

MARINHA DO BRASIL
DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA
CENTRO DE INSTRUÇÃO ALMIRANTE WANDENKOLK

CURSO DE APERFEIÇOAMENTO AVANÇADO EM
MÁQUINAS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

DINÂMICA DE EMBARCAÇÕES E CONTROLE DE TRAJETÓRIA

Capitão-Tenente (QC-CA) Bruno da Silva Nunes

Rio de Janeiro
2020

Capitão Tenente (QC-CA) Bruno da Silva Nunes

DINÂMICA DE EMBARCAÇÕES E CONTROLE DE TRAJETÓRIA

Monografia apresentada ao Centro de Instrução Almirante Wandenkolk como requisito parcial à conclusão do Curso de Aperfeiçoamento Avançado em Máquinas.

Orientadores:

D. Sc. Joel Sena Sales

Capitão-Tenente (EN) Luiz Renato Tomelin

FOLHA DE APROVAÇÃO

Capitão-Tenente (QC-CA) Bruno da Silva Nunes

DINÂMICA DE EMBARCAÇÕES E CONTROLE DE TRAJETÓRIA

Monografia apresentada ao Centro de Instrução Almirante Wandenkolk como requisito parcial à conclusão do Curso de Aperfeiçoamento Avançado em Máquinas.

Aprovada em _____

Banca Examinadora:

Joel Sena Sales, D.Sc. – UFRJ _____

CC (RM1-EN) Carlos Alfredo Orfão Martins, M.Sc. – UFRJ _____

CT (EN) Luiz Renato Tomelin, Diretoria de Engenharia Naval _____

A todos que estiveram envolvidos no projeto. Ao meu orientador Joel Sena Sales, que esteve sempre disponível. Ao coordenador CC (RMI-EN) Carlos Alfredo Orfão Martins, que acompanhou todo o processo. Ao meu avô Mario Moreira e esposa Julia Lacerda.

DINÂMICA DE EMBARCAÇÕES E CONTROLE DE TRAJETÓRIA

Resumo

Com o advento de veículos auto-guiados e controles automáticos de trajetória e posição, a indústria naval desenvolveu seus próprios meios de manter-se atualizada. Possuindo finalidade diversa, seja para manutenção do rumo ou simplesmente para se manter em um ponto fixo no mar, estes equipamentos proporcionam facilidades ao operador, economia de recursos e melhor precisão ao se tratar de navegação. Ainda persiste, na prática, certa dificuldade de se modelar corretamente o movimento de corpos em diferentes meios fluidos. Este trabalho visa proporcionar um apanhado das técnicas de modelagem existentes para o problema da dinâmica de embarcações e teoria de controle utilizada em sistemas de manutenção de trajetória. Serão enunciadas também metodologias experimentais para determinação das correlações usualmente utilizadas, processos de ajuste e simulação, com auxílio de ferramenta computacional, da cinemática de uma embarcação navegando com velocidade constante e parâmetros já determinados experimentalmente. Procurou-se criar aqui uma ferramenta na resolução de problemas de hidrodinâmica de navios em conjunto com teoria de controle para auxiliar na formulação de controle de trajetória.

Palavras- chave: Dinâmica, Hidrodinâmica, Controle, Controle de Trajetória, Equações de Movimento

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo de navio e sistemas de referência.....	12
Figura 2 – Representação do movimento no sistema de referências.....	13
Figura 3 – Rotações em torno dos eixos de referência.....	14
Figura 4 – Representação de W. Froude das ondas induzidas pelo movimento de embarcações.....	17
Figura 5 – Curvas de desempenho de propulsores obtidas em ensaios de água aberta.....	20
Figura 6 – Forças induzidas pelo leme.....	22
Figura 7 – Representação esquemática de um propulsor azimutal.....	23
Figura 8 – Formas de Lewis para diferentes razões de dimensão da Boca/Calado.....	27
Figura 9 – Teoria das faixas.....	27
Figura 10 – GUI para identificação de sistemas.....	30
Figura 11 – Fluxograma de modelagem da dinâmica de embarcações.....	31
Figura 12 – Tipos de estabilidade direcional.....	34
Figura 13 – Modelo de controle com retroalimentação.....	34
Figura 14 – Diagrama de blocos de um sistema linear representado em espaço de estados....	35
Figura 15 – Influência da variação dos parâmetros em controladores do tipo PI.....	37
Figura 16 – Diagrama de bloco de controlador LQR.....	38
Figura 17 – Fluxograma do Filtro de Kalman.....	39
Figura 18 – Diagrama de um controlador nebuloso direto.....	41
Figura 19 – Neurônio artificial de camada única.....	42
Figura 20 – Sistema de referências para rastreamento de trajetória.....	44
Figura 21 – Diagrama de blocos da simulação.....	45
Figura 22 – Subsistema com a cinemática.....	46
Figura 23 – Navio hospitalar da classe Mariner USS Haven (AH-12) da Marinha Americana.....	46
Figura 24 – Rumo, Erro e Ângulo de leme para a simulação.....	47
Figura 25 – Trajetória da embarcação.....	47
Figura 26 – Guiagem por Linha de Visada.....	48

LISTAS DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BeiDou	Sistema de Navegação Satelital da China
CFD Dynamics)	Metodos computacionais de mecânica de fluidos(Computational Fluid
DP	Dynamic Positioning (posicionamento dinâmico)
Galileo	Sistema de Navegação Satelital europeu
GLONASS System)	Sistema de Navegação Satelital Russo (Global Navigation Satellite
GPS System)	Sistema de Navegação Satelital Americano (Global Positioning
GUI	Interface de Interação com Usuário (Guided User Interface)
MATLAB®	Software de programação da Mathworks Inc.
Simulink®	Software de simulações da Mathworks Inc.

LISTAS DE SÍMBOLOS

φ	Ângulo de Balanço (Roll)
θ	Ângulo de Caturro (Pitch)
ψ	Ângulo de Guinada (Yaw)
X	Força Resultante no eixo x
Y	Força Resultante no eixo y
Z	Força Resultante no eixo z
K	Momento Resultante no eixo x
M	Momento Resultante no eixo y
N	Momento Resultante no eixo z
R	Matriz de Rotação
x_G	Coordenada do centro de gravidade do corpo na direção do eixo x
y_G	Coordenada do centro de gravidade do corpo na direção do eixo y
z_G	Coordenada do centro de gravidade do corpo na direção do eixo z
u	Velocidade linear em relação ao eixo x
v	Velocidade linear em relação ao eixo y
w	Velocidade linear em relação ao eixo z
I_{nn}	Momentos de inércia do corpo em relação aos respectivos eixos;
p	Velocidade angular em relação aos eixos x
q	Velocidade angular em relação aos eixos y
r	Velocidade angular em relação aos eixos z
X_{ij}	Derivada hidrodinâmica da força X na direção i devido a um movimento em j

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.1 Apresentação do Problema	10
1.2 Justificativa e Relevância	10
1.3 Objetivos	11
1.3.1 Objetivo Geral	11
1.3.2 Objetivos Específicos	11
2 HIDRODINÂMICA	12
2.1 Equações de Movimento (EOM)	12
2.1.1 Modelagem	12
2.1.2 Definição das Forças Atuantes	16
2.1.2.1 Forças de Flutuação e Gravitacionais	16
2.1.2.2 Resistência e Força Propulsiva	17
2.1.2.3 Forças de Controle	21
2.1.2.4 Forças Aerodinâmicas e de Correntes	24
2.1.2.5 Forças devido a Massa Adicional de Fluido	25
2.1.2.6 Forças de Regime Constante	26
2.2 Resolução das Equações de Movimento	31
2.3 Outros Modelos e Considerações	32
3 CONTROLE	34
3.1 Controlador PID	35
3.1.1 Ação Proporcional	36
3.1.2 Ação Integral	36
3.1.3 Ação Derivativa	37
3.2 Regulador Linear Quadrático (LQR)	38
3.3 Filtro de Kalman	39
3.4 Lógica Nebulosa e Redes Neurais	41
4 METODOLOGIA E OBSERVAÇÕES	43

5 DESCRIÇÃO E RESULTADOS	43
6 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	49
REFERÊNCIAS	50
APÊNDICE (Lewandowski (2004))	54
APÊNDICE (Thacker and Lacey)	54

1. INTRODUÇÃO

No fim do último século a automação dos serviços, meios de produção, e bens de consumo aumentaram de forma exponencial. Softwares de atendimento automático, braços robóticos e pequenos robôs de limpeza se tornaram uma realidade constate e em crescimento no mundo atual. Seguindo esse tipo de inovação, uma parte da comunidade científica tem se dedicado ao desenvolvimento de veículos autônomos. A indústria naval não poderia ser diferente, desenvolvendo equipamentos de controle de trajetória/posição integrados à propulsão dos meios navais. Estes equipamentos assimilam sistemas de posicionamento global (GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou), sensores, agulhas giroscópicas, controladores e o sistema de propulsão visando a manutenção de rumo, permanência em um ponto no mar e até atracamento automático do navio no porto.

1.1 Apresentação do Problema

Pouco se dispõe a cerca de equipamentos de controle de trajetória e posição quando se diz respeito à Marinha do Brasil, seja por embarcações com este aparato ou por conhecimento nos sistemas mais modernos.

1.2 Justificativa e Relevância

Por se tratar de uma área bastante empírica ou com pouca documentação técnica disponível, o aumento do conhecimento teórico em controles de trajetória/posição e sua implementação, traria agilidade nos métodos utilizados para resolução e escolha do modelo utilizado. Em conjunto com a relevância observada à comunidade científica naval, tal conhecimento pode proporcionar melhor visão teórica a cerca do assunto pelas Diretorias Especializadas.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo proporcionar uma explicação sobre os fenômenos norteiam dinâmica de embarcações, modelagem do problema em questão, controle de trajetória e possíveis simulações.

1.3.2 Objetivos Específicos

Serão finalidades específicas deste estudo a comparação de resultados simulados com já obtidos na literatura, proporcionar uma integração entre teoria e prática, e desenvolvimento de diagrama que modele o problema de guiagem.

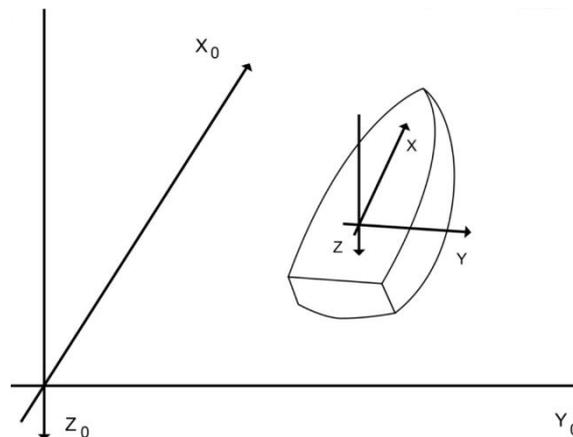
2. HIDRODINÂMICA

2.1 Equações de Movimento (EOM)

2.1.1 Modelagem

Quando desejamos modelar a dinâmica de uma embarcação em meio fluido, temos que imaginar o problema do movimento de um corpo com 6 Graus de Liberdade (translação e rotação em cada eixo de referência). A estes movimentos dá-se o nome de avanço (surge), deriva (sway) e afundamento (heave), para os de translação em torno de x , y e z , e de balanço (roll), caturro (pitch) e cabeceio ou guinada (yaw), para os de rotação, seguindo mesma lógica.

Figura 1 – Modelo de navio e sistemas de referência



Além da complexidade na formulação do movimento, temos que efetuar a mudança de um referencial inercial (com centro na Terra) para um não inercial localizado no centro de gravidade da embarcação e com movimento solidário ao corpo. Devido a isto alguns termos adicionais aparecem na Segunda lei de Newton e após essa mudança, podemos obter as acelerações as quais o corpo está submetido e determinar as equações de movimento.

