

Tese apresentada à Pró-reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica, na Área de Mecânica do Voo.

Rafael de Abreu González

**ANÁLISE PREDITIVA NA DETECÇÃO DE FALHAS NO ROTOR
PRINCIPAL COM FOCO NA VIBRAÇÃO EM UM HELICÓPTERO
SEGUNDO A FILOSOFIA HUMS**

Tese aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados:



Donizeti de Andrade
Orientador



Ariosto Bretanha Jorge
Co-orientador

Celso Massaki Hirata
Pró-Reitor de Pós-Graduação e Pesquisa

Campo Montenegro
São José dos Campos, SP-Brasil
2011

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Divisão de Informação e Documentação

González, Rafael de Abreu
Análise Preditiva na Detecção de Falhas no Rotor Principal com Foco na Vibração em um Helicóptero segundo a Filosofia HUMS/ Rafael de Abreu González.

São José dos Campos, 2011.
135f.

Tese de Mestrado – Engenharia Aeronáutica e Mecânica , Área de Mecânica do Voo – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2011. Orientador: Prof. Dr. Donizeti de Andrade. Co-orientador: Prof. Ariosto Bretanha Jorge.

1. Vibração. 2. Manutenção preditiva .3. Detecção de falhas .4. Helicópteros .5. Aeronaves de asas rotativas .6. Engenharia aeronáutica .I. González, Rafael de Abreu. II. Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. III. Análise Preditiva na Detecção de Falhas no Rotor Principal com Foco na Vibração em um Helicóptero segundo a Filosofia HUMS.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

GONZÁLEZ, Rafael de Abreu. **Análise Preditiva na Detecção de Falhas no Rotor Principal com Foco na Vibração em um Helicóptero segundo a Filosofia HUMS**. 2011. 135f. Tese de Mestrado em Ciências – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

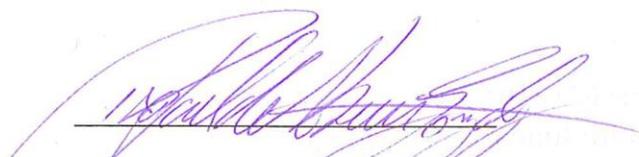
CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Rafael de Abreu González.

TÍTULO DO TRABALHO: Análise Preditiva de Vibração em um Helicóptero com Foco na Detecção de Falhas no Rotor Principal Segundo a Filosofia HUMS.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Tese de Mestrado/ 2011

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta tese de mestrado e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de mestrado pode ser reproduzida sem a sua autorização (do autor).



Rafael de Abreu González
r. Romeo n.º 69, Vila dos Oficiais
28940-000, São Pedro da Aldeia - RJ

**ANÁLISE PREDITIVA NA DETECÇÃO DE FALHAS NO
ROTOR PRINCIPAL COM FOCO NA VIBRAÇÃO EM UM
HELICÓPTERO SEGUNDO A FILOSOFIA HUMS**

Rafael de Abreu González

Composição da Banca Examinadora:

Prof ^a . Dr ^a . Ligia Maria Soto Urbina	Presidente	ITA
Prof. Dr. Donizeti de Andrade	Orientador	ITA
Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge	Co-orientador	UNIFEI
Prof. Dr. Roberto Gil Annes da Silva	Membro interno	ITA
Prof. Dr. Fabio Andrade de Almeida	Membro interno	ITA
Prof. Dr. Andre Garcia Chiarello	Membro externo	UNIFEI

ITA

Dedicatória

A minha extraordinária esposa, Mônica, fonte do apoio e a motivação para eu chegar até aqui.

Em memória de meu pai, Higinio Gonzalez, cujos valores transmitidos propiciaram as condições necessárias para concretização deste sonho profissional.

AGRADECIMENTOS

Sobretudo a Deus, pela interseção de Nossa Senhora Aparecida, por me prover da força, paz e serenidade necessárias à persistência sustentada durante todo este empreendimento.

A minha esposa e companheira, Mônica, pela compreensão durante tantos momentos de ausência que se estenderam mais do que esperava, mantendo-se inabalável como alicerce incondicional de amor e dedicação, imprescindível para o sucesso deste que foi o maior desafio de toda minha vida.

A minha família, cujo apoio é imagem permanente da incansável torcida durante esta jornada.

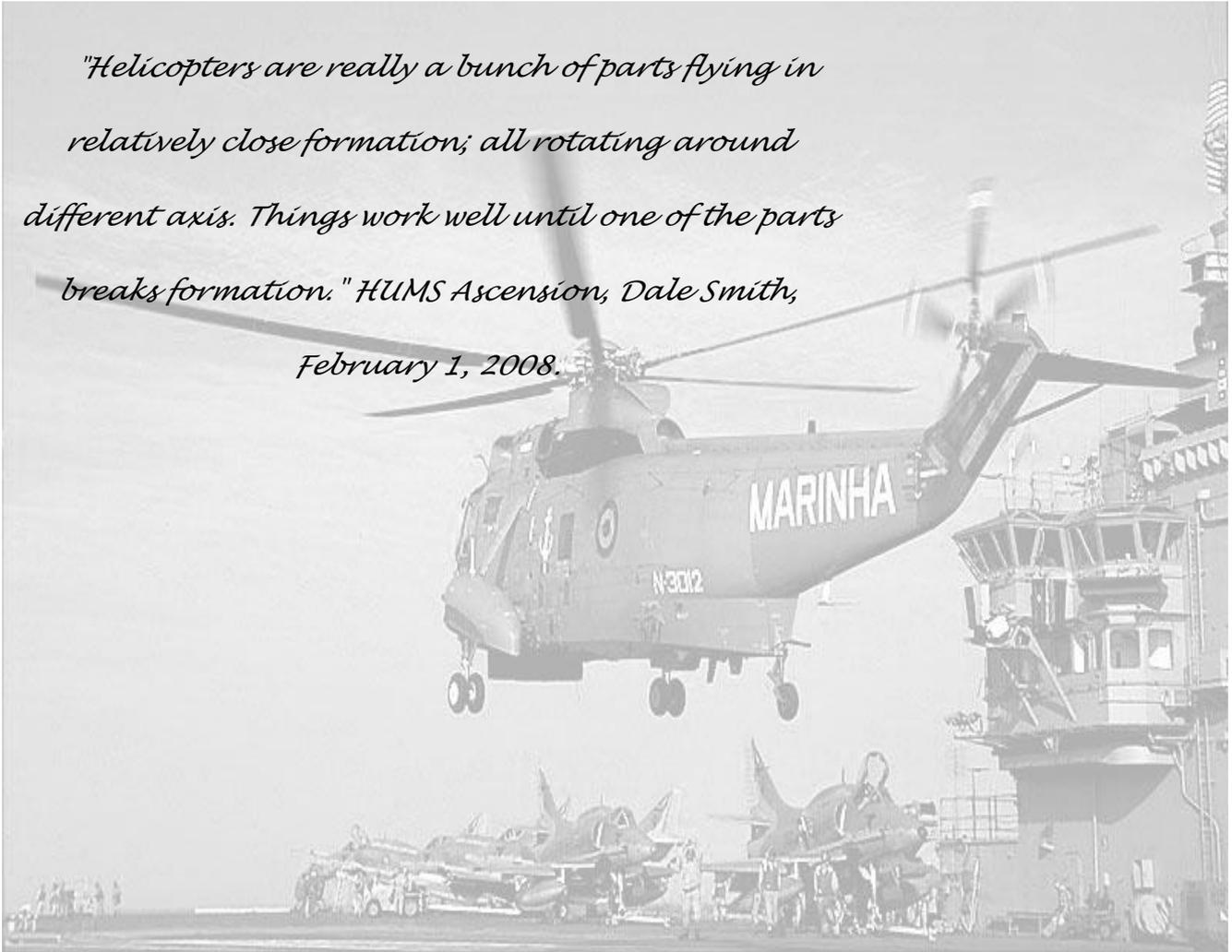
Ao Prof. Donizeti, cuja aceitação em orientar meus passos por essa desafiadora jornada, mostrou-se uma das mais acertadas decisões de minha carreira, confirmando todo o respeito e admiração já lhe eram dedicados.

Ao Prof. Ariosto, pela incrível demonstração de apoio e disponibilidade para minha orientação, sem cujos relevantes conhecimentos, gentil e especialmente agregados, não seria possível concluir a concretização das etapas deste projeto.

Aos ilustres membros da banca examinadora: Prof^a. Dr^a. Ligia Maria Soto Urbina (Presidente), Dr. Roberto Gil Annes da Silva e Prof. Dr. Fabio Andrade de Almeida (membros internos), Prof. Dr. André Garcia Chiarello (membro externo – UNIIFEI), pela gentil receptividade ao convite e pelos valiosos apontamentos que abrilhantaram esta obra.

O decisivo apoio e cooperação cordialmente prestados pelos amigos Alex de Almeida e Capitães Eng Dami e Cortês do BMntAvEx; pela fantástica equipe do IPEV, cujo exemplo de competência e compromisso enriqueceu este trabalho: pilotos de provas Cel. AV. Nilton, Ten. Cel Hayato e Capitão AV. Patrick; engenheiros de provas Capitão-de-Fragata (Eng. Naval) Fricks, Maj. Eng. Lameiras, e Capitão Eng. José Marcio e Ten.Eng. Thaís; e mecânicos instrumentistas de aeronave Sub-Ten. Martins e SG Castilho; pelas secretárias Aline e Tânia; pelos companheiros de trabalho integrantes do Departamento de Manutenção dos Esquadrões HU-1, HI-1 e HA-1, Comandante e demais amigos da BAeNSPA, que incentivaram e apoiaram à idéia mesmo diante dos óbices administrativos; e pela bibliotecária do ITA Elaine Nuci, com suas gentis orientações técnicas sobre referências.

"Helicopters are really a bunch of parts flying in relatively close formation; all rotating around different axis. Things work well until one of the parts breaks formation." HIMS Ascension, Dale Smith, February 1, 2008.



RESUMO

Este trabalho posiciona-se no contexto do desenvolvimento tecnológico agregado crescentemente ao mercado de helicópteros pelo HUMS (*Health and Usage Monitoring System*), cuja filosofia traz, além de redução dos custos de manutenção, enorme avanço na garantia da aeronavegabilidade continuada, e, conseqüentemente, no nível de segurança de voo, preservando vidas e material. Suas inovações associadas orbitam em torno de diagnósticos antecipados e de prognósticos de falha apontados em tempo real por algoritmos dedicados, a partir do tratamento de dados coletados por sensores de vibração. Dessa possibilidade de se assegurar, preditivamente, uma extensão da vida útil de componentes e a substituição destes sempre antes que a falha ocorra, emerge a motivação dessa pesquisa. Seu objetivo é apresentar um modelamento analítico simplificado para a análise do sinal de vibração monitorado na estrutura de uma aeronave qualquer de asas rotativas, em detecção a defeitos equivalentes a um desbalanceamento e *out-of tracking* das pás. Essas são as degradações mais comuns do rotor principal, maior fonte das excitações periódicas transmitidas à fuselagem, cujas respostas vibratórias sob análise estão limitadas à frequência fundamental de 1 *per rev.* Essas respostas vibratórias foram simuladas numericamente em ambiente computacional MATLAB(R). O problema direto é apresentado em duas partes: a modelagem do sistema fuselagem-rotor convencionado como isotrópico, seguida da parte que introduz as anisotropias que simulam os defeitos geradores das informações de amplitude e fase das vibrações resultantes. Como aplicação do método, soluções do sistema não-linear que governa as equações são comparadas com resultados experimentais de ensaios em voo em uma aeronave típica com rotor principal tri-pá por meio de simulação, através de medidas em dois pontos da fuselagem definidos em manual pelo fabricante da aeronave.

ABSTRACT

This work positions itself in the context of the technological development increasingly aggregated to the helicopter's market by HUMS (Health and Usage Monitoring System), whose philosophy brings, besides reducing maintenance costs, huge step forward in ensuring the continued airworthiness, and consequently in the flight safety level, preserving lives and material. Its associated innovations orbit around early failure diagnostics and predictions pointed to in real time by dedicated algorithms, by the processing of data collected by vibration sensors. From the possibility of ensuring, by predictive practices, an extension of the components useful life and the replacement of those before failure occur, emerges the motivation of this research. Its goal is to present a simplified analytical modeling for the analysis of vibration signal in the monitored structure of any rotorcraft for defects detection, equivalent to a hub blade unbalancing and out-of-tracking. Those degradations are the most common in the main rotor, the greatest source of periodic excitations transmitted to the fuselage, whose vibratory responses under analysis are limited to the 1 per rev fundamental frequency, which were numerically simulated in MATLAB(R) environment. The direct problem is presented in two parts: The rotor-fuselage system modeled as isotropic, followed by the part that introduces the anisotropies that simulate defects that generate vibration amplitude and phase information. The application of the model involves comparisons of the non-linear systems solutions with experimental data obtained by flight tests in a typical three-bladed rotor aircraft by means of simulation through measurements taken in two points of the fuselage as defined in the flight manual by the aircraft manufacturer.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Curvas de vibrações discretas (harmônicas- linhas tracejadas) e totais (linha contínua) no domínio do tempo (adaptado de MOBLEY, 1999).	21
Figura 2 - Verificação das apresentações (a esquerda) no domínio do tempo e (a direita) no domínio da frequência (adaptado de MOBLEY, 1999).....	21
Figura 3 - Quadro qualitativo da vibração-ferramenta de diagnóstico na manutenção preditiva (CRUZ, 2004).	22
Figura 4 - Modelamento, em termos de frequência e amplitude, das dimensões para a mecânica do voo (PADFIELD, 2007).	24
Figura 5 - Modos de vibração de uma fuselagem de helicóptero: (a) e (b): modos de corpo rígido; e (c) e (d): deformação elástica da fuselagem (adaptado de CRUZ, 2005).	25
Figura 6 - Para o voo a frente, distribuições de: (a) componentes de velocidade no plano do rotor; (b) sustentação na pá a 90° e a 270° de ângulo azimutal (PROUT, 1985).....	26
Figura 7 - Fenômenos limitantes do desempenho do rotor em voos de altas velocidades (MÜLLER, 1999).	26
Figura 8 - Direção das vibrações principais do helicóptero sob a ótica de eixos lateral e vertical e suas causas mais comuns (CRUZ, 2009).	27
Figura 9 - Influência do efeito solo (CRUZ, 2009).	29
Figura 10 - Elementos de momento estático e dinâmico de uma pá (CRUZ, 2009).	30
Figura 11 - Cubo do rotor e elementos associados com o ajuste de <i>tracking</i> (adaptado de CRUZ, 2009).	31
Figura 12 - Diagrama simplificado de um <i>Health Monitoring System</i> (HMS) (GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009).	36
Figura 13 - Condição do material versus tempo usando manutenção programada, baseada no tempo/ciclos; e sob manutenção preditiva, baseada na condição (GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009).	37
Figura 14 - Espectro (assinatura) de vibração (adaptado de GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009).	38
Figura 15- Altitude-pressão: influência atmosférica (DE ANDRADE, 1999).....	45
Figura 16- Deslocamentos e vínculos do rotor modelado (adaptado de CRUZ, 2005).....	47
Figura 17- GDL do sistema acoplado rotor-fuselagem (adaptado de FRIEDMANN,	

HODGES, 2003).....	48
Figura 18 - Diagrama de centragem longitudinal da aeronave-plataforma adotada, onde se pode observar o passeio máximo permitido de 9 cm (HELIBRÁS, 1995).	50
Figura 20 - Diagrama de corpo livre do cubo do rotor com esforços (forças F e momentos M) aplicados em uma pá (esquerda) e com seu torçor T.....	51
Figura 21- O ponto qualquer M da pá sob os deslocamentos que associam entre si os referenciais necessários à análise corrente (JORGE, 1992).	54
Figura 22 - Interação entre o escoamento e a pá (adaptado de JORGE, 1992).	59
Figura 23 - Sustentação e arrasto elementares em um perfil da pá em $\psi = 90^\circ$ imerso em escoamento (adaptado de GESSOW, MYERS,1952).	60
Figura 24 - Diagrama da pá sob deslocamento em batimento (adaptado de JORGE, 1992). ..	65
Figura 25 – Fluxograma das ações do código computacional do problema direto.	92
Figura 27 – Instrumentação do ensaio: (A) strobex; (B) e (C) acelerômetro no eixo Z; (D) acelerômetro no eixo Y; (E) analisador ACES P2020; (F) plaqueta de balanceamento; (G) plaquetas fixas ao punho da pá e (H) alteração da configuração de plaquetas.	97
Figura 28 - Triédro de referência da aeronave AS355F2 (HELIBRAS, 2003).	108
Figura 29 - Aeronave AS355F2 sob três vistas (adaptado de HELIBRÁS, 1995).....	108
Figura 30 - Aeronave AS355F2 em perspectiva com pontos A, EH e RC.	109

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANAC	Agência Nacional de Aviação Civil
AR	A ré
AV	Avante
CG	Centro de Gravidade
CVR	<i>Cockpit voice recorder</i>
DES	Dentro do efeito solo
FAB	Força Aérea Brasileira
FDR	<i>Flight data recorder</i>
EH	Empenagem Horizontal
FES	Fora do efeito solo
GDL	Grau de liberdade
HUMS	<i>Health and usage monitoring system</i>
MET	Manual de Manutenção de Aeronaves
MRM	Manutenção Centrada em Confiabilidade
PMC	Potência máxima contínua
PMV	Manual de Voo
PHM	<i>Prognostic Health Monitoring</i>
THM	Manual de treinamento para manutenção
RBAC	Regulamento Brasileiro de Aviação Civil
RC	Rotor de Cauda
RMS	Raiz média quadrática (<i>Routh Mean Square</i>)
VNE	Velocidade a não exceder

