

## CORREÇÃO DE ERRO DE POSIÇÃO DE SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO INERCIAL: UMA ABORDAGEM USANDO UM MODEM ACÚSTICO SUBMARINO E UM SONAR PASSIVO

OSOWSKY, Jefferson.

Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira – IEAPM.

jefferson@ieapm.mar.mil.br

### RESUMO

Este artigo apresenta uma solução para o problema de correção do erro de posicionamento de um sistema de navegação inercial instalado em um submarino operando durante um longo período de tempo submerso, i.e., sem referência do sistema de posicionamento global. Esta solução baseia-se no uso de seu sonar passivo e de um protótipo de modem acústico que está sendo desenvolvido pelo Grupo de Acústica Submarina pertencente ao Instituto de Estudos Marinhos Almirante Paulo Moreira. Um método algébrico e linear simples é proposto para resolver tal problema, o qual é baseado no envio de dados digitais estruturados e empacotados a partir de duas estações marinhas (embarcações de superfície fundeadas) para um submarino temporariamente posicionado no leito do mar num local desconhecido e submerso por um longo período de tempo. Como consequência desta submersão prolongada, o erro de navegação calculado pelo seu sistema inercial leva a um erro de posicionamento potencialmente grande podendo afetar sua trajetória *a posteriori*. Neste artigo, uma condição necessária e suficiente é apresentada para resolver um sistema linear que corrige este erro de posicionamento. Um exemplo teórico demonstra a eficiência do método proposto.

### ABSTRACT

This paper is concerned with the problem of correcting the positioning error of an inertial navigation system installed in an underwater mobile device submerged in the sea for a long period of time. The proposed solution uses its passive sonar and a prototype of the acoustic modem that is being developed by Underwater Acoustic Group at the Institute for Marine Studies Admiral Paulo Moreira. A simple linear algebraic solution is proposed for solving this problem which is based on the dispatch of structured and packed digital data from two marine stations (surface watercrafts at anchor) to a temporarily moveless submarine positioned in the seabed. As consequence, its inertial navigation error leads to a potentially large positioning error which can affect its *a posteriori* underwater trajectory. In this paper, a necessary and sufficient condition is presented for solving a linear system that corrects this positioning error. A theoretical example demonstrates the effectiveness of the proposed method.

**Palavras-chave:** Sistema de navegação inercial. Correção de erro de posição. Modem acústico submarino. Álgebra linear. Sistemas lineares.

### 1. INTRODUÇÃO

De forma oposta à navegação de superfície, soluções simples não estão disponíveis para a localização e navegação de objetos submarinos submersos no oceano por um longo período de tempo. Claramente, a utilização do Sistema de Posicionamento Global (GPS) atualmente

existente para sistemas dinâmicos submersíveis não se aplica, visto que a propagação de ondas eletromagnéticas em meio aquoso é rapidamente absorvida em relação à propagação de ondas mecânicas, e.g., a absorção de ondas acústicas com frequências comumente usadas para comunicação submarina no mar é menor por três ordens de grandeza do que a absorção de ondas eletromagnéticas (AYAZ *et al.*, 2011).

Atualmente, o estudo de localização e navegação de dispositivos submarinos está focado de forma geral em veículos autônomos submersíveis (AUVs). Contudo, os problemas apresentados na literatura para estes veículos também são inerentes aos submarinos. Para os AUVs do tipo torpedos e *gliders*, é essencial que sua navegação submarina seja suficientemente acurada para que uma dada coordenada abaixo da linha d'água seja localizada corretamente para o domínio de aplicação dos AUVs. Uma boa revisão sobre este assunto é dada por (PAULL *et al.*, 2014) e as referências lá contidas.