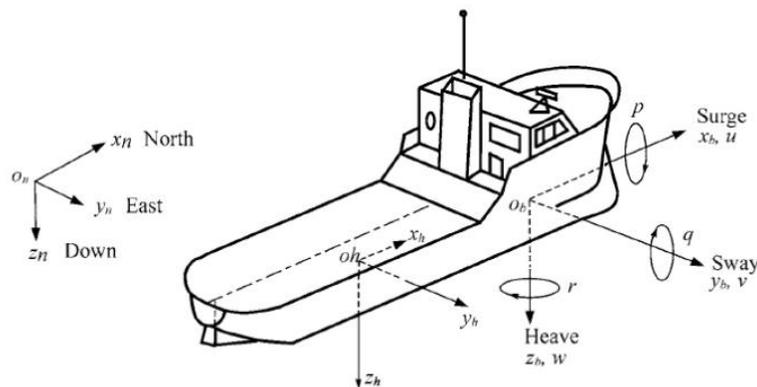
De acordo com Lewandowski em seu livro *The Dynamics of Marine Craft* (2004) as equações de movimento para um sistema de referência centrado em um ponto arbitrário no corpo tomam a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
X &= m [\dot{u} + wq - vr - x_g (q^2 + r^2) + y_g (pq - \dot{r}) + z_g (pr + \dot{q})] \\
Y &= m [\dot{v} + ur - wp - y_g (r^2 + p^2) + z_g (qr - \dot{p}) + x_g (qp + \dot{r})] \\
Z &= m [\dot{w} + vp - uq - z_g (p^2 + q^2) + x_g (rp - \dot{q}) + y_g (rq + \dot{p})]
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
K &= I_{xx} \dot{p} + I_{xy} (\dot{q} - pr) + I_{xz} (\dot{r} + pq) + I_{yz} (q^2 - r^2) + (I_{zz} - I_{yy}) qr + m [y_g (\dot{w} + vp - uq) - z_g (\dot{v} + ur - wp)] \\
M &= I_{yy} \dot{q} + I_{yz} (\dot{r} - qp) + I_{yx} (\dot{p} + qr) + I_{zx} (r^2 - p^2) + (I_{xx} - I_{zz}) rp + m [z_g (\dot{u} + wq - rv) - x_g (\dot{w} + vp - uq)] \\
N &= I_{zz} \dot{r} + I_{zx} (\dot{p} - rq) + I_{zy} (\dot{q} + rp) + I_{xyx} (p^2 - q^2) + (I_{yy} - I_{xx}) pq + m [x_g (\dot{v} + ur - wp) - y_g (\dot{u} + wq - rv)]
\end{aligned} \tag{2}$$

Onde, X , Y , Z são as forças resultantes em cada respectiva direção; m é a massa total do corpo; x_G , y_G e z_G são as coordenadas do centro de gravidade do corpo; u , v e w são as velocidades do lineares em relação ao sistema de referência centrado no corpo; K , M , N são os momentos resultantes em relação aos eixos x , y e z ; I_{nn} são os momentos de inércia do corpo em relação aos respectivos eixos; e p , q e r as velocidades angulares em relação aos eixos x , y e z .

Figura 2 – Representação do movimento no sistema de referências



Fonte: Vossen (2017)

Essa equação pode ser escrita também da forma (Fossen (1994)):

$$M_{RB} \dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB} \tag{3}$$

Onde M é a matriz de massa e inércias, C é a matriz de aceleração centrípeta e de Coriolis, τ são as forças e momentos resultantes em cada direção, v é o vetor com as

velocidades lineares e angulares ($v = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T$) e o subscrito RB quer dizer ao corpo rígido.

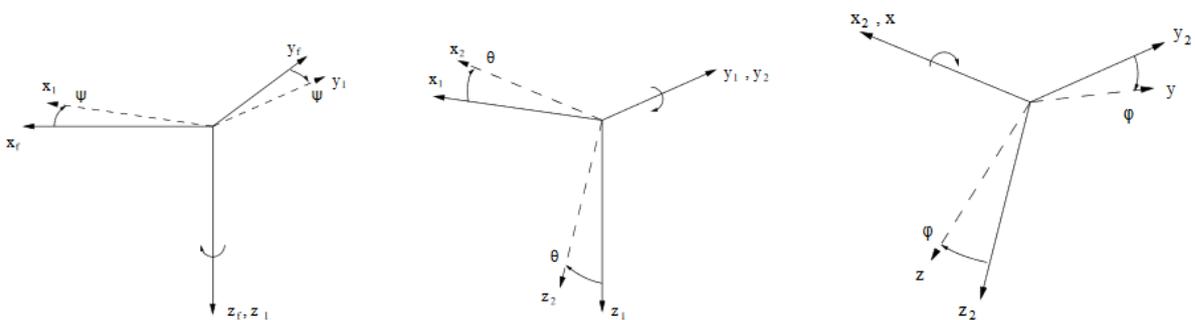
Ao optarmos por coincidir o ponto de localização do sistema de referências (Fossen (1994)) com o centro de gravidade da embarcação, as equações dos somatórios de forças (X) e somatório de momentos (X) se simplificam para:

$$\begin{aligned} X &= m[\dot{u} + wq - vr] \\ Y &= m[\dot{v} + ur - wp] \\ Z &= m[\dot{w} + vp - uq] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} K &= I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr \\ M &= I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp \\ N &= I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq \end{aligned} \quad (5)$$

Além disso, podemos definir as matrizes de rotação para a passagem de um referencial para outro com rotação em relação aos ângulos de Euler, assim, as Matrizes de Rotação para um giro em cada respectivo ângulo é igual a:

Figura 3 – Rotações em torno dos eixos de referência



Fonte: Caughey (2011)

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}(\psi) &= \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
\mathbf{R}(\theta) &= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \\
\mathbf{R}(\phi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{6}$$

Logo, a passagem de um referencial com rotação nos três eixos, ficaria da seguinte forma:

$$\mathbf{R}_I^B(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{R}(\phi)\mathbf{R}(\theta)\mathbf{R}(\psi) \tag{7}$$

$$\mathbf{R}_I^B(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\theta) & \cos(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) - \sin(\psi)\cos(\phi) & \cos(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) + \sin(\psi)\sin(\phi) \\ \sin(\psi)\cos(\theta) & \sin(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) + \cos(\psi)\cos(\phi) & \sin(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) - \cos(\psi)\sin(\phi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta)\cos(\phi) \end{bmatrix}$$

Veja que isto é completamente inteligível, pois uma rotação em torno do próprio eixo não gera mudança de coordenada nele próprio.

Posteriormente, para maiores simplificações, podemos considerar o movimento com 3 graus de liberdade, ignorando a translação no eixo z e rotações no x e no y, com abordagem similar a realizada por Gierusz (2016), Tomera (2014), Hajizadeh (2016) e outros. Isso resultará na obtenção, uma vez que solucionada a equação, da posição e o aproamento da embarcação. Neste caso também, podemos considerar que p, q e w assumem valores nulos ou muito pouco influentes na dinâmica dos outros graus de liberdade, simplificando ainda mais o modelo inicial para um de 3 Graus de Liberdade e com as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
X &= m[\dot{x} - vr] \\
Y &= m[\dot{y} + ur] \\
N &= I_{zz}\dot{\phi}
\end{aligned} \tag{8}$$

2.1.2 Definição das Forças atuantes

Uma vez definidas as formas das equações da Segunda Lei de Newton para o sistema de referencia não inercial, precisamos definir as forças que atuam no corpo. Esta parte acaba se tornando um tanto mais trabalhosa, já que dependem da geometria e características da embarcação e assumem formas não lineares. Ao longo do tempo abordagens, artifícios e correlações diversas foram estipulados de maneira a se obter verossimilhança do modelo matemático com o modelo físico. Seguiremos o modelo descrito na obra de Lewandowski (2004) comentando as discrepâncias observadas em outros modelos utilizados na literatura.

Assim, Lewandowski define que as forças e momentos resultantes que atuam no corpo em movimento em meio fluído podem ser decompostas em parcelas como “forças gravitacionais, hidrodinâmicas (incluindo hidrostática) e aerodinâmicas.” A estas ele impôs a seguinte subdivisão, às forças hidrodinâmicas, uma parcela devido a forças hidrostáticas e a forças de regime constante (corrente, arrasto e sustentação), forças que surgem ao se acelerar na água (massa adicional), forças de “controle” exercidas pelos equipamentos de orientação e rumo, forças de empuxo geradas por propulsores, e forças induzidas pelas ondas. Descrevendo a seguinte forma para as forças e momentos atuantes na embarcação:

$$\begin{aligned} F &= F_{G-B} + F_S + F_{AM} + F_C + F_P + F_W + F_A \\ M &= M_{G-B} + M_S + M_{AM} + M_C + M_P + M_W + M_A \end{aligned} \quad (9)$$

Onde F e M são as forças e momentos, os subscritos G-B designa força resultante gravitacional e devido a flutuabilidade (buoyancy), S para as de regime constante (steady), AM devido a inércia do fluído adjacente ou massa adicional (added mass), C para as de controle, P aos mecanismos de propulsão, W para as induzidas pelas ondas (wave), e A a força aerodinâmica.

2.1.2.1 Forças de flutuação e gravitacionais

As forças e momentos devido à gravidade e flutuabilidade são calculadas de acordo com a metodologia da mecânica clássica e princípio de Arquimedes. Pela referência, tomam a seguinte forma (dedução no apêndice):

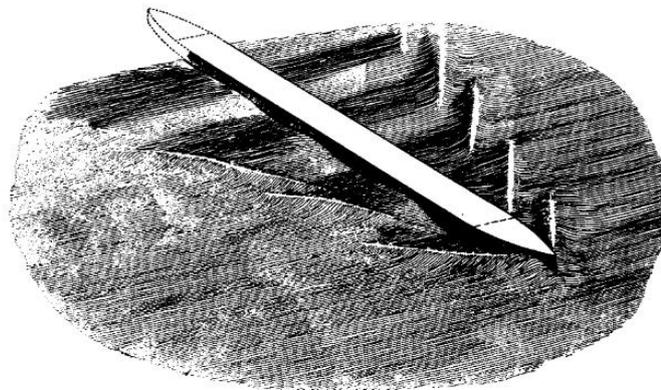
$$\begin{aligned}
F_{G-B} &= g(m - \rho\nabla)(\sin(\theta)\hat{\mathbf{i}} - \sin(\phi)\cos(\theta)\hat{\mathbf{j}} - \cos(\phi)\cos(\theta)\hat{\mathbf{k}}) \\
M_{G-B} &= g\{[(my_G - \rho\nabla y_B)\cos(\phi)\cos(\theta) - (mz_G - \rho\nabla z_B)\sin(\phi)\cos(\theta)]\hat{\mathbf{i}} \\
&\quad - [(mz_G - \rho\nabla z_B)\sin(\theta) + (mx_G - \rho\nabla x_B)\cos(\phi)\cos(\theta)]\hat{\mathbf{j}} \\
&\quad - [(mx_G - \rho\nabla x_B)\sin(\phi)\cos(\theta) + (my_G - \rho\nabla y_B)\sin(\theta)]\hat{\mathbf{k}}\}
\end{aligned} \tag{10}$$

Onde g é a aceleração da gravidade, m é a massa da embarcação, ρ é a massa específica do meio fluído, ∇ é o deslocamento, os índices com subscrito G são a localização do centro de gravidade e os com subscrito B a do centro de flutuação ou centro de carena.

2.1.2.2 Resistência e Força Propulsiva

Basicamente dois componentes são responsáveis pela resistência ao avanço da embarcação em meio fluído, um devido à viscosidade do fluído e outro dito como devido à geração de ondas. A componente devido à viscosidade inclui a força de arrasto, e a devido à geração de ondas representa a força necessária para acelerar o fluído adjacente gerando ondas com forma similar ao navio.

Figura 4 – Representação de W. Froude das ondas induzidas pelo movimento de embarcações



Fonte: Principles of Naval Architecture (1988)

É realizado em análise dimensional que a componente viscosa depende primariamente do número de Reynolds, enquanto a devido à geração de ondas depende do número de Froude.

Froude propôs também que estas parcelas poderiam ser separadas:

$$C_T(\text{Re}, \text{Fn}) = C_F(\text{Re}) + C_R(\text{Fn}) = \frac{R}{\frac{1}{2}\rho U^2 S} \quad (11)$$

Onde C_T é o coeficiente de resistência total, C_F é o coeficiente de resistência viscosa, C_R é o coeficiente de resistência residual (referente à geração de ondas), R é a força de resistência ao avanço, U é a velocidade da embarcação e S é a área submersa da embarcação no fluido.

Para a determinação destes coeficientes ensaios em tanques de reboque são realizados com modelos em escala de embarcações, porém, isto demanda que o modelo e a embarcação sejam, não só geometricamente, dinamicamente semelhantes. Devido à impossibilidade de obtenção de igualdade de ambos adimensionais, um procedimento para a determinação da resistência ao avanço para o navio foi listado conforme (Lewandowski (2004)):

-Inicialmente, realiza-se teste de reboque com modelo em velocidade equivalente à semelhança de número de Froude à embarcação, mede-se a resistência total e determina-se o coeficiente de resistência (C_{TM}) total para o modelo.