LISTA DE SÍMBOLOS

- a – coeficiente angular da curva de sustentação ($C_l \times \alpha$)
- c – corda da pá (m)
- e – excentricidade da pá (m)
- g – aceleração da gravidade (m/s^2)
- m – massa da pá (kg)
- m_{si} – momento estático na pá i ($kg\ m^2$)
- t – tempo (s)
- r – raio da pá (m)
- A – ponto de aplicação do vetor força de arrasto da fuselagem
- A_x – amplitude de vibração na fuselagem na direção X (IPS)
- C_d – coeficiente de arrasto aerodinâmico
- C_{d0} – coeficiente de arrasto aerodinâmico para ângulo de ataque nulo
- C_l – coeficiente de sustentação
- C_{l0} – coeficiente de sustentação para ângulo de ataque nulo
- C_x – coeficiente do fator de área equivalente ao arrasto da fuselagem
- C_T – coeficiente de tração
- C_z – coeficiente do fator de área equivalente de sustentação
- C_δ – coeficiente de amortecimento do adaptador de frequência
- D – força de arrasto (N)
- F – força (N)
- H – momento angular ($kg\ m^3\ rad/s$)
- I – momento de inércia ($kg\ m^3$)
- $I_{xx}\ I_{yy}\ I_{zz}$ – momento principal de inércia na direção X, Y e Z respectivamente ($kg\ m^3$)
- I_β – momento de inércia em batimento ($kg\ m^3$)
- K_δ – coeficiente de rigidez do adaptador de frequência
- L – força de sustentação (N)
- M – momento ou massa da aeronave (N m ou kg, respectivamente)
- N – número de pás do rotor principal
- T – torçor dos esforços
- T_{eh} – força de sustentação negativa da empenagem horizontal (N)
- T_{RC} – força de tração no rotor de cauda (N)
- R – raio da pá (m)
- S – pressão dinâmica (N/m^2)

- U_P – componente de velocidade tangencial no perfil da pá (m/s)
 U_T – componente de velocidade tangencial no perfil da pá (m/s)
 U_R – componente de velocidade radial no perfil da pá (m/s)
 V – velocidade de deslocamento da aeronave (m/s)
 α – ângulo de ataque do rotor (rad)
 α_D – ângulo de incidência do disco do rotor relativo ao escoamento não-perturbado (rad)
 α_f – atitude longitudinal em arfagem (rad)
 α_M – ângulo de inclinação longitudinal do rotor principal (rad)
 β – deslocamento angular da pá segundo o grau de liberdade batimento (rad)
 γ – n.º de Lock
 γ_f – atitude da fuselagem em rolamento (rad)
 γ_M – módulo do vetor aceleração do ponto M na pá (m/s²)
 δ – deslocamento angular da pá segundo o grau de liberdade *lead-lag* (rad)
 ζ – fator de amortecimento
 θ – passo da pá (rad)
 θ_0 – passo coletivo da pá (rad)
 θ_{1C} – 1º componente cíclica em cosseno do passo da pá (rad)
 θ_{1S} – 1º componente cíclica em seno do passo da pá (rad)
 θ_{tw} – torção *built-in* da pá (rad)
 λ – relação de *inflow* na pá
 μ – razão de avanço
 ξ – ângulo de ataque do perfil da pá (rad)
 π – constante adotada igual a 3,14
 ρ – densidade do ar (kg/m³)
 $\rho_{xx}, \rho_{yy}, \rho_{zz}$ – raio de giração na direção x,y e z respectivamente (m)
 φ – ângulo de ataque induzido ou fase da vibração na fuselagem (rad) ou ângulo de rolamento (rad)
 χ – relação da distância na pá por R
 χ_e – relação da excentricidade da pá por R
 ψ_i – azimute da pá i (rad)
 ψ_f – atitude da fuselagem em guinada (rad)
 ω_d – frequência natural amortecida (rad/s)
 Δ – variação incremental da grandeza
 Ω – frequência fundamental de rotação do rotor principal, equivalente a 1/rev (um ciclo por revolução)

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	16
1.1	CONTEXTO E MOTIVAÇÃO	16
1.2	RELEVÂNCIA DO TEMA.....	17
1.3	OBJETIVO	17
1.4	FOCO E LIMITAÇÃO DO TRABALHO	18
1.5	METODOLOGIA E ESTRUTURAÇÃO DA PESQUISA.....	19
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1	ESTRUTURAS DINÂMICAS: VIBRAÇÃO	20
2.2	VIBRAÇÃO: PECULIARIDADE DAS AERONAVES DE ASAS ROTATIVAS....	23
2.3	PROBLEMAS DE DESBALANCEAMENTO E TRACKING	28
2.4	A MANUTENÇÃO PREDITIVA EM HELICÓPTEROS	32
2.5	FILOSOFIA HUMS: VIBRAÇÃO E MANUTENÇÃO PREDITIVA	35
3.	MODELAGEM SIMPLIFICADA DO EQUILÍBRIO DO SISTEMA FUSELAGEM - ROTOR PRINCIPAL ISOTRÓPICO (PROBLEMA DIRETO.....	43
3.1	AS HIPÓTESES	44
3.2	OS PARÂMETROS	49
3.3	EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE UMA PÁ	50
3.3.1	EQUILÍBRIO DINÂMICO EM UMA PÁ.....	51
3.3.2	ACELERAÇÃO SUBMETIDA A UMA PÁ.....	53
3.3.3	FORÇAS AERODINÂMICAS ATUANTES EM UMA PÁ.....	56
3.3.4	RESULTANTE DE FORÇAS APLICADA NO CUBO DO ROTOR	64
3.3.5	MOMENTOS RESULTANTES NO CUBO DO ROTOR	64
3.3.6	MOMENTO TORÇOR RESULTANTE NO CUBO DE UM ROTOR DE N PÁS....	65
3.3.7	EQUAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS DA PÁ SOB O GRAU DE LIBERDADE BATIMENTO.....	65
3.3.8	EQUAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS DA PÁ SOB O GRAU DE LIBERDADE <i>LEAD-LAG</i>	70
3.4	EQUAÇÃO DE MODELAGEM DO SISTEMA ROTOR-FUSELAGEM (ESTACIONÁRIO).....	72
3.4.1	AS HIPÓTESES	72

3.4.2	OS PARÂMETROS	72
3.4.3	APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE COLEMAN	72
3.4.4	EQUILÍBRIO (ESTÁTICO) DO SISTEMA ROTOR-FUSELAGEM.....	73
4.	INTRODUÇÃO DE ANISOTROPIAS NO ROTOR PRINCIPAL (PROBLEMA DIRETO)	78
4.1	PARÂMETROS INFLUENTES	80
4.2	CORREÇÕES APLICÁVEIS AO ROTOR PRINCIPAL	84
4.3	TORÇOR DOS ESFORÇOS RESULTANTES NO CUBO DO ROTOR ANISOTRÓPICO	84
4.4	EQUILÍBRIO (DINÂMICO) DO SISTEMA ROTOR-FUSELAGEM.....	86
4.5	PASSAGEM DAS ACELERAÇÕES DO CG PARA UM PONTO 'M' DA FUSELAGEM	88
4.6	AMPLITUDE E FASE DAS ACELERAÇÕES RESULTANTES	90
5.	APLICAÇÃO DO MODELO.....	90
5.1	SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL.....	90
5.2	ENSAIOS EM VOO.....	94
5.3	AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS.....	97
6.	CONCLUSÃO	102
7.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	104
8.	RECOMENDAÇÕES.....	104
	REFERÊNCIAS	105
	APÊNDICE A - PRINCIPAIS PARÂMETROS DE PROJETO DA AERONAVE AS355F2108	
	APÊNDICE B – NOTAS COMPLEMENTARES SOBRE VIBRAÇÕES E FUNDAMENTOS DE ANÁLISE DE SISTEMAS DINÂMICOS, E OUTROS ASSUNTOS PERTINENTES A HELICÓPTEROS.....	111
	APÊNDICE C: ALGUMAS EXPRESSÕES MATEMÁTICAS SEGUNDO ITEM E PÁGINA DO TEXTO A QUE PERTENCEM	125
	ANEXO 1 – ENSAIOS EM VOO – RELATÓRIO E DOCUMENTOS PERTINENTES ...	129

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

Primeiramente, é preciso identificar no atual contexto, descrito a seguir, a necessidade da pesquisa que justifique o investimento acadêmico. Para isso, cita-se:

- Ao longo da vida útil de um helicóptero, rotineiras manutenções corretivas (reativas à falha já ocorrida) são realizadas contra problemas de desajuste e desalinhamento de seus sistemas rotativos, que aumentam seus custos de operação, incluindo os problemas devidos aos outros componentes degradados secundariamente em decorrência dos primeiros.
- Os procedimentos de ajuste e alinhamento associados requerem elevado custo de manutenção direto (material, homens-hora e execução de voos de teste) e indireto (lucro cessante associado à própria indisponibilidade da aeronave).
- O desbalanceamento de massa e o desajuste de trajetória da ponta das pás (*out-of tracking*) são as degradações mais comuns previstas no rotor principal, que por razões dinâmicas, é a fonte que contribui com a parcela primordial das excitações periódicas transmitida à cabine.
- A possibilidade de, preditivamente, se assegurar que um componente, mais do que ter sua vida útil prolongada, seja substituído sempre antes de falhar traz um enorme avanço na garantia de sua aeronavegabilidade continuada, e consequentemente no nível de segurança de voo, preservando vidas e material.

Pode-se, assim, apontar que a motivação emerge do assunto manutenção preditiva, cuja ferramenta de informação primordial em aeronaves de asa rotativas fundamenta-se em análises de vibração.

Neste sentido, surge a questão se o monitoramento do nível vibratório (por acelerômetros permanentemente instalados na fuselagem) pode ser útil para se desenvolver um sistema que processe essa natureza de dados para detecção e diagnóstico de falhas em tempo real no rotor principal. Tal questão, como demonstrado no decorrer deste texto, pode ser elucidada pelo sistema comentado.

1.2 RELEVÂNCIA DO TEMA

Os HUMS (*Health and Usage Monitoring System*), desde a última década, ampliam sua aceitação no mercado de aeronaves de asas rotativas como uma estratégia alinhada à eficácia da filosofia de manutenção preditiva. Atualmente são utilizados como um método complementar às práticas preventivas já consolidadas, visando a garantir a aeronavegabilidade continuada (GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009), incrementar os índices de disponibilidade e confiabilidade, e reduzir custos operacionais. Tudo isso graças à proposta de diagnóstico antecipado e de prognóstico de falhas a partir do tratamento de dados coletados por algoritmos dedicados a funções cada vez mais expandidas e integradas a outros subsistemas. E neste ponto torna-se imprescindível a ação dos sensores de vibração, atentos às respostas vibratórias da fuselagem frente às excitações, principalmente, do rotor principal.

1.3 OBJETIVO

Este trabalho posiciona-se como um desenvolvimento tecnológico e inovação ao apresentar o tratamento e análise do sinal de vibração (coletado da estrutura de uma aeronave qualquer) para obter informações sobre defeitos de desbalanceamento e desajuste de trajetória das pás do rotor principal. O procedimento estende a pesquisa desenvolvida em JORGE (1992) a uma aeronave de três pás fornecendo o embasamento mais detalhado em áreas como

a rotina de manutenção, a manutenção preditiva e os HUMS. Somando-se a isto, contribui com a simulação numérica em ambiente MATLAB(R), e com sua aplicação através de ensaios em voo em aeronave representativa do modelo físico.

O modelo aqui desenvolvido deve oferecer a possibilidade de implementação em um algoritmo de um sistema embarcado para detecção de defeitos no rotor principal a partir das medidas de vibração na fuselagem, no contexto dos sistemas tipo HUMS

1.4 FOCO E LIMITAÇÃO DO TRABALHO

Alinhado ao objetivo acima descrito, o trabalho define como seu foco a modelagem analítica do relacionamento entre a dinâmica simplificada de um sistema fuselagem-rotor principal e o nível vibratório de sua resposta, medida em dois pontos da fuselagem. O modelo matemático foi revisado de Jorge (JORGE, 1992) e adaptado convenientemente, por exemplo, às peculiaridades de um helicóptero típico de pequeno porte e três pás. Em ambos os problemas direto e inverso, essa resposta é limitada, por mera simplificação, essencialmente às medidas de amplitude e de fase de vibrações 1 na frequência circular do rotor principal (1 per rev ou 1Ω) nos eixos x , y , e z , bem como às demais hipóteses consideradas adequadas a uma dissertação de mestrado (concernente ao tempo disponível para sua apresentação). Adicionalmente, impõe-se outra limitação baseada na aproximação a alguns parâmetros de projeto não disponíveis na literatura nem em manuais, assim adotados como representativos do modelo AS355 F2 Esquilo (questões comerciais, que restringem o acesso aos seus valores reais correspondentes, esgotaram todas as diversas tentativas de sua obtenção junto ao fabricante e à autoridade aeronáutica).

1.5 METODOLOGIA E ESTRUTURAÇÃO DA PESQUISA

Para melhor atingir o objetivo proposto, este estudo é organizado em seis capítulos, os quais, dentro do foco estabelecido, compõem a metodologia adotada: modelagens analíticas simplificadas de um sistema fuselagem-rotor principal (inicialmente correspondente a um helicóptero típico de três pás), no sentido direto e perspectivas associadas no sentido inverso, cujas respostas simuladas por um algoritmo computacional são comparadas com fontes de dados experimentais (dados reais de campanhas de ensaios em voo em aeronave de mesmos parâmetros daqueles considerados naquela simulação).

Seguido a este primeiro Capítulo, introdutório, o Capítulo 2 apresenta o referencial teórico necessário à compreensão dos conceitos a serem explorados nos capítulos subsequentes desta pesquisa, como o da vibração e suas causas (os correspondentes desajustes mais comuns do rotor principal), além de discorrer sobre a manutenção preditiva e a filosofia HUMS, e apresentar aspectos pertinentes à plataforma utilizada – a aeronave AS355 F2.

No Capítulo 3, apresenta-se a primeira parte do denominado problema direto: a modelagem do sistema fuselagem-rotor isotrópico (termo assim convencionado por não conter defeitos). Conforme as hipóteses e parâmetros adotados, estabelece-se as condições de voo e descrevem-se as etapas até a obtenção das equações pertinentes, partindo da avaliação de uma pá até a composição do rotor e a interação deste com a fuselagem.

A introdução de anisotropias à modelagem do rotor principal caracteriza a segunda parte do problema direto, e é apresentada no Capítulo 4. Essas anisotropias buscam simular os defeitos mais comuns aos rotores principais durante as rotinas de operação de helicópteros, a fim de gerar as informações de amplitude e fase das vibrações resultantes.

Em aplicação desse modelo desenvolvido, o Capítulo 5 traz uma breve descrição dos recursos computacionais utilizados para simular as respostas do sistema em estudo às

excitações causadas pelas anisotropias do rotor principal. Tais respostas são então comparadas aos resultados obtidos através dos ensaios em voo também descritos nesse texto, realizados em uma aeronave representativa do modelo, de onde parte-se para a Conclusão (item 6).

A proposta de ajustes ou procedimentos corretivos necessários por ocasião do próximo pouso do aparelho ou período de manutenção requer um diagnóstico confiável. Por isso, agora, deseja-se que respostas simuladas pelo algoritmo identifiquem (por aproximação) as possíveis anisotropias geradoras das vibrações a serem detectadas e monitoradas (contudo, desta vez tratadas como entradas ao modelo). Assim, é necessária uma modelagem do Problema Inverso, cujas perspectivas são comentadas no item 7.0 como sugestões de trabalhos futuros, seguido das Recomendações das lições aprendidas (item 8).

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ESTRUTURAS DINÂMICAS: VIBRAÇÃO

Em engenharia, o termo estrutura pode ser descrito como um sistema criado para suportar cargas, para as quais, por serem grandezas vetoriais, é condição necessária e suficiente que sejam definidas por sua magnitude, direção, sentido e ponto de aplicação. Um carregamento é dito dinâmico quando qualquer dessas características vetoriais são funções do tempo (o que torna dinâmica a estrutura sujeita ao mesmo). Pode ser aleatório (tratamento estatístico) ou determinístico (BRANDÃO, 1997). Cargas dinâmicas determinísticas podem assumir formas periódicas, isto é, que se repetem no tempo (harmônicas ou não), ou não-periódicas (transientes ou arbitrarias). Esta pesquisa restringe-se às cargas determinísticas periódicas harmônicas de resposta.

A análise de qualquer sistema dinâmico pode ser entendida como a resolução de um problema estático (estrutura na condição de equilíbrio) superpostos a outro problema de vibração (dinâmico, em torno dessa posição de equilíbrio), ambos relacionados à mesma

estrutura (BRANDÃO, 1997). No sentido de variação de um estado (posição, velocidade, etc.), o deslocamento dinâmico associado ao segundo problema, em sua forma mais básica, é representado pela função harmônica (função trigonométrica seno ou cosseno). Esta função vale o produto da amplitude do movimento X_0 por uma função periódica cujo argumento vale a fase (composta da fase inicial em $t=0$) somada ao produto do tempo pela frequência linear f : $X = X_0 \text{sen}(\Omega t)$. Na Figura 1 “X” remete a uma grandeza linear de comprimento.

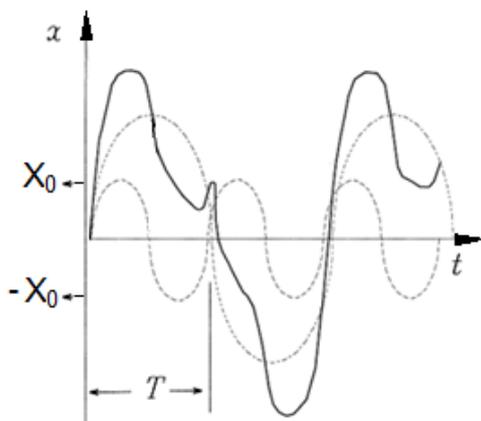


Figura 1- Curvas de vibrações discretas (harmônicas- linhas tracejadas) e totais (linha contínua) no domínio do tempo (adaptado de MOBLEY, 1999).

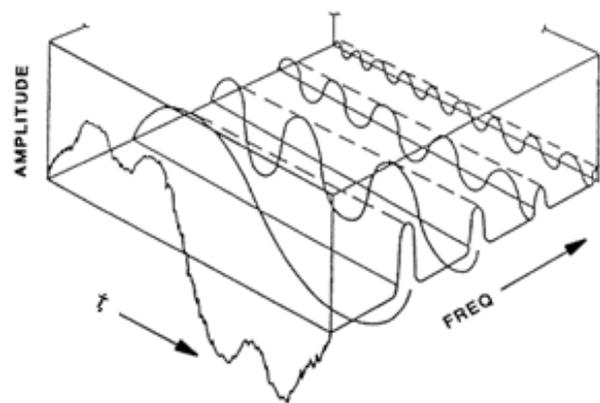


Figura 2 - Verificação das apresentações (a esquerda) no domínio do tempo e (a direita) no domínio da frequência (adaptado de MOBLEY, 1999).