Uma vez que o GPS não pode ser utilizado na navegação dos AUVs ou dos submarinos, a utilização de Sistemas de Navegação Inercial (INS) se torna indispensável. Contudo, tais sistemas produzem um erro de deslocamento que é quadrático em relação ao tempo que tais dispositivos se encontram submersos sem referência do GPS. Na literatura podem ser encontrados diversos trabalhos que tem por objetivo reduzir este erro que é intrínscio aos INSs. O erro de posicionamento causado por um INS com *Doppler Velocity Log* (DVL) instalado em um AUV é corrigido através de um sistema baseado em 1) uma estação de referência de superfície (boia ou navio com um transponder acústico); 2) no sincronismo de relógio entre a estação e o AUV; 3) e na técnica *Two-Way-Travel-Time* (TWTT) para o cálculo do Tempo de Chegada (TOA) da mensagem transmitida pelo submersível e respondida pela estação de referência, vide (LEE *et al.*, 2007a). (LEE *et al.*, 2007b) modifica o sistema anterior agora utilizando duas estações de referência e excluindo o dispositivo DVL do INS do veículo autônomo submarino. Por outro lado, sistemas de correção de erro de localização que utilizam a técnica *One-Way-Travel-Time* (OWTT) e modems acústicos submarino são apresentados em (WEBSTER *et al.*, 2009a), (WEBSTER *et al.*, 2009b), (WEBSTER *et al.*, 2010) e (JUNG *et al.*, 2011). Em geral tais sistemas operam com o Micro-Modem da *Woods Hole Oceanographic Institution* (WHOI), o qual possui sincronização de tempo *onboard* e transmitem mensagens contendo a informação da posição da estação de referência e o tempo em que a tal mensagem foi transmitida. Cabe ressaltar que, em (JUNG *et al.*, 2011), é apresentado um algoritmo que corrige o erro lat-long de AUVs através do envio de mensagens por duas estações de referência de superfície em movimento. Note que, para a abordagem apresentada neste trabalho, a técnica TWTT não pode ser utilizada uma vez que a transmissão de uma mensagem partindo do submarino através de seu sonar ativo denunciaria a sua posição caso uma embarcação inimiga se encontre nas proximidades desta emissão acústica.

Resumidamente, a motivação para apresentar o método proposto está relacionada ao fato que o INS de um submarino submerso por um longo período de tempo produz um erro de trajetória que depende quadraticamente do tempo em que o embarcação está embaixo do mar sem referência do GPS. Além disso, a solução proposta neste trabalho está baseada em resolver um sistema linear que não depende da transmissão de um *ping* pelo sonar ativo do submarino e nem do sincronismo temporal entre os dispositivos navais envolvidos no processo.

O restante deste artigo está organizado como se segue. O problema de interesse é formulado na Seção 2. Os resultados preliminares são descritos na Seção 3. Na Seção 4, é derivado um método para solucionar o problema proposto em termos da resolução de um sistema linear não-singular. Para ilustrar a eficiência desta técnica, é apresentado um exemplo teórico na Seção 5 e as observações finais sobre o método são descritas na Seção 6.

*Notação:*  $\mathbb{R}$  e  $\mathbb{C}$  são os conjuntos de números reais e complexos, respectivamente.  $\mathbb{R}^2$  é o espaço Euclidiano bidimensional.  $\mathbb{R}^{n \times n}$  é o conjunto de matrizes reais  $n \times n$  chamadas de matrizes quadradas reais.  $x = x_1 + jx_2$  representa um número complexo qualquer, onde  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  e  $j = \sqrt{-1}$ . Para o vetor real em coluna  $x$ ,  $x^T$  denota sua transposta, i.e., um vetor em linha. O símbolo  $\|\cdot\|$  significa a norma Enclideana de um vetor. Um vetor  $x = [x_1 \ x_2]^T \in \mathbb{R}^2$  é representado por  $x = j\|x\|e^{-j\alpha} \in \mathbb{C}$ , onde  $\alpha = \arctan\left(\frac{x_1}{x_2}\right)$ , e  $\text{Re}\{x\} = x_1$  e  $\text{Im}\{x\} = x_2$  definem as partes real e imaginária do número complexo  $x$ , respectivamente. Para uma matriz  $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $X^{-1}$  denota sua inversa. Sejam  $f$  e  $g$  duas funções reais, contínuas e integráveis em um dado domínio, o operador  $\langle f, g \rangle$  define o produto interno entre a função  $f$  e a função  $g$ .

## 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere o seguinte problema: Um submarino navegando submerso no mar e se deslocando em uma trajetória qualquer por um longo período de tempo tal que seu sistema de navegação inercial produza um erro significativo em seu posicionamento de latitude e longitude, chamado daqui em diante de erro de lat-long.

