MARINHA DO BRASIL

CENTRO DE INSTRUÇÃO ALMIRANTE GRAÇA ARANHA

ESCOLA DE FORMAÇÃO DE OFICIAIS DA MARINHA MERCANTE

GUILHERME DIAS DE SOUZA

ORTODROMIA X LOXODROMIA

Rio de Janeiro

2015

GUILHERME DIAS DE SOUZA

ORTODROMIA X LOXODROMIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência para obtenção do título de Bacharel em Ciências Náuticas do Curso de Formação de Oficiais de Náutica da Marinha Mercante, ministrado pelo Centro de Instrução Almirante Graça Aranha.

Orientador :Prof. Hermann Regazzi Gerk
Engenheiro Químico
Especialista em Mecânica dos Fluidos

Rio de Janeiro

2015

GUILHERME DIAS DE SOUZA

ORTODROMIA X LOXODROMIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência para obtenção do título de Bacharel em Ciências Náuticas do Curso de Formação de Oficiais de Náutica/Máquinas da Marinha Mercante, ministrado pelo Centro de Instrução Almirante Graça Aranha.

Data da Aprovação: ____/____/____

Orientador :Prof. Hermann Regazzi Gerk
Engenheiro Químico
Especialista em Mecânica dos Fluidos

____
Assinatura do Orientador

NOTA FINAL:____________

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais Luiz e Solange, ao meu irmão, Bernardo, por tudo que fizeram e por sempre acreditarem.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por me guiar em minha trajetória, aos meus pais pelo apoio e por todo o suporte que precisei pra alcançar minha meta, por sempre acreditarem em meu trabalho durante a preparação para concursos. A todos os amigos de curso, os quais juntos desenvolvemos o foco, a força e a fé em nossos esforços para que pudéssemos alcançar um só caminho , o da vitória.Aos amigos da EFOMM , esses serão guardados em meu coração pro resto da vida.

Agradeço também aos que não acreditaram em mim e aos que tentaram me depreciar de alguma forma , através deles me tornei mais forte. E por fim ao meu orientador, Professor Hermann Regazzi Gerk, pelo exemplo de profissional e pelo Professor Lázaro Coutinho por se mostrar presente a fim de qualquer esclarecimento.

RESUMO

Esta monografia tem como foco fornecer ao leitor informações úteis a respeito dos tipos de navegação, de modo a abordar suas principais características bem como suas vantagens. Neste sentido, pretende-se apresentar suas características, além das principais cartas náuticas em que são utilizadas, explicando claramente as vantagens e desvantagens de cada tipo e a apresentação da trigonometria esférica, parte da matemática utilizada em navegação marítima ou aérea. Será esclarecido os dois tipos de navegação, a ortodrômica, que utiliza os chamados círculos máximos para sua execução e a loxodrômica, que é feita seguindo um rumo constante.

Palavras-chave: Navegação Ortodrômica e Navegação Loxodrômica.

ABSTRACT

This study aims to bring to the reader useful information about the types of navigation, in order to address their main characteristics as well as its advantages. It intends to present its characteristics, in addition to the main charts that are used, clearly explaining the advantages and disadvantages of each type and the presentation of spherical trigonometry, part of mathematics used in maritime navigation or air. Will be explained the two types of navigation, the orthodromic that uses the so-called maximum circles for its implementation and the loxodromic, which is done by following a constant heading.

Keywords :Orthodromic Navigation and Loxodromic Navigation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES/FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No meio da marinha mercante, tudo está ligado ao tempo de transporte, além da economia de combustível. Desta forma uma das formas de navegação que se encaixam nesse perfil é a navegação ortodrômica.

Geralmente utilizada em grandes travessias e latitudes elevadas. Sendo que a menor distância entre dois pontos quaisquer na superfície da Terra (considerada esférica para fins de navegação) é o arco de círculo máximo que os une, isto é, uma ortodromia.

Além disso é aquela na qual uma embarcação navega sobre um arco de círculo máximo.

A trigonometria esférica é uma ferramenta imprescindível na solução de problemas de ortodromia.

Este tipo de navegação é muito vantajosa em algumas situações, quando comparadas com outros tipos de navegação como a loxodromia. Sendo que esta é uma linha de rumo constante, ou seja, a curva sobre a qual uma embarcação se desloca na superfície da Terra, cujo ângulo de incidência em qualquer meridiano é constante.

De uma forma geral, é o tipo de navegação mais conveniente, tendo em vista que a agulha náutica fornece diretamente o rumo que apenas deve ser mantido. Porém ela possui algumas limitações como a impossibilidade de representação dos pólos, deformação em altas latitudes e os círculos máximos não são representados por retas.

Já a navegação ortodrômica é aquela em que o navio segue sobre um arco de círculo máximo (ortodromia) que passa pelos pontos de partida e de chegada. É aquela em que o navio segue sobre um arco de círculo máximo (ortodromia) que passa pelos pontos de partida e de chegada. Além disso, a derrota ortodrômica é, na prática, composta por diversas loxodromias.

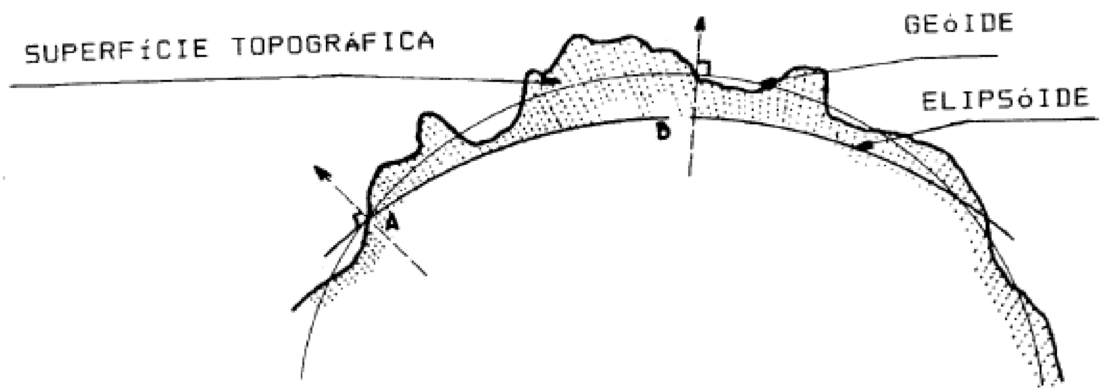
Atualmente a navegação ortodrômica vem se apresentando como uma das melhores opções para preencher os requisitos tempo e combustível (dinheiro) quando comparamos com a navegação loxodrômica.

2 A FORMA DA TERRA

Primeiramente o homem imaginou a Terra como uma superfície plana, pois era assim que ele via. Com o decorrer do tempo, descobriu-se que a Terra era aproximadamente esférica. Na verdade, a superfície que a Terra apresenta, com todas as suas irregularidades, é o que se denomina superfície topográfica da terra e não tem representação matemática.

Tentando resolver o problema da falta de representação matemática para a superfície da Terra, concedeu-se o GEÓIDE, que seria o sólido formado pela superfície do nível médio dos mares, supondo-o recobrindo toda a Terra, prolongando-se através dos continentes.

Figura 1-Forma da Terra



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

O GEÓIDE, não é uma superfície geometricamente definida. Assim, medições geodésicas precisas, realizadas no século passado e no início deste, estabeleceram como a superfície teórica que mais se aproxima da forma real da Terra, a do elipsóide de revolução, que é o sólido gerado pela rotação de uma elípse em torno do eixo dos pólos.

2.1 Principais linhas, pontos e planos do globo terrestre

Eixo da Terra**:** é a linha em torno da qual a Terra executa o seu movimento de rotação, de Oeste para Leste.

Pólos: São pontos que distam 90° do círculo máximo de referência.

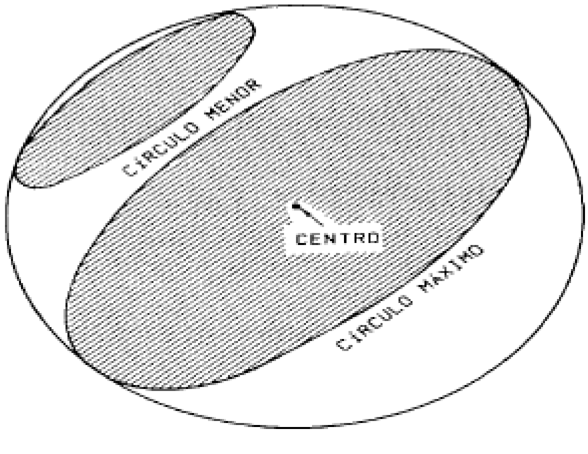
Plano Equatorial: é o plano perpendicular ao eixo de rotação da Terra e que contém o seu centro.

Equador da Terra: é o círculo máximo resultante da interseção do plano equatorial com a superfície terrestre. O equador divide a Terra em dois hemisféricos, o hemisfério norte e o hemisfério sul.

Círculo máximo: é a linha que resulta da interseção com a superfície terrestre de um plano que contenha o centro da terra.

Círculo menor: é a linha que resulta da interseção com a superfície terrestre de um plano que não contenha o centro da Terra.

Figura 2-Círculo máximo e círculo menor



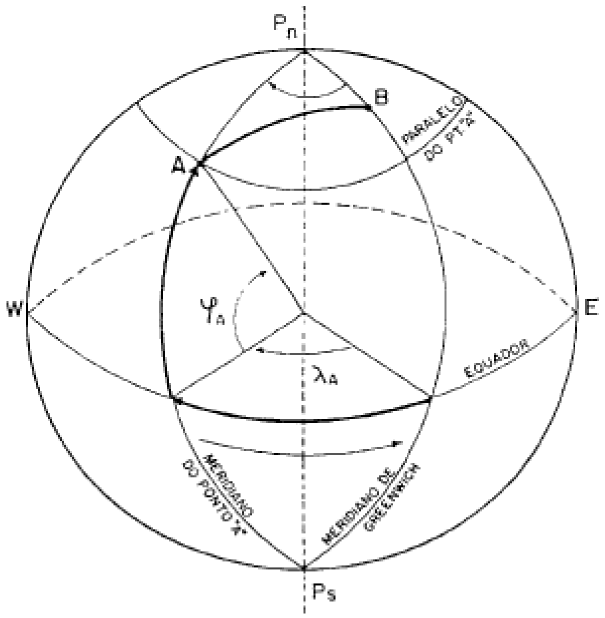
Fonte:Navegação Ciência e Arte.

Paralelos: são círculos menores paralelos ao Equador e, portanto, perpendiculares ao eixo da terra. Seus raios são sempre menores que o do Equador.

Meridianos**:** são os círculos máximos que contém os pólos da terra. Os meridianos marcam a direção N – S.

2.2 Sistema de coordenadas geográficas

Figura 3-Principais linhas, planos e pontos do globo terrestre: sistema de coordenadas geográficas



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

Latitude : é o arco de meridiano compreendido entre o Equador e o paralelo do lugar. Conta-se de 0º a 90º para o norte e para o sul do Equador.