Estes perfis de deslocamento podem ser apresentados no domínio do tempo (abscissa em s, por ex.) ou da frequência (abscissa em Hz, por ex.), como pode ser inferido da Figura 2. Sua conversão dá-se por técnicas baseadas na aplicação da Transformada de Fourier.

Quando as informações de vibração são plotadas como amplitude ou fase versus tempo, trata-se do perfil de informações do domínio do tempo, também chamado de método global por enxergar a composição de todas as frequências. Contudo esses dados são difíceis de utilizar em sistemas contínuos modelados como multicorpos, pois representam o

deslocamento total. Isto torna difícil verificar a contribuição de cada fonte de oscilação mesmo após discretização como múltiplos graus de liberdade. E quando o sinal complexo é composto de várias fontes e harmônicos tem-se o efeito de mascaramento dos defeitos. Na obtenção de informações gráficas, usam-se métodos aproximados de análise gráfica como o valor de pico, de pico a pico, ou valor RMS de pico (MIRSHAWAKA, 1991). Enquanto isso, no domínio da frequência tudo é mais claro através da identificação de amplitude e fase, que remetem à Teoria dos Números Complexos associados à solução das equações diferenciais governantes de sistemas oscilantes.

Na Figura 3 identificam-se os tipos de vibração foco de investigação nesta pesquisa: as vibrações comuns passíveis de correção (não-autoexcitadas).

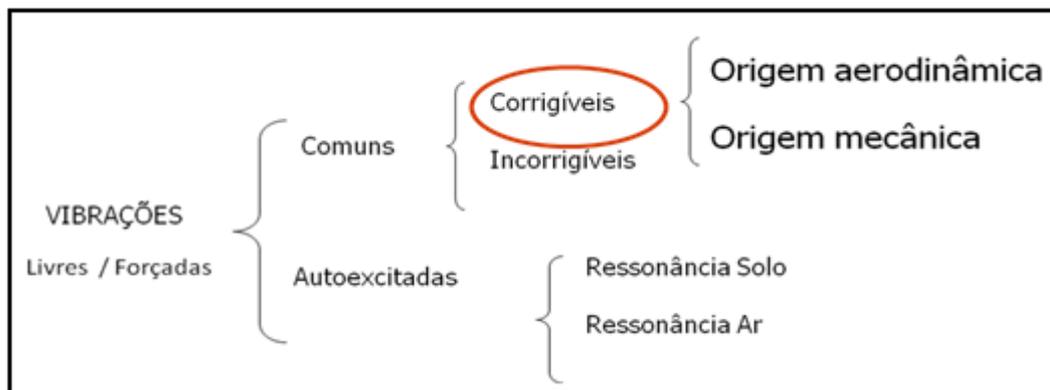


Figura 3 - Quadro qualitativo da vibração-ferramenta de diagnóstico na manutenção preditiva (CRUZ, 2004).

Tratando-se de helicópteros, as vibrações também podem ser classificadas como autoexcitadas (nutridas pela energia intrínseca sistema, ocorrem mesmo na ausência de forças externas a este e criam instabilidade caracterizada por oscilações divergentes, como na Ressonância Solo e Ressonância Ar) e comuns (todas as outras) (CRUZ, 2004). Dentre as vibrações comuns, há as incorrigíveis (rajadas instantâneas, por exemplo) e as passíveis de correção, que, obviamente, são as ferramentas do presente estudo dada sua origem, por exemplo, no desbalanceamento de sistemas dinâmicos rotativos, e na diferença de trajetória

das pás. Nesse contexto das aeronaves de asas rotativas, quanto à origem dos carregamentos que perturbam o equilíbrio da estrutura, pode-se agrupá-los como:

Origem aerodinâmica:

- ▶ forças aerodinâmicas oscilatórias no voo a frente – assimetria de sustentação no rotor principal; e defeitos ou sujeiras que deformam as superfícies das pás de rotores.

Origem mecânica:

- ▶ folgas excessivas, deterioração e vazamentos em componentes de rotores ou servocomandos; desbalanceamento do próprio rotor; e desajuste de trajetória (*tracking*) da ponta das pás do rotor principal.

Essas mesmas informações podem ser intuitivamente agrupadas em fatores geométricos ou de massa (CRUZ, 2004). Esse é motivo pelo qual os manuais de manutenção de helicópteros, antes de qualquer outra intervenção, preconizam a inspeção do estado geral das pás e de todos os sistemas mecânicos associados aos comandos de voo durante a pesquisa das causas das perturbações vibratórias.

Esta pesquisa está limitada aos carregamentos de origem mecânica relacionados ao desbalanceamento do rotor principal (fator de massa) e ao desajuste de trajetória (*tracking*) da ponta de suas pás (fator geométrico).

2.2 VIBRAÇÃO: PECULIARIDADE DAS AERONAVES DE ASAS ROTATIVAS

Em virtude da engenharia de helicópteros demandar um conjunto dinâmico composto de um grande número de elementos rotativos (em constante mudança de posição no tempo), como motores, eixos de transmissão, bombas, ventoinhas, além dos próprios rotores, o

aparelho está sujeito a um amplo espectro de vibração. Este estudo, em razão do mencionado no item 1.4, se limita a trabalhar com as vibrações associadas somente ao rotor principal.

As vibrações em rotores de helicópteros são a evidência dos fenômenos aeroelásticos relacionados à dinâmica do movimento rotativo das pás, submetidas à complexa interação de esforços inerciais e aerodinâmicos periódicos de natureza não-linear com suas estruturas flexíveis e amortecidas. Por muito influenciarem as qualidades de voo, junto às cargas estruturais, delineam as fronteiras do envelope de voo operacional conforme Figura 4.

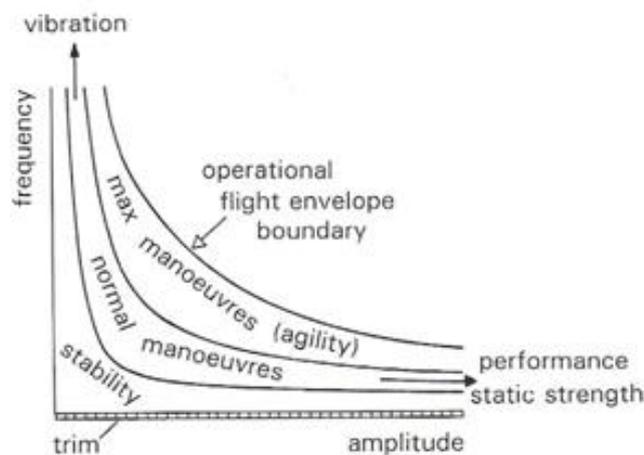


Figura 4 - Modelamento, em termos de frequência e amplitude, das dimensões para a mecânica do voo (PADFIELD, 2007).

O rotor principal, devido a suas dimensões e espectro de emissão vibratória, é a fonte principal de vibração, cujas frequências transmitidas são múltiplas do produto do número de pás “N” pela frequência angular de rotação “ Ω ”. A amplitude dos esforços periódicos decresce à medida que se aumenta suas frequências harmônicas, isto é, múltiplas da frequência fundamental.

As respostas das pás aos esforços aerodinâmicos e de inércia (forças e momentos) que as excitam se interferem ao nível do cubo do rotor. Por isso, este age como um filtro durante a transmissão das vibrações forçadas (resultantes recebidas das pás) à fuselagem, somando-se e

subtraindo-se amplitudes. Isto permite identificar o seguinte perfil para as vibrações em um helicóptero, sob três principais características (CRUZ, 2004):

- vibrações forçadas das pás são frequências múltiplas da frequência fundamental 1Ω (normalmente Ω está entre 3 e 7 Hz);
- a estrutura é solicitada ao longo do eixo vertical, com uma frequência $N\Omega$; e
- a estrutura é solicitada ao longo dos eixos longitudinal e lateral com frequências $(n + 1)N\Omega$ e $(n - 1)N\Omega$.

A fuselagem, geralmente de projeto semimonocoque (estrutura constituída por revestimentos finos fixos a cavernas e longarinas), reage segundo seus modos vibratórios flexíveis próprios (em flexão e torção). A vibração num ponto particular do helicóptero depende da resposta da fuselagem a estas forças transmitidas pelo cubo do rotor. Para calcular a resposta da fuselagem é necessário conhecer as frequências e as formas modais da mesma, que são difíceis de obter. Geralmente assume-se a fuselagem, quando modelada flexível, como uma viga horizontal livre nas extremidades, sem acoplamentos e com os seguintes modos de vibração da fuselagem (Figura 5):

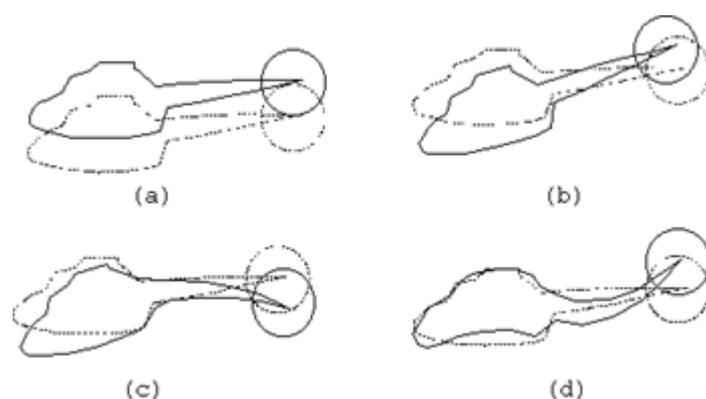


Figura 5 - Modos de vibração de uma fuselagem de helicóptero: (a) e (b): modos de corpo rígido; e (c) e (d): deformação elástica da fuselagem (adaptado de CRUZ, 2005).

Rotores de helicópteros estão sujeitos a altas forças periódicas devido às pás altamente flexíveis e às severidades da não-estacionariedade do ambiente aerodinâmico, o que leva a desgastes de componentes críticos à aeronavegabilidade destas aeronaves (RANJAN, CHOPRA, HAAS, 1998). A geração de cargas aerodinâmicas oscilatórias a frequências múltiplas da velocidade de rotação são fundamentais à operação do rotor no voo a frente, e por isso essas vibrações forçadas não podem ser totalmente eliminadas. A Figura 6 ilustra as diferentes componentes de velocidades que compõem a velocidade linear, bem como as variações desta ao longo do ciclo de rotação da pá, com a variação de sustentação sobre a pá. Isto caracteriza a assimetria de sustentação do rotor quando se deslocando para frente, a qual também traz os fenômenos (Figura 7) que limitam seu desempenho sob altas velocidades em deslocamento. Entre estes há a interação perturbadora de vórtices da ponta da pá antecessora,

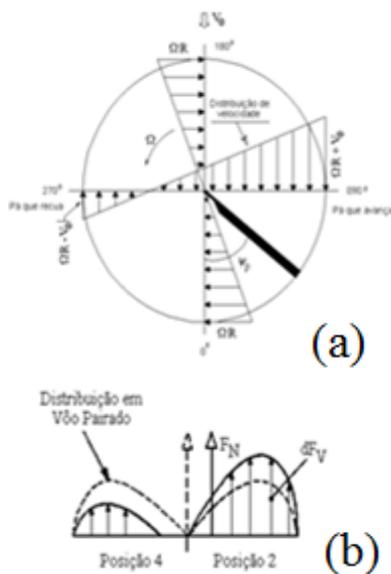


Figura 6 - Para o voo a frente, distribuições de: (a) componentes de velocidade no plano do rotor; (b) sustentação na pá a 90° e a 270° de ângulo azimutal (PROUT, 1985).

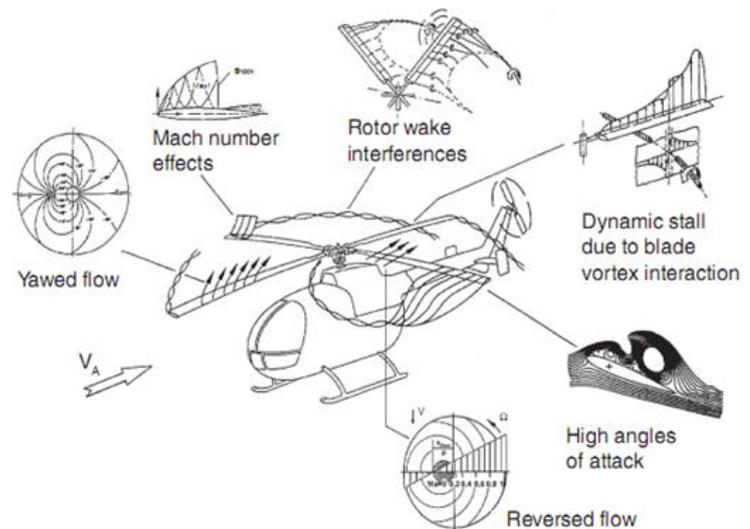


Figura 7 - Fenômenos limitantes do desempenho do rotor em voos de altas velocidades (MÜLLER, 1999).

descolamentos sobre a pá avançante (devido aos passeios de ondas de choque ligadas à compressibilidade do ar) e do fluxo reverso na pá recuante (escoamento do bordo de fuga para o de ataque), com perda temporal de sustentação- *stall* dinâmico (PADFIELD, 2007). Soma-se a isto o Efeito Giroscópio (manifestação do Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento Angular do sistema girante), de natureza inercial, que obriga o projeto da cadeia de comando/platores cíclicos a compensarem o deslocamento da resposta do rotor, na sua maioria, em 90° em relação ao *input* de comando.

As vibrações na frequência fundamental de 1/rev, foco desta pesquisa, distribuem-se nos planos vertical e lateral (de rotação), conforme informações na Figura 8 (CRUZ, 2009).

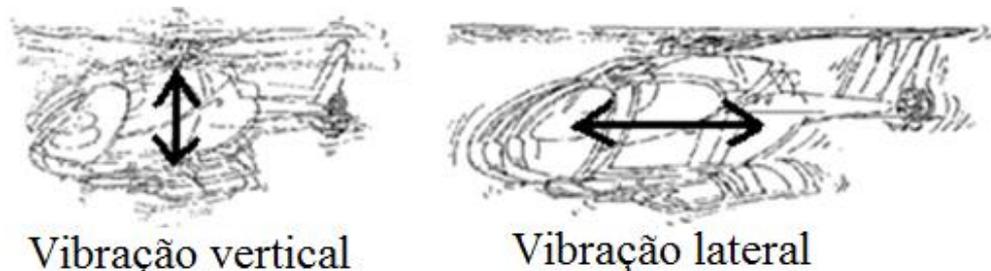


Figura 8 - Direção das vibrações principais do helicóptero sob a ótica de eixos lateral e vertical e suas causas mais comuns (CRUZ, 2009).

Outro efeito, o de Coriolis, relaciona-se à Força de Coriolis, atuante em um corpo rotacional e aplicada tangencialmente à sua rotação. Assim, atuando na pá em batimento cria o movimento de *lead-lag*. Está presente pela tendência do corpo em manter seu momentum angular (por isso trata-se de outra força inercial) quando simultaneamente alguns de seus elementos de massa estão sendo movidos radialmente no plano do disco, como componente no movimento de batimento da pá.

Para a detecção dos defeitos no rotor é necessários conhecer o relacionamento entre uma pá defeituosa e o comportamento de resposta da aeronave. Este conhecimento pode ser obtido numericamente por simulações computacionais de modelos baseados na teoria da dinâmica destes sistemas, onde técnicas baseadas em inteligência artificial, até que uma rede

neural artificial devidamente treinada possa ser implementada permanentemente embarcada em uma aeronave para detectar e identificar danos (RANJAN, CHOPRA, HAAS, 1998).

A literatura reporta diversos trabalhos a respeito de detecção de defeitos através de vibração, bem como de soluções para absorver ou isolar as vibrações indesejadas permanentes não-associadas a danos em sistemas. Ranjan, Chopra e Haas (RANJAN, CHOPRA, HAAS, 1998) apresentam uma análise aeroelástica baseada em elementos finitos no tempo e espaço para simular um rotor articulado defeituoso, tanto em voo pairado como em voo a frente de uma aeronave SH-60, validados através de ensaios em voo. Comentam que apenas danos estruturais localizados como trincas e delaminações nas pás não são detectáveis pela metodologia global. Diversas simulações de defeitos indicam que falhas globais, como defeitos no amortecedor de *lag*, danos nos *tabs*, desajustes no *pitch-link*, ou desbalanceamentos ao longo da corda da pá, são detectáveis por medidas remotas de parâmetros globais como a vibração da fuselagem e deflexão das pás. Daí, aqueles autores citam que métodos especiais como interferômetro robusto a laser, técnicas fotoelásticas e ultrassônicas e aplicação de sensores de emissão acústica complementam esse métodos. A combinação destes permite a concepção de outro para o monitoramento da condição de sistemas desse tipo. As falhas simuladas podem ser primárias (só um tipo de falha no rotor) ou compostas (a combinação de mais de uma). A detecção das últimas é importante para se destacar as falhas catastróficas como trincas em meio às demais (RANJAN, CHOPRA, HAAS, 1998). Entretanto, simplificando, simulam-se numericamente só falhas primárias, como desbalanceamento e desajuste de trajetória da ponta das pás em uma pá de cada vez.

2.3 PROBLEMAS DE DESBALANCEAMENTO E *TRACKING*:

O movimento oscilatório sob atenção neste estudo apresenta-se como uma vibração de componentes lateral e vertical (em 1Ω), e está associado a desajustes de desbalanceamento e

de *tracking*. Porém, por completeza, vale citar outras causas menos comuns, por exemplo: em helicópteros de rotor articulado (Sikorky SeaKing), os amortecedores defeituosos podem causar a defasagem das pás, produzindo o mesmo efeito.

As vibrações laterais e verticais atuantes no rotor interagem de forma complexa, de tal forma que a prática recomenda corrigir primeiro a trajetória das pás, seguindo para o balanceamento das massas, segundo procedimentos descritos no MET e sob auxílios de equipamentos especializados que sugerem correções a partir do processamento as medidas de amplitude da vibração (o acelerômetro), de seu ângulo de fase (o “fasor”) e da diferença de trajetória das pás (o “strobex”).