À luz desta situação, o objetivo deste artigo visa corrigir a posição lat-long dada pelo sistema de navegação inercial desta embarcação submarina uma vez que o sistema de referência e correção de posição do GPS está indisponível. O método proposto é baseado na simples solução de um sistema linear não-singular que é construído a partir do envio de dados digitais estruturados e empacotados e da leitura do operador do sonar no submarino do azimute da estação transmissora de tais dados. Estes dados são transmitidos de duas embarcações de superfície fundeadas em coordenadas dadas por seus respectivos GPSs e recebidos através de um dos sonares passivos existentes no submarino que necessariamente deve estar imóvel no leito do mar.

A Figura 1 ilustra o problema que está sendo proposto neste trabalho. Sobre a coordenada  $S$  reside uma embarcação submersa tal que seu INS tem um erro significativo de posicionamento. Primeiramente, um navio é ancorado ou fundeado no ponto  $N_1$  para então transmitir uma mensagem através do modem acústico submarino desenvolvido pelo Grupo de Acústica Submarina (GAS) pertencente ao Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM) da Marinha do Brasil. Esta mensagem contém a informação de lat-long da referida embarcação, i.e., a coordenada do ponto  $N_1$ . Em seguida, no submarino posicionado em  $S$ , seu operador de sonar anota o azimute do navio em  $N_1$ , ângulo  $\alpha_1$  mostrado na Figura 1. Esta anotação é possível pois quando do início da transmissão da mensagem pela embarcação em  $N_1$ , uma deflexão surge na tela do sonar do submarino. Além disso, um segundo operador que opera o modem acústico submarino deve anotar a coordenada lat-long contida na mensagem recebida. Por fim, a embarcação de superfície navega do ponto  $N_1$  para o ponto  $N_2$  e realiza a mesma operação descrita acima. Além disso, o mesmo é feito pelo operador de sonar e do modem no submarino, obtendo assim o azimute  $\alpha_2$  e a lat-long para a coordenada  $N_2$ .

Observe que, por um abuso de terminologia, o mapa náutico na Figura 1 pode ser tratado como um espaço vetorial tal que as diferenças entre os pontos  $N_1$  e  $S$ , e  $N_2$  e  $S$ ,  $N_1, N_2, S \in \mathbb{C}$ , definem os vetores  $v_1 = j\|v_1\|e^{-j\alpha_1}$  e  $v_2 = j\|v_2\|e^{-j\alpha_2}$ , respectivamente, num plano de *Argand-Gauss*, onde o eixo das longitudes é representado pela abcissa (parte real do corpo dos números complexos) e o eixo das latitudes é representado pela ordenada (parte imaginária do corpo dos números complexos).

Em vista da formulação proposta acima, este problema leva-nos à seguinte solução: Dada duas coordenadas  $N_1$  e  $N_2$ , e seus respectivos azimutes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , os quais foram medidos através de um sonar passivo instalado num submarino posicionado em um ponto desconhecido  $S$  (ou imóvel em

uma coordenada incorreta  $S' \neq S$ ). Calcular a posição (correta)  $S$  através da resolução de um sistema linear não-singular. Para tal, as seguintes hipóteses devem ser satisfeitas:

- as mensagens enviadas pelos navios em  $N_1$  e  $N_2$  contendo suas posições lat-long devem ser recebidas e decodificadas corretamente pelo modem acústico instalado no submarino posicionado em  $S$ ;
- o operador do sonar no submarino deve anotar os ângulos  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  corretamente. Além disso, o dispositivo sonar passivo deve ter acurácia suficientemente adequada.