-Subtrai-se o valor do coeficiente de resistência viscosa do modelo (C_{FM}), obtendo-se o coeficiente de resistência residual (C_{RM}), a qual possui o mesmo valor para a embarcação ($C_{RM} = C_{RS}$).

-Soma-se o coeficiente de resistência viscosa da embarcação ao coeficiente de resistência residual e então calcula-se a resistência ao avanço.

A Conferência Internacional de Tanques de Reboque (ITTC) adota a seguinte forma para a determinação do coeficiente de resistência viscosa:

$$C_F = \frac{0,075}{\log_{10}(\text{Re}-2)^2} \quad (12)$$

Para a resistência devido à existência de apêndices e outros acessórios submersos, o cálculo é feito similarmente, somando a parcela devido ao movimento do acessório no fluido considerando apenas a parcela viscosa:

$$R = \frac{1}{2} \rho U^2 S C_T + \sum \frac{1}{2} \rho U^2 S_i C_{Fi} \quad (13)$$

Onde o subscrito i é referente a cada equipamento e à área submersa S exclui-se a área do(s) equipamento(s).

Devido à existência dos equipamentos de propulsão e controle (leme, etc), há uma queda de pressão à ré da embarcação, o que aumenta a resistência ao movimento, fazendo então com que o empuxo necessário seja maior do que quando estes equipamentos não estavam presentes. Assim a força resultante é função do empuxo gerado (T) e reduzida de um fator chamado de coeficiente de redução da força propulsiva (t).

$$T - R = tT \text{ ou } T(1 - t) = R \quad (14)$$

Esse coeficiente pode ser determinado através de ensaios em tanques com modelos reduzidos da embarcação.

Sabe-se que o empuxo gerado pelo propulsor é função de sua geometria, velocidade de avanço e sua rotação. Com o intuito de se determinar a formulação que resulta no valor de empuxo e torque, realiza-se análise adimensional. Os coeficientes obtidos em tal procedimento são os coeficientes de empuxo (K_T), coeficiente de torque (K_Q) e coeficiente de avanço (J).

$$K_T(J) = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (15)$$

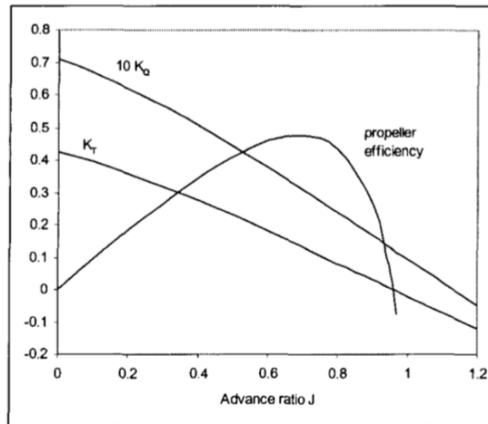
$$K_Q(J) = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} \quad (16)$$

$$J = \frac{U_A}{nD} \quad (17)$$

Onde n é a rotação do propulsor em revoluções por segundo, D é o diâmetro do propulsor, U_a é a velocidade de avanço e Q é o torque gerado pelo propulsor. Similarmente,

ensaios (ensaios de água aberta) são realizados para a determinação desses adimensionais. Regressões de segunda e terceira ordem para as curvas de desempenho do propulsor podem ser obtidas na literatura.

Figura 5 – Curvas de desempenho de propulsores obtidas em ensaios de água aberta



Fonte: Lewandowski (2004)

Para a força propulsiva resultante, Lewandowski considerou a inclinação no o somatório da quantidade de propulsores e ângulo entre a linha de eixo e a quilha (ε), em casos de embarcações de grande porte isto é desconsiderado, porém, para embarcações menores, este ângulo pode exceder 10° (Lewandowski (2004)).

$$\begin{aligned} X_p &= \sum (1 - t_i) T_i \cos(\varepsilon_i) \\ Z_p &= - \sum (1 - t_i) T_i \sin(\varepsilon_i) \end{aligned} \quad (18)$$

Para a força propulsiva resultante, Lewandowski considerou a inclinação no o somatório da quantidade de propulsores e ângulo entre a linha de eixo e a quilha (ε), em casos de embarcações de grande porte isto é desconsiderado, porém, para embarcações menores, este ângulo pode exceder 10° (Lewandowski (2004)).

Se a orientação do empuxo gerado não cruzar o eixo y, um momento de pitch aparecerá.

$$M_p = X_p z_p - Z_p x_p \quad (19)$$

Já os momentos em x e z, são considerados como dependentes do torque gerado pelo propulsor (seguindo regra da mão direita) e do ângulo da linha de eixo, descrita anteriormente.

$$\begin{aligned} K_p &= -\sum \pm Q_i \cos(\varepsilon) \\ N_p &= \sum \pm Q_i \sin(\varepsilon) \end{aligned} \quad (20)$$

Na literatura podem ser encontradas também correlações para forças em embarcações com ângulo de ataque, o que resultaria em momentos e forças transversais.

Para embarcações com hidrojato, o empuxo líquido produzido acaba sendo função da vazão mássica e da velocidade relativa do jato em relação à embarcação:

$$T = \rho Q(U_j - u) = \rho U_j A_j (U_j - u) \quad (21)$$

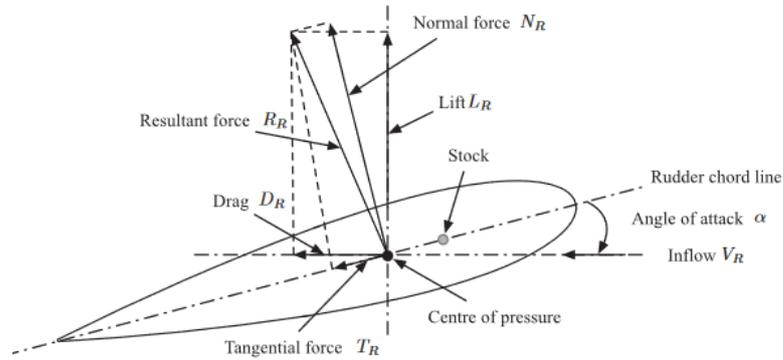
Onde Q é a vazão volumétrica, U é a velocidade do jato e A a área do hidrojato.

2.1.2.3 Forças de controle

As forças de controle são todas aquelas geradas por equipamentos, que quando a utilizados, produzem ou se deseja produzir alteração no rumo e orientação da embarcação. Para estes equipamentos foram considerados lemes, propulsores azimutais, hidrojetos com defletores e “bow thrusters”.

Para a força induzida pelo leme, algumas correlações empíricas são encontradas na literatura, todas estas assumem formulação similar.

Figura 6 – Forças induzidas pelo leme



Fonte: Liu & Hekkenberg (2016)

Para as forças de sustentação (L_r) e arrastos (D_r) no leme, Lewandowski utiliza as seguintes correlações:

$$L_r = \frac{1}{2} \rho U_r^2 A_r \Lambda \delta_r$$

$$D_r = \frac{1}{2} \rho U_r^2 A_r \frac{\Lambda^2 \delta_r^2}{\pi a_e}$$
(22)

Onde U_r é a velocidade do fluxo de água no leme, A_r é a área do leme, a_e é a razão de aspecto (razão entre a altura do leme pelo seu comprimento), δ_r é o ângulo de leme, e Λ é a derivada do coeficiente de sustentação em relação ao ângulo de ataque ($\Lambda = \frac{dC_l}{d\alpha}$).

Para as forças e momentos induzidos na embarcação:

$$X_r = -D_r$$

$$Y_r = L_r$$

$$K_r = -L_r z_r$$

$$N_r = L_r x_r + D_r y_r$$
(23)

Para lemes do tipo “flap rudder”, a formulação da força de sustentação no leme se torna função, também, do ângulo da aleta (θ) e da posição da articulação (x_h).

$$L_r = \frac{1}{2} \rho U_r^2 A_r \Lambda \delta_r f(\theta_h)$$

$$f(\theta_h) = \frac{[2(\pi - \theta_h) + 2 \sin \theta_h]}{2\pi}$$

$$\theta_h = \arccos\left(1 - 2 \frac{x_h}{c}\right)$$
(24)

Vale ressaltar que a interação casco-propulsor-hélice faz com que os valores determinados via formulação anterior possam não ser tão exatos quanto os determinados experimentalmente.

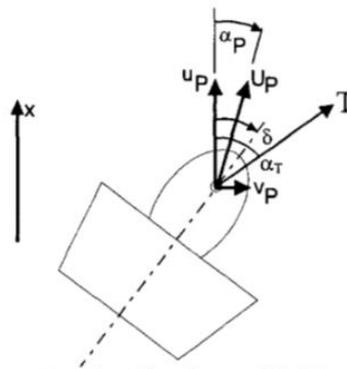
Para propulsores azimutais, o empuxo gerado se torna função do coeficiente de empuxo alternativo (C_T) determinado experimentalmente.

$$T = C_T \frac{1}{2} \rho [U_A^2 + (0,7\pi D)^2] \frac{\pi}{4} D^2$$

$$X_P = T \cos(\alpha_P)$$

$$Y_P = T \sin(\alpha_P)$$
(25)

Figura 7 – Representação esquemática de um propulsor azimutal



Fonte: Lewandowski (2004)

No caso de hidrojetos com defletores, o empuxo gerado é igual ao mencionado anteriormente. As forças induzidas ao navio devido a deflexão do jato d'água nas direções x e y são iguais:

$$\begin{aligned} X_r &= T(1 - \cos \delta) \\ Y_r &= T \sin(\delta) \end{aligned} \quad (26)$$

Onde T é empuxo total calculado pela expressão (15), neste caso, desconsiderando a velocidade da embarcação, e o momento gerado é calculado multiplicando as forças induzidas pelos respectivos braços de alavanca.

Para embarcações equipadas com “bow thrusters” sem velocidade de avanço, Lewandowski considerou uma regressão de segunda ordem explícita para o empuxo em função da rotação da hélice do equipamento.

$$T_r(n_T) = T_{TMAX} \left(\frac{n_T}{n_{TMAX}} \right)^2 \quad (27)$$

Em embarcações com velocidade longitudinal, uma região de baixa pressão entre o jato de água e o navio é gerada, fazendo com que exista um momento, em torno do eixo z, contrário ao movimento desejado. Ao se aumentar esta velocidade, esta região diminui, amenizando assim o efeito deste momento oposto.

2.1.2.4 Forças Aerodinâmicas e de Correntes

Para os efeitos de vento e corrente nas equações de movimento, Lewandowski considerou os fenômenos com valores constantes e uniformes.

Aos ventos com velocidade U_A e ângulo de incidência ψ_A , as velocidades relativas podem ser calculadas:

$$\begin{aligned} u_a &= u + U_A \cos(\psi_A - \psi) \\ v_a &= v - U_A \sin(\psi_A - \psi) \end{aligned} \quad (28)$$

$$U_a = \sqrt{u_a^2 + v_a^2}$$

$$\psi_a = \arctan\left(\frac{v_a}{u_a}\right)$$
(29)

E, por conseguinte, a força e momento aerodinâmicos:

$$X_A = \frac{1}{2} \rho U_A^2 A_{TA} C_{XA}(\psi_a)$$

$$Y_A = \frac{1}{2} \rho U_A^2 A_{LA} C_{YA}(\psi_a)$$

$$N_A = Y_A(\psi_a) x_A(\psi_a)$$
(30)

Onde os coeficientes de força aerodinâmica são considerados referente a área acima d'água a qual o vento incide.

Para o problema considerando correntes, a consideração foi que a única alteração a ser feita, seria em considerar a velocidade relativa, similarmente ao considerado anteriormente, no cálculo das forças hidrodinâmicas apenas.

$$u_w = u - U_c \cos(\psi_c - \psi)$$

$$v_w = v - U_c \sin(\psi_c - \psi)$$
(31)

2.1.2.5 Forças devido a Massa Adicional de Fluido

Techet (2016) definiu que a “massa adicional, em um sentido físico, é o peso adicionado a um sistema devido ao fato de que um corpo, acelerando ou desacelerando, precisa mover parte do fluido que o circunda”. Para Fossen (1994), tal “deve ser entendido como forças e momentos, induzidos por pressões, devido ao movimento harmônico forçado pelo corpo que é proporcional a sua aceleração”. Ambas as definições possuem um fundamento físico que norteia o aparecimento de tais forças, movimentos de corpos submersos em meios fluídos, com velocidades não uniformes, induzem pressões ao fluido adjacente e este reage com o corpo de forma contraria.

