-Scale Inverse Problems in Imaging”. In: Scherzer, O. (Ed.), *Handbook of Mathematical Methods in Imaging*, v. 1, cap. 2, New York, NY, USA, Springer, 2011.
- [159] LAVRENT’EV, M. M., ROMANOV, V. G., SHISHATSKII, S. P. *Ill-Posed Problems of Mathematical Physics and Analysis*, v. 64. USA, American Mathematical Society, Dez. 1986. Translations of Mathematical Monographs.

- [160] GLADWELL, G. M. L. *Inverse Problems in Vibration*, v. 119, *Solid Mechanics And Its Applications*. 2 ed. Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic, Ago. 2004.
- [161] SILBER, G., THEN, C. *Preventive Biomechanics: Optimizing Support Systems for the Human Body in the Lying and Sitting Position*. Germany, Springer. 2012.
- [162] HANSEN, P. C. *Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms*. Philadelphia, USA, SIAM, February 2010. SIAM series on Fundamentals of Algorithms. Editor: Nicholas J. Higham.
- [163] MOURA NETO, F. D., SILVA NETO, A. J. D. *An Introduction to Inverse Problems with Applications*. Berlin, Germany, Springer, 2012.
- [164] ASTER, R. C., BORCHERS, B., THURBER, C. H. *Parameter Estimation and Inverse Problems (International Geophysics)*, v. 90, *International Geophysics Series*. Burlington, MA, USA, Academic Press, 2005.
- [165] MENKE, W. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, v. 45, *International Geophysics Series*. San Diego, CA, USA, Academic Press, 1989.
- [166] LINDEBURG, M. R. *Chemical Engineering Reference Manual for the PE Exam*. 7 ed. Belmont, CA, USA, Professional Publications, 2012.
- [167] HUSSEIN, E. M. A. *Computed Radiation Imaging: Physics and Mathematics of Forward and Inverse Problems*. Waltham, MA, USA, Elsevier, 2011.
- [168] WILLIAMS, G. *Linear Algebra With Applications*. The Jones & Bartlett Learning Series in Mathematics. 8 ed. Burlington, USA, 2012.
- [169] MORITZ, H. “Aplicações de Modelos Matemáticos ao Diagnóstico, Tecnologia de Engenharia e Geofísica”, *Estudos Avançados*, v. 8, n. 20, pp. 24–27, Abr. 1994. Publicação do Instituto de Estudos Avançados da USP.
- [170] DATTA, B. N. *Numerical Linear Algebra and Applications*. 2 ed. Philadelphia, PA, USA, SIAM, 2010.
- [171] MARKOVSKY, I. *Low Rank Approximation: Algorithms, Implementation, Applications*. Communications and Control Engineering. UK, Springer, 2011.
- [172] BUZZI-FERRARIS, G., MANENTI, F. *Fundamentals and Linear Algebra for the Chemical Engineer: Solving Numerical Problems*. Weinheim, Germany, Wiley-VCH, 2010.

- [173] TRIGG, G. L. *Mathematical Tools for Physicists*. Weinheim, Germany, Wiley-VCH, 2005.
- [174] BUTT, R. *Introduction To Numerical Analysis Using MATLAB*. Sudbury, MA, USA, Jones & Bartlett Learning, 2009.
- [175] VERHAEGEN, M., VERDULT, V. *Filtering and System Identification: A Least Squares Approach*. Cambridge, UK, Cambridge University, 2007.
- [176] ALESKEROV, F., ERSEL, H., PIONTKOVSKI, D. *Linear Algebra for Economists*. Springer Texts in Business and Economics. Springer, 2011.
- [177] BARRETT, H. H., MYERS, K. J. *Foundations of Image Science*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Hoboken, NJ, USA, Wiley-Interscience, 2003.
- [178] JUANG, J.-N., PHAN, M. Q. *Identification and Control of Mechanical Systems*. Cambridge, UK, Cambridge University, 2001.
- [179] SANCHES MASIERO, B. *Individualized Binaural Technology: Measurement, Equalization and Perceptual Evaluation*. Aachener Beitrage Zur Technischen Akustik. Berlin, Germany, Logos Verlag, 2012.
- [180] CHENEY, E. W., KINCAID, D. R. *Numerical Mathematics and Computing*. 7 ed. Boston, MA, USA, Brooks/Cole, 2012.
- [181] LAW, V. J. *Numerical Methods for Chemical Engineers Using Excel, VBA, and MATLAB*. Boca Raton, FL, USA, CRC, 2013.