Geralmente, a correção de vibrações por desbalanceamento ocorre nas fases voo pairado DES e FES, enquanto a correspondente por diferença de trajetória (*tracking*) ocorre em deslocamentos em PMC – reto nivelado e curva 45°.

Outro aspecto importante é o efeito Solo: a presença do solo muda a intensidade e a direção do fluxo de ar em volta do rotor (DES). Com o rotor a uma altura de um diâmetro do rotor, não há mais efeito solo (FES). A Figura 9 ilustra como a velocidade induzida (V_{i0}) é diminuída ocasionando um aumento do ângulo de ataque α das pás para um mesmo passo. O tipo do terreno influencia no efeito solo.

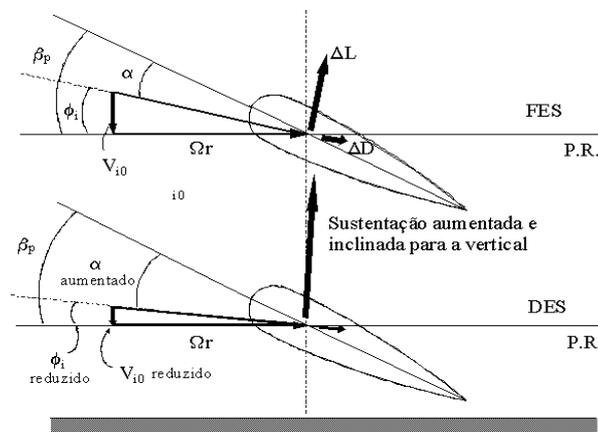


Figura 9 - Influência do efeito solo (CRUZ, 2009).

Problemas de desbalanceamento do rotor principal

O desbalanceamento é a causa mais comum de vibração. O rotor principal está desbalanceado estaticamente quando seu centro de gravidade situa-se fora do eixo de rotação deste rotor. Dentre as duas alternativas de ajuste, há o denominado balanceamento em único plano, que passa pela alteração do eixo dos suportes mancais (impraticável) ou pela alteração das massas do rotor (Figura 10-A). Já a outra é o desbalanceamento dinâmico, estabelecido quando seu eixo principal de inércia (que contém seu centro de gravidade) não coincide com o eixo estrutural de sua árvore devido à(s) massa(s) excêntrica(s). Nesta situação, quando as forças centrífugas e momentos associados superam as forças opostas de reação nos mancais, a flexibilidade do eixo permite deslocamentos oscilatórios em 1Ω no plano do rotor principal (longitudinais e laterais). As ações corretivas consagradas como solução de manutenção para efetuar o balanceamento (dito em dois planos) consistem na redistribuição de pesos no rotor (geralmente atua-se no punho das pás, segundo a decomposição da massa de balanceamento, conforme o n.º de pás) de tal modo que aqueles dois eixos coincidam (Figura 10-B). O segundo caso pode comprometer o primeiro, contudo, se aquele está satisfeito, então este assim também está resolvido (que sozinho não garante o segundo).

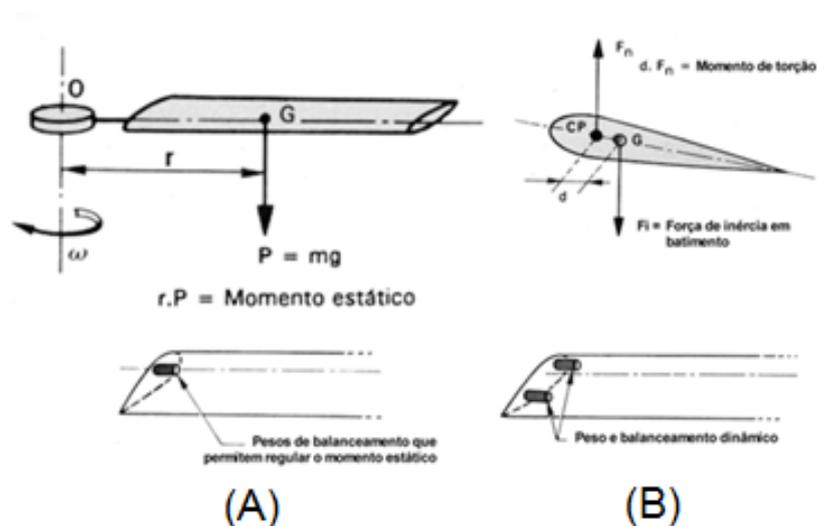


Figura 10 - Elementos de momento estático e dinâmico de uma pá (CRUZ, 2009).

Problemas de *tracking* das pás do rotor principal

O desajuste na trajetória da ponta das pás referente ao plano de rotação relaciona-se a diferenças de sustentação entre as pás. São resultantes de alterações de seu ângulo de passo (*pitch*) e geram vibrações verticais em 1Ω . Porém, essas variações de altura criam o Efeito de Coriolis, advindo de componentes da distribuição instantânea de massa, alterada radialmente naquele plano, gerando assim também vibrações laterais. Devido a esse efeito e à diferença de arrasto das pás, primeiramente se corrige a trajetória das pás, para posteriormente realizar o balanceamento das massas. As ações corretivas visam intervir na altura da pá através do ângulo de *pitch* da pá por intervenção do comprimento da haste de comando do passo da pá (*pitch link*) que promove uma rotação uniforme em toda a pá em torno de seu eixo de *pitch* e/ou pela modificação da posição nos compensadores (ou *tab*) disponíveis para tal (altera o arqueamento do perfil da pá, geralmente, nas suas seções mais externas, fomentando torções estruturais em torno do eixo elástico da pá por ação de esforços aerodinâmico resultantes da alteração da distribuição de sustentação, logo dependentes da posição azimutal, cujo efeito reverte aquela altura indesejável da pá – Figura 11).

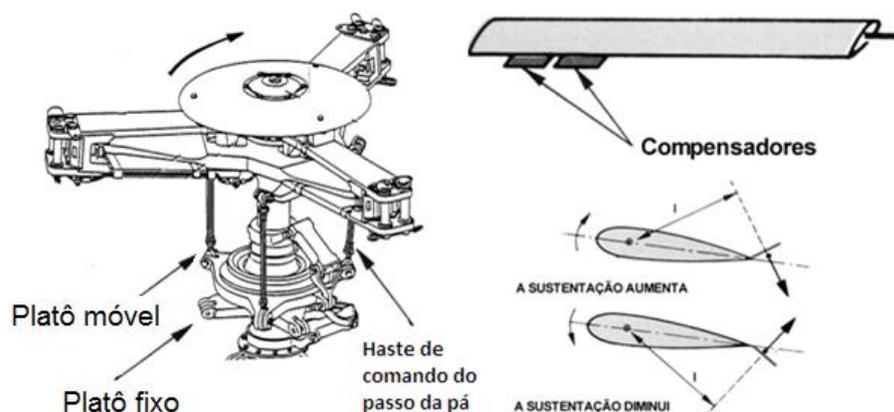


Figura 11 - Cubo do rotor e elementos associados com o ajuste de *tracking* (adaptado de CRUZ, 2009).

Neste trabalho, pela decisão da simplicidade na modelagem adotada, não se considera o grau de liberdade de torção da pá. Daí, não se conta com a modificação da posição nos compensadores ou *tab* como ação corretiva de defeitos.

2.4 A MANUTENÇÃO PREDITIVA EM HELICÓPTEROS

Sob o aspecto da segurança e da aeronavegabilidade continuada, a manutenção aeronáutica é conhecida como uma atividade de inspeção, revisão, reparo, limpeza, conservação ou substituição de partes de uma aeronave e seus componentes (BRASIL, 2011).

Os custos de operação de helicópteros são extremamente altos principalmente devido aos custos de manutenção (24%) e de seguros (29%), dadas às responsabilidades cíveis e legais pertinentes, bem como aos níveis percebidos de perigo associados pela sociedade (SAMUEL, PINES, 2005). Quanto aos custos de manutenção, giram em torno de um quarto do custo total de operação (RANJAN, CHOPRA, HAAS, 1998).

Há perspectivas convincentes de redução de ambos com a consolidação da manutenção preditiva e de seus resultados em segurança de aviação e confiabilidade.

Todo e qualquer programa de manutenção eficiente implica na adoção de elementos de três tipos de filosofia que refletem a capacidade tecnológica adquirida (GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009): manutenção corretiva; manutenção preventiva e manutenção preditiva.

A Manutenção Corretiva é a mais antiga e mais comum até a década de 50 (NEPOMUCENO, 1989). É uma técnica de gerência reativa à falha, de alto custo por geralmente envolver reparos maiores e em momentos inoportunos. Surgiu quando dominava a deficiência de dados de desempenho dos componentes envolvidos (GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009). Superficialmente passa a idéia de ser menos onerosa, mais aumenta os custos por perdas de produção (lucros cessantes) e pelas avarias secundárias decorrentes, além

de tempo excessivo para sanar o problema; contudo é útil quando a falha abrupta não ameaça a produção, como um bebedouro, por exemplo. Aplica-se a itens classificados em manual como *Condition Monitoring*—preconizada a substituição somente mediante discrepâncias. Ainda, a concepção de projeto *Fail Safe* (AIR SAFETY GROUP, 2009) permite uma manutenção corretiva, eficaz e oportuna, a ser realizada em épocas e condições mais favoráveis, como em grandes revisões, permitindo tolerâncias muito maiores para as trincas, em clara vantagem prática em áreas comumente de difícil acesso.

A Manutenção Preventiva estabelece a segunda geração. Apoia-se na previsibilidade do comportamento operacional, adquirida das observações experimentais e estatísticas, e impostas por restrições de especificações de certificação mais adequadas às peculiaridades de risco da atividade aeronáutica. Estas criaram condições para, pela primeira vez, uma manutenção proativa, de caráter antecipativo às falhas. No contexto geral, inclui todos os programas de gerência de manutenção acionados por tempo, como horas e/ou ciclos operacionais dos itens (contados por pouso, corte do motor, etc.), em que estes são removidos. Há situações que ainda são utilizáveis ou, indesejavelmente, em que são substituídos até depois de falharem. São descartados via a gravação “*scrap*” ou mutilação para evitar reaplicação não-intencional com base nas projeções de desempenho dos fabricantes (GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009). Constitui posição altamente conservativa, sob a desvantagem de haver desperdício de tempo e material por substituir item com vida útil apreciável quando se poderia atuar em frequência maior que a necessária (NEPOMUCENO, 1989). Para uma máquina que ainda poderia operar satisfatoriamente por mais tempo, pará-la apenas para uma verificação não parece razoável. Vale refletir: a abertura/fechamento aumenta a probabilidade de introdução de erros de fator humano. Por outro lado não se deve esperar uma pane para ser corrigida (então a solução é intervir no momento ideal) (LIMA, 1989).

A Manutenção Preditiva baseia-se em medições (que devem ser representativas e consistentes) das condições reais do equipamento de maneira contínua e periódica, conforme o nível de criticalidade do item. Mas algumas medições são inviáveis, imprecisas, enquanto que alguns componentes têm baixo custo de substituição, como a substituição do óleo de lubrificação, por ex.. Neste caso a vibração é um parâmetro vital para definir as condições dinâmicas de máquinas rotativas. (NEPOMUCENO, 1989). A Filosofia nasceu primeiramente na análise de óleo lubrificante implementada pela aviação naval americana na década de 50. Daí se difundiu estabelecendo-se como a terceira geração a partir da década de 60, trazendo novos paradigmas para a função logística manutenção. (adaptado de DE MORAES, 2010).

A indústria continua evoluindo em tecnologia, motivada pela busca incansável por resultados financeiros associados à eficiência de operação, que dependente da segurança e disponibilidade. Neste sentido, a medida que se permite um melhor entendimento da dinâmica dos fenômenos envolvidos, domínio dos processos de fabricação, bem como a capacidade de mensurar e processar as evidências de desempenho, avança-se em mais uma metodologia de ter as aeronaves à mão (do latim “manutentio”: ação de segurar na mão): a filosofia baseada na condição (GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009). Conforme as técnicas tornaram-se mais sensíveis, as previsões de falha dão lugar às alterações de condição, mantendo-se longe a falha (BARONI, 2008).

A manutenção preditiva se posiciona como uma filosofia que, diferentemente da doutrina reativa da manutenção corretiva, é proativa às falhas imprevisíveis de forma a aumentar a confiabilidade e segurança de operação. Baseada na condição e integridade do componente, e não no tempo/ciclo de vida, identifica a tendência à falha futura de acordo com algum desvio do padrão de grandezas térmicas, acústicas, e vibratórias (principalmente em helicópteros), que revelem o comportamento conhecido do sistema. Cita-se: análise espectrométrica de óleo, ferrografia (parte da Tribologia- investigação do desgaste por atrito);

análise de partículas em fluido hidráulico, análise termográfica, análise de ruídos e a análise de vibração (parâmetro de maior relevância em se tratando de helicópteros). É a filosofia mais associada a recursos computacionais – basea-se no gráfico de tendências (curva) e na análise espectral (se detectado incremento além do tolerável). A experiência acumulada em banco de dados facilita a associação de cada frequência para o diagnóstico de cada tipo de falha.

Surgem recentemente tendências de uma quarta geração dessas ferramentas de qualidade, caracterizada pela aplicação de sistemas de monitoramento contínuo associados a sistemas supervisores de falhas. Estes são dotados de algoritmos de análise de sinais (Transformada Rápida de Fourier – FFT, e/ou *wavelet*, e/ou Hilbert), e/ou de técnicas de inteligência artificial (Redes Neurais Artificiais – RNA e/ou sistemas Neuro Fuzzy, dentre outros), a fim de prover o diagnóstico e o prognóstico de falhas incipientes. Buscando a maior disponibilidade e confiabilidade do componente, existe a manutenção centrada na confiabilidade – MCC, e tem se popularizado por suas metodologias como FMEA (*Failure mode and effect analysis*), FTA (*Fault Tree analysis*), Análise Probabilística de Riscos – PRA (BRITO, 2008).

2.5 FILOSOFIA HUMS: VIBRAÇÃO E MANUTENÇÃO PREDITIVA

Os HMS (*Health Monitoring System*) chegaram ao mercado de aviação como mais do que uma nova tecnologia: assumem um papel estratégico na transição da tradicional manutenção preventiva para uma nova filosofia alinhada à eficácia da manutenção preditiva baseada em condição (que emerge mudando culturas organizacionais), e na qual componentes são utilizados até a totalidade de sua vida útil, dispensando substituições prematuras.

Sucintamente, pode-se descrever a arquitetura básica de um HMS como formada por sensores que transformam as variáveis de interesse de cada aeronave em sinais elétricos, que

em seguida são processados e comparados por algoritmos computacionais com um banco de dados históricos (referência) correspondente à variável em questão e apresentado para um operador a bordo, ou para uma estação de monitoramento no solo, o estado atual do componente e sua probabilidade de falha, conforme mostrado na Figura 12.

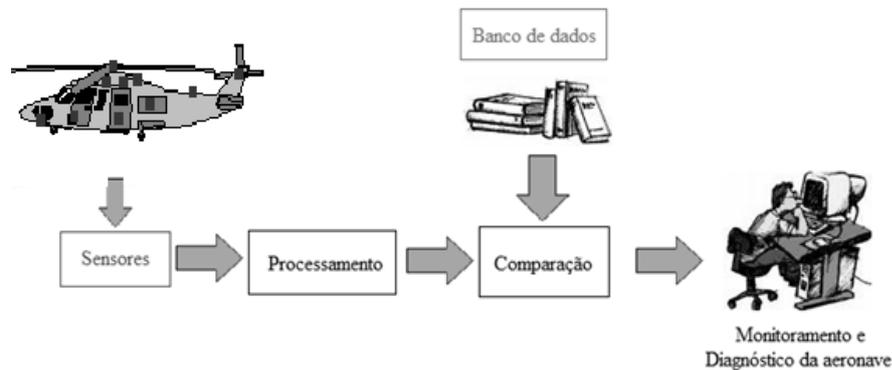


Figura 12 - Diagrama simplificado de um *Health Monitoring System* (HMS) (GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009).

Os HOMS são um caso particular de HMS que conta ainda com parâmetros de emprego de componentes. Nasceram da demanda por diagnósticos antecipados e prognósticos eficazes de defeitos na atividade em plataformas petrolíferas (*offshore*). Destaca-se notável aceitação na operação de aeronaves de asas rotativas pela tecnologia de monitoramento da grandeza vibração visando à detecção de falhas associadas à peculiaridade do grande número de sistemas rotativos críticos atuantes. Neste contexto, preventivamente até então, as inspeções programadas se antecipam a eventos catastróficos relacionados à degradação dos grupos moto-propulsor; de caixas de transmissão e do estado de balanceamento dos rotores e de seu ajuste de *tracking*. Por outro lado existe a possibilidade de nenhum dano (trincas, pontos de corrosão, deformações etc.) ser encontrado durante essas inspeções, e falhas latentes imprevistas ocorrerem entre elas, culminando em acidentes, como mostrado na Figura 13.

Assim o constante monitoramento oferecido por ferramentas do tipo HMS, como os HUMS, possibilita a identificação de uma tendência de falha futura de acordo com algum desvio do padrão do comportamento esperado do sistema.

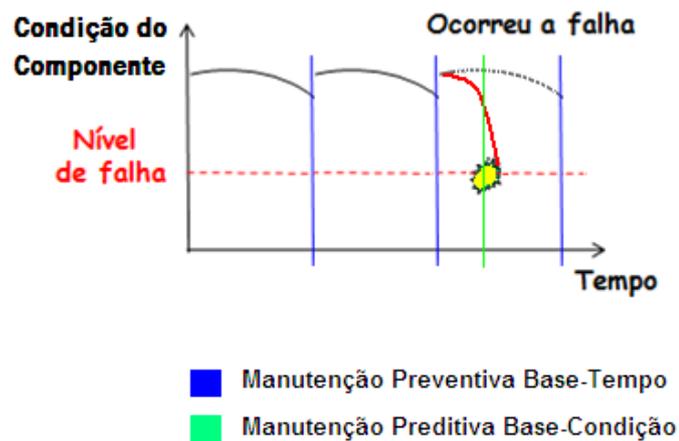


Figura 13 - Condição do material versus tempo usando manutenção programada, baseada no tempo/ciclos; e sob manutenção preditiva, baseada na condição (GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009).