Seguindo a definição de Fossen, teríamos algo similar a um tensor de massas adicionais:

$$\begin{matrix} F_{AM} \\ M_{AM} \end{matrix} = \begin{bmatrix} X_{AM} \\ Y_{AM} \\ Z_{AM} \\ K_{AM} \\ M_{AM} \\ N_{AM} \end{bmatrix}_T = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} & m_{46} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} & m_{56} \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} & m_{64} & m_{65} & m_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Definindo os componentes da matriz de massas adicionais como m_{ij} , uma fácil deliberação seria que cada termo estaria associado à força na direção i devido a uma aceleração em j . Perceptível, também, que os termos com índice i e j iguais a 1, 2, 3 seriam análogos a massas e com índices iguais a 4, 5, 6 a momentos de inércia. Esta matriz é simétrica, portanto m_{12} é igual a m_{21} .

A formulação mais geral para as forças e momentos devido à massa adicional, estipulada por Techet:

$$\begin{aligned} F_j &= -\dot{U}_i m_{ij} - \varepsilon_{jkl} U_i \Omega_k m_{li} \\ M_j &= -\dot{U}_i m_{j+3,i} - \varepsilon_{jkl} U_i \Omega_k m_{l+3,i} - \varepsilon_{jkl} U_k U_i m_{li} \end{aligned} \quad (33)$$

Onde U é a velocidade linear, Ω é a velocidade angular, os índices i assumem valores iguais a 1, 2, 3, 4, 5, 6 e j, k, l valores iguais a 1, 2, 3, e ε :

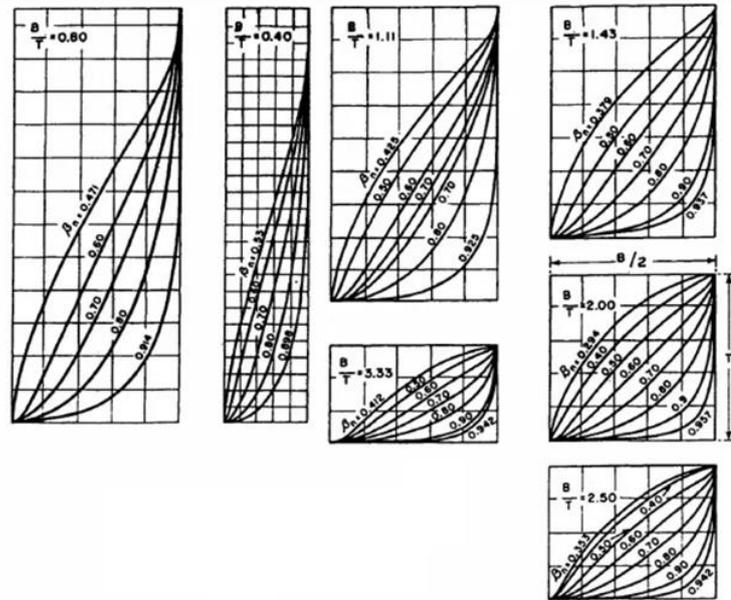
$$\varepsilon_{jkl} = \begin{cases} 0; & \text{se qualquer } j, k, l \text{ forem iguais} \\ 1; & \text{se } j, k, l \text{ estiverem em ordem crescente} \\ -1; & \text{se } j, k, l \text{ estiverem em ordem inversa} \end{cases}$$

Assim, para jkl iguais a 123, ε é igual a 1 e para jkl iguais a 231, ε é igual a -1 .

Os termos da matriz de massas adicionais podem ser calculados por formulação ou via teoria das faixas, que define que um corpo pode ser descrito pela soma de formas de

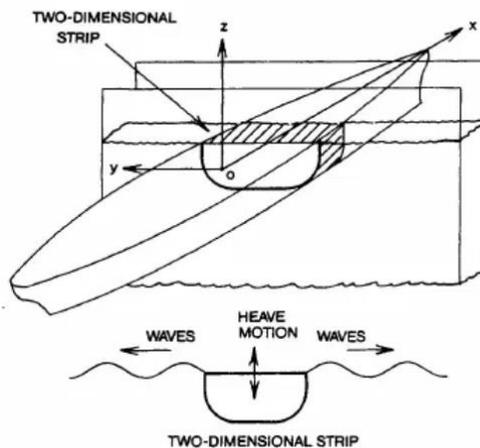
espessura infinitesimal, assim, os termos referentes ao navio, podem ser calculados por formas conhecidas.

Figura 8 – Formas de Lewis para diferentes razões de dimensão da Boca/Calado



Fonte: Principles of Naval Architecture (1988)

Figura 9 – Teoria das faixas



Fonte: Principles of Naval Architecture (1988)

São facilmente encontrados na literatura resultados experimentais para os termos da matriz de massas adicionais para formas conhecidas, porem listar cada uma delas fugiria o escopo do presente trabalho. Algumas destas publicações se encontram na referência.

2.1.2.6 Forças de regime constante

Para as forças e momentos em regime constante, Lewandowski define como “as forças e momentos hidrodinâmicos que atuam em um corpo quando este se move com velocidade linear constante ou velocidade angular, exclusivo das forças devido à massa adicional, propulsão e aparatos de controle”. Como a determinação dessas forças envolve a solução da equação de Navier-Stokes, sua solução é de difícil obtenção, e formulações empíricas são necessárias.

Um artifício para isso é definir as forças e momentos devido ao movimento da embarcação como funções de outros parâmetros e então decompô-las em séries de Taylor, determinando seus termos experimentalmente. Lewandowski, em sua abordagem, assume que as forças e momentos são funções apenas das velocidades, já que as forças e momentos dependentes das acelerações foram categorizados devido aos efeitos da massa adicional. Algumas divergências encontradas com outros modelos serão comentadas posteriormente.

$$F = f(u, v, w, p, q, r) \quad (34)$$

Para Lewandowski, escolheu tal regressão até o termo de terceira ordem assumindo hipótese de pequenas perturbações, $F = X_s(u + U, v, w, p, q, r)$ toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned} X_s = X_0 &+ \left(u \frac{\partial}{\partial u} + v \frac{\partial}{\partial v} + w \frac{\partial}{\partial w} + p \frac{\partial}{\partial p} + q \frac{\partial}{\partial q} + r \frac{\partial}{\partial r} \right) X_0 \\ &+ \frac{1}{2!} \left(u \frac{\partial}{\partial u} + v \frac{\partial}{\partial v} + w \frac{\partial}{\partial w} + p \frac{\partial}{\partial p} + q \frac{\partial}{\partial q} + r \frac{\partial}{\partial r} \right)^2 X_0 + \dots \end{aligned} \quad (35)$$

Onde X_0 é interpretada como a derivada de X avaliada em torno da condição de equilíbrio, ou seja, X_0 é avaliado próximo a velocidade constante u ,

e $\left(u \frac{\partial}{\partial u} + v \frac{\partial}{\partial v} + w \frac{\partial}{\partial w} + p \frac{\partial}{\partial p} + q \frac{\partial}{\partial q} + r \frac{\partial}{\partial r} \right)^2$ resulta em:

$$\left(u \frac{\partial}{\partial u} + v \frac{\partial}{\partial v} + \dots\right)^2 = u^2 \frac{\partial^2}{\partial u^2} + uv \frac{\partial}{\partial u \partial v} + uw \frac{\partial}{\partial u \partial w} + \dots$$

Combinações de parâmetros relativos a velocidades e acelerações, significando interação entre forças viscosas e as devido elementos de inércias, são considerados relativamente pequenos e não são considerados.

Assim, tomando como exemplo a força hidrodinâmica de regime constante na direção x e já simplificando os termos devido à simetria da embarcação, teríamos algo da seguinte forma:

$$\begin{aligned} X_s = & X_0 + X_w w + X_q q + X_{vv} v^2 + X_{ww} w^2 + X_{pp} p^2 + X_{qq} q^2 + X_{rr} r^2 + X_{vp} vp + X_{vr} vr \\ & + X_{wq} wq + X_{pr} pr + X_{wwq} w^2 q + X_{wqq} wq^2 + X_{wvv} wv^2 + X_{wrr} wr^2 + X_{qvv} qv^2 + X_{qrr} qr^2 \\ & + X_{wpp} wp^2 + X_{ppq} p^2 q + X_{vwr} vwr + X_{vrq} vrq + X_{vwp} vwp + X_{wpr} wpr + X_{vpq} vpq + X_{rpq} rpq \\ & + X_{www} w^3 + X_{qqq} q^3 \end{aligned} \quad (36)$$

Onde os itens X_{ijk} (i, j e k variam entre u, v, w, p, q e r) chamados de derivada ou coeficiente hidrodinâmico. Esses termos são determinados através de ensaios, CFD ou por correlações estipuladas através de ensaios com diversos tipos de embarcações.

A correlação estipulada por *Clarke et. al.*(1982) foi determinada através de regressão de dados obtidos para embarcações de diferentes formas. Essas correlações propõem uma aproximação inicial dos valores dos coeficientes hidrodinâmicos adimensionalizados, já que possuem erros residuais consideráveis (Lewandowski), além de contabilizarem efeitos da massa adicional.

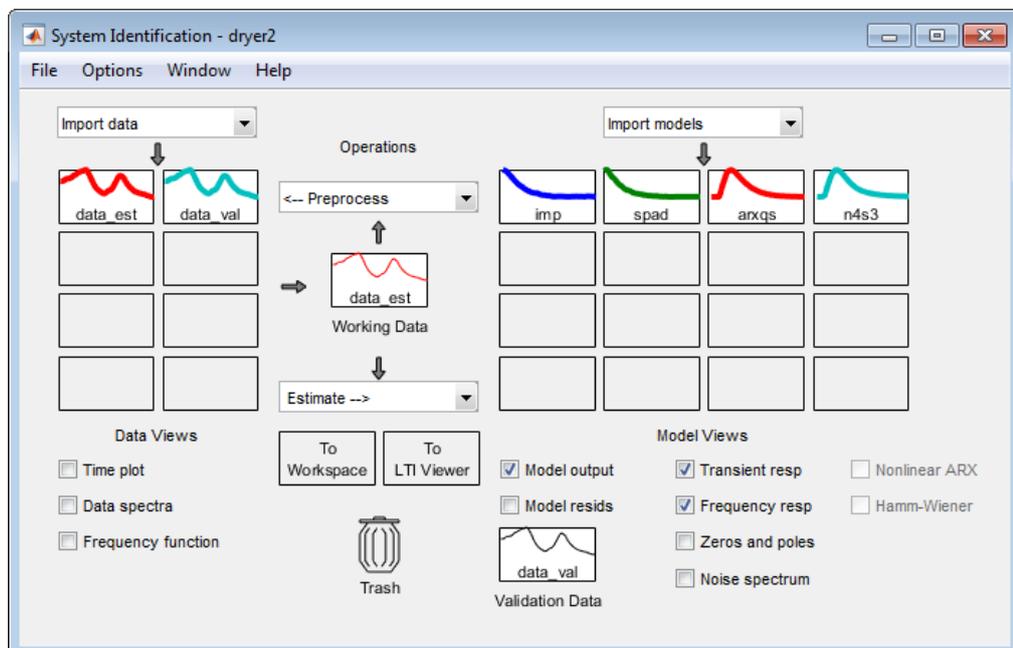
$$\begin{aligned} Y'_v = & -\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 \left[1 + 0,4 C_B \left(\frac{B}{T}\right)\right] \\ Y'_v = & -\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 \left[1 + 0,16 C_B \left(\frac{B}{T}\right) - 5,1 \left(\frac{B}{L}\right)^2\right] \\ Y'_r = & -\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 \left[-\frac{1}{2} + 2,2 \left(\frac{B}{L}\right) - 0,08 \left(\frac{B}{T}\right)\right] \\ Y'_r = & -\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 \left[0,67 \left(\frac{B}{L}\right) - 0,0033 \left(\frac{B}{T}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned}
 N'_v &= -\pi \left(\frac{T}{L} \right)^2 \left[\frac{1}{2} + 2,4 \left(\frac{T}{L} \right) \right] \\
 N'_v &= -\pi \left(\frac{T}{L} \right)^2 \left[1,1 \left(\frac{B}{L} \right) - 0,041 \left(\frac{B}{T} \right) \right] \\
 N'_r &= -\pi \left(\frac{T}{L} \right)^2 \left[\frac{1}{4} + 0,0039 \left(\frac{B}{T} \right) - 0,56 \left(\frac{B}{L} \right) \right] \\
 N'_r &= -\pi \left(\frac{T}{L} \right)^2 \left[\frac{1}{12} + 0,017 C_B \left(\frac{B}{T} \right) - 0,33 \left(\frac{B}{L} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{38}$$

Onde B é a boca, L é o comprimento entre perpendiculares, T é o calado, e C_B é o coeficiente de bloco da embarcação.