- [182] THEODORIDIS, S., KOUTROUMBAS, K. *Pattern Recognition*. 4 ed. Burlington, MA, USA, Academic Press, 2008.
- [183] LOEHR, N. *Advanced Linear Algebra*. Textbooks in Mathematics. Boca Raton, FL, USA, CRC, 2014.
- [184] ZENG, G. “Facial Recognition with Singular Value Decomposition”. In: Elleithy, K. (Ed.), *Advances and Innovations in Systems, Computing Sciences and Software Engineering*, Dordrecht, The Netherlands, Springer, 2007.
- [185] LINDFIELD, G. R., PENNY, J. E. T. *Numerical Methods Using MATLAB*. 3 ed. Kidlington, Oxfordshire, UK, Academic Press, 2008.
- [186] O’LEARY, D. P. *Scientific Computing with Case Studies*. Philadelphia, PA, USA, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2008.
- [187] VENKATESWARLU, N. B. *Computer Science and Information Technology: CS & IT for GATE*. New Delhi, India, McGraw Hill Education (India), 2013.

- [188] ANDERSEN, T., ENMARK, A. *Integrated Modeling of Telescopes*. N. 377, Astrophysics and Space Science Library. New York, NY, USA, Springer, 2011.
- [189] CANTY, M. J. *Image Analysis, Classification and Change Detection in Remote Sensing: With Algorithms for ENVI/IDL and Python*. 3 ed. Boca Raton, FL, USA, CRC, 2014.
- [190] DUTTA, M. K., PATHAK, V. K., GUPTA, P. “An Adaptive Robust Watermarking Algorithm for Audio Signals Using SVD”. In: Gavrilova, Marina L. Tan, C. J. K., Moreno, E. D. (Eds.), *Transactions on Computational Science X: Special Issue on Security in Computing, Part I*, Berlin, Germany, Springer, 2011.
- [191] GRUBER, M. H. J. *Matrix Algebra for Linear Models*. USA, Wiley, 2013.
- [192] MILJKOVIĆ, S., MILADINOVIĆ, M., STANIMIROVIĆ, P., et al. “Application of the Pseudoinverse Computation in Reconstruction of Blurred Images”, *Filomat*, v. 26, n. 3, pp. 453–465, 2012.
- [193] RAMIREZ, W. F. *Computational Methods for Process Simulation*. 2 ed. Oxford, UK, Butterworth-Heinemann, 1998.
- [194] MÜLLER, T. J. “Determination of Salinity”. In: Grasshoff, K., Kremling, K., Ehrhardt, M. (Eds.), *Methods of Seawater Analysis*, 3 ed., cap. 3, Weinheim, Germany, Wiley-VHC, 1999.
- [195] CORNUELLE, B. D. “Acoustic Tomography”, *IEE Transactions On Geoscience And Remote Sensing*, v. GE-20, n. 3, pp. 326–332, Jul. 1982.
- [196] MEDWIN, H. “Transmission and Attenuation along Ray Paths”. In: Medwin, H. (Ed.), *Sounds in the Sea: From Ocean Acoustics to Acoustical Oceanography*, cap. 2, New York, NY, USA, Cambridge University, 2005.
- [197] ROBINSON, A. R., HECHT, A., PINARDI, N., et al. “Small Synoptic/Mesoscale Eddies and Energetic Variability of the Eastern Levantine Basin”, *Nature*, v. 327, n. 6118, pp. 131–134, May 1987.
- [198] KOSZALKA, I., BRACCO, A., MCWILLIAMS, J. C., et al. “Dynamics of Wind-Forced Coherent Anticyclones in The Open Ocean”, *Journal of Geophysical Research*, v. 114, n. C08011, pp. 1–14, 2009.
- [199] EMERY, W. J., THOMSON, R. E. *Data Analysis Methods in Physical Oceanography*. 2 ed. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Science, 2001.

- [200] CHELTON, D. B., RIES, J. C., HAINES, B. J., et al. “Satellite Altimetry”. In: Fu, L.-L., Cazenave, A. (Eds.), *Satellite Altimetry and Earth Sciences: A Handbook of Techniques and Applications*, v. 69, *International Geophysics Series*, cap. 1, San Diego, California, USA, Academic Press, 2000.
- [201] TALLEY, L. D., PICKARD, G. L., EMERY, W. J., et al. *Descriptive Physical Oceanography: An Introduction*. 6 ed. London, UK, Elsevier, 2011.