Em cada faixa de frequência, associam-se variações na amplitude a discrepâncias correspondente do componente (rotativo, como o motor, os rotores, e a caixa e eixos de transmissão; ou fixo (estabilizadores na fuselagem, etc.).

A Figura 14 mostra um espectro de vibração característico de um helicóptero, que compõe seu banco de dados vibratórios.

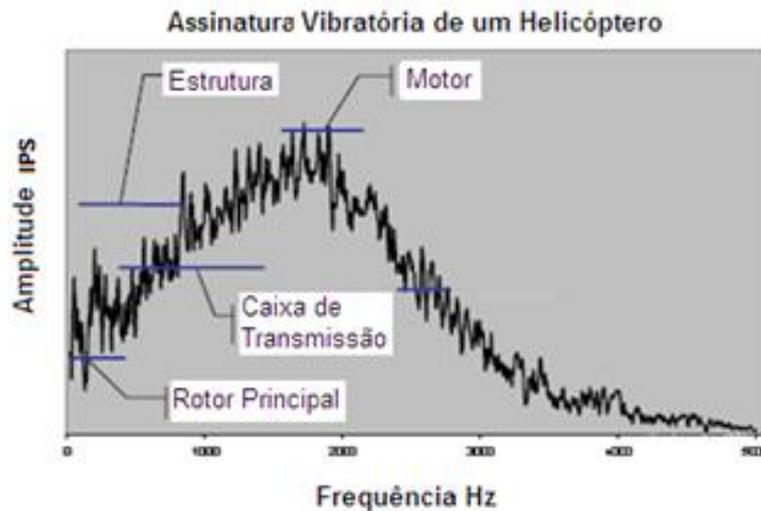


Figura 14 - Espectro (assinatura) de vibração (adaptado de GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009).

Os sensores são responsáveis pelo monitoramento da condição e emprego da aeronave. Por isso, os mesmos são um ponto crítico que ainda rende aos HUMS muitas pesquisas concernentes a requisitos de precisão, confiabilidade, custo, e de resistência a uma gama de temperaturas e umidade, a contaminantes ambientais e à vibração. É desejável grande resolução e frequência de resposta para se garantir a identificação do sinal sem erros de amostragem.

Técnicas de detecção de danos baseadas em vibração estão associadas a sistemas combinados de monitoramento da condição e do uso (HUMS) ou, mais recentemente, de gestão da condição e prognóstico (PHM).

Em pouco mais de detalhes, nos HUMS o monitoramento da condição mecânica ou funcional de um componente ou sistema visa a, especialmente, detectar ou possivelmente diagnosticar degradações incipientes que possam conduzir a uma falha. Já gestão da condição descreve o processo de lidar com as informações obtidas do monitoramento e do prognóstico visando estabelecer a situação em tempo real do item e possivelmente, como desejado, propor métodos para estender a vida do mesmo, ou limitar sua operação. O termo "monitorar o uso"

significa determinar o consumo da vida de componentes e sistemas críticos segundo registros de operação (ciclos e horas) e histórico de carregamentos (SAMUEL, PINES, 2005).

A geração de alertas é um diferencial dos HUMS e se resume em estabelecer limiares para cada condição de vibração e gerar alertas conforme alterações nos valores na tendência os atinjam. Em muitos casos esses limiares precisam ser inferidos da observação operacional dos HUMS em serviço, uma vez que não há experiência prévia para os fabricantes dos helicópteros emitirem suas recomendações. Os níveis de limiares não são efetivos quando aplicados a frotas devido à variações de indicação entre componentes e aeronaves. Por isso esses níveis têm sido levantados individualmente por técnicas automáticas que registram os que antes classificam estatisticamente como significativos, mediante testes de razoabilidade e outros processos (LARDER, 1997). Tendências emergem de pesquisas sugerindo que o desempenho dos diagnósticos pode ser melhorado por avanços no processo de tratamento de sinais e pelo avanço de sensores (SAMUEL, PINES, 2005).

Ilustrando algumas estatísticas de desempenho, informações da Autoridade Aviação Civil do Reino Unido publicadas por McColl (McCOLL, 1997) apontam que 69% das crescentes ameaças registradas à aeronavegabilidade continuada (na maioria problemas de balanceamento e *tracking* no rotor) foram de sucesso na detecção da falha, 17% tinha sua evidência, mas não efetivaram o alerta, e apenas 14% dos casos as falhas não foram detectadas.

Desde que os resultados apresentados pelos HUMS sejam adequadamente interpretados sob uma estrutura de análise de risco associada à severidade da falha, visa-se a:

- garantir a aeronavegabilidade continuada da aeronave - definida como a garantia do nível certificado de segurança durante todo ciclo de vida operacional do produto (BRASIL, 2011);

- aumentar a segurança de voo por incremento da consciência situacional da tripulação e de subsídios às suas tomadas de decisão operacional; e
- reduzir os custos operacionais pela manutenção centrada em confiabilidade (MRM) – que oferece acompanhamento (antecipando/postergando) da melhor oportunidade de intervenção (aumentando da disponibilidade); e pela economia na redução dos voos de manutenção para ajuste do rotor principal, de material consumível (selantes, anéis de vedação, lubrificantes, itens de limpeza, etc.), de homens-hora e na otimização do suporte logístico de sobressalentes.

Os HUMS devem prover a situação precisa do uso corrente de componentes críticos tal que modelos estatísticos possam ser utilizados para estimar o ponto no tempo quando a peças devem ser substituídas, bem como devem indicar a presença de um dano incipiente que poderia conduzir a falha antes do fim de sua vida estimada na filosofia *safe-life*. Quantos aos sistemas PHM, em termos gerais, pode-se dizer que seu prognóstico é a predição da vida remanescente deste componente ou sistema. Isso requer modelos de propagação dos defeitos detectados como uma aproximação melhor que o monitoramento do uso (SAMUEL, PINES, 2005).

O objetivo final dos HUMS e PHM é permitir a manutenção preditiva do helicóptero, isto é, segundo a filosofia que dita que intervenções só devem ocorrer associadas a uma falha prevista. Contudo, para isto, HUMS ou PHM robustos, confiáveis e precisos são necessários, o que ainda não se dispõem no estado da arte atual (SAMUEL, PINES, 2005). Enquanto isso, fabricantes adotam-no, no mínimo, como um *backup* a medidas primárias conservativas de manutenção, segundo fatores de segurança e redundâncias em projeto, e freqüentes substituições programadas no contexto *safe-life*, complementadas por técnicas de tolerância ao dano (*fail-safe*).

Os desenvolvedores de HUMS mantêm crescente base de dados de informações correntes de vibração inerentes à função diagnóstico dos HUMS associados com mais de trinta falhas detectadas e evidenciadas pela monitoração de vibração que podem ser relacionadas com ações de manutenção. Estas informações são utilizadas no serviço de assistência a diferentes operadores atuantes em diferentes ambientes. Brian D. Larder (LARDER, 1997) categoriza as falhas em clássicas e novas no processo de diagnóstico, quando sumariza dez exemplos dentre mais de vinte classes que compõem estes dados em biblioteca dos HUMS. As primeiras referem-se às que são resultado de um mecanismo de falha conhecido ou que os indicadores associados sejam constante alvo de atenção, com base em conhecimentos teóricos ou em testes de bancada. As falhas da categoria dita nova são as que não permitem antecipação por parte dos HUMS, nem há indicadores estabelecidos para reconhecer seus efeitos. Estes só podem ser apontados através de lições aprendidas. A experiência necessária pode ser maximizada através da combinação das informações do fornecedor dos HUMS, dos seus operadores e do fabricante das aeronaves (LARDER, 1997).

O sistema desenvolvido principalmente pela Smiths Industries do Reino Unido e a americana Goodrich, e diversas variantes já são padrões e plenamente operacionais nas aeronaves Boeing HC Mk II Chinooks da Força Aérea Real Inglesa, Sikorsky S-92 e S-76 C+, e no Eurocopter EC-135; e ainda é oferecido como uma opção no AgustaWestland AW-139. Em paralelo, muitos outros operadores do mercado *offshore* estão adaptando suas frotas de helicópteros a esses novos equipamentos (GONZÁLEZ, DE ANDRADE, 2009), como parte da implementação do programa HOMP (*Helicopters Operation Monitoring Program*), que acompanha cada voo detalhadamente, padroniza as operações e identifica previamente qualquer problema na sua qualidade ou tendência de condução potencialmente perigosa.

Em seus diversos projetos, perspectivas apontam para os HUMS culminando definitivamente como um item de série na indústria de helicópteros, conjectura a ser

concretizada pela tendência a novas opções de baixo-custo à medida que mais modelos de projetos aeronáuticos se beneficiem desses sistemas e mais experiência se adquira dos HUMS em serviço e nos seus dispendiosos e atualmente desafiantes processos de certificação.

3. MODELAGEM SIMPLIFICADA DO EQUILÍBRIO DO SISTEMA FUSELAGEM - ROTOR PRINCIPAL ISOTRÓPICO (PROBLEMA DIRETO)

Este Capítulo apresenta como modelamento matemático à expressão analítica do torçor dos esforços no cubo de um rotor modelado como composto de pás articuladas sob os graus de liberdade em batimento e *lead-lag*. Três fases distintas compõem qualquer tipo de análise: modelamento analítico, modelamento matemático e comportamento dinâmico. Alinhando-se às boas práticas de engenharia para a obtenção de um modelamento analítico adequado (dentre diversos sempre possíveis), seguem-se de um conjunto de hipóteses simplificadoras adotadas de maneira a reduzir um sistema dinâmico real a outro equivalente do tipo representado por massa-mola-amortecedor; e representa-se o mesmo por um diagrama de corpo livre que seja reflexo das suas propriedades também definidas pelo analista, como as de inércia (massa), rigidez (mola), dissipação de energia (amortecedor), e tipo de carregamento (forças). O modelo precisa ser uma solução de compromisso entre a sofisticação que o aproxima da realidade complexa e a simplificação que, afastando-o daquela, torna viável a análise do modelo matemático correspondente, com os recursos e prazos disponíveis. O modelamento matemático, por sua vez, gera as (segundo pequenas vibrações em torno do equilíbrio) e suas condições acessórias associadas (iniciais e/ou de contorno). Dentre as técnicas de abordagem básica e didática para dedução das equações diferenciais governantes do movimento, pode-se agrupá-las em Mecânica Lagrangeana (segundo conceitos escalares de energia) e em Mecânica Newtoniana (baseada em grandezas vetoriais). Em que pese estruturas complexas recomendarem a primeira (mais sistemática), opta-se, neste texto, pela última, dada a natureza mais intuitiva de identificação dos esforços e sua visualização no diagrama de corpo livre (necessário nesta opção), concebido de uma forma relativamente simples diante das simplificações a se discutir. A resolução destas equações, seja no domínio

do tempo ou da frequência, revela então o comportamento dinâmico resultante do modelo analítico adotado, e neste texto é efetuada numericamente no domínio da frequência com auxílio computacional.

3.1 AS HIPÓTESES

Assim inicia-se a modelagem analítica do sistema fuselagem-rotor isotrópico optando-se pela concepção do diagrama de corpo livre apenas do sistema rotor sem defeitos (a partir deste ponto convencionada a denominação “isotrópico”), ou mais precisamente, de qualquer uma de suas três pás, uma vez que esta concentra, dentro das hipóteses adotadas, todos os esforços dinâmicos a serem integrados pelo cubo do rotor e depois, sob outra resultante, serem transmitidos à fuselagem (suposta solicitada estacionariamente por outros carregamentos).

Buscando sempre uma solução de compromisso entre a simplicidade do modelo e a precisão dos resultados, para a definição necessária da configuração de voo de referência, apesar de influenciarem de forma direta o índice vibratório, por simplicidade, essa pesquisa adota:

1. o valor fixo $1,225\text{kg/m}^3$ da densidade do ar, que escoia pelos perfis das pás e empenagens, e, diretamente proporcional a sua sustentação e arrasto, cria também resistência ao avanço da fuselagem. Este valor corresponde ao da atmosfera padrão ISA (*International Standard Atmosphere* - modelo estabelecido pela ICAO), sem ajustes ΔT de temperatura (ISA não-variada), e ao nível do mar (troposfera, sob as condições padronizadas de temperatura (15°C) e pressão (101325N/m^2)) (DE ANDRADE, 1999). Da Figura 15, pode-se ver que esta consideração remove em torno

de 10 a 5% do valor real, a ser considerado nas simulações dos pontos ensaiados em voo a frente (de 2000 a 3000pés, respectivamente).

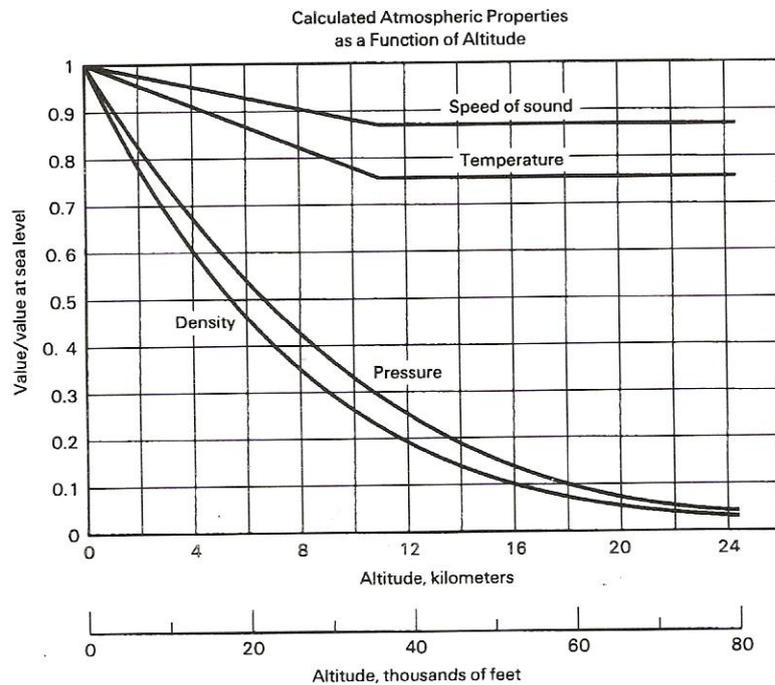


Figura 15- Altitude-pressão: influência atmosférica (DE ANDRADE, 1999).

Isto também permite que se desconsiderem as pequenas diferenças entre a altitude-pressão (advinda desta associação) e a altitude geométrica real (significando: aceleração gravitacional admitida como constante) peculiares a esta camada atmosférica (PAGLIONE, 1985).

2. fator de carga nulo (aceleração do corpo adimensionalizada pela aceleração da gravidade g , resultado da razão entre a força neste aplicada e seu peso próprio), ou seja, voo estacionário, reto, nivelado e estabilizado (estrutura não submetida a quaisquer acelerações);
3. no amplo espectro de frequências, mesmo ciente da importância dos demais harmônicos associados à outros defeitos, por simplicidade consideram-se aqui somente as vibrações na frequência fundamental de valor de 1Ω , igual a uma vez a

rotação do rotor principal, por ser ainda um importante item associado a ações diretas de intervenção na prática de manutenção.

4. rotor articulado segundo os seguintes graus de liberdade para cada pá, sob pequenos ângulos de deslocamento a fim de reduzir não-linearidades:

- batimento ou *flapping* (flexão para fora do plano de rotação): pois no voo a frente compensa a assimetria de sustentação;
- movimento de avanço e recuo ou *lead-lag* (flexão no plano de rotação): pois é devido à Força não-linear de Coriolis associada ao movimento de batimento (porém independente do *lead-lag*), segundo um acoplamento *flap-lag*, para cujo alívio requer-se uma articulação em *lead-lag* normal àquele plano; e
- variação de passo ou incidência em *pitch* ou *feathering* ou *torsion* (giro em torno do eixo elástico): pois é o extremo da cadeia de ação de comando coletivo e/ou cíclico, e seu acoplamento com cada um dos anteriores.

Para simplicidade do modelo a calcular, desconsidera-se a liberdade em torção da pá ou *twist* associadas aos ajustes de *tab* (que aqui associa-se à torção), uma vez que supõem-se nesta uma rigidez suficiente para contê-la. Apenas há a torção *built-in*, permanente e linear, como um dado intrínseco ao projeto. Ainda, são desconsideradas todas as não-linearidades ligadas aos acoplamentos *pitch-flap-lag*, representadas pelos produtos triplos de seus deslocamentos ou funções associadas.

Um rotor totalmente articulado dispõe desses três vínculos (Figura 16) por meio de rolamentos segundo articulações convenientemente arrançadas entre si.

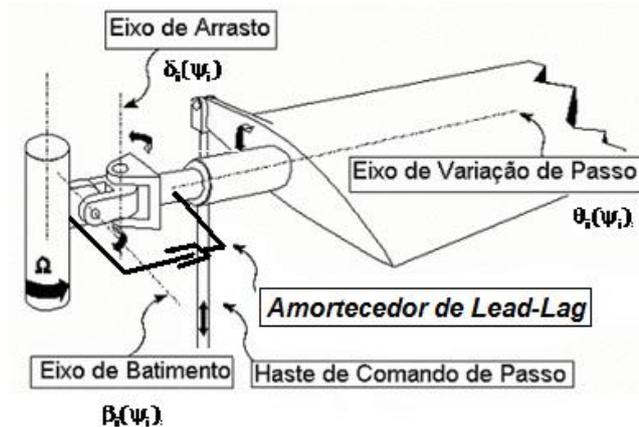


Figura 16- Deslocamentos e vínculos do rotor modelado (adaptado de CRUZ, 2005).

5. pá como corpo rígido, para simplicidade dos cálculos. Por isso, desconsidera-se o grau de liberdade no modo flexível de torção da pá (twist) ao longo de sua linha elástica. Este posicionamento elimina o ajuste por meio dos tabs, os quais também corrigem o *tracking* por variação da sustentação na respectiva seção da pá em que está instalado.
6. pá submetida a carregamento aerodinâmico resultante de escoamento bidimensional segundo a Teoria do Elemento-de-Pá (JONHSON,1994): adota um alto *aspect ratio* para o perfil) em regime estacionário (sem perturbações do tipo rajada).