Longitude: é o arco do Equador, ou o ângulo no pólo, compreendido entre o meridiano de Greenwich e o meridiano do lugar. Conta-se de 0º a 180º, para leste ou para oeste de Greenwich.

O meridiano de Greenwhich, é conhecido como primeiro meridiano e serve de referência para contagem das longitudes.

Diferença de latitude entre dois lugares: é o arco de meridiano compreendido entre os paralelos que passam por esses lugares. Para se obter a diferença de latitude entre dois pontos deve-se subtrair ou somar os valores de suas latitudes, conforme eles sejam, respectivamente, de mesmo nome ou de nomes contrários.

Diferença de longitude entre dois lugares: é o arco do Equador compreendido entre os meridianos que passam por esses lugares. A obtenção de seu valor é semelhante à da diferença de latitude.

3 DISTÂNCIAS NA SUPERFÍCIE DA TERRA

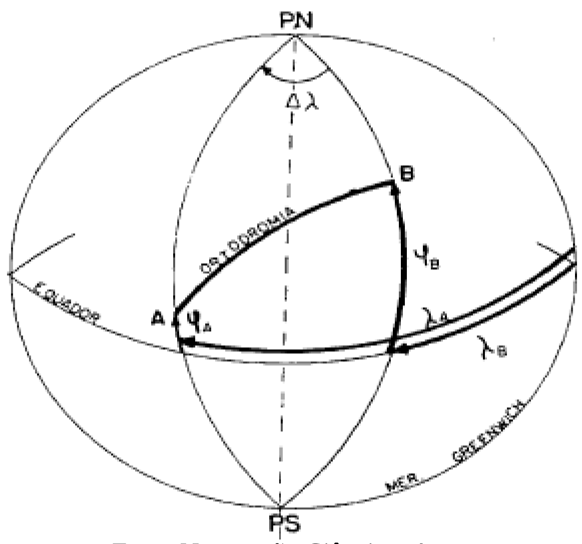
Distância entre dois pontos na superfície da terra é a separação espacial entre eles, expressa pelo comprimento da linha que os une. Em navegação as distâncias são normalmente medidas em milhas náuticas.

3.1 A milha náutica

Milha náutica ou milha marítima é o comprimento do arco de meridiano que subtende um ângulo de 1 minuto no centro da Terra. Mas, pode-se definir a milha náutica como sendo o comprimento do arco de 1’ de latitude. Contudo, o comprimento do arco de meridiano correspondente a um ângulo de 1’ no centro da Terra varia ligeiramente com o lugar, uma vez que a Terra não é perfeitamente esférica. Dado, porém, o interesse de uma unidade de valor constante, fixou-se, por um Acordo Internacional, o valor da milha náutica em mil oitocentos e cinqüenta e dois metros, independentemente da latitude do lugar.

3.2 Ortodromia e Loxodromia

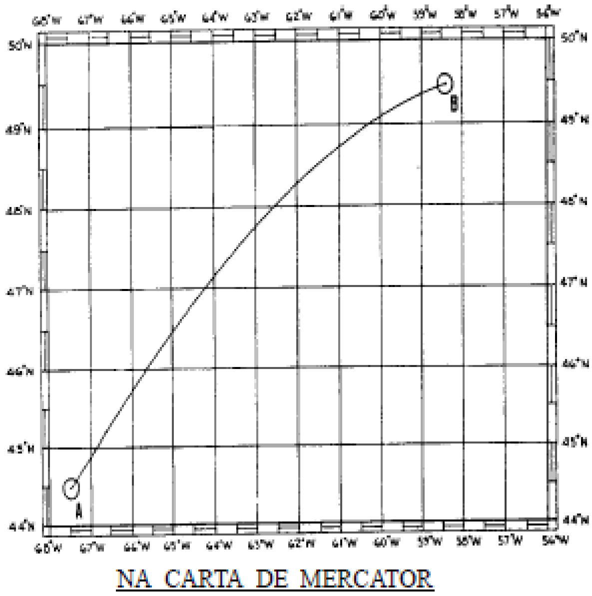
Figura 4-Ortodromia (arco de círculo máximo)



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

Ortodromia: é aquela em que o navio segue sobre um arco de círculo máximo que passa pelos pontos de partida e de chegada

Figura 5 – Carta de Mercator I



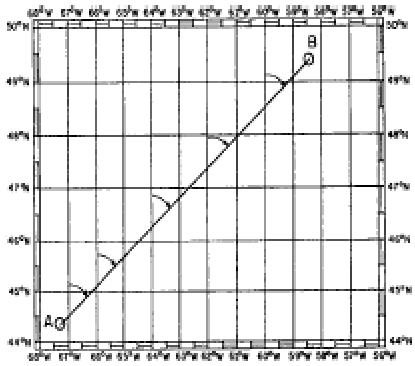
Fonte:Navegação Ciência e Arte.

Loxodromia ou linha de rumo: é uma linha de rumo constante, ou seja, a curva sobre a qual uma embarcação se desloca na superfície da Terra, cujo ângulo de incidência em qualquer meridiano é constante. Embora a menor distância entre dois pontos na superfície da Terra seja uma ortodromia, isto é, o arco do círculo máximo que passe pelos dois pontos, em navegação é quase sempre mais conveniente navegar por uma loxodromia, isto é, por uma linha de rumo, indicada pela agulha, na qual a direção da proa do navio corte todos os meridianos sob um mesmo ângulo.

Figura 6 - Linha de rumo ou loxodromia

Fonte:Navegação Ciência e Arte.

Figura 7 Carta de Mercator II



NA CARTA DE MERCATOR

Fonte:Navegação Ciência e Arte.

4 O PROBLEMA DA REPRESENTAÇÃO DA TERRA SOBRE UMA SUPERFÍCIE PLANA

A única forma rigorosa de representar a superfície da terra é por meio de globos, nos quais se conservam exatamente as posições relativas de todos os pontos e as dimensões são apresentadas em uma escala única.

4.1 Projeções utilizadas em cartografia náutica; a projeção de mercator

A menor distância entre dois pontos na superfície da terra (vista como uma esfera para os fins da navegação) é o arco de círculo máximo que os une, ou seja, uma ortodromia. A navegação sobre uma ortodromia, porém, exige constantes mudanças de rumo, pois os arcos de círculo máximo formam ângulos variáveis com os meridianos. A utilização da agulha náutica obriga os navegantes a percorrer, entre dois pontos na superfície da terra, não a menor distância entre eles, mas uma linha que faz um ângulo constante com os sucessivos meridianos. Esta linha é o rumo, a loxodromia, na esfera, a forma de uma espiral que tende para os pólos, exceto na caso dos meridianos, paralelos e equador.

Desta forma, uma exigência básica para utilização de um sistema de projeção em cartografia náutica é que represente as loxodromias, ou linhas de rumo, por linhas retas. Essa condição indispensável é atendida pela projeção de mercator, nome latino do seu idealizador, Gerhard Krämer, cartógrafo nascido em Flanders, em 1512. Mercator publicou, em 1569, sua carta universal, na qual as loxodromias eram representadas por linhas retas.

A projeção de mercator é classificada, portanto, como uma projeção cilíndrica equatorial conforme.

Cilíndrica: pois a superfície de projeção é um cilindro, isto é, a superfície da terra (ou parte dela) é projetada em um cilindro.

Equatorial: o cilindro é tangente à superfície da terra no equador.

Conforme: os ângulos são representados sem deformação. Por isto, as formas das pequenas áreas se mantêm.

4.2 Vantagens e limitações da projeção de mercator

Vantagens da projeção de mercator

1. Os meridianos são representados por linhas retas, os paralelos e o equador são representados por um segundo sistema de linhas retas, perpendicular à família de linhas que representam os meridianos.

2. É fácil identificar os pontos cardiais numa carta de mercator.

3. É fácil plotar um ponto numa carta de mercator conhecendo-se suas coordenadas geográficas.

4. Os ângulos medidos na superfície da terra são representados por ângulos idênticos na carta; assim, direções podem ser medidas diretamente na carta. Na prática, distâncias também podem ser medidas diretamente na carta.

5. As loxodromias são representadas por linhas retas.

6. Facilidade de construção (construção por meio de elementos retilíneos).

7. Existência de tábuas para o traçado do reticulado.

Limitações da projeção de mercator

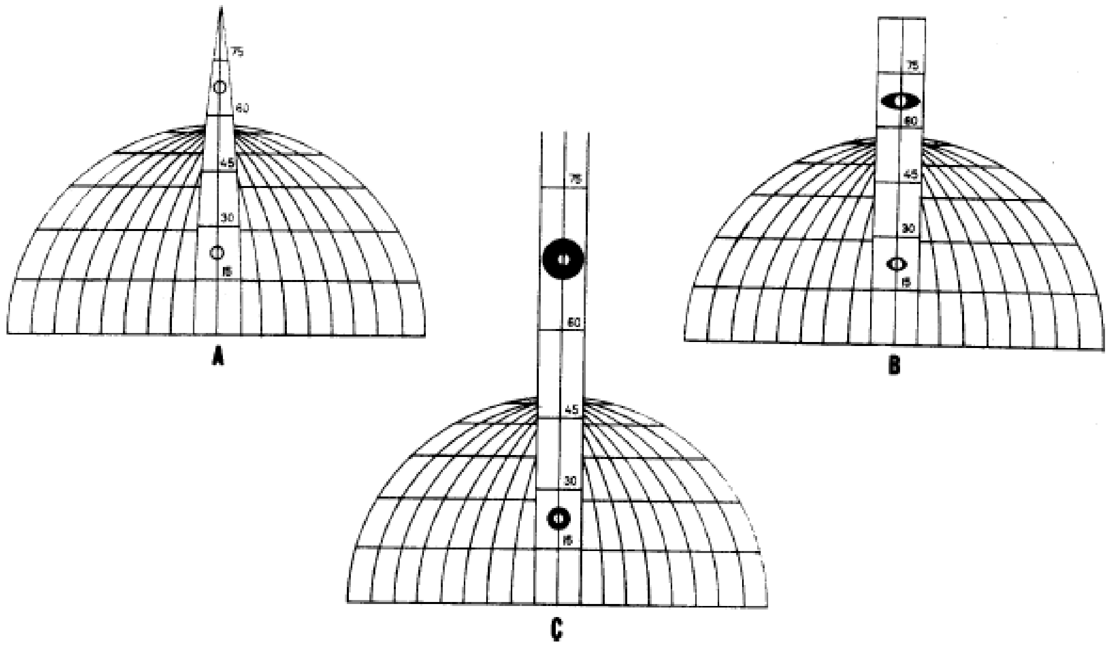
1. Deformação excessiva nas altas latitudes.
2. Impossibilidade de representação dos pólos.

3. Círculos máximos, exceto o equador e os meridianos, não são representados por linhas.

4.3 Latitudes crescidas e medições de distâncias nas cartas de mercator

A projeção de mercator exibe enormes deformações de áreas nas altas latitudes quando comparada com o globo.