- [202] ROBINSON, I. S. *Measuring the Oceans from Space: The Principles and Methods of Satellite Oceanography*. Springer Praxis Books / Geophysical Sciences. Berlin, Germany, Springer, 2004.
- [203] PENNAFORTE, C., LUIGI, R., PINTO, P. A. P., et al. *Perspectivas Geopolíticas: Uma Abordagem Contemporânea*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, CENEGRI - INPED, 2010.
- [204] PETERSEN, J. *Introduction to Surveillance Studies*. FL, USA, CRC, 2012.
- [205] MINISTÉRIO DA DEFESA. “Livro Branco de Defesa Nacional”. 2012.
- [206] MALSCHITZKY, M. L. *Amazônia Azul: Novas Perspectivas Para a Sua Vigilância*. Trabalho de Conclusão de Curso, ESG, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2011.
- [207] MCCARTHY, E. *International Regulation of Underwater Sound: Establishing Rules and Standards to Address Ocean Noise Pollution*. Solid Mechanics and Its Applications. Boston, MA, USA, Kluwer Academic, 2004.
- [208] HOWE, B. M. “Expanding the ATOC/NPAL North Pacific Acoustic Array using the TPC-4 Submarine Cable”. In: *Workshop on Scientific Uses of Submarine Cables*, pp. 1–3, Tokyo, Japan, Nov. 2004.
- [209] SOLOVIEV, A., LUKAS, R. *The Near-Surface Layer of the Ocean: Structure, Dynamics and Applications*, v. 48, *Atmospheric and Oceanographic Sciences Library*. 2 ed. , Springer, 2013.
- [210] NEANDER, D. O. *Analysis of Temperature Variability Between Davidson Seamount and Sur Ridge: The Tomographic Inverse Problem*. Dissertação de mestrado, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, USA, 2002.
- [211] LEROY, C. C., ROBINSON, S. P., GOLDSMITH, M. J. “A New Equation for the Accurate Calculation of Sound Speed in All Oceans”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 124, n. 5, pp. 2774–2782, Nov. 2008.

- [212] ROBERTSON, J. S. “A Standard Equation for the Speed of Sound in Seawater”, *Applied Acoustics*, v. 29, n. 3, pp. 247–252, 1990.
- [213] VALLIS, G. K. *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: Fundamentals and Large-scale Circulation*. Cambridge, UK, Cambridge University, 2006.
- [214] DOLZHANSKY, F. V. *Fundamentals of Geophysical Hydrodynamics*, v. 103, *Encyclopaedia of Mathematical Sciences*. Germany, Springer, 2012.
- [215] KUNDU, P. K., COHEN, I. M. *Fluid Mechanics*. 3 ed. USA, Elsevier, 1990.
- [216] PODESTA, M. D. *Understanding the Properties of Matter*. 2 ed. London, UK, Taylor & Francis, 2002.
- [217] ZIOMEK, L. J. *Fundamentals of Acoustic Field Theory and Space-Time Signal Processing*. Boca Raton, FL, USA, CRC, 1994.
- [218] NETZ, P. A., ORTEGA, G. G. *Fundamentos de Físico-Química: Uma Abordagem Conceitual para as Ciências Farmacêuticas*. Artmed, 2008.
- [219] GILL, A. E. *Atmosphere-Ocean Dynamics*. USA, Academic Press, 1982.
- [220] OLBERS, D., WILLEBRAND, J., EDEN, C. *Ocean Dynamics*. Heidelberg, Germany, Springer, 2012.
- [221] CHRISTOPHERSON, A. J., MALIK, K. A. “The Non-Adiabatic Pressure in General Scalar Field Systems”. 2009.
- [222] BENT, H. A. *The Second Law: An Introduction to Classical and Statistical Thermodynamics*. Oxford University, 1965.
- [223] PEDLOSKY, J. *Waves in the Ocean and Atmosphere: Introduction to Wave Dynamics*. Berlin, Germany, Springer, 2003.
- [224] FOFONOFF, N. P., MILLARD JR, R. C. *Algorithms for Computation of Fundamental Properties of Seawater*. Unesco Technical Paper in Marine Science 44, Unesco Division of Marine Sciences, Paris, France, 1983.
- [225] SPIESBERGER, J. L., METZGER, K. “A New Algorithm for Sound Speed in Seawater”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 89, n. 6, pp. 2677–2688, Jun. 1991.
- [226] DUSHAW, B. D., WORCESTER, P. F., CORNUELLE, B. D., et al. “On Equations for the Speed of Sound in Seawater”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 93, n. 1, pp. 255–275, Jan. 1993.