A pá real é de material composto e razoavelmente flexível em flexão e torção, como a maioria delas, por isso está sujeita a efeitos aeroelásticos relacionados aos acoplamentos *flap-lag*, *pitch-flap*, *pitch-lag* e *pitch-flap-lag* (somente este é aqui desconsiderado no modelo). Desconsidera-se neste estudo os efeitos do escoamento sobre a pá que recua (descolamentos do escoamento, *stall* dinâmico e fluxo reverso), e na ponta da pá avançante (compressibilidade e avanços associados implementados pelos modernos projetos de ponta de pá, bem como os efeitos *tip loss*), bem como na sua raiz (*offset loss*), e grandes deformações em *flap* das pás (fonte de não-linearidades). As forças aerodinâmicas são bem determinadas pelos modos fundamentais (movimentos de corpo rígidos), mas a excitação nos modos de torção e flexão elásticos por altas harmônicas destas forças podem produzir grandes cargas na

seção, mesmo que sob pequenas deflexões. Daí a frequência natural da pá nesses modos deve ser mantida longe dos harmônicos de Ω . (JOHNSON, 1994)

7. Admite-se que a fuselagem, suposta como um corpo semirrígido, pode ser dinamicamente equivalente a um corpo rígido de seis graus de liberdade (três componentes de posição e três de ângulos de orientação). Daí, a configuração de estados da fuselagem poder ser descrita segundo apenas seis graus de liberdade, ao longo de cada um dos três eixos X, Y e Z, e ao redor deles (setas maiores na Figura 17) para seu equilíbrio sob forças externas e aerodinâmicas, que somadas às equações dos movimentos da pá (em pequenos ângulos de batimento e *lead-lag*) formam doze equações diferenciais não-lineares a doze incógnitas;

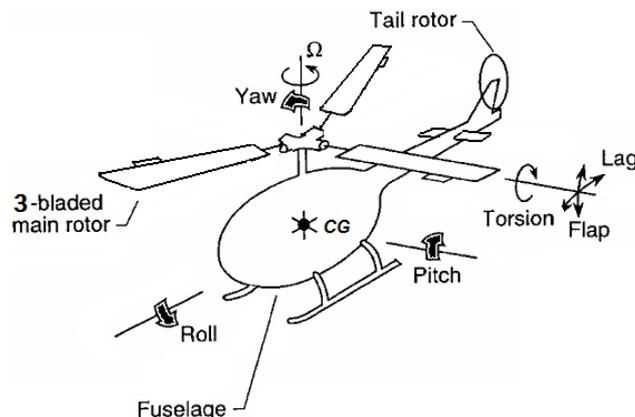


Figura 17- GDL do sistema acoplado rotor-fuselagem (adaptado de FRIEDMANN, HODGES, 2003).

8. O carregamento no cubo é determinado a partir do somatório das três integrações (sobre cada pá) dos esforços considerados segundo a Teoria do Elemento-de-Pá.

Na modelagem adotada nesta pesquisa, apesar de todas as simplificações que, inclusive, desconsideram todos os acoplamentos *flap-torsion*, *lag-torsion* e *flap-lag-torsion*, a natureza do sistema de equações do movimento do sistema rotor-fuselagem, que toma o *flap-lag*, ainda se mostra não-linear, e, no seu processo de resolução numérica, é linearizado

internamente pelo algoritmo computacional selecionado no ambiente do software MATLAB(R).

3.2 OS PARÂMETROS

Faz-se necessário adotar alguns parâmetros a fim de estabelecer a aeronave objeto da simulação e alguma(s) condição(ões) particular(es) de voo, onde serão investigadas as respostas do sistema rotor-fuselagem isotrópico, e que posteriormente serve de referência para as avaliações dos efeitos das anisotropias introduzidas. São estes:

- **massa do sistema:** fator de proporcionalidade fundamental na avaliação das acelerações relacionadas aos esforços submetidos. É suposta constante, ou seja, é desprezada a redução devida ao consumo de combustível, quando comparada com a massa original.
- **a centragem da aeronave:** responsável pelo posicionamento de seu centro de gravidade (CG) e pela definição dos braços de momentos a este relativo (associados aos estados de atitude da fuselagem), bem como pela propagação das características de vibração ao longo da fuselagem. Geralmente o CG é apresentado pelo fabricante na forma da Figura 18, dentro da qual se permite seu “passeio” (na vizinhança da vertical do mastro e, então, da tração do rotor principal), a fim de garantir a estabilidade longitudinal e látero-direcional, bem como as qualidades de voo desejáveis ao projeto. Seguem abaixo os dados pertinentes utilizados, constantes no Relatório dos Ensaio em Voo (Anexo 1).
- **a velocidade de voo a frente.** Utilizam-se os valores nulo e em torno de 222 nós (correspondente à VNE), conforme previsto na Ordem de Ensaio em voo de aplicação (Anexo 1).

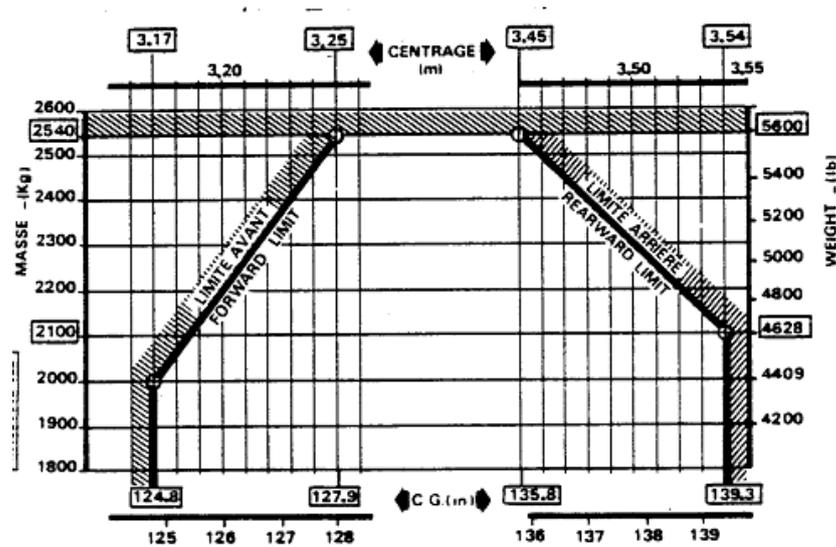


Figura 18 - Diagrama de centragem longitudinal da aeronave-plataforma adotada, onde se pode observar o passeio máximo permitido de 9 cm (HELIBRÁS, 1995).

Vale ressaltar que, devido a restrições por confidencialidade de informações de projeto (propriedade mantida pelo fabricante), neste trabalho foram assumidos alguns valores estimados para os demais parâmetros necessários à aplicação do modelo conclusão deste trabalho acadêmico. Na medida em que os parâmetros reais venham a ser obtidos, o modelo pode facilmente ser atualizado/refinado para melhor representar a aeronave de interesse.

Na ausência de melhores alternativas, o critério para estimar esses valores que não podem ser mantidos consiste em associar linearmente, quando viável, os parâmetros desejados com os análogos da aeronave AS 332L Super Puma, os quais, de forma completa e confiável, estão apresentados por Jorge (JORGE, 1992). O Apêndice A apresenta os resultados desta operação segundo cada parâmetro utilizado para estabelecer a correlação.

3.3 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE UMA PÁ

Em continuidade, evolui-se para o modelamento matemático. No tratado Problema Direto, grande parte das expressões foram revisadas de Jorge (JORGE, 1992), e adaptadas

convenientemente para objetivo deste texto, ficando isto implícito a partir deste ponto, por simplicidade de redação (aplicável também ao capítulo seguinte).

Utiliza-se a 2ª Lei de Newton da Mecânica Clássica (Princípio Fundamental da Dinâmica), escolhida para obtenção das equações do movimento decorrentes de duas fases: a determinação do diagrama de corpo livre do sistema; seguida da aplicação dessa Lei nas suas formas para translações e para rotações. Neste tipo de abordagem, deve-se atentar para não confundir a direções dos esforços e de suas reações, erro mais suscetível quando se avalia sistemas multicorpos com cargas tridimensionais, situação desse modelo.

3.3.1 EQUILÍBRIO DINÂMICO EM UMA PÁ

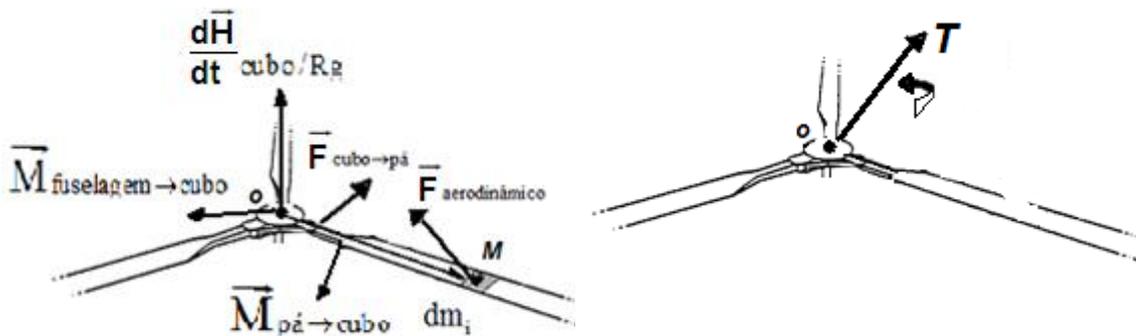


Figura 20 - Diagrama de corpo livre do cubo do rotor com esforços (forças F e momentos M) aplicados em uma pá (esquerda) e com seu torçor T .

Na modelagem adotada segundo a Figura 20, cada uma das pás que constituem o rotor está sujeita a esforços de inércia $(\int_e^R (\frac{d^2 \overline{OM}}{dt^2}) dm_i)$ e aerodinâmicos ($\vec{F}_{\text{aerodinâmico}}$), respectivamente, constituindo as parcelas da equação que se segue.

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton a um elemento de massa dm_i da pá i , localizado pelo vetor-posição \overline{OM} , em relação ao Referencial de Galileu- R_g (fixo à centro da Terra considerado não-inercial), obtém-se vetorialmente que:

$$\int_e^R \left(\frac{d^2 \overline{OM}}{dt^2} \right) dm_i = \vec{F}_{\text{cubo} \rightarrow \text{pá}} + \vec{F}_{\text{aerodinâmico}}$$

Considera-se:

R_f : referencial fixo do rotor (O,X,Y,Z)

R_t : referencial girante do rotor (O,X_i,Y_i,Z_i)

R_p : referencial da pá em batimento (O,X_p,Y_p,Z_p)

R_p : referencial da pá em batimento seguido do *lead-lag* (O,X_p,Y_p,Z_p)

R_a : referencial aerodinâmico (O,X_a,Y_a,Z_a)

R_h : referencial do helicóptero (O,X_h,Y_h,Z_h)

Tem-se que, no R_g , a resultante do vetor de forças \vec{F} da pá sobre o cubo, solicitados na articulação de batimento, vale $\vec{F}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}} = \vec{F}_{\text{aerodinâmico}} - \int_e^R \left(\frac{d^2 \overline{OM}}{dt^2} \right) dm_i$

Sob outra linha de ação, aplicando-se novamente a 2ª Lei de Newton em termos de movimentos angulares em relação ao R_g , em torno no cubo do rotor pela pá e fuselagem, obtém-se:

$$\left(\frac{d\vec{H}}{dt} \right)_{\text{cubo}/R_g} = \vec{M}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}} + \vec{M}_{\text{fuselagem} \rightarrow \text{cubo}}$$

Como o cubo está em rotação a velocidade constante (aceleração angular nula), a derivada temporal do momento angular $\left(\frac{d\vec{H}}{dt} \right)_{\text{cubo}/R_g}$ é nula. Daí $\vec{M}_{\text{cubo} \rightarrow \text{fuselagem}} = \vec{M}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}}$, isto

é, os momentos aplicados pelo cubo à fuselagem, simétricos aos recebidos desta pelo cubo,

equivalem à ação dos momentos aplicados pela pá no cubo. Face ao exposto percebe-se que se precisa obter $\vec{F}_{\text{aerodinâmico}}$, $\int_e^R \left(\frac{d^2 \overline{OM}}{dt^2} \right) dm_i$ e $\vec{M}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}}$. O resultado destes três cálculos reúne as componentes, no R_g , do torçor dos esforços no cubo do rotor $\{\mathbf{T}\}_0$. Um torçor, por definição, substitui todas as forças e momentos atuantes em um corpo rígido pela representação de um vetor de força e outro de momento, aplicados em um mesmo ponto (JOHNSON, 1993). Justifica-se o índice zero uma vez que o mesmo é constante em relação à posição azimutal das pás (e, por conseguinte, em relação ao tempo) devido à hipótese de rotor isotrópico e de que se limitou o estudo à frequência 1Ω .

$$\{\mathbf{T}\}_0 = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}} \\ \vec{M}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}} \end{array} \right\}_0 = \left\{ \begin{array}{l} F_x \vec{X} + F_y \vec{Y} + F_z \vec{Z} \\ M_x \vec{X} + M_y \vec{Y} + M_z \vec{Z} \end{array} \right\}_0$$

Posteriormente a este cálculo para uma pá., efetua-se o somatório de acordo com o número de pás para se obter o torçor dos esforços do rotor completo aplicado ao seu cubo.

3.3.2 ACELERAÇÃO SUBMETIDA A UMA PÁ

A resultante dinâmica, aplicada no corpo da pá i , segundo a mecânica newtoniana, pode ser obtida da integral no espaço ao longo da pá segundo a distância ‘ r ’ variante da excentricidade ‘ e ’ até o raio ‘ R ’. Desta forma, dado o modelo da pá como articulada simplesmente em batimento e *lead-lag*, primeiramente tem-se a seguinte relação entre os referenciais do rotor conforme os graus de liberdade adotados. Observa-se que, salvo o referencial fixo (XYZ) ao cubo e nele originado, todas as origens estão estabelecidas na articulação de batimento, então modelada como o ponto de fixação da pá. Todos os referenciais necessários a esta pesquisa são apresentados no Apêndice B.

Prezando pela generalidade, considera-se um ponto qualquer M situado na superfície da pá a uma coordenada radial r , disposto na Figura 21.

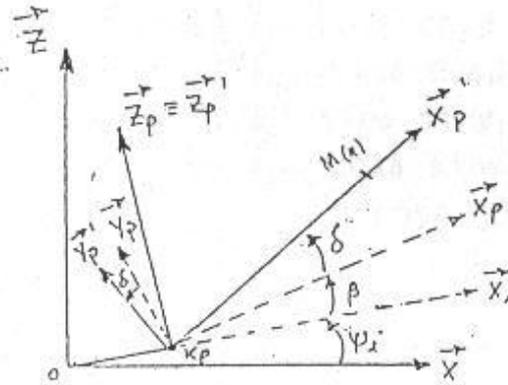


Figura 21- O ponto qualquer M da pá sob os deslocamentos que associam entre si os referenciais necessários à análise corrente (JORGE, 1992).

Precisa-se calcular a aceleração $\overline{\gamma}_M$ deste ponto M no referencial rotor fixo e em seguida integrar ao longo da pá as expressões obtidas.

Visto do referencial rotor fixo $R_f(O, X, Y, Z)$, tem-se o vetor-posição do ponto M relativo à

$$\text{origem O: } \overline{OM} = \begin{bmatrix} e \cos \psi_i + (r - e) \cos \delta \cos \beta \cos \psi_i - (r - e) \text{sen} \delta \text{sen} \psi_i \\ e \text{sen} \psi_i + (r - e) \cos \delta \cos \beta \text{sen} \psi_i + (r - e) \text{sen} \delta \cos \psi_i \\ (r - e) \cos \delta \text{sen} \beta \end{bmatrix}$$

Admite-se que rotor descreve uma velocidade constante $\dot{\psi}_i = \Omega$.

Deriva-se, duas vezes em relação ao tempo, o vetor-posição acima e obtém-se o vetor aceleração do ponto M em relação à referência O:

$$\vec{\gamma}_M = \frac{d^2 \overline{OM}}{dt^2} = \begin{bmatrix} -e\Omega^2 \cos\psi_i + 2(r-e)\Omega \dot{\beta}_t \cos\delta \sin\beta \sin\psi_i - (r-e)\ddot{\beta}_{t,t} \cos\delta \sin\beta \cos\psi_i \\ -(r-e)\dot{\beta}_t^2 \cos\delta \cos\beta \cos\psi_i - (r-e)\Omega^2 \cos\delta \cos\beta \cos\psi_i + 2(r-e)\Omega \dot{\delta}_t \sin\delta \cos\beta \sin\psi_i \\ + 2(r-e)\dot{\delta}_t \dot{\beta}_t \sin\delta \sin\beta \cos\psi_i - (r-e)\dot{\delta}_t^2 \cos\delta \cos\delta \cos\psi_i - (r-e)\ddot{\delta}_{t,t} \sin\delta \cos\beta \cos\psi_i \\ + (r-e)\dot{\delta}_t^2 \sin\delta \sin\psi_i - (r-e)\ddot{\delta}_{t,t} \cos\delta \sin\psi_i - 2(r-e)\dot{\delta}_t \Omega \cos\delta \cos\psi_i \\ + (r-e)\Omega^2 \sin\delta \sin\psi_i \\ -e\Omega^2 \sin\psi_i - 2(r-e)\Omega \dot{\beta}_t \cos\delta \sin\beta \cos\psi_i - (r-e)\ddot{\beta}_{t,t} \cos\delta \sin\beta \sin\psi_i \\ -(r-e)\dot{\beta}_t^2 \cos\delta \cos\beta \sin\psi_i - (r-e)\Omega^2 \cos\delta \cos\beta \sin\psi_i - 2(r-e)\Omega \dot{\delta}_t \sin\delta \cos\beta \cos\psi_i \\ + 2(r-e)\dot{\delta}_t \dot{\beta}_t \sin\delta \sin\beta \sin\psi_i - (r-e)\dot{\delta}_t^2 \cos\delta \cos\beta \sin\psi_i - (r-e)\ddot{\delta}_{t,t} \sin\delta \cos\beta \sin\psi_i \\ -(r-e)\dot{\delta}_t^2 \sin\delta \cos\psi_i + (r-e)\ddot{\delta}_{t,t} \cos\delta \cos\psi_i - 2(r-e)\dot{\delta}_t \Omega \cos\delta \sin\psi_i \\ -(r-e)\Omega^2 \sin\delta \cos\psi_i \\ (r-e)\ddot{\beta}_{t,t} \cos\delta \cos\beta - (r-e)\dot{\beta}_t^2 \cos\delta \sin\beta - 2(r-e)\dot{\delta}_t \dot{\beta}_t \sin\delta \cos\beta - (r-e)\dot{\delta}_t^2 \cos\delta \sin\beta \\ -(r-e)\ddot{\delta}_{t,t} \sin\delta \sin\beta \end{bmatrix}$$

Obs: por simplicidade, adota-se a notação $\frac{d\beta}{dt} = \dot{\beta}_t$ e $\frac{d^2\beta}{dt^2} = \ddot{\beta}_{t,t}$. Considerando-se β e δ

ângulos pequenos, faz-se o seguinte conjunto de suposições linearizadoras:

$$\sin\beta = \beta; \quad \sin\delta = \delta; \quad \sin\beta \sin\delta = 0; \quad \cos\beta \sin\delta = \delta; \quad \cos\beta = 1 - \frac{\beta^2}{2}; \quad \cos\delta = 1$$

Evita-se nesta etapa adotar $\cos\beta = 1$ a fim de manter em conta termos que não são negligenciáveis. Isto conduz às três componentes deste último vetor $\vec{\gamma}_M$ de aceleração do ponto M no referencial fixo.