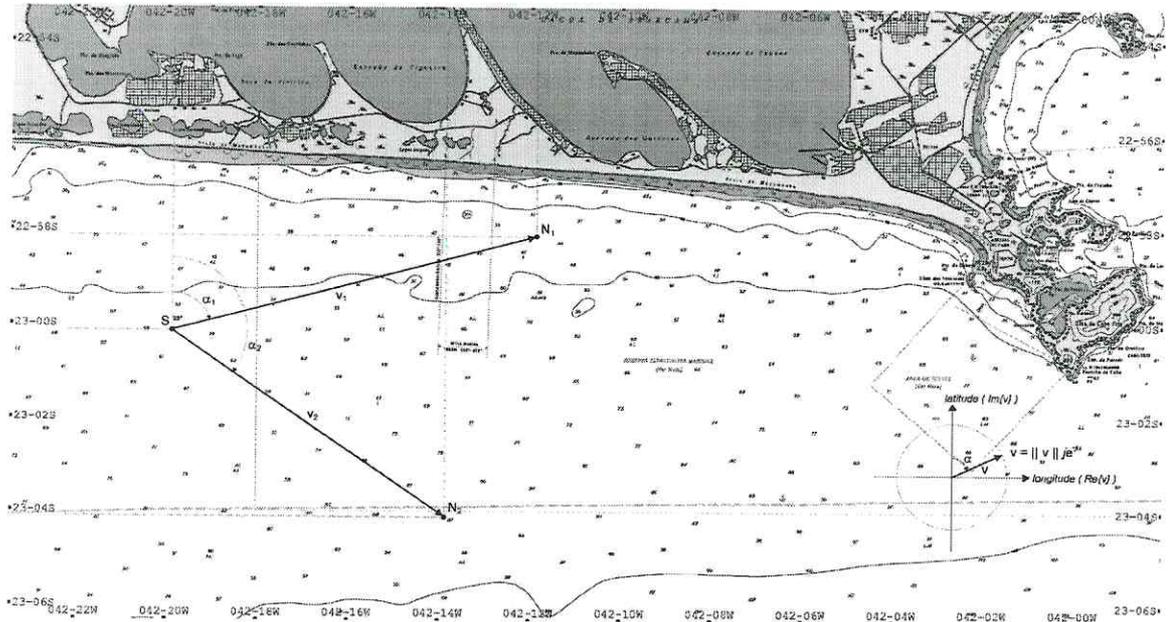


Figura 1: Carta náutica n° 1508/Centro de Hidrografia da Marinha/Marinha do Brasil. Do Cabo Frio à Ponta Negra, Rio de Janeiro, Brasil.

### 3. RESULTADOS PRELIMINARES

Nesta seção será descrito de forma breve a estrutura e funcionamento do modem acústico submarino desenvolvido pelo Grupo de Acústica Submarina do IEAPM e como é obtido, a partir de um console de sonar passivo de um submarino, o azimute  $\alpha$  de uma embarcação fundeada em uma dada lat-long que transmite esta posição através do modem acima citado. Em seguida, é relembrado um Lema simples que será aplicado para se derivar uma condição algébrica linear utilizada na resolução do problema proposto. Cabe ressaltar que neste trabalho não será mostrado nenhum resultado deste método aplicado em campo (uso de embarcações de superfície e de um submarino). Este trabalho visa apenas validar os resultados teóricos do método proposto a partir de informações de quaisquer latitude, longitude e azimute definidas *a priori*. Os resultados alcançados com mensagens transmitidas pelo modem acústico submarino do GAS para um submarino da Marinha do Brasil serão apresentados em um artigo a ser escrito posteriormente.

O modem acústico submarino é baseado na modulação digital (HAYKIN, 1989) por chaveamento de frequência com M portadoras (M-FSK) com largura de banda no espectro de frequência audível e espaçamento entre portadoras igual a  $\Delta f Hz$ . O tempo de guarda  $t_g$ , aquele que separa dois símbolos contíguos, é definido aproximadamente com sendo quatro vezes maior que o tempo do símbolo  $t_s$ , produzindo assim uma taxa de transmissão de aproximadamente  $(t_s + t_g)^{-1}$  bits por segundo. Ressalta-se que a ortogonalidade entre as portadoras é garantida