- [227] SPIESBERGER, J. L. “Is Del Grosso’s Sound-Speed Algorithm Correct?” *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 93, n. 4, pp. 2235–2237, Abr. 1993.
- [228] MEINEN, C. S., WATTS, D. R. “Further Evidence that the Sound-Speed Algorithm of Del Grosso is More Accurate than that of Chen and Millero”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 102, n. 4, pp. 2058–2062, Out. 1997.
- [229] MILLERO, F. J., LI, X. “Comments on ‘On Equations for the Speed of Sound in Seawater’.” *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 95, n. 5, pp. 2757–2759, 1994.
- [230] WONG, G. S. K., ZHU, S. “Speed of Sound in Seawater as a Function of Salinity, Temperature, and Pressure”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 97, n. 3, pp. 1732–1736, Mar. 1995.
- [231] MEDWIN, H., CLAY, C. S. *Fundamentals of Acoustical Oceanography*. Applications of Modern Acoustics. San Diego, CA, USA, Academic Press, 1997.
- [232] ALKAN, R. M., KALKAN, Y., AYKUT, N. O. “Sound Velocity Determination with Empirical Formulas & Bar Check”. In: *XXIII FIG Congress*, pp. 1–14, Munich, Germany, 8-13 Out. 2006.
- [233] RODRÍGUEZ, O. C. “Modelos de Propagação Acústica Submarina: Comparação de Resultados com a Solução Analítica do Problema de 3 Camadas”. 1995. Trabalho de síntese relativo às provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica. Universidade do Algarve, Faro, Portugal.
- [234] ETTER, P. C. “Progress in Underwater Acoustic Modeling”. In: Guran, A., Maugin, G., Engelbrecht, J., et al. (Eds.), *Acoustic Interactions With Submerged Elastic Structures - Part II: Propagation, Ocean Acoustics and Scattering*, v. 5, *Series on Stability, Vibration and Control of Systems - Series B*, cap. 4, Farrer Road, Singapore, World Scientific, 2001.
- [235] SALOMONS, E. *Computational Atmospheric Acoustics*. Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic, 2001.
- [236] KUPERMAN, W. A. “Propagation of Sound in the Ocean”. In: Crocker, M. J. (Ed.), *Handbook of Acoustics*, cap. 31, New York, NY, USA, Wiley-Interscience, 1998.
- [237] ETTER, P. C. “Recent Advances in Underwater Acoustic Modelling and Simulation”, *Journal of Sound and Vibration*, v. 240, n. 2, pp. 351–383, Jan. 2001.
- [238] KELLER, J. B. “Rays, Waves and Asymptotics”, *Bulletin of the American Mathematical Society*, v. 84, n. 5, pp. 727–750, Set. 1978.

- [239] LICHTER, H. “On The Influence of Horizontal Temperature Stratification of Seawater on the Range of Underwater Sound Signals”, *Physikalische Zeitschrift*, n. 17, pp. 385–389, Sept. 1919. Título Original: Über den Einflub Horizontaler Temperaturschichtung des Seewassers auf die Reichweite von Unterwasserschallsignalen. Traduzido por: A.F. Wittenborn. Retraduzido por: Patrick Heimbach, novembro, 2009.
- [240] PORTER, M. B. *The BELLHOP Manual and User’s Guide: PRELIMINARY DRAFT*. La Jolla, CA, USA, 2011. Heat, Light, and Sound Research, Inc.
- [241] RODRÍGUEZ, O. C. *General Description of the BELLHOP Ray Tracing Program*. Faro, Portugal, 2008. SiPLAB/FCT/Universidade do Algarve.
- [242] BUCKINGHAM, M. J. “Ocean-Acoustic Propagation Models”, *J. Acoustique*, v. 3, pp. 223–287, Jun. 1992.
- [243] FLATTÉ, S. M., DASHEN, R., MUNK, W. H., et al. *Sound Transmission through a Fluctuating Ocean*. Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics. Cambridge, UK, Cambridge University, 2010.
- [244] PORTER, M. B., REISS, E. L. “A Numerical Method for Ocean-Acoustic Normal Modes”, *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 76, n. 1, pp. 244–252, Jul. 1984.
- [245] PORTER, M. B. *The KRAKEN Normal Mode Program*. Washington, DC, USA, 1992. SACLANT Undersea Research Centre: La Spezia, Italy / Naval Research Laboratory: Washington, DC, USA.