Figura 8 - A projeção de mercator e as latitudes crescidas



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

É importante notar que, uma vez que a parte norte do setor foi mais distendida que a sul, o círculo superior ficou com um diâmetro sensivelmente maior que o inferior. Assim, na projeção de mercator à medida que a latitude cresce os arcos de paralelos vão sendo aumentados numa razão crescente, com os arcos de meridiano sofrendo aumentos na mesma proporção (para que seja mantida a condição de conformidade). Nasce daí um conceito importante. O de latitude crescida.

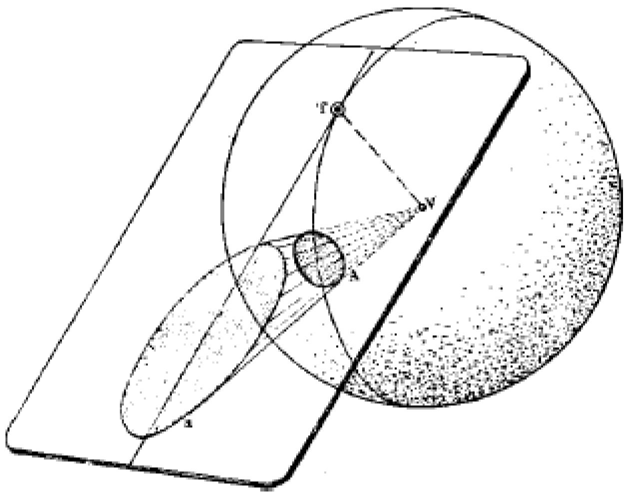
Latitude crescida de um determinado paralelo é o comprimento do arco de meridiano compreendido entre a projeção do paralelo considerado e o equador, tomando-se para unidade de medida o comprimento do arco de um minuto do equador (um minuto de longitude). Além disso, numa carta de mercator a escala das longitudes é constante, mas, a escala das latitudes cresce à medida que a latitude aumenta, Assim, a escala da carta varia na razão da latitude e, desta forma, as distâncias só serão verdadeiras se forem lidas na escala das latitudes. Este é um cuidado que deve ser tomado na utilização de uma carta náutica na projeção de mercator.

5 PROJEÇÃO GNOMÔNICA

Conforme dito anteriormente, apesar de a menor distância entre dois pontos na superfície da terra ser o arco de círculo máximo que os une (ortodromia), a navegação é normalmente conduzida por uma loxodromia, ou linha de rumo, que faz com os sucessivos meridianos um ângulo constante.

Assim, para singraduras muito longas torna-se necessária a adoção do caminho mais curto, isto é, da derrota ortodrômica, sendo necessário, para o seu planejamento, dispor de cartas construídas em um sistema de projeção que represente os círculos máximos como linhas retas. Este sistema é a projeção plana gnomônica ou, como é normalmente denominada, projeção gnomônica.

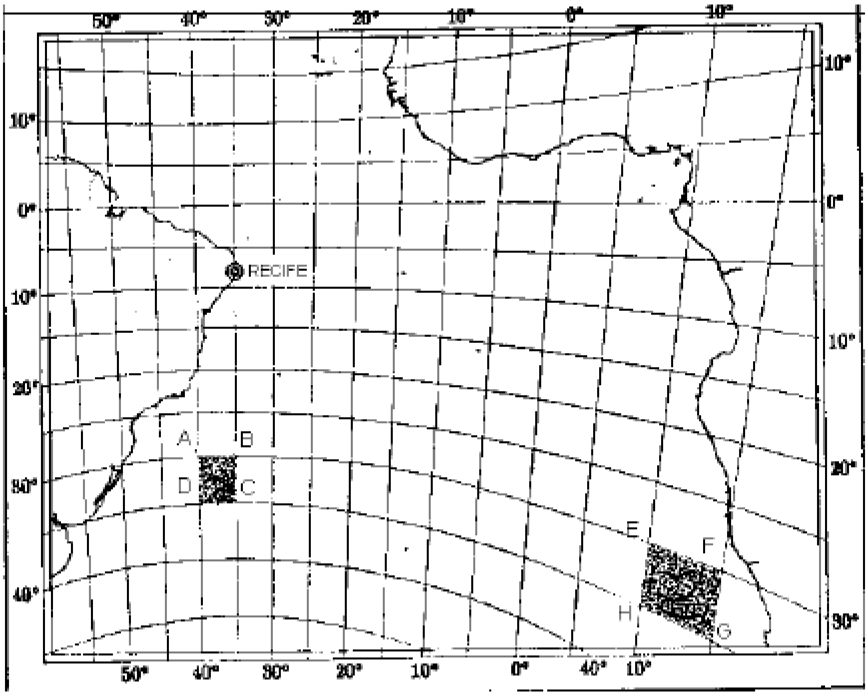
Figura 9 - Projeção Gnomônica



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

A projeção gnomônica utiliza como superfície de projeção um plano tangente à superfície da terra, no qual os pontos são projetados a partir do centro da terra. Esta é, provavelmente, a mais antiga das projeções, acreditando-se que foi desenvolvida por Thales de Mileto, cerca de 600 a.C. A projeção gnomônica apresenta todos os tipos de deformações. A projeção não é eqüidistante; a escala só se mantém exata no ponto de tangência, variando rapidamente à medida que se afasta desse ponto. Além disso, a projeção não é conforme. As distorções são tão grandes que as formas, as distâncias e as áreas são muito mal representadas, exceto nas proximidades do ponto de tangência.

Figura 10 Carta Gnomônica I



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

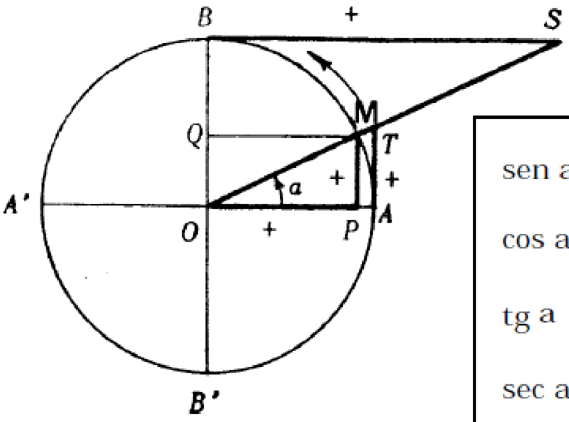
A projeção gnomônica tem a propriedade única de representar todos os círculos máximos por linhas retas. Os meridianos aparecem como retas convergindo para o pólo mais próximo. Os paralelos, exceto o equador (que é um círculo máximo) aparecem como linhas curvas. Além disso, na projeção gnomônica, como em todas as projeções azimutais, os azimutes a partir do ponto de tangência são representados sem deformações. Em cartografia náutica, a projeção gnomônica é, então, empregada principalmente na construção de cartas para navegação ortodrômica. Ademais, é também aplicada em radiogoniometria com estação fixa, aproveitando-se a propriedade da projeção gnomônica de representar sem deformações os azimutes (marcações) tomados a partir do ponto de tangência (que, neste caso, será a posição da estação radiogoniométrica). Por outro lado, sabe-se que não é possível representar as regiões polares na projeção de mercator, devido à sua impossibilidade material de representar o pólo e por causa das deformações excessivas apresentadas em latitudes muito altas. Esta importante lacuna pode ser preenchida pela projeção gnomônica.

6 Trigonometria Plana e Esférica

A trigonometria esférica é parte fundamental para compreensão dos conceitos e resolução dos problemas de navegação ortodrômica. É, ainda, importante para entendimento dos princípios fundamentais de alguns sistemas de navegação eletrônica. A trigonometria plana é indispensável para entendimento dos conceitos e resolução dos problemas de derrotas loxodrômicas, além de ser usada em outros tipos e métodos de navegação.

6.1 Trigonometria plana

Primeiro Quadrante: 0º a 90º



$\text{sen } a = \overline{PM} = \overline{OQ}$; sinal positivo (+)

$\cos a = \overline{OP} = \overline{QM}$; sinal positivo (+)

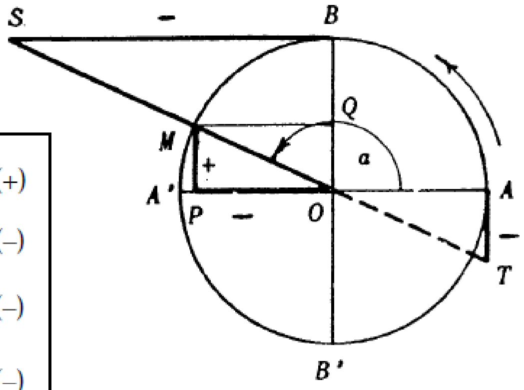
$\text{tg } a = \dfrac{\text{sen } a}{\cos a} = \overline{AT}$; sinal positivo (+)

$\sec a = \dfrac{1}{\cos a} = \overline{OT}$; sinal positivo (+)

$\text{cosec } a = \dfrac{1}{\text{sen } a} = \overline{OS}$; sinal positivo (+)

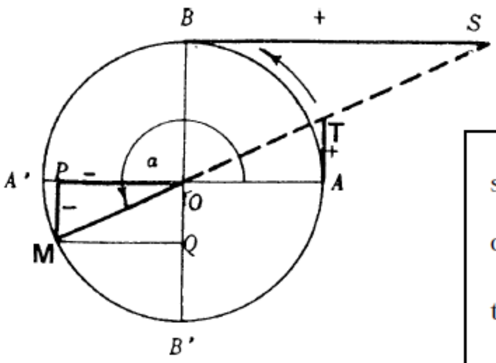
$\text{cotg } a = \dfrac{1}{\text{tg } a} = \overline{BS}$; sinal positivo (+)

Segundo Quadrante: 90º a 180º



sen a	$= \overline{PM} = \overline{OQ}$	;	sinal positivo (+)
cos a	$= \overline{OP} = \overline{QM}$	;	sinal negativo (–)
tg a	$= \dfrac{\text{sen a}}{\text{cos a}} = \overline{AT}$	;	sinal negativo (–)
sec a	$= \dfrac{1}{\text{cos a}} = \overline{OT}$	;	sinal negativo (–)
cosec a	$= \dfrac{1}{\text{sen a}} = \overline{OS}$	;	sinal positivo (+)
cotg a	$= \dfrac{1}{\text{tg a}} = \overline{BS}$	;	sinal negativo (–)

Terceiro Quadrante: 180º a 270º



sen a	$= \overline{PM} = \overline{OQ}$	;	sinal negativo (–)
cos a	$= \overline{OP} = \overline{QM}$	;	sinal negativo (–)
tg a	$= \dfrac{\text{sen a}}{\text{cos a}} = \overline{AT}$	;	sinal positivo (+)
sec a	$= \dfrac{1}{\text{cos a}} = \overline{OT}$	;	sinal negativo (–)
cosec a	$= \dfrac{1}{\text{sen a}} = \overline{OS}$	;	sinal negativo (–)
cotg a	$= \dfrac{1}{\text{tg a}} = \overline{BS}$	;	sinal positivo (+)

Quarto quadrante: 270º a 360º

$$\text{sen a} = \overline{PM} = \overline{OQ} \quad ; \quad \text{sinal negativo } (-)$$