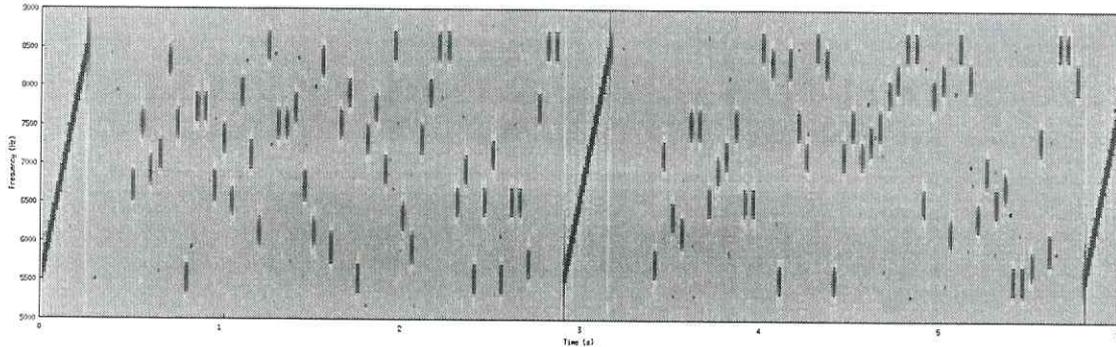
através da configuração adequada do tempo do símbolo, das frequências das portadoras e do espaçamento entre as portadoras, i.e.,

$$\langle \sin(2\pi f_i t), \sin(2\pi f_j t) \rangle = 0 \quad \forall i \neq j, \quad f_i = m_i \cdot t_s^{-1} \Leftrightarrow \Delta f = f_{i+1} - f_i = k \cdot t_s^{-1} \quad (3.1)$$

$$i, j = 1, \dots, M \text{ e } m_i, k = 1, 2, 3, \dots$$

onde,  $f_i$  ( $f_j$ ) é a frequência da  $i$  ( $j$ )-ésima portadora e  $i, j, k$  e  $m_i$  são números inteiros positivos.

Além disso, uma técnica de entrelaçamento de bits em conjunto com a adição de um código antecipativo de correção de erros foram usados no protocolo de comunicação deste modem a fim de se reduzir os erros na decodificação dos bits causados pelas interferências inerentes ao canal de comunicação submarino. Um sinal do tipo *chirp* foi também introduzido no protocolo de comunicação para marcar o início e o final da mensagem transmitida. Por fim, o protocolo de comunicação foi estruturado tal que a latitude de um ponto qualquer é enviada primeiro, seguida de sua longitude. Ambas em código ASCII, como as definidas pelo padrão de dados NMEA-0183 utilizado no sistema de posicionamento global. Como exemplificação, a Figura 2 ilustra o espectrograma de uma mensagem a ser enviada pelo modem acústico.



**Figura 2:** Espectrograma de uma mensagem contendo uma posição lat-long empacotada para ser transmitida pelo modem acústico submarino do GAS/IEAPM.

A seguir, a Figura 3 ilustra como é obtido o azimute  $\alpha$  de uma embarcação de superfície posicionada em uma lat-long desconhecida pelo submarino a partir do console do seu sonar passivo. No momento em que a mensagem é transmitida pelo modem via uma fonte acústica instalada na embarcação, o operador do sonar ve surgir uma deflexão na tela de seu console que aponta para a direção desta transmissão. O operador movimenta então um cursor para esta direção a fim de anotar o azimute desta deflexão, o qual é mostrado na parte inferior do console do sonar.

É lembrado agora um lema de álgebra linear usado para derivar a solução para se resolver o problema formulado neste artigo.

**Lema 1 (Não-singularidade matricial (HORN e JOHNSON, 1988)):** Uma matrix real  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é dita ser não-singular se, e somente se, uma das seguintes condições é satisfeita:

- (a) As colunas de  $A$  são linearmente independentes,
- (b) Existe  $A^{-1}$ .

Na seção seguinte é apresentado o método para se corrigir o erro de posicionamento de um INS instalado em um submarino que está submerso por um longo tempo no oceano.