- [246] ROMANO, J. M. T., ATTUX, R. D. F., CAVALCANTE, C. C., et al. *Unsupervised Signal Processing: Channel Equalization and Source Separation*. Boca Raton, FL, USA, CRC, 2010.
- [247] SMITH, S. W. *Digital Signal Processing: A Practical Guide for Engineers and Scientists*. Demystifying Technology Series. USA, Newnes, 2002.
- [248] MEADE, M., DILLON, C. *Signals and Systems: Models and Behaviour*. Tutorial Guides in Electronic Engineering. 2 ed. Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic, 1991.
- [249] SCHERER, C. *Métodos Computacionais da Física*. 2 ed. São Paulo, SP, Brasil, Livraria da Física, 2010.
- [250] ALEXANDER, C. K., SADIKU, M. N. O. *Fundamentals of Electric Circuits*. 2 ed. New York, NY, USA, The McGraw-Hill Companies, 2003.

- [251] ZANETTA JÚNIOR, L. C. *Transitórios Eletromagnéticos Em Sistemas de Potência*. São Paulo, SP, Brasil, Edusp, 2003.
- [252] MELROSE, D. B., MCPHEDRAN, R. C. *Electromagnetic Processes in Dispersive Media*. New York, NY, USA, Cambridge University, 2005.
- [253] OLIVEIRA, E. C. D., RODRIGUES JÚNIOR, W. A. *Funções Analíticas com Aplicações*. São Paulo, SP, Brasil, Livraria da Física, 2006.
- [254] BURGER, W., BURGE, M. J. *Principles of Digital Image Processing: Core Algorithms*. Undergraduate Topics in Computer Science. UK, Springer, 2009.
- [255] VASEGHI, S. V. *Multimedia Signal Processing: Theory and Applications in Speech, Music and Communications*. West Sussex, UK, John Wiley & Sons, 2007.
- [256] JAMES, J. F. *A Student's Guide to Fourier Transforms: With Applications in Physics and Engineering*. 3 ed. NY, USA, Cambridge University, 2011.
- [257] LATHI, B. P. *Linear Systems and Signals*. 2 ed. New York, NY, USA, Oxford University, 2004.
- [258] KREYSZIG, E. *Advanced Engineering Mathematics*. 9 ed. Hoboken, NJ, USA, Wiley, 2005.
- [259] BOYCE, W. E., DIPRIMA, R. C. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. 7 ed. New York, NY, USA, John Wiley & Sons, 2001.
- [260] WANG, R. *Introduction to Orthogonal Transforms: With Applications in Data Processing and Analysis*. New York, NY, USA, Cambridge University, 2012.
- [261] ZUMBAHLEN, H. "Analog Filters". In: Zumbahlen, H. (Ed.), *Linear Circuit Design Handbook*, cap. 8, Burlington, MA, USA, Newnes, 2008.
- [262] HAYKIN, S., VAN VEEN, B. *Signals and Systems*. Hoboken, NJ, USA, John Wiley & Sons, 1999.
- [263] SCHILLING, R. J., HARRIS, S. L. *Fundamentals of Digital Signal Processing Using MATLAB*. 2 ed. Stanford, USA, Cengage Learning, 2011.
- [264] HSU, H. P. *Schaum's Outline of Theory and Problems of Analog and Digital Communications*. 2 ed. New York, NY, USA, McGraw-Hill, 2002.
- [265] HETNARSKI, R. B., IGNACZAK, J. *The Mathematical Theory of Elasticity*. 2 ed. Boca Raton, FL, USA, CRC, 2010.

- [266] ZILL, D. G., WRIGHT, W. S. *Differential Equations with Boundary-Value Problems*. 8 ed. Boston, MA, USA, BrooksCole, 2012.
- [267] SHMALIY, Y. S. *Continuous-Time Signals*. Signals and Communication Technology. Dordrecht, The Netherlands, Springer, 2006.
- [268] HUSSAIN, Z. M., SADIK, A. Z., O'SHEA, P. *Digital Signal Processing: An Introduction with MATLAB and Applications*. Germany, Springer, 2011.
- [269] BESSAI, H. *MIMO Signals and Systems*. Information Technology: Transmission, Processing and Storage. New York, NY, USA, Springer, 2005.
- [270] KUO, S. M., LEE, B. H., TIAN, W. *Real-Time Digital Signal Processing: Fundamentals, Implementations and Applications*. 3 ed. Chichester, West Sussex, UK, Wiley, 2013.