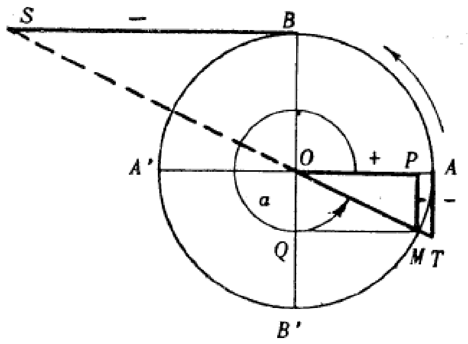
$$\text{cos a} = \overline{OP} = \overline{QM} \quad ; \quad \text{sinal positivo } (+)$$

$$\text{tg a} = \frac{\text{sen a}}{\text{cos a}} = \overline{AT} \quad ; \quad \text{sinal negativo } (-)$$

$$\text{sec a} = \frac{1}{\text{cos a}} = \overline{OT} \quad ; \quad \text{sinal positivo } (+)$$

$$\text{cosec a} = \frac{1}{\text{sen a}} = \overline{OS} \quad ; \quad \text{sinal negativo } (-)$$

$$\text{cotg a} = \frac{1}{\text{tg a}} = \overline{BS} \quad ; \quad \text{sinal negativo } (-)$$



Resumo dos sinais das linhas trigonométricas:

LINHA	QUADRANTE			
	PRIMEIRO	SEGUNDO	TERCEIRO	QUARTO
	$0^o \le a \le 90^o$	$90^o \le a \le 180^o$	$180^o \le a \le 270^o$	$270^o \le a \le 360^o$
SENO	+	+	–	–
COSSENO	+	–	–	+
TANGENTE	+	–	+	–
SECANTE	+	–	–	+
COSSECANTE	+	+	–	–
COTANGENTE	+	–	+	–

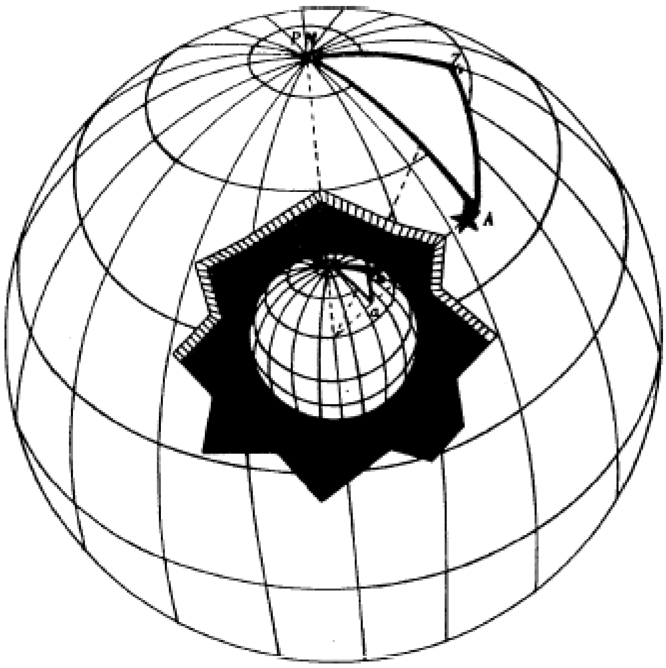
6.2 Trigonometria esférica

O navegante admite que a terra tem forma esférica, com o propósito de simplificar a solução dos problemas de navegação astronômica. Por outro lado, os astros são supostos estar projetados sobre a superfície interna de uma imensa esfera, denominada esfera celeste, de raio infinito e concêntrica com a terra. Eis porque, quando um navegante efetua navegação astronômica, o seguinte procedimentose impõe:

1o. Observar astros que lhe parecem estar na superfície interna da esfera celeste; e

2o. resolver triângulos esféricos pertencentes à superfície interna dessa esfera.

Figura 11 – Esfera Celeste



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

6.2.1 principais propriedades dos triângulos esféricos

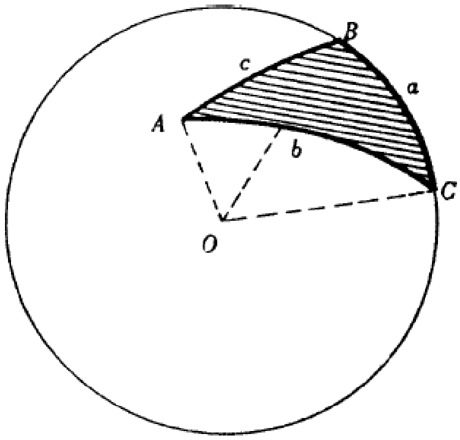
Triângulo esférico é a porção da superfície esférica compreendida entre três arcos de circunferências máximas, cada um deles inferior a 180º. Os ângulos do triângulo esférico ABC são simbolizados com as letras A, B, C e os lados opostos, com as minúsculas respectivas: a, b, c. A cada triângulo esférico ABC, de lados menores que 180º, corresponde um ângulo triédrico convexo, 0–ABC, cujo vértice está no centro O da esfera. Os lados do triângulo esférico têm por medida as faces respectivas do ângulo triédrico correspondente. Realmente, a medida de cada lado é igual à medida do respectivo ângulo central:

lado a = ângulo central BOC

lado b = ângulo central AOC

lado c = ângulo central AOB

Figura 12 Triângulo Esférico I



Os ângulos do triângulo esférico têm por medida os diedros do ângulo triédrico correspondente:

A = diedro OCAB
B = diedro OABC
C = diedro OACB

Fonte:Navegação Ciência e Arte.

Propriedades dos triângulos esféricos:

1a. A soma dos 3 lados de um triângulo esférico é maior que 0º e menor que 360º. $0^\circ < a + b + c < 360^\circ$

2a. A soma dos 3 ângulos de um triângulo esférico é maior que 2 retos e menor que 6 retos. $180^\circ < A + B + C < 540^\circ$

3a. Cada lado de um triângulo esférico é menor que a soma e maior que a diferença dos outros dois.

$$| b - c | < a < b + c$$
$$| c - a | < b < c + a$$
$$| a - b | < c < a + b$$

4a. Se 2 lados de um triângulo esférico são iguais, os ângulos opostos também são iguais. A recíproca é verdadeira.

Se a = b, então A = B (e reciprocamente)

5a. Ao maior lado se opõe o maior ângulo e vice-versa.

6a. A soma de dois ângulos é menor que o terceiro acrescido de 180º e a diferença é menor que o suplemento do terceiro.

A + B < C + 180º

A – B < 180º– C

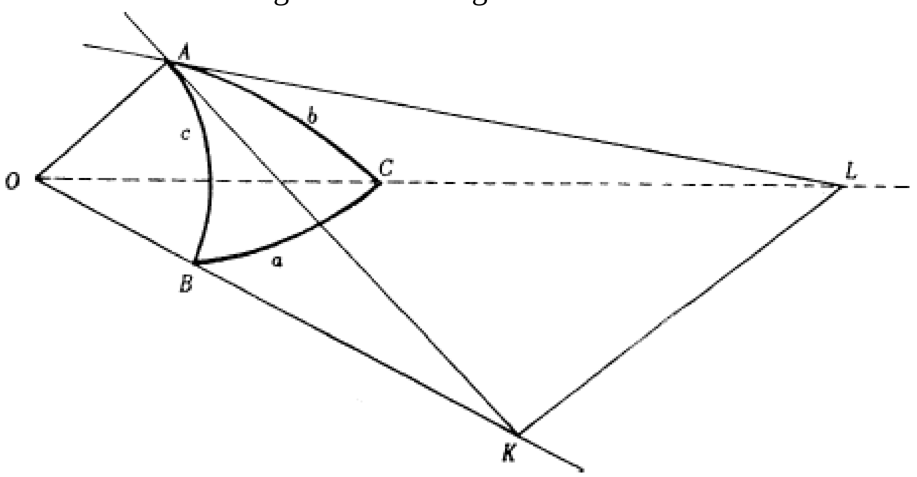
6.2.2 fórmulas gerais da trigonometria esférica

A trigonometria esférica estabelece relações convenientes entre os 6 elementos de um triângulo esférico (3 lados e 3 ângulos), tornando possível o cálculo de 3 desses elementos, quando forem conhecidos os outros 3. Assim, cada elemento desconhecido é calculado em função de outros 3, proporcionando, em cada caso, uma combinação de 4 elementos. Como são 6 os elementos de um triângulo, temos que ver quantas combinações poderemos fazer com esses 6 elementos 4 a 4.

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n} = \frac{A_6^4}{P_4} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 15$$

1o CASO: COMBINAÇÃO DE 3 LADOS A CADA UM DOS ÂNGULOS

Figura 13 – Triângulo Esférico II



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

FÓRMULA FUNDAMENTAL DA TRIGONOMÉTRICA
ESFÉRICA:

$$\boxed{\cos a = \cos b \,.\, \cos c + \text{sen}\, b \,.\, \text{sen}\, c \,.\, \cos A}$$

2o CASO: COMBINAÇÃO DE TRÊS ÂNGULOS A CADA UM DOS LADOS

Por simples aplicação da propriedade do triângulo polar ou suplementar, chegaríamos ao seguinte conjunto de fórmulas:

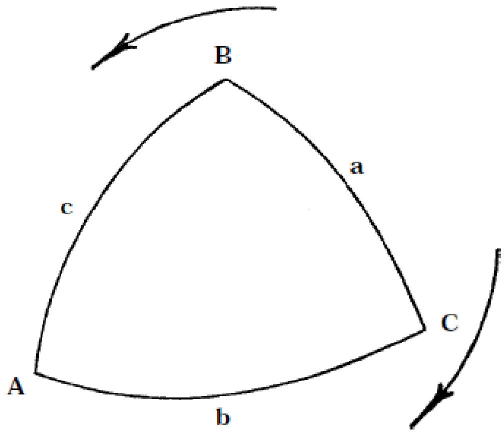
$$\boxed{\begin{aligned} \cos A &= -\cos B \,.\, \cos C + \text{sen}\, B \,.\, \text{sen}\, C \,.\, \cos a \\ \cos B &= -\cos A \,.\, \cos C + \text{sen}\, A \,.\, \text{sen}\, C \,.\, \cos b \\ \cos C &= -\cos A \,.\, \cos B + \text{sen}\, A \,.\, \text{sen}\, B \,.\, \cos c \end{aligned}}$$

3o CASO: COMBINAÇÃO DE DOIS ÂNGULOS A DOIS LADOS OPOSTOS
(ANALOGIA DOS SENOS OU LEI DOS SENOS)

Partindo das fórmulas fundamentais, por fáceis substituições algébricas, deduziríamos:

$$\boxed{\frac{\text{sen}\, a}{\text{sen}\, A} = \frac{\text{sen}\, b}{\text{sen}\, B} = \frac{\text{sen}\, c}{\text{sen}\, C}}$$

4o CASO: COMBINAÇÃO DE QUATRO ELEMENTOS CONSECUTIVOS (FÓRMULA DAS COTANGENTES)



Com origem nas fórmulas fundamentais, chegaríamos às últimas 6 fórmulas, atingindo o total das 15 combinações procuradas:

$$\boxed{\begin{array}{l}
\operatorname{cotg} a \,.\, \operatorname{sen} c = \operatorname{cotg} A \,.\, \operatorname{sen} B + \cos c \,.\, \cos B \\
\operatorname{cotg} a \,.\, \operatorname{sen} b = \operatorname{cotg} A \,.\, \operatorname{sen} C + \cos b \,.\, \cos C \\
\operatorname{cotg} b \,.\, \operatorname{sen} a = \operatorname{cotg} B \,.\, \operatorname{sen} C + \cos a \,.\, \cos C \\
\operatorname{cotg} b \,.\, \operatorname{sen} c = \operatorname{cotg} B \,.\, \operatorname{sen} A + \cos c \,.\, \cos A \\
\operatorname{cotg} c \,.\, \operatorname{sen} a = \operatorname{cotg} C \,.\, \operatorname{sen} B + \cos a \,.\, \cos B \\
\operatorname{cotg} c \,.\, \operatorname{sen} b = \operatorname{cotg} C \,.\, \operatorname{sen} A + \cos b \,.\, \cos A
\end{array}}$$

Triângulo esférico retângulo é aquele que tem um ângulo igual a 90º.