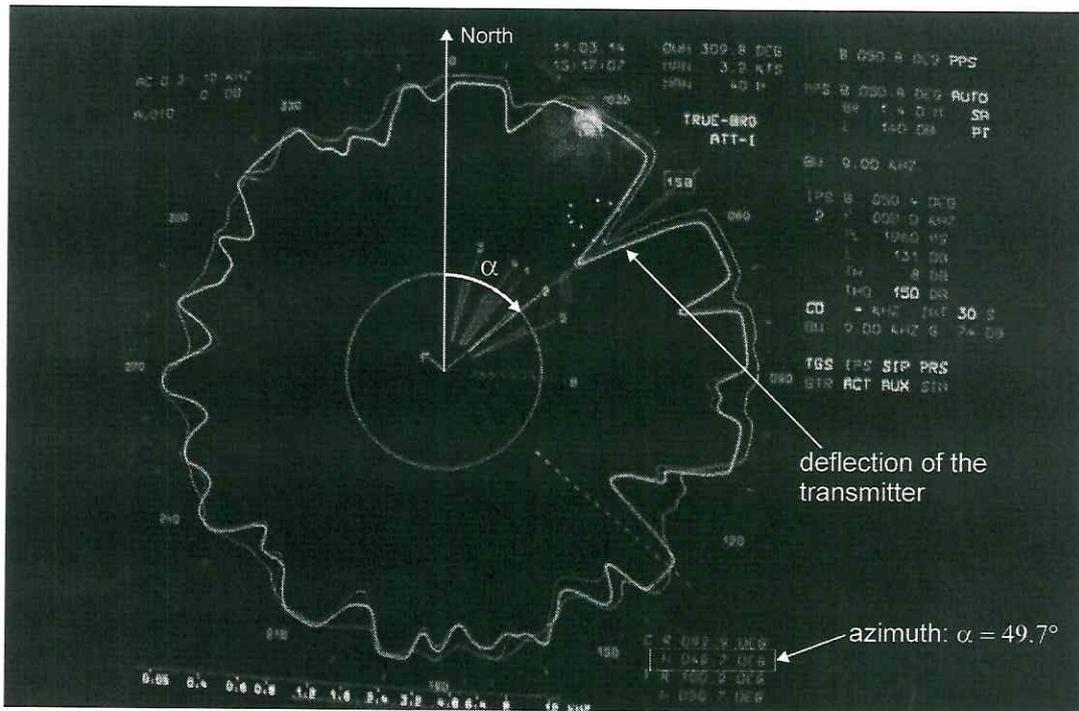


Figura 3: Tela do console de um sonar de submarino. O ângulo de deflexão (azimute)  $\alpha$  aponta para a fonte acústica que transmite uma mensagem através do modem acústico submarino.

#### 4. RESULTADO PRINCIPAL

Observe que, pelo espaço vetorial ilustrado na Figura 1, pode ser obtido o seguinte sistema  $\mathcal{S}$ :

$$\mathcal{S} : \begin{cases} N_1 - S = v_1 = j \|v_1\| e^{-j\alpha_1}, \\ N_2 - S = v_2 = j \|v_2\| e^{-j\alpha_2}, \end{cases} \quad (4.1)$$

onde,  $N_1, N_2, S \in \mathbb{C}$  e  $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}$ . Além disso, a lat-long  $S$  e as distâncias Euclidianas  $\|v_k\|$ ,  $k = 1, 2$ , são variáveis desconhecidas a serem achadas.

Expandindo o sistema acima obtém-se:

$$\mathcal{S}_e : \begin{cases} \operatorname{Re}\{N_1\} - \operatorname{Re}\{S\} = \|v_1\| \sin(\alpha_1), \\ \operatorname{Im}\{N_1\} - \operatorname{Im}\{S\} = \|v_1\| \cos(\alpha_1), \\ \operatorname{Re}\{N_2\} - \operatorname{Re}\{S\} = \|v_2\| \sin(\alpha_2), \\ \operatorname{Im}\{N_2\} - \operatorname{Im}\{S\} = \|v_2\| \cos(\alpha_2), \end{cases} \quad (4.2)$$

o qual pode ser reescrito na sua forma matricial, como se segue:

$$\begin{bmatrix} \sin(\alpha_1) & 0 & 1 & 0 \\ \cos(\alpha_1) & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \sin(\alpha_2) & 1 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_2) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|v_1\| \\ \|v_2\| \\ \operatorname{Re}\{S\} \\ \operatorname{Im}\{S\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}\{N_1\} \\ \operatorname{Im}\{N_1\} \\ \operatorname{Re}\{N_2\} \\ \operatorname{Im}\{N_2\} \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Suponha que a matriz

$$A = \begin{bmatrix} \sin(\alpha_1) & 0 & 1 & 0 \\ \cos(\alpha_1) & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \sin(\alpha_2) & 1 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_2) & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

é inversível, então o sistema linear (4.3) tem solução única e a coordenada  $\text{Re}\{S\} + j\text{Im}\{S\}$  aponta para a posição correta do submarino sem referência de GPS. Além disso, a norma dos vetores  $v_1$  e  $v_2$  determinam a distância do ponto  $S$  para as coordenadas  $N_1$  e  $N_2$ , respectivamente.