Outra solução, como mencionado, é a realização de ensaios com manobras específicas e a determinação dos valores dos coeficientes pelos dados coletados através sensoramento. O Software da Mathworks, Matlab® possui ferramenta de identificação de sistemas com dados de entrada, podendo advir de captação dos testes realizados.

Figura 10 – GUI para identificação de sistemas

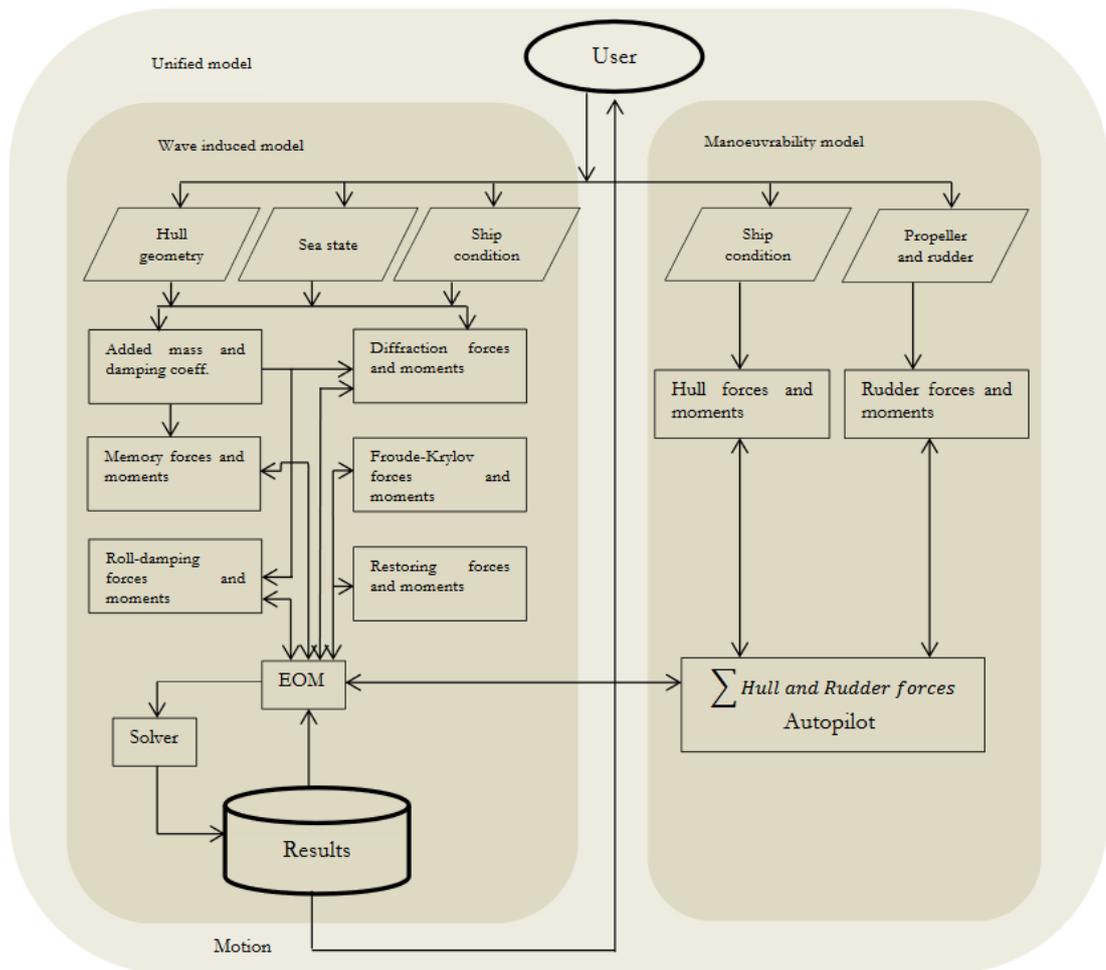


Fonte: <https://www.mathworks.com/help/ident/ref/systemidentification-app.html>

2.2 Resolução das Equações de Movimento

Para a resolução das equações de movimento, uma vez que já determinada a forma geral, pode ser realizada mediante métodos de integração numérica ou por simplificações, gerando equações menores e de solução mais usual.

Figura 11 – Fluxograma de modelagem da dinâmica de embarcações



Fonte: Koskinen (2012)

Para os problemas de manobrabilidade, rumo e controle de posição, a desconsideração de alguns graus de liberdade conforme já previamente mencionado.

2.3 Outros Modelos e Considerações

Outras abordagens na formulação do problema podem ser encontradas na literatura. Uma possibilidade, e comumente utilizada, é a do artifício efetuado na determinação das forças e momentos hidrodinâmicos de “regime constante”, como colocou Lewandowski, ser utilizado conjuntamente para as forças e momentos devido à massa adicional. Tal estratégia conduziria a serem funções, não somente da velocidade do corpo, mas também de suas acelerações.

$$F = f(u, v, w, p, q, r, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}) \quad (39)$$

Isto faria com que surgissem derivadas hidrodinâmicas referentes também às acelerações.

Para Fossen (1994), as forças e momentos podem ser classificados como relacionados a equipamentos de propulsão, ambientais e os induzidos pelo movimento no fluido. A parcela ambiental envolve correntes marítimas, ondas e vento. Já os relacionados a equipamentos de propulsão dizem respeito às forças geradas pelos propulsores e aparatos de controle, como lemes e outros. E as induzidas pelo movimento no fluido, as forças devido à massa adicional, forças restauradoras e amortecimento hidrodinâmico, como ele colocou. Isto faz com que o disposto na equação (3), fique da seguinte maneira:

$$M\ddot{\eta} + C(v)\dot{\eta} + D(v)\eta + g(\eta) = \tau + \tau_E \quad (40)$$

$$M = M_{RB} + M_{AM} \quad e \quad C(v) = C_{RB}(v) + C_{AM}(v)$$

A abordagem utilizada por Gierusz (2016) em seu trabalho define quatro macros elementos indutores de forças, assim, uma parcela devido ao movimento do casco no meio fluido, a qual ele definiu como o subscrito “h” (hidrodinâmica), uma devido a equipamentos de orientação ativos como propulsores, bow thrusters e propulsores azimutais, definido pelo subscrito “asd”, outra devido a equipamentos de orientação passivos como lemes e estabilizadores designado pelo subscrito “psd”, e a ultima devido a distúrbios como ondas e ventos .

$$\begin{aligned}\mathbf{F} &= \mathbf{F}_h + \mathbf{F}_{asd} + \mathbf{F}_{psd} + \mathbf{F}_{dist} \\ \mathbf{M} &= \mathbf{M}_h + \mathbf{M}_{eoa} + \mathbf{M}_{eop} + \mathbf{M}_{dist}\end{aligned}\quad (41)$$

Algo a ser analisado quando consideramos sistemas dinâmicos é o quesito de estabilidade, assim um sistema poderá apresentar resposta estável ou instável a depender de suas características intrínsecas. Em movimentos com diferentes graus de liberdade e acoplamento entre eles, a estabilidade nos eixos não qual o de movimento pode ser analisada – a esta estabilidade se dá o nome de estabilidade direcional. O critério de estabilidade direcional é importante quando desejamos analisar os efeitos das características de projeto na manobrabilidade da embarcação.

Seguindo a abordagem contida do SNAME (1952) e utilizando as equações de movimento adimensionalizadas considerando apenas as forças devido ao movimento da embarcação no meio fluído, ficamos com:

$$\begin{aligned}-Y'_v v' + (m' - Y'_{\xi})\xi - (Y'_r - m')r' - Y'_{\xi}\xi &= 0 \\ -N'_v v' - N'_{\xi}\xi - N'_r r' + (I'_{zz} - N'_{\xi})\xi &= 0\end{aligned}\quad (42)$$

E, propondo-se soluções do tipo $v = V e^{\lambda t}$ e $r = R e^{\lambda t}$, ficamos com:

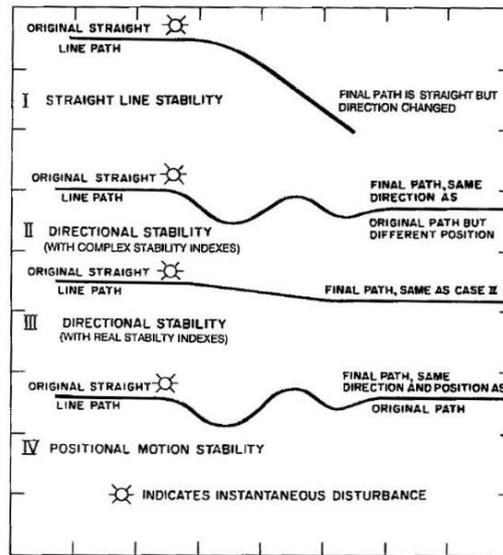
$$\begin{aligned}[-Y'_v + (m' - Y'_{\xi})\lambda]V + [-(Y'_r + m') + Y'_{\xi}\lambda]R &= 0 \\ [-N'_v - N'_{\xi}\lambda]V + [-N'_r + (I'_{zz} - N'_{\xi})\lambda]R &= 0\end{aligned}\quad (43)$$

Reescrevendo em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} -Y'_v + (m' - Y'_{\xi})\lambda & -(Y'_r + m') + Y'_{\xi}\lambda \\ -N'_v - N'_{\xi}\lambda & -N'_r + (I'_{zz} - N'_{\xi})\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ R \end{bmatrix} = 0 \quad (44)$$

Esta equação só possui solução quando o determinante da matriz, que multiplica as constantes de integração V e R, é nulo. Ao λ chama-se de índices de estabilidade e seus valores desejados possuem parte real negativa.

Figura 12 – Tipos de estabilidade direcional



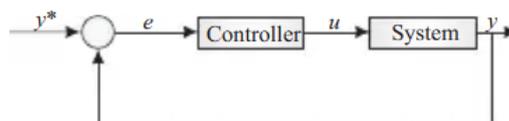
Fonte: Principles of Naval Architecture (1988)

3. CONTROLE

Todo sistema físico possui comportamento que, nem sempre, corresponde com o que gostaríamos ou esperávamos. Com o objetivo de alterar essa resposta projetaram-se equipamentos chamados controladores, possuindo forma de atuações diversas. A idéia básica destes mecanismos é a minimização do erro (diferença entre uma referência (“set”) e o valor realmente obtido), alcançando assim proximidade ao valor desejado.

Maior parte destes dispositivos utiliza retroalimentação para comparação do valor desejado com o medido e assim tomar as diferentes abordagens possíveis.

Figura 13 – Modelo de controle com retroalimentação



Fonte: Alavala (2007, p. 81)

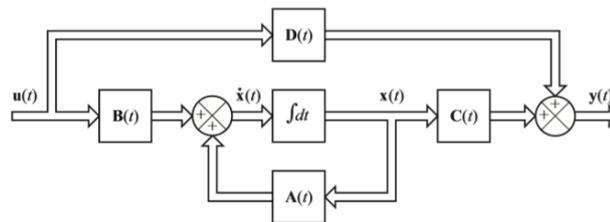
Definindo o modelo genérico conforme figura 13, onde e é o erro, determinado como sendo a diferença entre o valor de saída y e o valor de referência y^* (“set”) e u é conhecido como sinal de controle.

Podemos representar sistemas lineares de diferentes formas, uma delas é através de espaço de estados, que a forma:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ y &= \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{D} \mathbf{u}\end{aligned}\quad (45)$$

Onde x é o vetor de estado, A é a matriz de estado, B é a matriz de entrada e u é o vetor de entrada do sistema, y é o vetor de saída, C é a matriz de saída e D é a matriz de transmissão direta.

Figura 14 – Diagrama de blocos de um sistema linear representado em espaço de estados



Fonte: Ogata (2010, p. 27)

Este tipo de representação é bastante útil em análise de estabilidade de sistemas e também no caso de otimização de controle por regulador linear quadrático conforme será visto posteriormente.

Todos os dispositivos a seguir mencionados são, ou já foram, utilizados no controle de trajetória e posicionamento dinâmico de embarcações.