Aqui, requer-se a integração $\int_e^R \left(\frac{d^2 \overline{OM}}{dt^2} \right) dm_i$ para o cálculo dos esforços inerciais

sobre a pá no referencial rotor fixo R_f :

3.3.3 FORÇAS AERODINÂMICAS ATUANTES EM UMA PÁ

Neste momento, dedica-se a atenção à parcela da resultante dinâmica devida aos esforços aerodinâmicos $\vec{F}_{\text{aerodinâmico}}$ aplicados na pá, gerados em voo, e em reação ao escoamento de ar na qual está imersa.

O primeiro ponto é obter a velocidade de um ponto corrente M da pá ($\vec{V}_{M_{\text{Pa/Rg}}}$) em relação ao referencial de Galileu $R_g (O_g, X_g, Y_g, Z_g)$, pois, se referente ao solo, se está parado e imerso em um escoamento atmosférico não-perturbado que sopra sobre a mesma.

Considerando a hipótese do voo a frente horizontal estabilizado (com velocidade constante), por simplificação, faz-se coincidir o referencial aerodinâmico e o referencial de Galileu ($R_a \equiv R_g$) sob a suposição de vento nulo, isto é, a velocidade do escoamento não-perturbado que chega à pá é a própria $V_x=V$ (o deslocamento da aeronave), e não há componentes laterais nem verticais. Daí pode-se supor que:

$$\vec{V}_{M_{\text{ar/Rg}}} = \vec{V}_{\text{ar/Rg}} = \vec{V}_{X/Rg} = \left(\vec{V}_{\text{pá}_v} \right)_{R_a}$$

Considerando \vec{OM} no referencial R_f , a velocidade do ponto M da pá, raciocinando do R_f ao R_g , pode ser decomposta na soma da velocidade devidas à rotação, ao batimento e ao *lead-lag* da pá ($\vec{V}_{M_{\text{pá/rotor fixo}}} = \vec{V}_{\text{pá}_{\Omega, \beta, \delta}}$); somada à velocidade devida ao voo a frente ($\vec{V}_{M_{\text{rotor fixo/ar}}} = \vec{V}_{\text{pá}_v}$); mais a velocidade induzida ($\vec{V}_{M_{\text{ar/Rg}}} = \vec{V}_{\text{pá}_{v_i}}$). A 1ª parcela advém de:

$$\left(\vec{V}_{\text{pá}_{\Omega, \beta, \delta}} \right)_{R_f} = \left[\frac{d\vec{OM}}{dt} \right]_{R_f} = \underbrace{\left[\frac{d\vec{OM}}{dt} \right]_{R_f}}_{\text{variação temporal}} + \underbrace{\vec{\Omega}_{(R_t/R_f)} \wedge \vec{OM}}_{\text{variação temporal de direção (produto vetorial)}}$$

OBS: adota-se a notação $\dot{\beta}_t = \frac{d\beta}{dt} = \frac{d\beta}{d\psi} \frac{d\psi}{dt} = \Omega \dot{\beta}$ onde $\dot{\beta} = \frac{d\beta}{d\psi}$

Mesmo dadas as hipóteses de voo estabilizado (sem acelerações), reto (contido no plano XZ) e nivelado (contido no plano XY), não se pode considerar $R_g \equiv R_f$ pois admite-se ângulos de arfagem α_D constantes nesta modelagem. Daí, da derivada do vetor-posição: tem-se que é a velocidade da pá nos termos dos graus de liberdade considerados vale:

$$\left(\overrightarrow{V}_{pá_{\Omega\beta\delta}} \right)_{R_f} = \begin{bmatrix} -(r-e) \dot{\beta}_t \cos\delta \cos\beta \cos\psi_i - \Omega \sin\psi_i [(r-e) \cos\delta \cos\beta + e] \\ -(r-e) \left(\Omega \sin\delta \cos\psi_i + \dot{\delta}_t \sin\delta \cos\beta \cos\psi_i + \dot{\delta}_t \cos\delta \sin\psi_i \right) \\ -(r-e) \dot{\beta}_t \cos\delta \sin\beta \sin\psi_i + \Omega \cos\psi_i [(r-e) \cos\delta \cos\beta + e] \\ +(r-e) \left(-\Omega \sin\delta \sin\psi_i - \dot{\delta}_t \sin\delta \cos\beta \sin\psi_i + \dot{\delta}_t \cos\delta \cos\psi_i \right) \\ (r-e) \dot{\beta}_t \cos\delta \cos\beta - (r-e) \dot{\delta}_t \sin\delta \sin\beta \end{bmatrix}$$

O mesmo tratamento pode ser feito à velocidade devida ao voo a frente $\overrightarrow{V}_{pá_v}$ no referencial aerodinâmico R_a (O, X_a (positivo contra o movimento da aeronave, daí V negativo), Y_a , Z_a (inclinado arfagem e $\alpha_D < 0$ relativo ao eixo Z) Uma rotação ($\alpha_D > 0$), ie., uma transformação linear via cossenos diretores, ao redor de $\overrightarrow{Y}_a = \overrightarrow{Y}$ (por isso é unitário o elemento $W_{2,2}$) a conduz de R_a à R_f :

$$\left(\overrightarrow{V}_{pá_v} \right)_{R_f} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_D & 0 & \sin\alpha_D \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha_D & 0 & \cos\alpha_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V \cos\alpha_D \\ 0 \\ +V \sin\alpha_D \end{bmatrix}$$

Precisa-se agora submeter o ponto M aos graus de liberdade considerados (ie., levar do atual R_f ao R_p).

Analogamente, uma rotação $(-\psi_i, \text{anti-horária})$ ao redor de $\bar{z} \equiv \bar{z}_i$ a conduz

$\overrightarrow{V}_{\text{pá } \Omega, \beta, \delta} + \overrightarrow{V}_{\text{pá } V}$ de R_f à R_t . Na sequência, a rotação de $(\beta, \text{pá descendendo})$ em redor de

$\bar{Y}_i = \bar{Y}_p$ a conduz de R_t a R_p , e uma rotação de $(-\delta, \text{pá recuando em } \psi)$ em redor de

$\bar{Z}_p \equiv \bar{Z}_p$ conduz a R_p , (batimento seguido do movimento de *lead-lag*). Assim obtém-se:

$$\left(\overrightarrow{V}_{\text{pá } \Omega, \beta, \delta} \right)_{R_p} + \left(\overrightarrow{V}_{\text{pá } V} \right)_{R_p} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e\Omega \text{sen} \delta - V \cos \alpha_D \cos \psi_i \cos \beta \cos \delta \\ + V \text{sen} \alpha_D \text{sen} \beta \cos \delta + V \cos \alpha_D \text{sen} \delta \\ e\Omega \cos \delta + (r-e)\Omega \cos \beta + (r-e)\dot{\delta}_t \\ + V \cos \alpha_D \text{sen} \psi_i \cos \delta + V \cos \alpha_D \cos \psi_i \cos \beta \text{sen} \delta \\ - V \text{sen} \alpha_D \text{sen} \beta \cos \delta \\ (r-e)\dot{\beta}_t \cos \delta + (r-e)\Omega \text{sen} \delta \text{sen} \beta \\ + V \cos \alpha_D \cos \psi_i \cos \beta + V \text{sen} \alpha_D \text{sen} \beta \end{bmatrix}$$

Finalmente, já que V_i é consequência da pá, onde quer que esta esteja segundo ψ , β e δ , seu movimento relativo (aqui no então R_p) devido à velocidade induzida V_i vale:

$$\left(\overrightarrow{V}_{\text{pá } V_i} \right)_{R_p} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_i \end{bmatrix}$$

A velocidade da pá é então: $\left(\overrightarrow{V}_{\text{pá}} \right)_{R_p} = \left(\overrightarrow{V}_{\text{pá } \Omega, \beta, \delta} \right)_{R_p} + \left(\overrightarrow{V}_{\text{pá } V} \right)_{R_p} + \left(\overrightarrow{V}_{\text{pá } V_i} \right)_{R_p}$

A Figura 22 (A) abaixo mostra a direção do vento em relação ao referencial rotor fixo R_f (O, X, Y, Z). $V = V_{ar/Rg}$ antes de chegar na pá. Na Figura 22 (B) está a decomposição da velocidade do vento U no referencial da pá girante R_p (O, X_p , Y_p , Z_p). em velocidade tangencial ao plano do rotor e perpendicular à envergadura da pá (U_T), e em velocidade perpendicular a este (U_P).

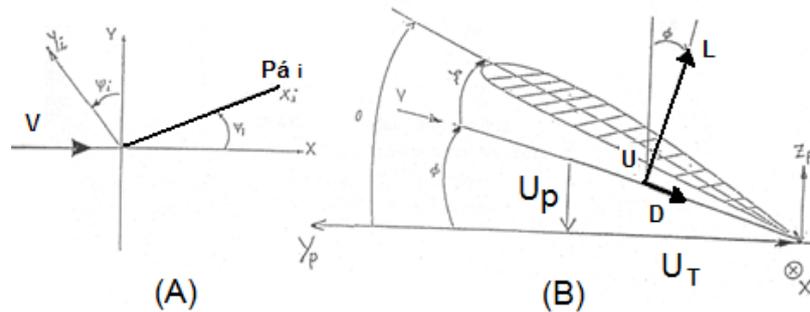


Figura 22 - Interação entre o escoamento e a pá (adaptado de JORGE, 1992).

A velocidade resultante é $U = \sqrt{U_T^2 + U_p^2}$; $\text{tg}\phi = \frac{U_p}{U_T}$; $\xi = \text{ângulo de ataque da}$

pá; $\Phi = \text{ângulo induzido}$; e $\theta = \text{ângulo de pitch}$.

A velocidade do vento \vec{V} no referencial da pá R_p , é ($\psi = 0^\circ$, pá na referência de fase):

$$\vec{V} = (\vec{U})_{R_p} = \begin{bmatrix} U_{xp'} \\ U_{yp'} \\ U_{zp'} \end{bmatrix} = -(\vec{V}_{pá})_{R_p} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$

Vê-se que há uma terceira componente de U (radial U_r ou $U_{xp'}$) ao longo da envergadura da pá, ou seja, ao longo de X_p , cujo valor de contribuição para sustentação (L) e arrasto (D) supõe-se negligenciável.

Lembra-se da suposição de um problema de aerodinâmica bidimensional ($Cl = Cl_0 \alpha$) para o perfil do ponto corrente M da pá (na posição $\psi = 180^\circ$), com o sentido de U_p e U_T mostrado na Figura 23. A velocidade U do escoamento impactante vai ser tomada como a composição U_T e de U_p . Satisfazendo esta hipótese para Cl e Cl_0 admite-se um alto *aspect ratio* para o perfil, e ausência de fenômenos de estol e de compressibilidade (JONHSON, 1980).

Têm-se, assim, componentes tangenciais e verticais da velocidade \vec{v} no R_p :

$$\begin{aligned} U_r &= U_{xp'} = v_x \\ U_T &= -U_{yp'} = v_y \\ U_p &= -U_{zp'} = v_z \end{aligned}$$

No referencial R_p' , tem-se, para a pá i $(\vec{V}_{pá})_{R_p}$ itão $(d\vec{F}_i^a)_{R_p} = \begin{bmatrix} 0 \\ L\sin\xi - D\cos\xi \\ L\cos\xi + D\sin\xi \end{bmatrix}$

Precisa-se agora ir de R_p' a R_f : uma rotação de δ , pá avançando em ψ , em torno de $Z_p \equiv Z_p'$ a conduz a R_p' . Uma rotação de $-\beta$ (pá subindo) a conduz à R_t . ξ , β e δ sendo ângulos

pequenos: tem-se que: $\sin\xi = \xi = \theta - \phi$; $\theta - \text{tg}\phi = \theta - \frac{U_p}{U_T}$; $\cos\xi = 1$; $\sin\xi \sin\delta = 0$; $\sin\xi \sin\beta = 0$

$$\text{E, além disso: } \begin{cases} U^2 = U_T^2 + U_p^2 = U_T^2, \text{ porque } U_p \ll U_T \\ a + C_{d0} = a, \text{ porque } C_{d0} \ll a \end{cases}$$

O que dá:

$$(dF_i^a)_{R_t} = \begin{bmatrix} -L\beta + D\delta \\ L(\theta - \phi) - D \\ L + D(\theta - \phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dF_{xi}^a = -\frac{\rho\beta a C}{2} (U_T^2 \theta - U_p U_T) dr + \frac{\rho c C_{d0}}{2} U_T^2 \delta dr \\ dF_{yi}^a = \frac{\rho a C}{2} [U_T^2 \theta - 2U_p U_T \theta + U_p^2] dr + \frac{\rho c C_{d0}}{2} U_T^2 dr \\ dF_{zi}^a = \frac{\rho a C}{2} [U_T^2 \theta - U_p U_T] dr \end{bmatrix}$$

Introduzem-se, por simplificação, os seguintes coeficientes adimensionalizados:

- $\mu = \frac{V \cos \alpha_D}{\Omega R}$ é chamado razão de avanço. Vale a relação entre a componente de

velocidade paralela o disco e a velocidade da extremidade da pá;

- $\lambda = \frac{V \sin \alpha_D + V_i}{\Omega R}$ é um parâmetro do fluxo axial, também chamado de velocidade induzida

ao longo deste texto. Vale a relação entre a componente de velocidade perpendicular ao disco

e a velocidade da extremidade da pá;

- $\chi = \frac{r}{R}$ e $\chi_e = \frac{e}{R}$

Expande-se $\theta(\psi)$ da seguinte forma de parcelas (expansão de Fourier):

$$\theta = \theta_{\text{con}} + \frac{r}{R} \theta_{\text{tw}} \text{ onde } \theta_{\text{tw}} \text{ representa a torção fixa de projeto e } \theta_{\text{con}} = \theta_0 + \theta_{1c} \cos \psi_i + \theta_{1s} \sin \psi_i$$

Obtém-se então destas últimas intervenções, ainda no R_i :

$$\begin{aligned} dF_{xi}^a &= \rho a c (\Omega R)^2 \left\{ -\frac{\beta}{2} \left[\theta (\chi + \mu \sin \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i)^2 - (\lambda + (\chi - \chi_e) \beta + \beta \mu \cos \psi_i) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. (\chi + \mu \sin \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i) \right] + \frac{C_{d0}}{2a} \delta (\chi + \mu \sin \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i)^2 \right\} dr \\ dF_{yi}^a &= \rho a c (\Omega R)^2 \left\{ -\frac{1}{2} \left[2\theta (\chi + \mu \sin \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i) (\lambda + (\chi - \chi_e) \beta + \beta \mu \cos \psi_i) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (\chi + \mu \sin \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i)^2 \theta^2 - \frac{C_{d0}}{2a} (\chi + \mu \sin \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i)^2 \right] \right\} dr \\ dF_{zi}^a &= \frac{\rho a c}{2} (\Omega R)^2 \left\{ \theta (\chi + \mu \sin \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i)^2 - (\chi + \mu \sin \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i) \right. \\ &\quad \left. (\lambda + (\chi - \chi_e) \beta + \beta \mu \cos \psi_i) \right\} dr \end{aligned}$$

Para a avaliação do parâmetro de fluxos axial $\lambda(\psi)$, a modelamento de Meijer-Dress (JORGE, 1992) permite a consideração de uma variação cíclica do parâmetro λ no R_i , conforme azimute ψ . Essa a formulação conduz a:

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_{1c} \chi \cos \psi_i + \lambda_{1s} \chi \sin \psi_i = \mu t g \alpha_D + \frac{C_T}{2 \left(1 - \frac{3}{2} \mu^2\right) \sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} (1 + K_x \chi \cos \psi_i + K_y \chi \sin \psi_i)$$

onde $K_x = \frac{4}{3} \left[(1 - 1,8 \mu^2) \sqrt{1 + \left[\frac{\lambda}{\mu}\right]^2} - \frac{\lambda}{\mu} \right]$ e $K_y = -2\mu$

O que entrega as componentes cíclicas:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \mu t g \alpha_D + \frac{C_T}{2 \left(1 - \frac{3}{2} \mu^2\right) \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} \\ \lambda_{1c} &= \frac{2\mu C_T}{3 \left(1 - \frac{3}{2} \mu^2\right)} \left[\frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2} (\sqrt{\lambda^2 + \mu^2} + \lambda)} - 1,8 \right] \\ \lambda_{1s} &= -\frac{\mu C_T}{\left(1 - \frac{3}{2} \mu^2\right) \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} \end{aligned}$$

O valor de λ_0 é calculado por um método iterativo (Newton-Raphson), e os valores de λ_{1c} e λ_{1s} são calculados substituindo λ pelo valor λ_0 . Integram-se espacialmente dF_{xia} , dF_{yia} , dF_{zia} ao longo da pá (de 'e' a 'R'), ainda no R_t . Adota-se para a pressão dinâmica $S = \rho ac(\Omega R)^2$:

$$F_{xi}^a = S \int_e^R \left\{ -\frac{\beta}{2} \left[\left[\frac{r}{R} + \mu \text{sen} \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i \right]^2 \left[\theta_{con} + \frac{r}{R} \theta_{tw} \right] - \left[\frac{r}{R} + \mu \text{sen} \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i \right] \right. \right. \\ \left. \left. \left[\lambda_0 + \lambda_{1c} \frac{r}{R} \cos \psi_i + \lambda_{1s} \frac{r}{R} \text{sen} \psi_i + \frac{r-e}{R} \beta + \beta \mu \cos \psi_i \right] + \frac{C_{d0}}{2a} \delta \left(\frac{r}{R} + \mu \text{sen} \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i \right)^2 \right\} dr$$

$$F_{yi}^a = S \int_e^R \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{r}{R} + \mu \text{sen} \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i \right] \left[\theta_{con} + \frac{r}{R} \theta_{tw} \right] \chi^2 + \right. \\ \left. \chi \left[\lambda_0 + \lambda_{1c} \frac{r}{R} \cos \psi_i + \lambda_{1s} \frac{r}{R} \text{sen} \psi_i + \frac{r-e}{R} \beta + \beta \mu \cos \psi_i \right] + \frac{1}{2} \left[\lambda_0 + \lambda_{1c} \frac{r}{R} \cos \psi_i + \lambda_{1s} \frac{r}{R} \text{sen} \psi_i + \dots \right]^2 \right. \\ \left. \left[\dots + \frac{r-e}{R} \beta + \beta \mu \cos \psi_i \right]^2 \left[\theta_{con} + \frac{r}{R} \theta_{tw} \right]^2 - \frac{C_{d0}}{2a} \left[\frac{r}{R} + \mu \text{sen} \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i \right]^2 \right] dr$$

$$F_{zi}^a = \frac{S}{2} \int_e^R \left[\left[\frac{r}{R} + \mu \text{sen} \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i \right]^2 \left[\theta_{con} + \frac{r}{R} \theta_{tw} \right] - \left[\frac{r}{R} + \mu \text{sen} \psi_i + \mu \delta \cos \psi_i \right] \right. \\ \left. \left[\lambda_0 + \lambda_{1c} \frac{r}{R} \cos \psi_i + \lambda_{1s} \frac{r}{R} \text{sen} \psi_i + \frac{r-e}{R} \beta + \beta \mu \cos \psi_i \right] \right] dr$$

Em geral, a razão $\frac{e}{R}$ é pequena. Tem-se para a aeronave AS355 F2: $R = 5,34$ m e $e = 0,67$ m, o que conduz a $\frac{e}{R} = 0,12$. Efetua-se a hipótese simplificadora $R^n - e^n \approx R^n$ (n n.º natural). Desta maneira, com exceção de $R - e \approx R$, conduz-se o resultado a menos de um erro de 0,12% nos cálculos dos esforços, que, por isso, é negligenciado.