Em vista do desenvolvimento acima, uma condição necessária e suficiente para se resolver o problema proposto é apresentada no Teorema abaixo.

*Teorema 1:* Considere o sistema  $\mathcal{S}$  como em (4.1). Sejam  $N_k$ ,  $k = 1, 2$ , números complexos dados *a priori*, representando posições em um plano de Argand-Gauss, e  $\alpha_k$ ,  $k = 1, 2$ , seus respectivos azimutes com relação a um ponto  $S \in \mathbb{C}$  que define uma coordenada desconhecida. Então o sistema linear (4.3) é não-singular, i.e., o ponto  $S$  e as distâncias  $\|v_1\|$  e  $\|v_2\|$  são soluções únicas e exatas de (4.3), se, e somente se, os vetores  $v_1$  e  $v_2$  são linearmente independentes (os pontos  $N_1$ ,  $N_2$  e  $S$  não residem sobre uma mesma reta).

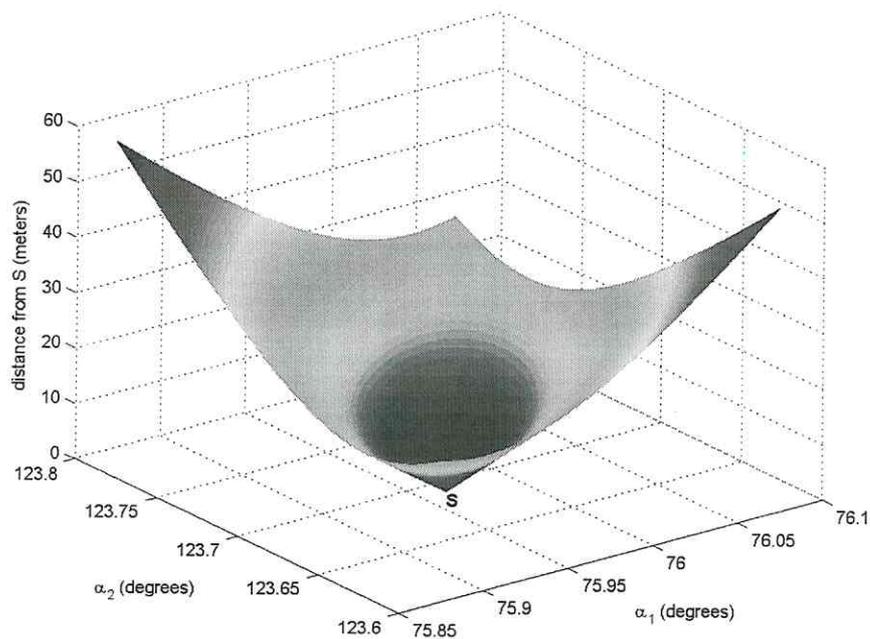
*Prova:* A equivalência entre a não-singularidade do sistema (4.3) e a independência linear dos vetores  $v_1$  e  $v_2$  é obtida diretamente pela aplicação do Lema 1.

## 5. EXEMPLO TEÓRICO

Da carta náutica na Figura 1, seja  $N_1 = (22^\circ 58.0S, 42^\circ 12.0W)$  e  $N_2 = (23^\circ 04.0S, 42^\circ 14.0W)$  coordenadas dadas que representam embarcações de superfície que transmitiram suas lat-long para um submarino submerso no ponto  $S = (23^\circ 00.0S, 42^\circ 20.0W)$ . Note que,  $S$  não é conhecido pelo submarino. O operador do sonar anotou através do console do sonar passivo os seguintes azimutes:  $\alpha_1 = 75,96^\circ$  e  $\alpha_2 = 123,69^\circ$  com erro de  $0,1^\circ$  de acurácia inerente ao sistema sonar. Aplicando-se o Teorema 1 para esta variação na leitura dos azimutes o máximo erro alcançado em relação à posição correta do submarino foi de aproximadamente 57 metros, como mostrado na Figura 4.