3.1 Controlador PID

Os equipamentos mais usualmente utilizados são os controladores do tipo Proporcional-Integral-Derivativos (PIDs), os quais realizam a correção do valor do sinal para

o desejado por uma parcela proporcional (P) ao erro, uma proporcional a integral (I) do erro e uma proporcional a sua taxa de variação (D).

$$u(t) = K_p e(t) + \int_0^t K_i e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (46)$$

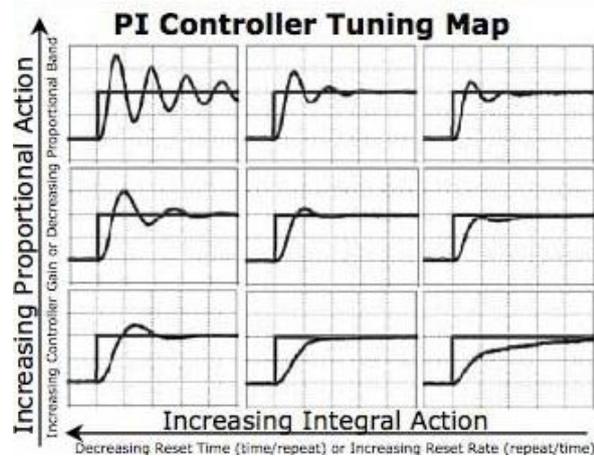
3.1.1 Ação Proporcional

Esta produz uma saída proporcional à entrada no controlador, sendo a constante de proporcionalidade o ganho K_p . Este termo considera o quão distante a saída se afasta da referência, então, à medida que o erro aumenta, o sinal de controle aumenta proporcionalmente, à medida que ele diminui, este diminui também. Geralmente, ao aumentarmos o ganho, aumentamos a velocidade da resposta do sistema, porém, se aumentarmos consideravelmente, o sistema começa a aumentar suas oscilações.

3.1.2 Ação Integral

Esta produz uma saída proporcional à integral do sinal de entrada no controlador, sendo a constante de proporcionalidade o ganho K_i . Este termo considera o quão demorado a saída do sistema se encontra do sinal de referência, assim, constantemente soma o erro ao longo do tempo, vindo a mesmo um pequeno erro produzir um valor considerável. A ação integral tende a acelerar a resposta do sistema e é uma alternativa para correção do erro de regime, gerado pela ação proporcional.

Figura 15 – Influência da variação dos parâmetros em controladores do tipo PI



Fonte: <https://www.yokogawa.com/fr/library/resources/white-papers/pid-tuning-in-distributed-control-systems/>

3.1.3 Ação Derivativa

Esta produz uma saída proporcional à taxa de variação do sinal de entrada no controlador, sendo a constante de proporcionalidade o ganho K_d . Este termo considera o quão rápido a variação do valor do erro acontece, assim, se o erro cresce rapidamente, seu sinal também irá aumentar. Tal fator implica na diminuição do tempo de acomodação, porém, em sistemas que apresentam alto ruído proveniente de sensoriamento, pode possuir ação significativa, levando o sistema a assumir comportamento instável.

Tabela – Influência da variação dos parâmetros de controladores do tipo PID aos valores do Tempo de subida, Overshoot, Tempo de Acomodação e Erro de Regime

Parameter Increase	Rise time	Overshoot	Settling Time	Steady-state error
K_p	↓	↑	Small Change	↓
K_i	↓	↑	↑	Great reduce
K_d	Small Change	↓	↓	Small Change

Fonte:

https://people.ece.cornell.edu/land/courses/ece4760/FinalProjects/s2012/fas57_nyp7/Site/pidcontroller.html

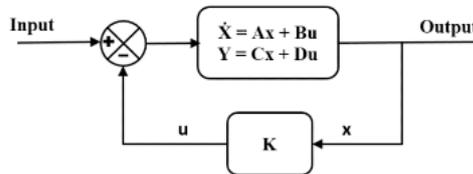
3.2 Regulador Linear Quadrático (LQR)

Em problema de otimização de controladores, procura-se obter parâmetros de maneira a se alcançar menores valores de “função custo”. Estas funções mapeiam os parâmetros operacionais que geralmente gostaríamos de minimizar, como potência consumida, erro de regime permanente, entre outros. O problema no qual a dinâmica do sistema é descrita por uma serie de equações diferenciais lineares e o custo por equações diferenciais quadráticas é chamado de problemas lineares quadráticos.

Para um sistema linear e contínuo no tempo descrito em formulação de estado de espaço da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \\ u &= -\mathbf{K}x\end{aligned}\tag{47}$$

Figura 16 – Diagrama de bloco de controlador LQR



Fonte: Ghandi e Ramachandran (2017, p. 8)

E função custo:

$$J = \psi(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t) dt\tag{48}$$

Onde ψ é o custo terminal e J é o custo total sendo a soma do custo terminal e integral dos custos até o fim do processo.

A matriz de ganhos ótima K é igual a:

$$K = -R^{-1}B^T P\tag{49}$$

P é determinada pela solução da equação matricial algébrica de Riccati (MARE), descrita por:

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \tag{50}$$

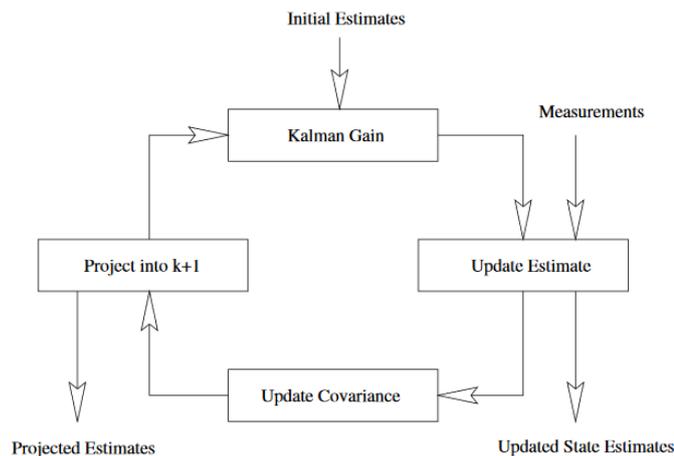
Q e R são matrizes positivas definidas que satisfazem fazendo o custo terminal ser zero ($\psi=0$) e L:

$$L = \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} u^T R u \tag{51}$$

3.3 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é uma ferramenta estatística que utiliza abordagem preditiva para cálculo de estados estimados de sistemas com ruído e erro de medição. Para isto, utiliza conhecimento do sistema, do seu estado (mensurado), e uma estimativa. Assim, atualiza a estimativa do estado atual (k) do sistema através do estado medido e calcula uma nova estimativa para um tempo posterior (k+1), podendo assim ser usado recursivamente.

Figura 17 – Fluxograma do Filtro de Kalman



Description	Equation
Kalman Gain	$K_k = P'_k H^T (H P'_k H^T + R)^{-1}$
Update Estimate	$\hat{x}_k = \hat{x}'_k + K_k (z_k - H \hat{x}'_k)$
Update Covariance	$P_k = (I - K_k H) P'_k$
Project into k + 1	$\hat{x}'_{k+1} = \Phi \hat{x}_k$ $P_{k+1} = \Phi P_k \Phi^T + Q$

Fonte: Thacker e Lacey (1998, p.129)

Devido a isso, possui grande aplicação em sistemas de controle de posição e rumo, tendo sua notória aplicação no programa espacial Apollo e em diversas aplicações militares.

Seguindo a modelagem de *Thacker e Lacey (1998)*, o qual define um processo com a seguinte forma:

$$x_{k+1} = \Phi x_k + w_k \quad (52)$$

Onde x_k é o vetor de estados no instante k, Φ é a matriz de transição para o estado posterior (k+1), e w_k é o ruído de associado ao processo.

Assumindo que as informações adquiridas observando o sistema são modeladas similarmente:

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (53)$$

Onde z_k é o vetor de estados medido, H é a conexão entre os estados, e v_k é o erro ou ruído associado à medição.

O objetivo do problema é uma estimativa para os estados (\hat{x}_k), Kalman modelou a atualização da estimativa de estados utilizando uma estimativa anterior (\hat{x}'_k) da seguinte forma:

$$\hat{x}_k = \hat{x}'_k + K_k (z_k - H\hat{x}'_k) \quad (54)$$

Onde K_k é o ganho de Kalman, e o termo $z_k - H\hat{x}'_k$ é chamado de inovação ou residual mensurado. Para que possamos obter estimativas melhores, o ganho de Kalman tem que ser otimizado, assim, isto é feito derivando o traço da matriz de covariância de erros (P_k) com relação ao ganho de Kalman, igualando a zero e solucionando a equação.

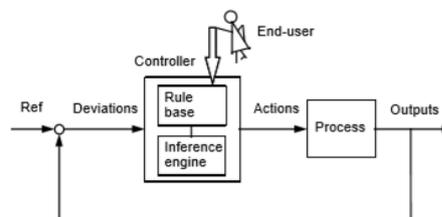
$$\begin{aligned} K_k &= P'_k H^T (H P'_k H^T + R)^{-1} \\ P_k &= (I - K_k H) P'_k \end{aligned} \quad (55)$$

3.4 Lógica Nebulosa e Redes Neurais

A lógica nebulosa (“fuzzy”), concebida em meados da década de 60 pelo matemático e engenheiro eletricitista Lotfi A. Zadeh através da teoria de grupos difusos (“fuzzy sets”), tem como base o processamento multivalorado de informações. Ela possibilita uma “subordinação parcial” dos elementos a grupos, não ficando imposta lógica rígida como a Booleana. Assim, um dado não precisa ser “verdadeiro” ou “falso”, “zero” ou “um”, “membro” ou “não membro”, valores intermediários podem ser assumidos, como “quão verdadeiro” é este fato ou “quão falso” ele é. Com isso, podemos quantificar matematicamente estes dados e então processá-los de maneira a gerar um modo mais humano de ação. Além disso, aceita facilmente variáveis lingüísticas como “alto” ou “baixo”, por estes fatos é bastante empregada nas áreas de engenharia de processos e ciência da computação.

Os controladores nebulosos, descrito por *Jantsen (1998)* como “controle por sentenças ao invés de equações”, utilizam regras difusas para correlacionar suas entradas e saídas, como, por exemplo, “SE rotação da roda direita é x E rotação da roda esquerda y E $x > y$, ENTÃO aplicar pressão no freio direito”, devido a isto, controla.

Figura 18 – Diagrama de um controlador nebuloso direto



Fonte: Jantsen (1998, p. 4)

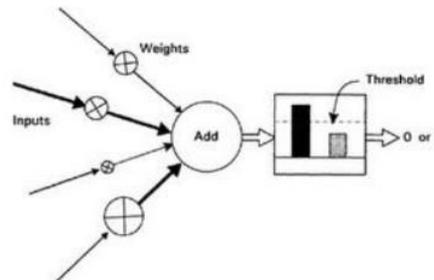
De acordo com *Alavala (2007)*, controladores nebulosos possuem desempenho melhor do que os controladores PID.

As redes neurais são, por definição, “arranjos interconectados de elementos de processamento ou nós, que a funcionalidade é fracamente baseada no neurônio. A capacidade de processamento da rede é então armazenada na força das conexões, ou “pesos”, obtidos por processos de adaptação, ou aprendizado, a partir de padrões de treinamento”.

O propósito da utilização deste artifício é de gerar modelos de redes de neurônios artificiais, capazes de se intercomunicarem e “aprenderem” melhores caminhos de obtenção

do que se é desejado. Segundo *Gurney (1997)*, uma rede de camada única (“Perceptron”) com função de ativação do condicional é a forma mais básica de neurônio artificial.

Figura 19 – Neurônio artificial de camada única



Fonte: Gurney (1997, p. 14)

Está é composta por um nó, representado na figura como a função de somatório e limiar, pesos das conexões (W_i) e entradas (X_i). Nas redes neurais artificiais as entradas são combinadas nos nós com pesos diferentes e então inseridas em uma “função de ativação”, neste caso uma condicional retornando “zero” caso o limite não seja alcançado e “um” quando o valor ultrapassar o limite. O termo rede é utilizado para qualquer arranjo de neurônios artificiais.

A capacidade de aprendizado da rede é obtida através da modificação das conexões existentes ou de criação de novas. Isto para redes neurais artificiais é realizado variando o peso de suas conexões.

Esses dois artifícios são também utilizados em conjunto, produzindo a rede neural nebulosa, que tentará reproduzir a resposta correta com valores admissíveis de entrada, podem ser observados em algoritmos de reconhecimento facial e de imagem.