Triângulo esférico retilátero é aquele que tem um lado igual a 90º.

FÓRMULAS EMPREGADAS NA RESOLUÇÃO DOS TRIÂNGULOS ESFÉRICOS OBLIQUÂNGULOS

1º CASO: DADOS OS TRÊS LADOS (**a, b, c**)

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2} = +\sqrt{\frac{\operatorname{sen}(p-b)\,.\,\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen} p\,.\,\operatorname{sen}(p-a)}} \qquad ;\ \text{sendo}\quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\operatorname{tg}\frac{B}{2} = +\sqrt{\frac{\operatorname{sen}(p-a)\,.\,\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen} p\,.\,\operatorname{sen}(p-b)}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{C}{2} = +\sqrt{\frac{\operatorname{sen}(p-a)\,.\,\operatorname{sen}(p-b)}{\operatorname{sen} p\,.\,\operatorname{sen}(p-c)}}$$

2ª CASO: DADOS OS TRÊS ÂNGULOS (**A, B, C**)

$$\operatorname{tg}\frac{a}{2} = +\sqrt{\frac{-\cos S\,.\cos(S-A)}{\cos(S-B)\,.\cos(S-C)}} \qquad ;\ \text{sendo}\quad S = \frac{A+B+C}{2}$$

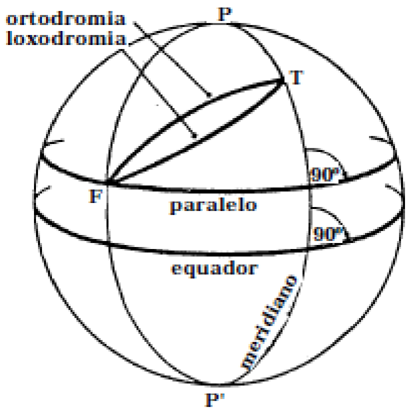
$$\operatorname{tg}\frac{b}{2} = +\sqrt{\frac{-\cos S\,.\cos(S-B)}{\cos(S-A)\,.\cos(S-C)}}$$

7 DERROTAS

7.1 Derrota loxodrômica

A loxodromia, linha de rumo, ou simplesmente rumo entre dois pontos, é a linha que une estes dois pontos cortando todos os meridianos segundo um mesmo ângulo. Para navegar na loxodromia entre os dois pontos bastará que o navio governe em uma direção constante, tal que sua proa forme com os meridianos um ângulo igual ao rumo (contado a partir do Norte, no sentido horário).

Figura 14 – Ortodromia e Loxodromia



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

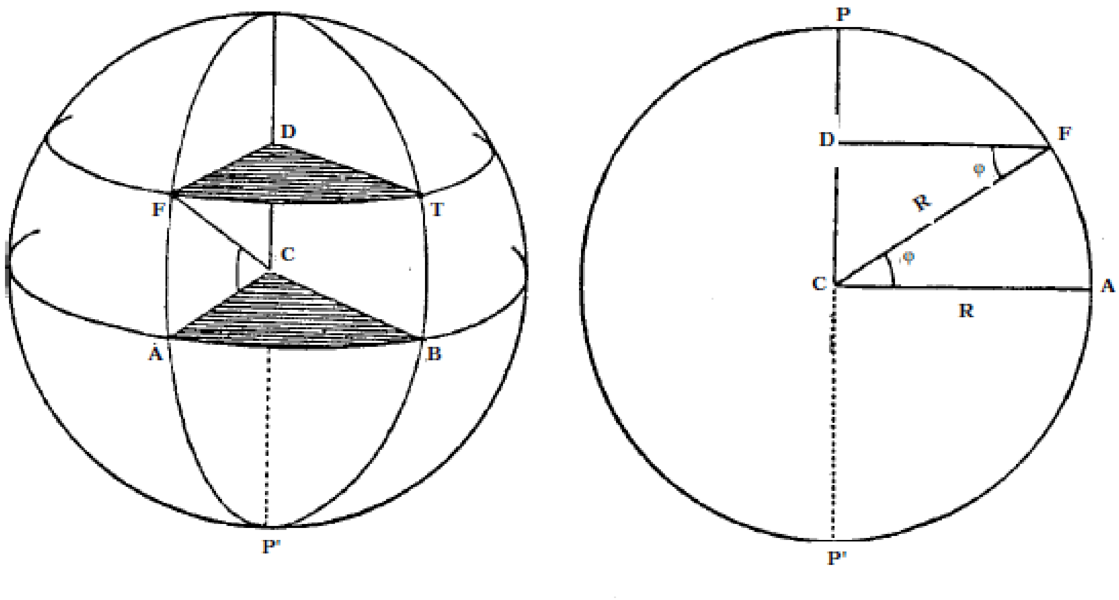
Quando o rumo é 090º ou 270º, a loxodromia é um arco de paralelo ou um arco do Equador (que é um círculo máximo). Quando o rumo é 000º ou 180º, a loxodromia coincide com um meridiano, que, também, é um círculo máximo. Entre dois pontos na superfície da Terra há duas loxodromias; considera-se, entretanto, apenas a menor, que corresponde também ao menor caminho em Longitude. Assim, de Recife a Lisboa pode-se fazer passar duas loxodromias, uma para Oeste, no rumo aproximado 279º, e outra para Leste, no rumo 027º, mas se utilizará sempre a linha de rumo 027º, por ser a menor das duas. Os problemas de navegação loxodrômica podem se apresentar segundo duas formas:

a. Conhecem-se as coordenadas geográficas do ponto de partida e do destino e deseja-se obter o rumo da derrota loxodrômica e a distância a ser navegada; ou

b. conhecem-se as coordenadas do ponto de partida, o rumo e a distância a ser navegada e deseja-se obter as coordenadas do ponto de chegada.

Para determinar o rumo e a distância de uma loxodromia, é preciso conhecer a distância ao longo de um paralelo entre os dois pontos dados, pois as fórmulas da derrota loxodrômica são deduzidas considerando um grande número de triângulos retângulos, cada um dos quais tem um lado situado sobre um paralelo de latitude.

6.1.1- Distância ao Longo de um Paralelo



(a) (b)

Para determinar esta relação, considerem-se as seções **DFT** e **CAB**, que são paralelas e eqüiangulares.

Então: $\frac{FT}{AB} = \frac{DF}{CA}$

Mas no triângulo **DCF**, na figura 33.10(b):

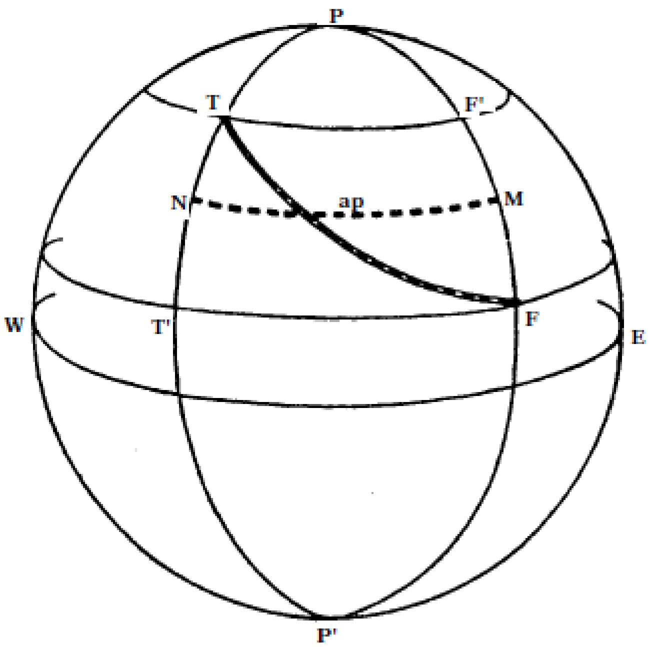
$$DF = CF \cdot \cos(Lat)$$

$$DF = CA \cdot \cos(Lat)$$

Porque CF = CA, sendo ambos um raio da Terra (R).

Portanto, a distância ao longo de um paralelo, em milhas náuticas, é igual à diferença de longitude, expressa em minutos de arco, multiplicada pelo cosseno da latitude.

Figura 15 – Distância ao longo de um paralelo



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

Assim, a distância percorrida na direção E–W quando o navegante desloca-se de F para T será igual à distância ao longo de um determinado paralelo MN, situado entre os paralelos de F e de T.

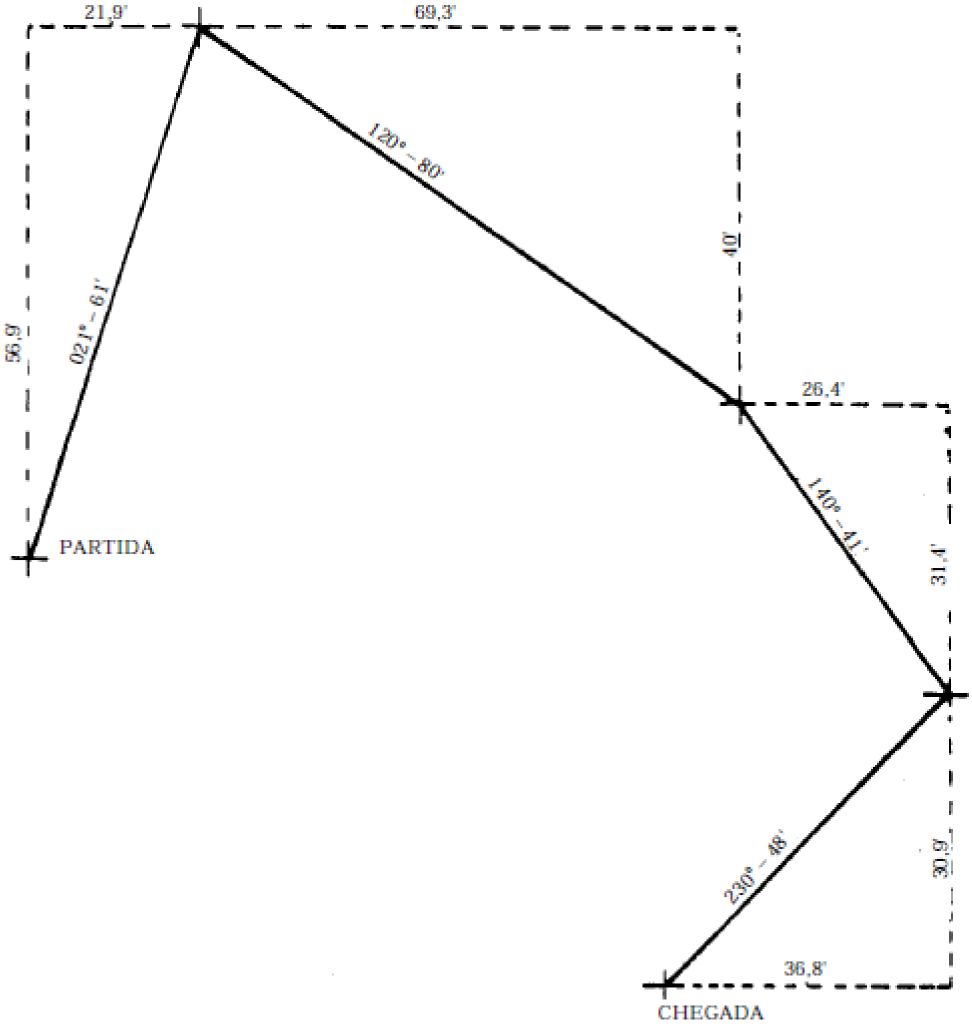
A latitude deste paralelo MN é denominada latitude intermediária entre F e T, sendo abreviadamente designada ji. Então, pela fórmula demonstrada para cálculo da distância ao longo de um paralelo, tem-se:

$$\boxed{ap = \Delta\lambda \cdot \cos \varphi i}$$

7.2 Derrota estimada composta

A derrota estimada composta é aquela em que o navio navega diversos rumos, ou seja, diversos arcos de loxodromia. Fica formada uma linha poligonal.

Figura 16 – Derrota Estimada Composta

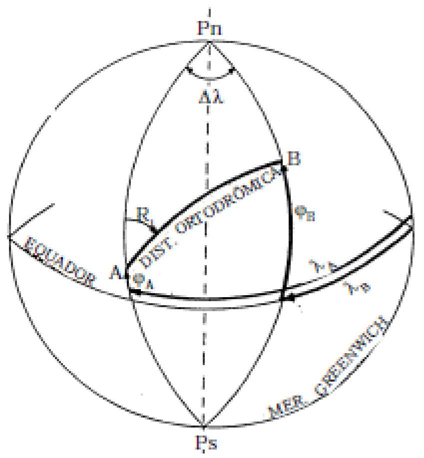


Fonte:Navegação Ciência e Arte.

7.3 Derrota ortodrômica

Quando se calcula a derrota ortodrômica, considera-se um triângulo esférico formado na superfície da Terra, cujos vértices são:

Figura 17 - Ortodromia



– o ponto de partida (A)

– o ponto de destino (B)

– o pólo elevado do ponto de partida (Pn)

Todos os lados deste triângulo são arcos de círculo máximo (ortodromias):

– o lado **AB** é a ortodromia entre o ponto de partida e de destino;

– o lado **PnA** é um arco do meridiano do ponto **A** (ponto de partida);

– o lado **PnB** é um arco do meridiano do ponto **B** (ponto de destino).

Fonte:Navegação Ciência e Arte.

O ângulo no pólo elevado é a diferença de Longitude entre os pontos A e B. O ângulo no vértice A é o Rumo inicial (Ri) da derrota ortodrômica.

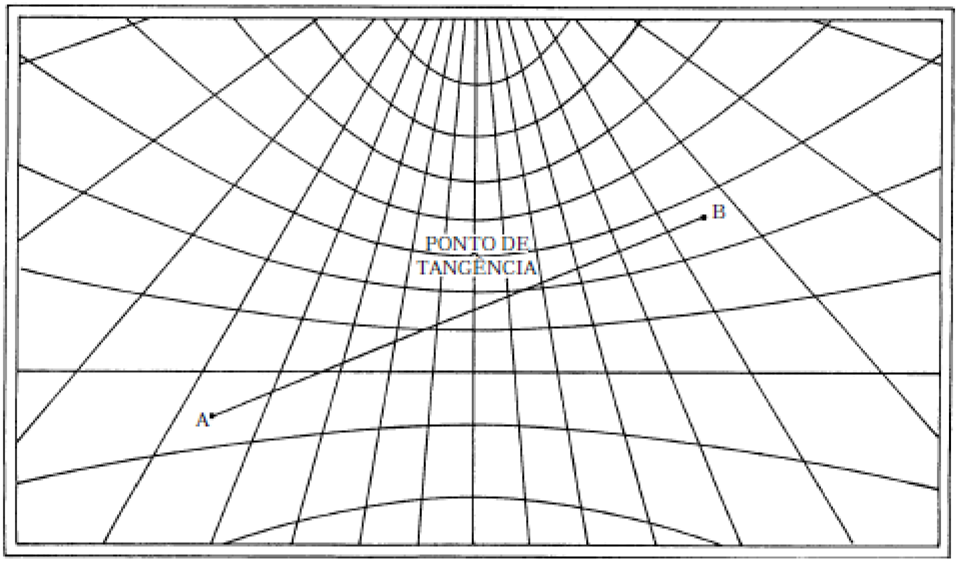
No cálculo de uma derrota ortodrômica conhecem-se as coordenadas do ponto de partida (jA , lA) e as coordenadas do ponto de destino (jB , lB). Assim, o triângulo esférico da navegação ortodrômica pode ser resolvido, pois conhecem-se 2 lados (90º – jA e 90º ± jB) e o ângulo formado entre eles (Dl = lA – lB).

Entretanto, cabem aqui algumas considerações sobre o que é o rumo inicial (Ri) de uma derrota ortodrômica. O rumo inicial é o ângulo formado entre a projeção do meridiano do ponto de partida e a projeção da ortodromia, sobre o plano do horizonte do ponto de partida.Como a ortodromia forma ângulos diferentes com os sucessivos meridianos, se o navio governar no Rumo inicial e mantê-lo inalterado, jamais se alcançará o ponto de destino. O Ri é um rumo teórico a ser assumido no ponto de partida da derrota ortodrômica e que teria que ser continuamente ajustado, para que se navegue sobre o arco de círculo máximo. Assim, conforme vimos, na prática a derrota ortodrômica é dividida em uma série de arcos de loxodromia. Então, é necessário determinar as coordenadas de vários pontos sobre o arco de círculo máximo, para usá-los como limites dos segmentos de loxodromia. Em geral, determinam-se pontos sobre o arco de círculo máximo espaçados de cerca de 600 milhas, pois até esta distância a ortodromia e a loxodromia praticamente coincidem.

7.4 Solução da derrota ortodrômica pelo método gráfico

O método gráfico consiste no traçado da derrota ortodrômica em uma carta gnomônica e a sua transferência, por pontos, para cartas de mercator, onde será, realmente, conduzida a navegação. A projeção plana gnomônica ou, como é normalmente denominada, a projeção gnomônica.Esta projeção apresenta todos os tipos de deformações, mas tem a propriedade única de representar todos os círculos máximos por linhas retas. Então, é empregada em cartografia náutica, principalmente na construção de cartas para planejamento de derrotas ortodrômicas.

Figura 18 – Carta Gnomônica I



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

Nas cartas gnomônicas, os meridianos, que são círculos máximos, são representados por linhas retas convergindo para o pólo mais próximo do ponto de tangência. Os paralelos, exceto o Equador (que é um círculo máximo), aparecem como linhas curvas. Nessas cartas, o arco de círculo máximo que passa por dois pontos quaisquer A e B é representado pela linha reta que os une. Assim, desde que se disponha da carta gnomônica apropriada, o traçado preciso da derrota ortodrômica é obtido pela simples ligação do ponto de partida e do ponto de destino por uma linha reta.

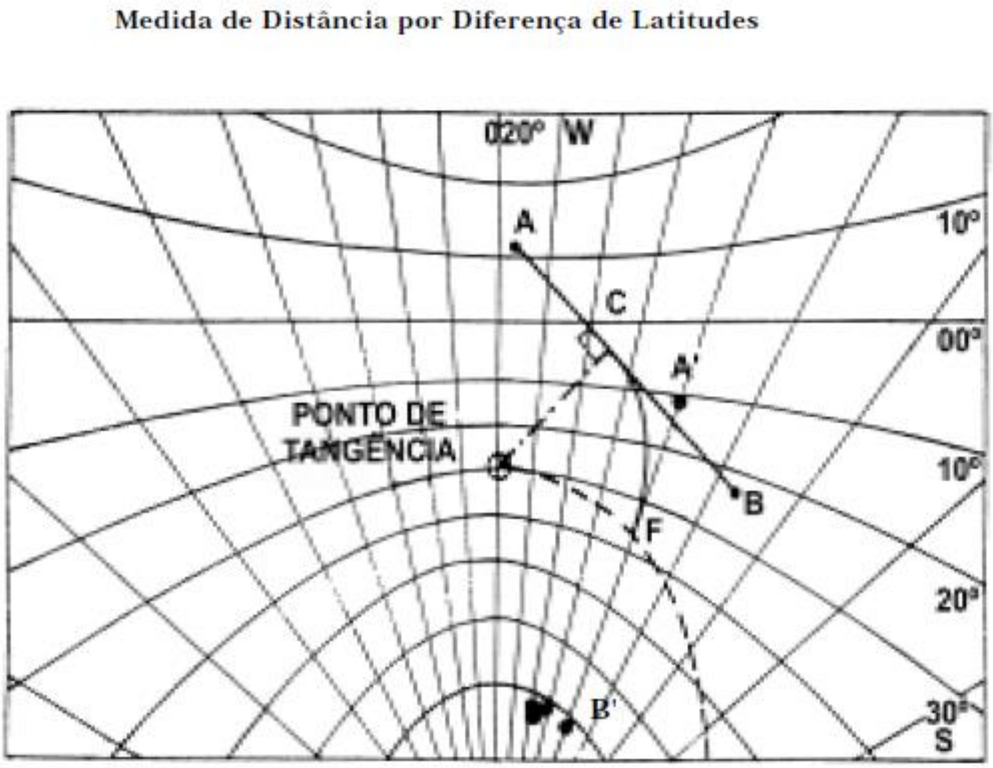
As cartas gnomômicas, também denominadas cartas para navegação ortodrômica (ou cartas de círculo máximo), apresentam características bem diferentes das cartas de mercator e, como visto, são utilizadas apenas para obtenção dos dados da derrota ortodrômica para o seu traçado em cartas de mercator, onde será conduzida a navegação.

Medição de Distâncias

A escala de distâncias nas cartas gnomônicas é função do afastamento entre o segmento de reta cujo comprimento se deseja conhecer e o ponto de tangência da carta; assim, a medição de distâncias nestas cartas vai exigir a utilização de métodos gráficos.

As explicações para o emprego de cada um deles já vêm impressas nas cartas.