## 6. OBSERVAÇÕES FINAIS

Este artigo apresentou uma solução para o problema de correção do erro de posicionamento de uma sistema de navegação inercial instalado em um submarino que estava operando durante um longo período de tempo submerso, i.e., sem referência do sistema de posicionamento global. O método proposto foi baseado na solução de um sistema linear não-singular obtido a partir da transmissão de posições de latitude e longitude de duas estações de referência em superfície a partir de um dispositivo de comunicação acústico submarino desenvolvido pelo GAS/IEAPM. Além destas posições, a solução dependia também da leitura feita pelo operador do sonar passivo do submarino dos azimutes destas embarcações, os quais foram obtidos pelos ângulos de deflexões mostrados na tela do console do sonar quando as transmissões ocorriam. A solução proposta levou em consideração que: 1) as mensagens enviadas pelos navios contendo suas posições lat-long seriam recebidas e decodificadas corretamente pelo modem acústico e 2) o operador do sonar no submarino anotaria os azimutes das estações de referência corretamente. Além disso, o dispositivo sonar passivo teria acurácia suficientemente adequada. Um exemplo teórico foi apresentado e demonstrou a viabilidade do método proposto. Cabe ressaltar por fim que, testes operacionais em campo, com o envolvimento de navios e um submarino serão realizados futuramente a fim validar na prática tal técnica.



**Figura 4:** Resultado obtido pelo aplicação do Teorema 1 no exemplo acima supondo que ocorreu um erro de leitura no console do sonar passivo de  $0,1^\circ$  no azimuth das embarcações.

## REFERÊNCIAS

- AYAZ, M.; BAIG, I.; ABDULLAH, A.; FAYE, I. A survey on routing techniques in underwater wireless sensor networks, **Journal of Network and Computer Applications** 34(6), pp. 1908-1927, 2011.
- HAYKIN, S. **An Introduction to Analog and Digital Communications**, John Wiley & Sons, 1989.
- HORN, R. A.; JOHNSON, C. R. **Matrix Analysis**, Cambridge University Press, 1988.
- JUNG, H. S.; KIM, H. K.; KIM, J. S.; LEE, P. M. Error correction of the underwater inertial navigation system using movable surface acoustic reference stations, Proceedings in **IEEE Symposium on Underwater Technology (UT) and Workshop on Scientific Use of Submarine Cables and Related Technologies (SSC)**, pp. 1-6, Tokyo, Japan, 2011.
- LEE, P. M.; JUN, B. H.; KIM, K.; LEE, J.; AOKI, T.; HYAKUDOME, T. Simulation of an inertial acoustic navigation system with range aiding for an autonomous underwater vehicle, **IEEE Journal of Oceanic Engineering** 32(2), pp. 327-345, 2007a.
- LEE, P. M.; JUN, B. H. Pseudo long base navigation algorithm for underwater vehicles with inertial sensors and two acoustic range measurements, **Ocean Engineering** 34 (3), pp. 416-425, 2007b.
- PAULL, L.; SAEEDI, S.; SETO, M.; LI, H. AUV navigation and localization: A review, **IEEE Journal of Oceanic Engineering** 39(1), pp. 131-149, 2014.
- WEBSTER, S. E.; EUSTICE, R. M.; SINGH, H.; WHITCOMB, L. L. Preliminary deep water results in single-beacon one-way-travel-time acoustic navigation for underwater vehicles, Proceedings in **IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)**, pp. 2053-2060, St. Louis, USA, 2009a.
- WEBSTER, S. E.; EUSTICE, R. M.; MURPHY, C.; SINGH, H.; WHITCOMB, L. L. Toward a platform-independent acoustic communications and navigation system for underwater vehicles, Proceedings in **OCEANS 2009, MTS/IEEE Marine Technology for Our Future: Global and Local Challenges**, pp. 1-7, Biloxi, USA, 2009b.
- WEBSTER, S. E.; WHITCOMB, L. L.; EUSTICE, R. M. Advances in decentralized single-beacon acoustic navigation for underwater vehicles: Theory and simulation, Proceedings in **IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles (AUV)**, pp. 1-8, California, USA, 2010.