4. METODOLOGIA E OBSERVAÇÕES

Foi realizada pesquisa bibliográfica em conjunto com realização de simulações e análise de resultados. Procurou-se gerar o máximo de informação possível ao que se refere à dinâmica de embarcações e controle de trajetória, para posterior desenvolvimento de algoritmos e simulações de veículos navais auto-tripulados e rastreamento de coordenadas.

A veracidade dos resultados obtidos depende de quão o modelo utilizado se aproxima do real. Adotou-se abordagem do ponto de vista da cinemática, similar a contida na obra de Fossen (1994), pois, para o problema de rastreamento de coordenadas, isto traria maior simplicidade e facilidade na resolução das equações. Considerou-se, também, velocidade longitudinal constante e transversal nula, ou relativamente pequena, o que, caso não fosse verdade, alteraria a forma da equação da velocidade no sistema de referência inercial, conforme será visto a seguir. Sabe-se que para manobras este fato não é verdade, já que surgiriam acelerações fazendo com que o problema seja um pouco mais complexo do que o considerado.

Observou-se também que o pacote “Marine Systems Simulator (MSS)” desenvolvido em conjunto por Fossen, Perez, Smogeli, entre outros, demonstra ser uma boa iniciativa para simulações de dinâmica de embarcações. Este pacote pode ser encontrado no site do seu criador e possui algoritmos de fácil entendimento e adaptação para casos desejados. Algumas das referências do mesmo autor possuem exemplos de práticos com algoritmos em linguagem do MATLAB®.

5. DESCRIÇÃO E RESULTADOS

Para as simulações foi realizada abordagem de rastreamento de coordenadas, similarmente contido na obra “*Guidance and Control of Ocean Vehicles*” de Fossen. Para isto, foi utilizada a função de transferência de Nomoto, que relaciona a deflexão do leme com a velocidade angular no eixo z e é obtida realizando a transformada de Laplace das equações (8) linearizadas.

As funções de transferência de Nomoto de 1ª ordem e de 2ª ordem possuem a seguinte forma:

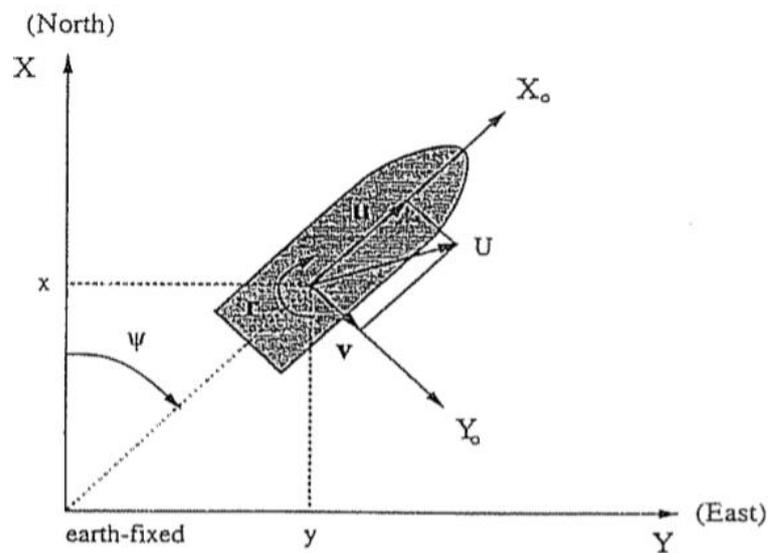
$$\frac{r(s)}{\delta(s)} = \frac{K}{(1+Ts)} \quad (56)$$

$$\frac{r(s)}{\delta(s)} = \frac{K(1+T_3s)}{(1+T_1s)(1+T_2s)} \quad (57)$$

Onde T são constantes de tempo e K é o ganho da taxa de guinada estática, e ambos dependem do tipo da embarcação.

Para as equações que ditam a cinemática do problema, foi utilizado modelo igual ao da figura, com a exceção de que a velocidade transversal v foi considerada nula para simplificação.

Figura 20 – Sistema de referências para rastreamento de trajetória



Fonte: Fossen (1994)

Assim, as expressões para as coordenadas no sistema de referencial inercial, do ponto de vista da cinemática:

$$\begin{aligned}\dot{\psi} &= r \\ \dot{x} &= U \cos(\psi) \\ \dot{y} &= U \sin(\psi)\end{aligned}\quad (58)$$

Assim, para a determinação das coordenadas, basta integrar as equações anteriores e aplicar as condições iniciais:

$$\begin{aligned}x &= \int U \cos(\psi) + x(0) \\ y &= \int U \sin(\psi) + y(0)\end{aligned}\quad (59)$$

Onde $x(0)$ e $y(0)$ são as coordenadas de partida. Com esse modelo, foi gerado diagrama de blocos no Simulink® para realização das simulações utilizando controle PID em malha fechada para alcançar o ângulo de leme desejado. Os parâmetros da função de transferência de Nomoto foram obtidos na literatura (Fossen (2011)) e os ganhos do controlador determinados mediante GUI Tuner interno ao próprio software.

Figura 21 – Diagrama de blocos da simulação

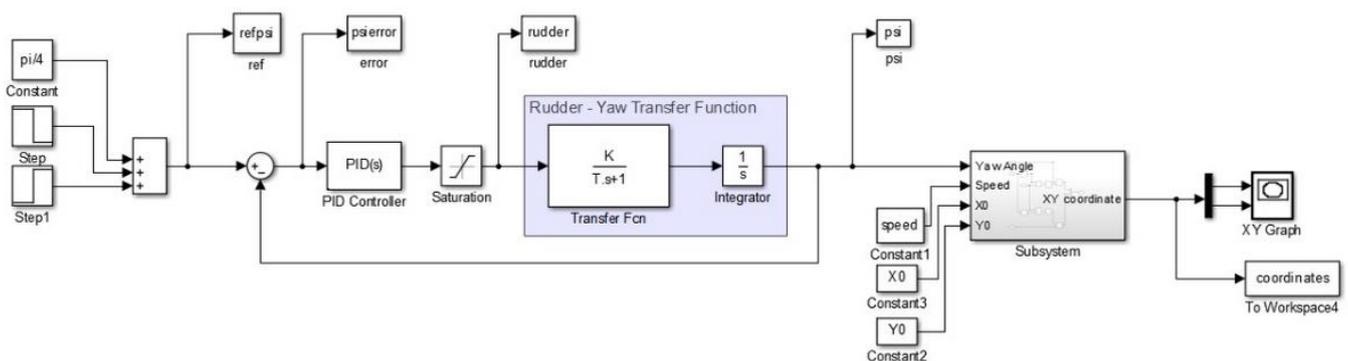
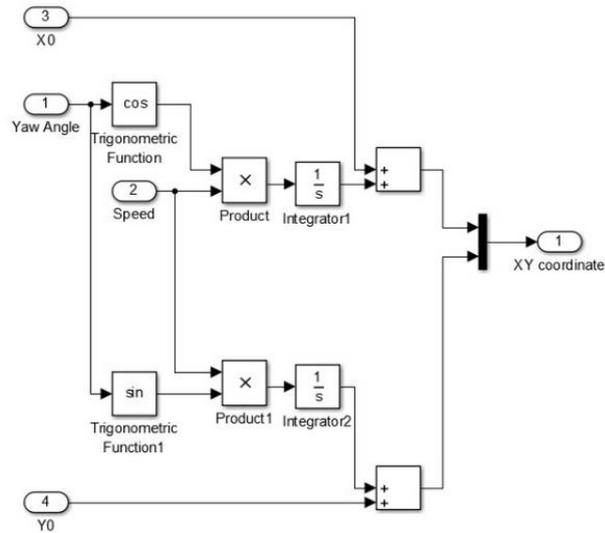


Figura 22 – Subsistema com a cinemática



Inicialmente desejou-se verificar o quão apropriado estava o diagrama, portanto os valores utilizados foram de tais maneiras a se obter mesmo resultado de Cuevas (2014).

Uma vez analisada a verossimilhança dos resultados obtidos, partiu-se para realização de simulações com embarcação do tipo cargueiro da classe Mariner ($K = 0.185$; $T_1 = 118$; $T_2 = 7.8$; $T_3 = 18.5$). Empregou-se saturação do ângulo de leme significando o valor máximo que o equipamento consegue alcançar, o qual varia dependendo do tipo de leme empregado na embarcação.

Figura 23 – Navio hospitalar da classe Mariner USS Haven (AH-12) da Marinha Americana



Fonte: <http://www.usshaven.org/>

Consideraram-se na simulação um ângulo Máximo de leme de 35° e velocidade de 17,5 nós, assim como comandados ângulo de leme de 18° para estibordo aos 350 segundos de simulação e 33° para bombordo no instante igual a 500 segundos. Os resultados obtidos foram:

Figura 24 – Rumo, Erro e Ângulo de leme para a simulação

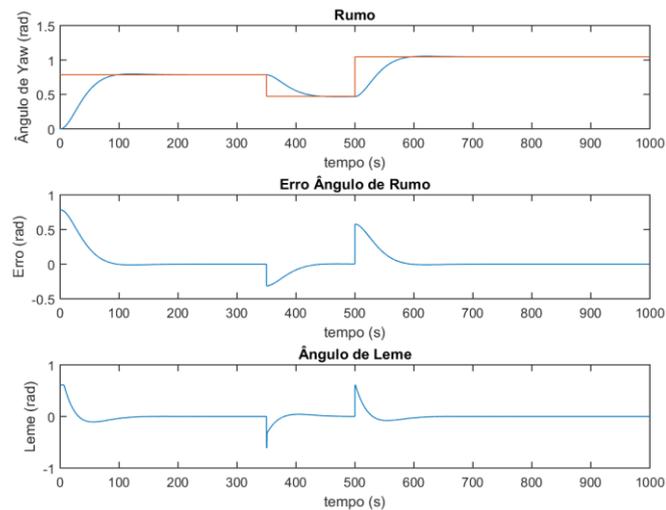
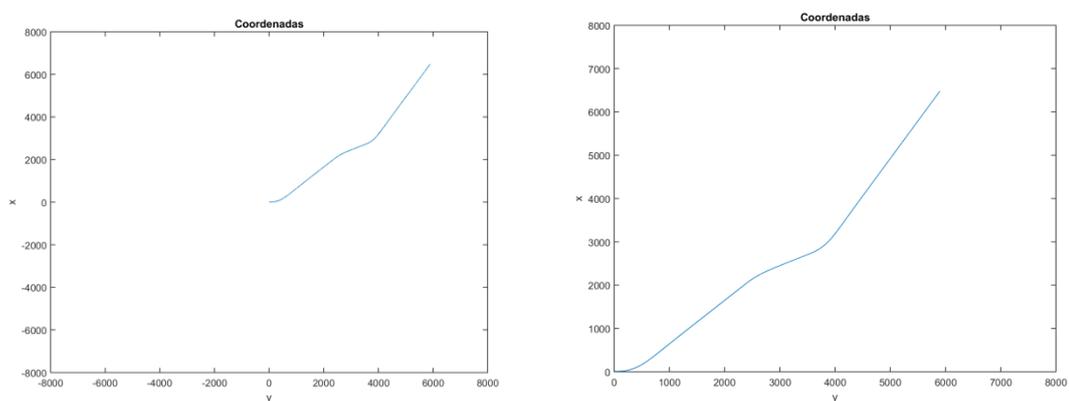


Figura 25 – Trajetória da embarcação



Seria interessante, em outro trabalho, a implementação de sistema de piloto automático por geração de waypoints. Fossen listou dois tipos de controle de trajetória por waypoints, um que traça uma linha reta entre cada ponto na carta e outro que faz isso a cada instante, a qual ele especificou como por Linha de Visada (“Line of Sight”).