Figura 19 – Carta Gnomônica II

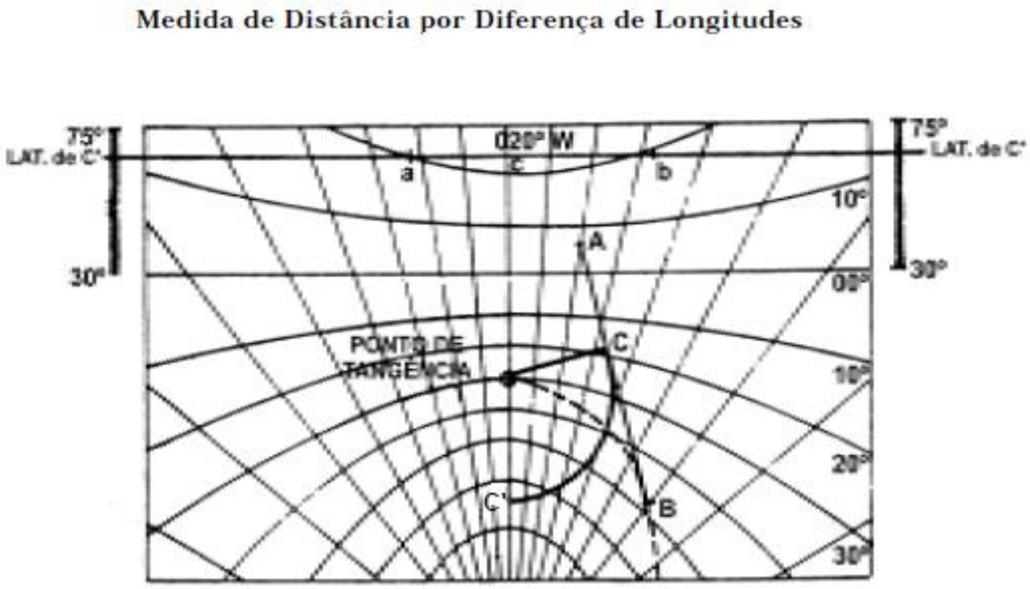


Fonte:Navegação Ciência e Arte.

Na medida de distância por diferença de latitudes, para se determinar a distância do segmento de círculo máximo AB, trace, partindo do ponto de tangência (centro da projeção), na latitude 30º S e longitude 020º W, a perpendicular C à derrota AB. Tomando o ponto de tangência como centro e com uma abertura igual à distância entre o ponto de tangência e C, trace o arco CF, que corta o “Arco para medição de distâncias por diferença de latitudes”, já impresso na carta, no ponto F. Sobre o meridiano de F, marque, para o norte e para o sul, as distâncias FA'= CA e FB'= BC, respectivamente. A diferença de latitude entre os pontos A'e

B', expressa em minutos, será a distância ortodrômica entre A e B, expressa em milhas náuticas. Se não houver espaço para traçar os segmentos da derrota, a partir de F, para o norte e para o sul, eles devem ser medidos separadamente, traçando cada segmento para o norte ou para o sul, como couber, e somando-se os resultados para se obter a distância total. No caso da perpendicular à derrota a partir do ponto de tangência (PC) cair sobre o prolongamento de AB, a distância ortodrômica será dada pela diferença de latitudes entre C'A'= CA e C'B'= CB, tomadas no mesmo sentido.

Figura 20 – Carta Gnomônica III



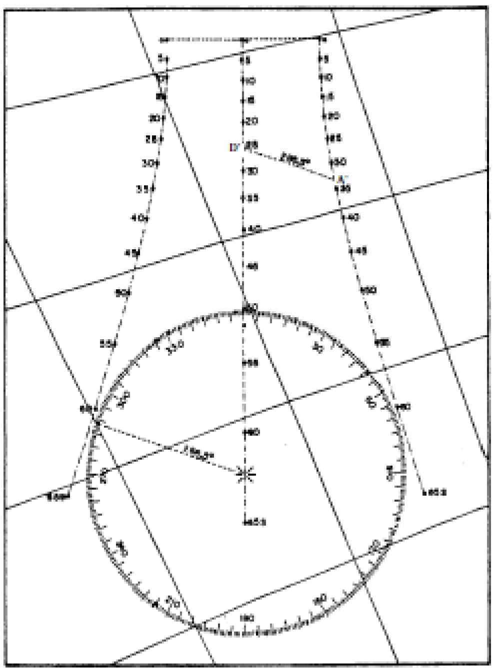
Fonte:Navegação Ciência e Arte.

Na medida de distância por diferença de longitudes, para determinar a distância entre os pontos A e B, trace, a partir do ponto de tangência, uma perpendicular até a linha que une os pontos A e B (ou até o seu prolongamento), definindo o ponto C. Com o centro no ponto de tangência, rebata, com o auxílio do compasso, o ponto C na direção sul, sobre o meridiano do ponto de tangência (020º W), determinando o ponto C'. Anote a latitude do ponto C'. Marque esta latitude (63º) sobre as pequenas escalas nas margens direita e esquerda da carta, conforme mostrado na figura. Ligue estes pontos por uma linha reta. Esta linha é denominada Linha de Medida. Transfira o segmento AB para a linha de medida, de modo que o ponto c recaia sobre o meridiano de 020º W (meridiano do ponto de tangência), ou seja, de modo que ca = CA e bc = BC. O número de minutos de longitude entre as duas extremidades (a e b) da derrota rebatida sobre a linha de medida será a distância ortodrômica entre A e B, expressa em milhas náuticas. De forma análoga, a distância em milhas náuticas entre dois pontos quaisquer da derrota é dada pelo número de minutos de longitude entre estes pontos, quando representados sobre a linha de medida. No caso da perpendicular PC cair sobre o prolongamento de AB, a distância será dada pela diferença de longitudes entre C'A'= CA e C'B'= CB, medidas ambas no mesmo sentido. Pode ocorrer que, quando rebatida sobre o meridiano central, a perpendicular PC ultrapasse os limites da carta. Se tal acontecer, adota-se o seguinte procedimento: Alteram-se ambas as longitudes (de partida e de chegada), de um mesmo número de graus (10º, 20º, o valor é imaterial), no mesmo sentido, aproximando-se do ponto de tangência. Mantêm-se as latitudes. Plotam-se esses novos pontos, que chamaremos de X e Y. Mede-se a distância entre X e Y: essa distância é igual à distância entre os pontos originais.

Obtenção de Rumos nas Cartas Gnomônicas

Como nas cartas gnomônicas as loxodromias, ou linhas de rumo, são representadas como linhas curvas, os rumos obtidos nestas cartas serão sempre rumos instantâneos, tal como o rumo inicial da derrota ortodrômica, anteriormente conceituado. A obtenção de rumos é feita com o auxílio do diagrama.

Figura 21 - Diagrama



Fonte:Navegação Ciência e Arte

Para determinar o rumo inicial entre os pontos A e B, trace uma linha reta unindo os dois pontos na carta gnomônica. Anote a latitude de um ponto D, situado sobre a derrota ortodrômica, que esteja afastado de 20º em longitude, com relação ao ponto de partida A. Marque a latitude do ponto D na linha vertical central do diagrama dos rumos da navegação ortodrômica , definindo o ponto D'. No mesmo diagrama, marque a latitude do ponto de partida (A), na linha a leste, quando se navega para oeste, como neste exemplo (se estivéssemos navegando para leste, o ponto de partida seria marcado na curva a oeste). Por meio de uma régua de paralelas, transporte a linha que une esses pontos (A'D') para o centro da rosa e leia o rumo: 288,5º verdadeiros, neste caso. Este procedimento fornece o rumo inicial, no ponto de partida da derrota ortodrômica

Transporte da Derrota Ortodrômica

Uma vez traçada a derrota ortodrômica na carta gnomônica e medido o seu comprimento, por um dos dois métodos estudados (por diferença de latitudes ou diferença de longitudes), os passos seguintes serão no sentido de transportar a derrota para as cartas de mercator, onde será conduzida a navegação.

Primeiramente, deve-se determinar o ponto de maior latitude que o navio alcançará. Este ponto é denominado “vértice da derrota ortodrômica” e é importante, pois irá definir a necessidade, ou não, de se adotar uma derrota mista, como será visto adiante. A derrota ortodrômica, então, deverá ser dividida em seções, e cada seção terá seus pontos extremos transportados para a carta de mercator, por suas coordenadas geográficas.

A navegação em cada segmento será feita segundo a loxodromia que interliga os seus extremos. As seções em que se divide a derrota ortodrômica devem ter, pelo menos, seiscentas milhas de extensão, pois, para distâncias menores que este valor, os comprimentos da ortodromia e da loxodromia praticamente coincidem. Além disso, cumpre acrescentar que:

– É recomendável que um dos pontos selecionados da derrota ortodrômica seja o seu Vértice; e

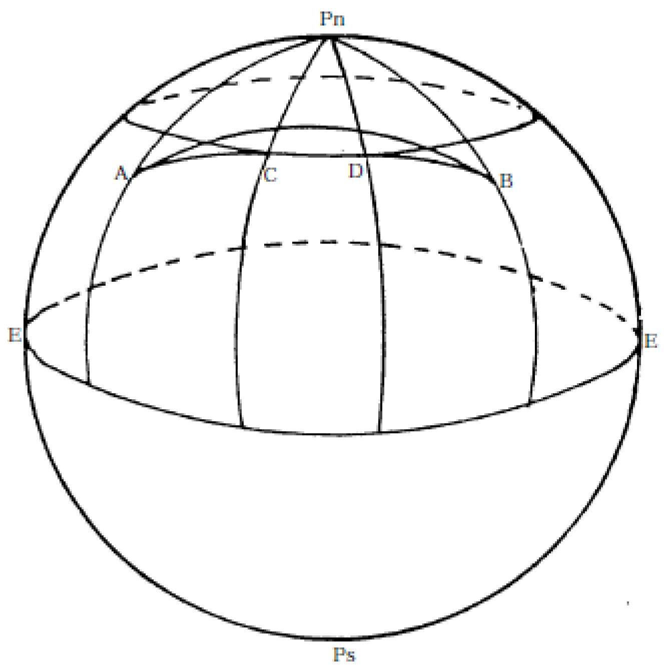
– todos os pontos são transportados da carta gnomônica para a carta de mercator por suas coordenadas geográficas; então, na prática, tomam-se pontos com latitudes ou longitudes exatas, para facilitar o transporte. O mais comum é utilizar pontos de longitude exata, defasados de 10º em 10º, de 15º em 15º, ou de 20º em 20º, conforme a latitude em que se vai navegar.

Deve-se ter sempre em mente que, na projeção de mercator, a concavidade da ortodromia estará sempre voltada para o Equador e, conseqüentemente, quando os pontos inicial e final da derrota ortodrômica estiverem em hemisférios diferentes, terão que ser determinados dois arcos de círculo máximo.