- [271] VIJAYA, K., MADHUSUDHAN, K. N. "Study of Continuous Nonlinear FM Pulse Compression Technique". In: Chakravarthi, V. S., Shirur, Y. J. M., Prasad, R. (Eds.), *Proceedings of International Conference on VLSI, Communication, Advanced Devices, Signals & Systems and Networking (VCASAN-2013)*, v. 258, *Lecture Notes in Electrical Engineering*, cap. 21, India, Springer, 2013.
- [272] COURMONTAGNE, P., JULIEN, G., BOUHIER, M. E. "On the Use of Time-Frequency Domains for the Improvement of the Stochastic Matched Filter Pulse Compression scheme with a High Speed Computing Architecture", pp. 1–10, 2010. OCEANS 2010 MTS/IEEE Seattle ,WA, USA, 20-23 Set.
- [273] ZHOU, B., YEH, C.-M., LI, W.-W., et al. "Large-Scale Pulse Compression for Costas Signal with GPGPU". In: Shi, X., Kindratenko, V., Yang, C. (Eds.), *Modern Accelerator Technologies for Geographic Information Science*, cap. 10, New York, NY, USA, Springer, 2013.
- [274] MACHADO, T., COSTA, E. "Avaliação da SNR de Ecos Ultrassônicos Gerados por Pulso Codificado e Pulso Convencional: Um Estudo Comparativo". In: Méndez, J. F., Rodríguez, T. Y. A., Marín, C. F. C., et al. (Eds.), *V Latin American Congress on Biomedical Engineering CLAIB 2011 May 16-21, 2011, Habana, Cuba*, v. 33, *IFMBE Proceedings*, Springer, pp. 1047–1050, 2013.
- [275] ÖZDEMIR, C. *Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging With MATLAB Algorithms*. Wiley Series in Microwave and Optical Engineering. Hoboken, NJ, USA, Wiley, 2012.
- [276] KUZNETSOV, V. B. "Orthogonal Polynomials and Separation of Variables". In: Marcellán, F., Van Assche, W. (Eds.), *Orthogonal Polynomials and Special*

- Functions: Computation and Applications*, v. 1883, *Lecture Notes in Mathematics*, Berlin, Germany, Springer, 2006.
- [277] ANDREWS, G. E., ASKEY, R., ROY, R. *Special Functions*, v. 71, *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*. UK, Cambridge University, 2001.
- [278] PICKOVER, C. A. *The Math Book: From Pythagoras to the 57th Dimension, 250 Milestones in the History of Mathematics*. NY, USA, Sterling, 2009.
- [279] GAYDECKI, P. *Foundations of Digital Signal Processing: Theory, Algorithms and Hardware Design*, v. 15, *Circuits, Devices and Systems Series*. London, UK, The Institution of Engineering and Technology, 2004.
- [280] FULOP, S. A. *Speech Spectrum Analysis*. Berlin, Germany, Springer, 2011.
- [281] MORETTIN, P. A. *Ondas e Ondaletas: Da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas*. São Paulo, SP, Brasil, Edusp, 1999.
- [282] WHITE, R. B. *Asymptotic Analysis of Differential Equations*. Revised ed. London, UK, Imperial College, 2010.
- [283] LAGOUDAKIS, M. G. “Value Function Approximation”. In: Sammut, C., Webb, G. I. (Eds.), *Encyclopedia of Machine Learning*, NY, USA, Springer, 2010.
- [284] YAROSLAVSKY, L. *Digital Holography and Digital Image Processing: Principles, Methods, Algorithms*. New York, NY, USA, Springer, 2003.
- [285] YAROSLAVSKY, L. P. *Theoretical Foundations of Digital Imaging Using MATLAB*. Chapman & Hall/CRC Mathematical and Computational Imaging Sciences Series. Boca Raton, FL, USA, CRC, 2012.
- [286] YARLAGADDA, R. K. R. *Analog and Digital Signals and Systems*. New York, NY, USA, Springer, 2009.
- [287] JAIN, R. K., IYENGAR, S. R. K. *Advanced Engineering Mathematics*. New Delhi, India, Narosa Publishing House, 2002.
- [288] BURDEN, R. L., FAIRES, J. D. *Numerical Analysis*. 9 ed. Boston, MA, USA, Brooks/Cole, 2010.
- [289] OBSIEGER, B. *Numerical Methods III: Approximation of Functions*. Rijeka, Croatia, University of Rijeka, 2014.
- [290] BOYD, J. P. *Chebyshev and Fourier Spectral Methods*. Dover Books on Mathematics. 2 ed. Mineola, NY, USA, Dover Publications, 2001.