O controle de trajetória por reta entre dois pontos calcula o rumo desejado a partir de dois waypoints já determinados antes de se iniciar o movimento.

$$\psi_d = \arctan\left(\frac{y_d(t_f) - y_d(t_0)}{x_d(t_f) - x_d(t_0)}\right) \quad (60)$$

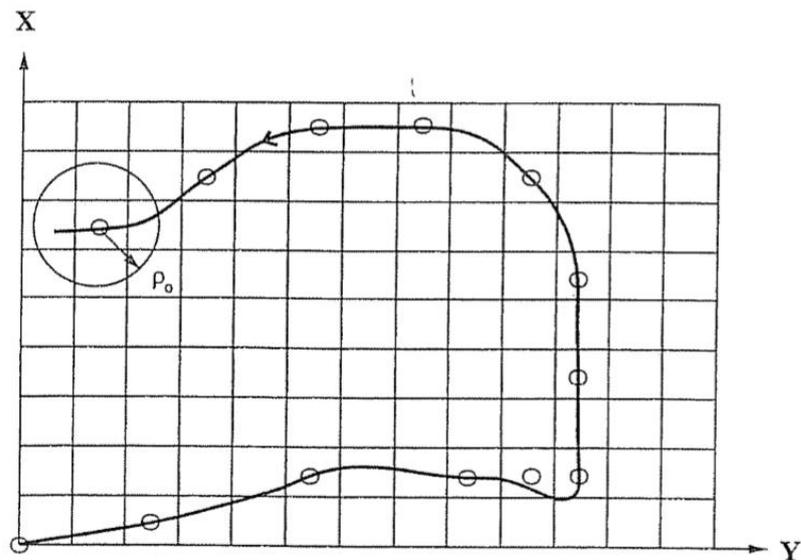
Já o por Linha de Visada, calcula a cada iteração um rumo desejado referente ao waypoint e a posição da embarcação no momento.

$$\psi_d = \arctan\left(\frac{y_d(k) - y(t)}{x_d(k) - x(t)}\right) \quad (61)$$

Neste caso também, deve-se levar em consideração um raio máximo de aceitação (ρ_0) que a embarcação deve passar próxima do waypoint, especificado de acordo com a natureza do problema.

$$[x_d(k) - x(t)]^2 + [y_d(k) - y(t)]^2 = \rho_0^2 \quad (62)$$

Figura 26 – Guiagem por Linha de Visada



Fonte: Fossen (1994)

6. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Foram obtidas respostas similares, quando utilizados os mesmo parâmetros, às alcançadas por Cuevas (2014). A formulação descrita por Fossen (1994) no problema de rastreamento de coordenadas configura uma boa iniciativa para a implementação de sistemas de posicionamento dinâmico e controle de trajetória. Conseguiu-se, de maneira razoável, obter um modelo que resulta no mapeamento do movimento e orientação da embarcação no plano.

Sugere-se que, para trabalhos futuros, seja aprimorado o modelo de controle de waypoint com formulação cinemática conforme foi utilizado nas simulações. Boa parte da literatura a respeito de sistema de guiagem automática utiliza definição similar, obtendo uma aproximação razoável e simples para o problema. Trabalhos passíveis de ajudarem em tal estão contidos nas referências e algumas informações dentro do texto. Uma investida interessante seria de implementar algoritmo de geração de pontos no mapa, de maneira a procurar que a embarcação alcance uma rota planejada.

REFERÊNCIAS

ALAVALA, CHENNAKESAVA R. **Fuzzy Logic and Neural Networks: Basic Concepts & Applications** New Age International (P) Ltd., Jawaharlal Nehru Technological University, Andhra Pradesh, India, 2007.

BERTRAM, VOLKER **Practical Ship Hydrodynamics** Ed. Elsevier, 2ª Ed., Oxford, UK, 2012

CAMARGOS, FERNANDO L. **Lógica Nebulosa: uma abordagem filosófica e aplicada.** Departamento de Informática e Estatística, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 2002.

CARRILLO, SANDRA., CONTRERAS, JUAN. **Obtaining First and Second Order Nomoto Models of a Fluvial Support Patrol using Identification Techniques** Escuela Naval de Cadetes Almirante Padilla, Cartagena, Colombia, 2018

FOSSSEN, THOR I. **Guidance and Control of Ocean Vehicles.** John Wiley & Sons Ltd., University of Trondheim, Norway, 1994.

FOSSSEN, THOR I. **Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control.** John Wiley & Sons Ltd., University of Trondheim, Norway, 2011.

FOSSSEN, THOR I. **A Nonlinear Unified State-Space Model for Ship Maneuvering and Control in a Seaway.** Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2005.

GHASSEMI, HASSAN., YARI, EHSAN. **The Added Mass Coefficient computation of sphere, ellipsoid and marine propellers using Boundary Element Method** Polish Maritime Reserch, n.1, v.18, p. 17-26, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Irã, 2011.

GHANDI, PUNEET., RAMACHANDRAN, K. I. **Performance Analysis of Half Car Suspension Model with 4 DOF using PID, LQR, FUZZY and ANFIS Controllers.** Department of Electronics and Communications Engineering, Amrita University, India, 2017.

GIERUSZ, WITOLD. **Modelling the Dynamics of Ships with Different Propulsion Systems for Control Purpose.** Polish Maritime Reserch, n.1, v.23, p. 31-36, Gdynia Maritime University, Gdynia, Poland, 2016.

GURNEY, KEVIN. **An Introduction to Neural Networks.** Polish Maritime Reserch, cap. 1, p. 13-16, University of Sheffield, London, UK, 1997.

HAJIZADEH, S., SEIF, M.S., MEHDIGHOLI, H. **Determination of Ship Maneuvering Hydrodynamics Coefficients using System Identification Technique based on Free-Running Model Test,** Sharif University of Technology, Department of Mechanical Engineering, Tehran, Iran, 2016.

HARIPRASAD, S. A., PAMPAPATHI, SINGH, VIJAY., KRISHNA., K., SHARATH., SHASHIKALA, T. D., **A Design Approach to Rudder Controller** International Journal of Computer Science and Technology, India, 2012.

INMAN, D. J. **Engineering Vibration** Pearson Prentice Hall, 3^arev., cap. 4, New Jersey, US, 2008.

JANTZEN, JAN. **Design of Fuzzy Controllers.** Department of Automation, Technical university of Denmark, Lyngby, Denmark, 1998.

JUDGE, CAROLYN Q. **USNA EN455: Seakeeping and Maneuvering (Course Notes).** United States Naval Academy, cap .7, p. 137-140, United States Naval Academy, Maryland, United States, 2015.

KOSKINEN, KRISTIAN **Numerical simulation of ship motion due to waves and manoeuvring** KTH School of Engineering, Stockholm, Sweden, 2012.

LEWANDOWSKI, EDWARD M.. **The Dynamics of Marine Craft: Maneuvering and Seakeeping. Advanced Series on Ocean Engineering, Advanced Series on Ocean Engineering**, Washington DC, USA, v.22, jan./jun. Ed. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2004. p. 14-27.

LEWIS, EDWARD V. **Principles of Naval Architecture** The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 2^arev., v.2, cap. 5, p.1-27 New Jersey, US, 1988.

LIU, JIALUN. HEKKENBERG, ROBERT **Sixty years of research on ship rudders: effects of design choices on rudder performance**, Ships and Offshore Structures, vol. 12, n. 4, p. 495-512, Informa UK Limited, 2016

McCREIGHT, R. WILLIAM A **Mathematical Model for Surface Ship Maneuvering** David Taylor Research Center, Maryland, US, 1991.

MENG, WANG., SHENG, LI HONG., QING, MIAO., RONG, BIAN GUANG RONG. **Intelligent control algorithm for ship dynamic positioning** Archives of Control Sciences, vol. 24, n. 4, p. 479-497, 2014.

MOLLAND, ANTHONY F., TURNOCK, STEPHEN R. **Marine Rudders and Control Surfaces: Principles, Data, Design and Applications** Ed. Elsevier, Oxford, UK, 2007

OGATA, KATSUHIKO. **Engenharia de Controle Moderno** Pearson Prentice Hall, 5 ed., São Paulo, Brasil, 2010.

PEREZ, T., SMOGELI, O. N., FOSSEN, T. I., SORENSEN, A. J. **An Overview of the Marine Systems Simulator (MSS): A simulink® Toolbox for Marine Control Systems** Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2006.

ROSS, ANDREW **Nonlinear Manoeuvring Models for Ships: a Lagrangian Approach** Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2008.

SMOGELI, OYVIND NOTLAND. **Controllo of Marine Propellers: from Normal to Extreme Conditions** Department of Marine Technology, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2006.

TECHET, A. H., **2.016 Hydrodynamics Course Readings: Added Mass** Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, US, 2003.

THACKER, NEIL, LACEY, TONY. **Tutorial: The Likelihood Interpretation of the Kalman Filter** Imaging Science and Biomedical Engineering Division, Medical School, University of Manchester, UK.

THE MANOEUVRING COMITTEE. **Final Report and Recommendations to the 23rd ITTC 23rd International Towing Tank Conference**, p.12, 2008.

TOMERA, MIROSLAW. **Dynamic Positioning System for a Ship on Harbour Manoeuvring with Different Observers. Experimental Results.** Polish Maritime Reserch, n.3, v.21, p. 13-24, Gdynia Maritime University, Gdynia, Poland, 2014.

TRIANAFYLLOU, MICHAEL S., HOVER, FRANZ S. **Maneuvering and Control of Marine Vehicles.** Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, US, 2003.

VOSSSEN, I. M. VAN DER. **Improving the combined operation of Dynamic Positioning and motion compensation from a control engineering perspective.** Department of Ocean Engineering, Delft University of Technology, South Holland, NE, 2017.

APÊNDICE (*Lewandowski (2004)*)

Para o cálculo da força gravitacional, temos que achar o vetor da aceleração da gravidade correspondente no sistema de referências do navio:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{g}_{xyz}\} &= \{\mathbf{R}_I^B\}^{-1} \{\mathbf{g}\} \\ \mathbf{g}_{xyz} &= -g\sin(\theta)\hat{\mathbf{i}} + g\sin(\phi)\cos(\theta)\hat{\mathbf{j}} + g\cos(\phi)\cos(\theta)\hat{\mathbf{k}} \end{aligned}$$

Logo, para a força devido à gravidade:

$$\mathbf{F}_G = m\mathbf{g}_{xyz} = -mg\sin(\theta)\hat{\mathbf{i}} + mg\sin(\phi)\cos(\theta)\hat{\mathbf{j}} + mg\cos(\phi)\cos(\theta)\hat{\mathbf{k}}$$

Considerando a localização(ρ) de aplicação da força de gravidade, podemos calcular o momento devido a esta:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{G_{xyz}} &= \rho_G \times \mathbf{F}_G \\ \mathbf{M}_{G_{xyz}} &= mg[(y_G \cos(\phi)\cos(\theta) - z_G \sin(\phi)\cos(\theta))\hat{\mathbf{i}} + (-z_G \sin(\theta) - x_G \cos(\phi)\cos(\theta))\hat{\mathbf{j}} \\ &\quad + (x_G \sin(\phi)\cos(\theta) + y_G \sin(\theta))\hat{\mathbf{k}}] \end{aligned}$$

Realizamos procedimento análogo para com a força de empuxo:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{B_{xyz}} &= \{\mathbf{R}_I^B\}^{-1} \mathbf{F}_B = \rho g \nabla (\sin(\theta)\hat{\mathbf{i}} - \sin(\phi)\cos(\theta)\hat{\mathbf{j}} - \cos(\phi)\cos(\theta)\hat{\mathbf{k}}) \\ \mathbf{M}_{B_{xyz}} &= -\rho g \nabla [(y_B \cos(\phi)\cos(\theta) - z_B \sin(\phi)\cos(\theta))\hat{\mathbf{i}} + (-z_B \sin(\theta) - x_B \cos(\phi)\cos(\theta))\hat{\mathbf{j}} \\ &\quad + (x_B \sin(\phi)\cos(\theta) + y_B \sin(\theta))\hat{\mathbf{k}}] \end{aligned}$$

Onde ∇ é o deslocamento da embarcação.

APÊNDICE (*Thacker & Lacey*)

Definindo a matriz de covariância dos erros e a matriz de covariância do erro de medição.

$$P_k = E \begin{bmatrix} e_k & e_k^T \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} (x_k - \hat{x}_k) & (x_k - \hat{x}_k)^T \end{bmatrix}$$

$$P_k = E \left[\begin{bmatrix} (I - K_k H)(x_k - \hat{x}_k) - K_k v_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (I - K_k H)(x_k - \hat{x}_k) - K_k v_k \end{bmatrix}^T \right]$$

$$R = E \begin{bmatrix} v_k & v_k^T \end{bmatrix}$$

Unindo as equações e manipulando, obtemos a formula de atualização da covariância:

$$P_k = (I - K_k H) P'_k (I - K_k H)^T + K_k R K_k^T$$

$$T[P_k] = T[P'_k] - 2T[K_k H P'_k] + T[K_k (H P'_k H^T + R) K_k^T]$$

$$\frac{dT[P_k]}{dK_k} = -2(H P'_k)^T + 2K_k (H P'_k H^T + R)$$

$$K_k = P'_k H^T (H P'_k H^T + R)^{-1}$$

Substituindo o ganho de Kalman ótimo na equação da estimativa da matriz da covariância dos erros:

$$P_k = (I - K_k H) P'_k$$