7.5 Derrota mista

As derrotas ortodrômicas proporcionam maior economia de distância nas altas latitudes, quando existe pouca defasagem entre as latitudes de partida e de destino e grande diferença de longitude entre esses pontos. Nesta situação, antes de decidir por uma derrota ortodrômica, o navegante deverá determinar as coordenadas do vértice da derrota (latitude mais elevada em que navegará), para verificar se, ao tentar maior economia, não levará o navio a regiões de mau tempo, haja presença de gelo, cerração, ventos fortes ou correntes contrárias, que venham a colocar o navio em perigo, ou tirar todo o proveito teórico encontrado. Assim, após obter a latitude mais elevada da derrota ortodrômica (vértice), o navegante deverá consultar roteiros, cartas-piloto e outras publicações de auxílio à navegação para decidir se é prudente adotar uma derrota ortodrômica ou uma derrota mista, o que dependerá das condições de tempo e mar previstas, do estado do navio e sua resistência ao mau tempo, da presença de gelo no mar, da "endurance" da tripulação, etc.

Figura 22 – Derrota Mista



Fonte:Navegação Ciência e Arte.

8 Interação com o GPS

8.1 Sistema de posicionamento global

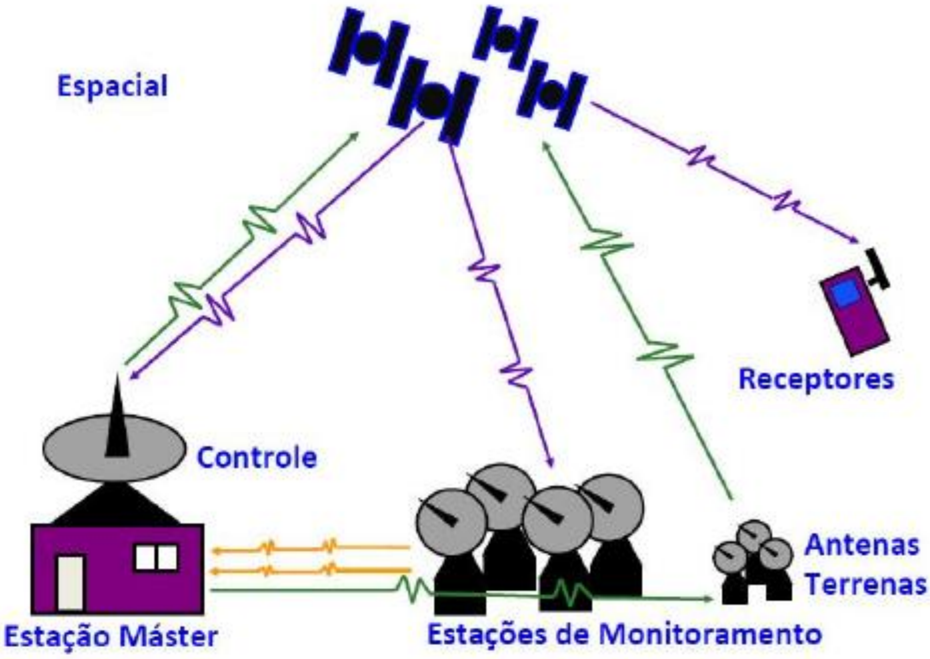
O GPS é um sistema de cálculo de posicionamento a partir de sinais enviados por uma rede de satélites, mantida pelo Departamento de Defesa dos EUA.

Este sistema consiste no uso de satélites em órbita pelo planeta para transmitir uma lista de posições conhecidas dos satélites, chamada de almanaque, para os receptores, os quais podem estar na palma da mão ou no painel de carros, aeronaves e embarcações. Controles em terra rastreiam os satélites e mantém seus almanaques atualizados. Cada satélite emite sinais de rádio em alta freqüência exatamente ao mesmo tempo, estes sinais são criptografados com códigos liberados para o uso civil e códigos de uso exclusivo para usuários militares. Os receptores captam estes sinais e fazem os cálculos de posição. Também existe o GLONASS, da Rússia, que é um sistema alternativo ao GPS. Sua vantagem em relação ao outro é de ser gratuito em relação a sua resolução máxima, uma vez que os EUA não oferecem isso, por razões militares.

8.2 Tipos de segmentos

O GPS é constituído por três componentes principais: o segmento espacial (satélites), o segmento de controle (monitoramento e controle) e o segmento dos usuários (receptores GPS e equipamentos associados). As três partes operam em constante interação, proporcionando, simultânea e continuamente, dados de posicionamento tridimensional (Latitude, Longitude e altitude), rumo, velocidade e tempo (hora), com alta precisão.

Figura 23 – Tipos de Segmento



Fonte: Material de hidrodinâmica do professor Hermann.

8.3 GPS DIFERENCIAL (DGPS)

A Técnica Diferencial aplicada ao GPS ("Global Positioning System") foi desenvolvida para obter maior precisão de posicionamento do Sistema GPS. A Técnica Diferencial corrige não só a degradação intencional da precisão do GPS pelo Ministério da Defesa dos EUA ("Disponibilidade Seletiva"), mas também as influências incontroláveis, como as condições de propagação ionosféricas e atmosféricas, os erros de sincronização dos relógios e as irregularidades nas órbitas dos satélites. Esta técnica torna a precisão de posicionamento do GPS, acessível a qualquer usuário, melhor que 10 metros.

O GPS Diferencial (DGPS) proporciona maior precisão de posicionamento pela possibilidade

de correção dos erros que afetam o Sistema GPS, cujas fontes principais são,

como vimos:

– Disponibilidade Seletiva

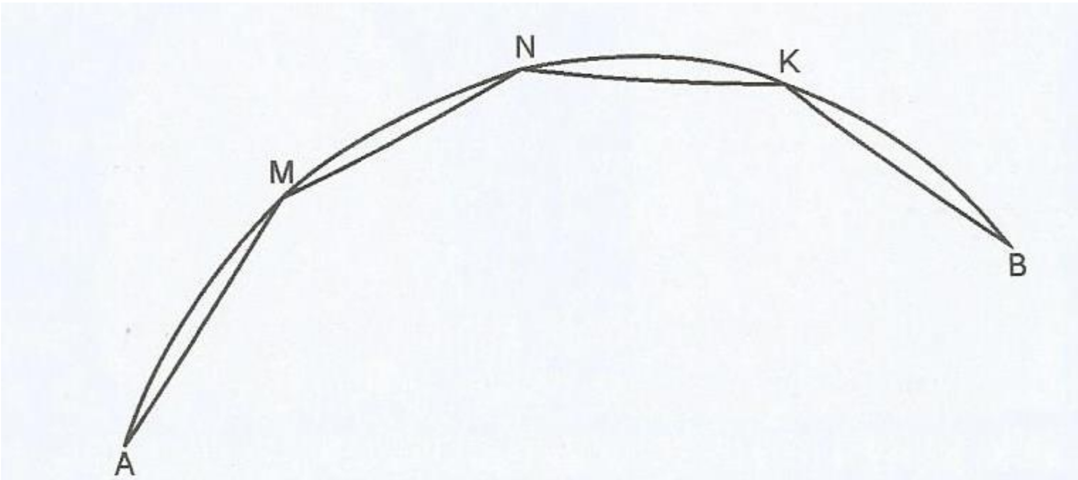
– refração ionosférica e atmosférica

– erros nos relógios dos satélites.

Além do DGPS também existe o sistema DGLONASS, que é o GLONASS empregado em operações diferenciais (DGLONASS), a exemplo do que ocorre com o GPS (DGPS). Um DGLONASS permite que correções diferencias sejam transmitidas a um intervalo maior.

Sendo assim, um equipamento de vital importância para se obter a posição da embarcação durante a travessia, principalmente na execução de uma derrota ortodrômica, através de um arco de círculo máximo. Com isso, o navio, seguindo um arco de círculo máximo, teria que mudar o seu rumo a cada instante. Impossível! Sendo assim, dividi-se o arco de círculo máximo em pedaços: nesses pedaços a trajetória é feita mantendo-se o mesmo rumo. Dessa forma, a travessia é feita em pernadas da derrota ortodrômica.

Figura 24 - Derrota Ortodrômica



Fonte:Trigonometria Esférica a Matemática de Um Espaço Curvo.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o conteúdo exposto nesta pesquisa, é possível perceber que os comandantes enfrentam um verdadeiro dilema ao decidir fazer uma travessia em ortodromia (arco de círculo máximo) ou em loxodromia(rumo constante), o comandante de um navio deverá fazer antes uma análise das condições sob as quais a sua derrota estará sujeita durante a travessia.Supondo que um comandante terá de cumprir uma derrota ortodrômica passando por uma área oceânica congestionada de icebergs, principalmente depois do paralelo 70°N.Se desejar, ele poderá fazer a viagem por um circulo máximo, sabendo que se o navio ultrapassar o paralelo de 70°N, o navio estará sujeito a avarias ou mesmo naufragar.

O comandante, portanto, terá de decidir que tipo de derrota ele vai adotar. No caso, ele possui três opções:

1) seguir a derrota ortodrômica com risco de bater em um iceberg ou ficar preso entre o gelo;
2) adotar uma derrota loxodrômica, navegação sobre um círculo menor a rumo constante;
3) optar por uma derrota mista,combinação entre a derrota ortodrômica e a loxodrômica. Nesse tipo de derrota, a embarcação segue por um círculo máximo até o paralelo limite, depois anda um trecho sobre este paralelo ao rumo verdadeiro de 090°, para depois retornar a navegação em círculo máximo.

Diante disso o comandante deverá efetuar os cálculos para qual das navegações é mais vantajosa, levando em conta a economia e a segurança na travessia.

Se fizer a navegação a rumo constante terá um aumento considerável na distancia, com impacto no tempo da viagem, no consumo de combustível, todavia, com probabilidade mínima de encontrar um iceberg.

Quanto a derrota ortodrômica, ganha-se muito em distancia, encurtando o tempo da viagem, mais a economia de combustível,porém podendo cruzar regiões de forte tempestade e podendo bater num iceberg.

Caso o comandante escolha a derrota mista, vai ter uma diminuição considerável no tempo da travessia, evitando, regiões propensas ao mau tempo, dependendo da época do ano.

BIBLIOGRAFIA

- COUTINHO, Lázaro. **Trigonometria Esférica: A Matemática de Um Espaço Curvo.** Rio de Janeiro:Interciência,2015.

- MIGUENS, Altineu Pires. **Navegação: a Ciência e a Arte, Volume I – Navegação Eletrônica e em Condições Especiais**. Brasília: DHN, 2000.

- MIGUENS, Altineu Pires. **Navegação: a Ciência e a Arte, Volume II – Navegação Eletrônica e em Condições Especiais**. Brasília: DHN, 2000.

- MIGUENS, Altineu Pires. **Navegação: a Ciência e a Arte, Volume III – Navegação Eletrônica e em Condições Especiais**. Brasília: DHN, 2000.

- ANTONIO GOMES DE CAMPOS, Marco.**A Evolução do Sistema de Posicionamento por Satélites e sua Importância para a Emancipação à Nível de Posicionamento Global de Algumas das Principais Potências Mundiais.** Rio de Janeiro:2012.

- CARVALHO DOS SANTOS, Marcelo. **Integração entre GPS e GLONASS.** Curitiba, 2001.

GLOSSÁRIO

DGPS – GPS Diferencial

GPS - Global Positioning System

GLONASS - Global Orbiting Navigation Satellite System

DGLONASS – Diferencial Global Orbiting Navigation Satellite System