3.3.4 RESULTANTE DE FORÇAS APLICADA NO CUBO DO ROTOR

A resultante é obtida da relação $\left(\frac{dH}{dt}\right)_{\text{cubo/Rg}} = \bar{M}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}} + \bar{M}_{\text{fuselagem} \rightarrow \text{cubo}}$ estabelecida

no item 3.3.1. Contudo se faz necessário efetuar a mudança de referencial para o fixo R_f , para os esforços aerodinâmicos (dado que estes foram calculados no referencial rotor rotativo R_r).

Sendo os esforços da pá sobre o cubo:

$$\begin{cases} F_x = F_{xi}^a \cos \psi_i - F_{yi}^a \operatorname{sen} \psi_i - m_{iyx} \\ F_y = F_{yi}^a \operatorname{sen} \psi_i - F_{xi}^a \cos \psi_i - m_{iyy} \\ F_z = F_{zi}^a - m_{iyz} \end{cases}$$

Substituindo F_{xia} , F_{yia} , e F_{zia} obtêm-se no R_f , as componentes da resultante de força no cubo.

3.3.5 MOMENTOS RESULTANTES NO CUBO DO ROTOR

Como apresentado anteriormente, o momento no cubo rotor $\bar{M}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}}$ (em torno do ponto O) devido aos esforços F atuantes na pá, no R_f , é determinado através da análise isolada.

$$M_x = \left[\overrightarrow{OK_i} \wedge \vec{F}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}} \right] \cdot \vec{X} = e \operatorname{sen} \psi_i F_z$$

$$M_y = \left[\overrightarrow{OK_i} \wedge \vec{F}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}} \right] \cdot \vec{Y} = e \cos \psi_i F_z$$

$$M_z = \left[\overrightarrow{OK_i} \wedge \vec{F}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}} \right] \cdot \vec{Z} = e \cos \psi_i F_y - e \operatorname{sen} \psi_i F_x + K_{i\delta} + C_{i\delta} \dot{\delta}_t$$

No primeiro vetor desse produto escalar, o braço é OK e o “V” invertido denota produto vetorial. Assim obtêm-se diretamente as três componentes de $\bar{M}_{\text{pá} \rightarrow \text{cubo}}$ no R_f .

3.3.6 MOMENTO TORÇOR RESULTANTE NO CUBO DE UM ROTOR DE N PÁS

As seis expressões recém-estabelecidas são válidas igualmente para cada uma das pás que compõem o rotor (até aqui são periódicas em ψ e então não-lineares). O torçor global dos esforços vem do somatório dessas componentes de corpo rígido, conforme o número de pás:

$$\begin{aligned} [F_x]_{\text{rotor}} &= \sum_{i=1}^N [F_x]_{\text{pá } i} \\ [F_y]_{\text{rotor}} &= \sum_{i=1}^N [F_y]_{\text{pá } i} \\ [F_z]_{\text{rotor}} &= \sum_{i=1}^N [F_z]_{\text{pá } i} \\ [M_x]_{\text{rotor}} &= \sum_{i=1}^N [M_x]_{\text{pá } i} \\ [M_y]_{\text{rotor}} &= \sum_{i=1}^N [M_y]_{\text{pá } i} \\ [M_z]_{\text{rotor}} &= \sum_{i=1}^N [M_z]_{\text{pá } i} \end{aligned}$$

3.3.7 EQUAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS DA PÁ SOB O GRAU DE LIBERDADE BATIMENTO

Aplicando novamente a 2ª Lei de Newton no referencial R_g à pá simplesmente articulada (desta vez em torno de K – Figura 24) em batimento seguido de *lead-lag*, tem-se:

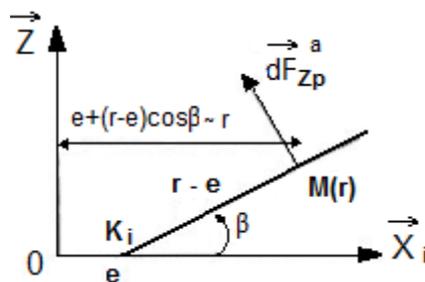


Figura 24 - Diagrama da pá sob deslocamento em batimento (adaptado de JORGE, 1992).

$$\left(\frac{d\vec{H}}{dt} \right)_{\text{pá/Rg}}^{\text{K}_i} = \underbrace{\vec{M}_{\text{Forças externas sobre a pá}}^{\text{K}_i}}_{\int_{\text{R}} (\vec{\gamma}_M) dm_i} = \int_{\text{e}}^{\text{R}} \underbrace{(\vec{K}_i \vec{M})}_{\text{raio: não braço OK agora}} \wedge \underbrace{\vec{\gamma}_M}_{\text{integral no espaço de 'e' a 'R' na pá i (sendo } dm_i = mdr)} dm_i$$

Desta vez, a derivada temporal do momento angular ($H=I\Omega$) não é nula, uma vez que considera o produto do momento de inércia pela derivada em t do produto do raio pela velocidade linear (no plano X_iZ_i) do pto M sobre a pá, que é igual à velocidade angular Ω). O valor de 'I' é advindo, internamente, da integral de aceleração linear em m, e suposto constante, já que se trata de corpo rígido. Então calculando o integrando:

$$\left[\vec{K}_i \vec{M} \wedge \vec{\gamma}_M \right]_{\text{R}_t} = \begin{bmatrix} (r-e) \cos \delta \cos \beta \cos \psi_i - (r-e) \sin \delta \sin \psi_i \\ (r-e) \cos \delta \cos \beta \sin \psi_i - (r-e) \sin \delta \cos \psi_i \\ (r-e) \cos \delta \sin \beta \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \end{bmatrix}$$

Pela matriz de transformação linear correspondente a uma rotação ($-\psi$) ao redor de Z, passa-se ao referencial rotor girante R_t . Considerando pequenos ângulos de deslocamento em

β , δ e θ , a simplificação por $1 + \frac{\beta^4}{4} = 1$, $e + (r-e) \cos \beta; e + (r-e) \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right) = r$ e

negligenciando-se também os triplos produtos entre os ângulos β , δ e suas derivadas, frente aos seus duplos produtos, dado que se trata de ângulos pequenos, após algum algebrismo,

fornece tem-se, finalmente, no R_t : $d[(\text{raio}) \times (\text{velocidade linear do pto M sobre a pá})] / dt$:

$$\left[\vec{K}_i \vec{M} \wedge \vec{\gamma}_M \right]_{\text{R}_t} = \begin{bmatrix} (r-e)^2 \left[\delta \ddot{\beta}_{t,t} + \beta \left(-\ddot{\delta}_{t,t} + \Omega^2 \delta \right) \right] \\ (r-e)^2 \left[-\ddot{\beta}_{t,t} - 2 \dot{\delta}_t \beta \Omega r \right] - (r-e) \beta \Omega^2 r \\ (r-e)^2 \left[-e \Omega \dot{\beta}_t + \beta + \ddot{\delta}_{t,t} \right] - (r-e) \delta \Omega^2 e \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{(b)} \\ \text{(a)} \end{matrix}$$

$$\text{Onde: } \ddot{\beta}_{t,t} = \Omega^2 \ddot{\beta}; \dot{\beta}_t = \Omega^2 \dot{\beta}; \ddot{\delta}_{t,t} = \Omega^2 \ddot{\delta}; \dot{\delta}_{t,t} = \Omega^2 \dot{\delta}$$

Equações do movimento de batimento

De posse do integrando supracalculado, foca-se no movimento em torno do eixo de batimento em K, ou seja, tem-se que $\vec{Y}_p \equiv \vec{Y}_t$. Daí, sob a projeção sobre o eixo Y_i (vide a componente Y em (b) acima), a 2ª Lei aplicada na articulação em K (em batimento), no R_t , fornece, com $dm_i = mdr$:

$$\left(\frac{dH}{dt} \right)_{\text{pá } i/Rg} = \vec{M}_{\text{Forças na pá } i \text{ em batimento redor K}} = \int_e^R (\vec{K}_i \vec{M} \wedge \vec{\gamma}_M)_Y dm_i$$

Definição: $M = \text{braço} * \text{força aerodinâmica}$

$$\underbrace{\int_e^R (r-e) dF_{zp^a}}_{(II)} \square \underbrace{\int_e^R (r-e) dF_{zi^a}}_{\vec{M}_{\text{em batimento ao de redor K}}} = \int_e^R (r-e)^2 \Omega^2 \ddot{\beta} mdr + \int_e^R 2(r-e)^2 \Omega^2 \dot{\delta} \beta mdr + \int_e^R (r-e) r \Omega^2 \beta mdr \quad (I)$$

Vale ressaltar que o momento estático de qualquer pá é $m_{si} = \int_e^R (r-e) mdr$

enquanto a inércia em batimento de qualquer pá é representada pelo momento de inércia

(momento dinâmico) $I_\beta = \int_e^R (r-e)^2 mdr$

Considera-se ainda que $(r-e) r = r^2 - re = (r-e)^2 + e(r-e)$ e obtém-se uma equação da

$$\text{igualdade (I) com (II)} \quad \ddot{\beta} + \left[1 + 2\dot{\delta} + \frac{e m_{si}}{I_\beta} \right] \beta = \frac{1}{\Omega^2 I_\beta} \int_e^R (r-e) dF_{zi^a}$$

Introduzindo a expressão para as forças aerodinâmicas (índice 'a') na pá i, no eixo Z_t , dF_{zi^a} do item 3.3.3, calculando da integral na pá, simplificando $R^n - e^n \approx R^n$ como em item 3.3.2, e considerando a natureza cíclica de ψ , bem como $\theta_{con} = \theta_0 + \theta_{1c} \cos \psi_i + \theta_{1s} \sin \psi_i$,

$\beta = \beta_0 + \beta_{1c} \cos \psi_i + \beta_{1s} \sin \psi_i$, $\delta = \delta_0 + \delta_{1c} \cos \psi_i + \delta_{1s} \sin \psi_i$ no truncamento da expansão

por série de Fourier de cada obtém-se que:

$$\begin{aligned} \ddot{\beta} + \left[1 + 2\dot{\delta} + \frac{e m s_i}{I_\beta} \right] \beta = & \frac{\rho a c e}{2I_\beta} R^2 \left\{ \left[\frac{R}{3} + (R-e)\mu^2 (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + R\mu (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i) \right] (\theta_0 + \theta_{1c} \cos \psi_i + \theta_{1s} \sin \psi_i) \right. \\ & \left. + \left[\frac{R}{4} + 2\mu \frac{R}{3} (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i) + \frac{R}{2} \mu^2 (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i)^2 \right] \theta_{tw} \right. \\ & \left. - \left[\frac{R}{2} + (R-e)\mu (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i) \right] \left(\lambda_0 + \mu \beta \cos \psi_i - \frac{e}{R} \dot{\beta} \right) \right. \\ & \left. - \left[\frac{R}{3} + \frac{R}{2} \mu (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i) \right] \left(\lambda_0 + \lambda_{1c} \cos \psi_i + \lambda_{1s} \sin \psi_i + \dot{\beta} \right) \right\} \\ + \frac{\rho a c}{2I_\beta} R^2 \left\{ \left[\frac{R^2}{4} + \frac{R^2}{2} \mu^2 (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i)^2 + \frac{2}{3} R^2 \mu (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i) \right] (\theta_0 + \theta_{1c} \cos \psi_i + \theta_{1s} \sin \psi_i) \right. \\ & \left. + \left[\frac{R^2}{5} + \frac{R^2}{3} \mu^2 (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i)^2 + \frac{R^2}{2} \mu (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i) \right] \theta_{tw} \right. \\ & \left. - \left[\frac{R^2}{3} + \frac{R^2}{2} \mu (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i) \right] \left(\lambda_0 + \mu \beta \cos \psi_i - \frac{e}{R} \dot{\beta} \right) \right. \\ & \left. - \left[\frac{R^2}{4} + \frac{R^2}{3} \mu (\sin \psi_i + \delta \cos \psi_i) \right] \left(\lambda_0 + \lambda_{1c} \cos \psi_i + \lambda_{1s} \sin \psi_i + \dot{\beta} \right) \right\} \end{aligned}$$

Na equação acima se identifica claramente a consagrada forma da equação de vibração pelos seus termos resultantes de rigidez e do amortecimento devido pelo de massa (inércia), onde o último encontra-se no segundo membro acoplado com o termo forçante (igualmente dividido pelo termo de inércia). A fim eliminar a natureza periódica dessas EDO obtidas acima uma mudança do seu domínio do t (em ψ) para o da frequência (em θ cíclico) é feita através dos operadores de Coleman, como uma das Transformações lineares de Fourier assim também denominada, através do método dos operadores. Este consiste na aplicação simultânea de cada um dos dois membros da equação de batimento dentro dos parênteses de cada um dos operadores abaixo. Na prática, como já comentado antes, a vantagem alcançada

se mostra na conversão daquela em várias equações algébricas separáveis segundo cada um das componentes constantes $\beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}$ independentes de ψ .

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots) d\psi, \quad \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots) \cos\psi d\psi \text{ e } \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots) \sin\psi d\psi$$

Por simplificação, negligenciam-se os duplos produtos de ângulos frente aos ângulos próprios. Desta forma, a influência do ângulo de *lead-lag* sobre o movimento de batimento vai ser negligenciada. (significa desprezar $\delta\cos\psi$ ou $\delta\sin\psi$ nessa equação). Seguindo os mesmos passos, os cálculos intermediários podem ser consultados em (JORGE, 1992). Obtém-se então as três equações algébricas seguintes, independentes de ψ , segundo cada um das componentes constantes $\beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}$ e pelas mesmas acopladas. Contudo, vale introduzir, por simplificação, o Número de Lock $\gamma = \rho ac \frac{R^4}{I_\beta}$ (parâmetro da pá que relaciona forças de aerodinâmicas com as de inércia). Daí (finalmente: equações algébricas de batimento):

$$* \left[1 + \frac{e.m_{si}}{I_\beta} \right] \beta_0 = \frac{\gamma}{R^2} \left[\theta_{tw} \left[\frac{4R^2 - 5eR}{40} \right] - \left[\frac{R^2 - 2e(R-e)}{8R} e\mu \right] \beta_{1c} + (\mu^2 \theta_{tw} + 2\mu\theta_{1s} - 2\lambda_0 - \mu\lambda_{1s}) \right. \\ \left. \left\{ \frac{2R^2 - 3eR}{24} \right\} + \theta_0 \left\{ \frac{R^2 - 2e(R-e)}{8} \mu^2 + \frac{3R^2 - 4eR}{24} \right\} \right]$$

$$* \frac{e.m_{si}}{I_\beta} \beta_{1c} = \frac{\gamma}{R^2} \left[(\theta_{1c} - \beta_{1s}) \left\{ \frac{R^2 - 2e(R-e)}{16} \mu^2 \right\} + \beta_{1s} \left(\frac{4eR - 6e^2}{24} \right) + \beta_0 \left\{ \frac{-2R^2 + 3eR}{12} \mu \right\} \right. \\ \left. + (\theta_{1c} - \beta_{1s} - \lambda_{1c}) \left\{ \frac{3R^2 - 4eR}{24} \right\} \right]$$

$$* \frac{e.m_{si}}{I_\beta} \beta_{1s} = \frac{\gamma}{R^2} \left[(2\mu\theta_{tw} + \theta_{1s} + \beta_{1c} - \lambda_{1s}) \left\{ \frac{3R^2 - 4eR}{24} \right\} + \theta_0 \left\{ \frac{2R^2 - 3eR}{6} \mu \right\} + \beta_{1c} \left[\frac{6e^2 - 4eR}{24} \right] \right. \\ \left. + (3\mu\theta_{1s} - \mu\beta_{1c} - 4\lambda_0) \left\{ \frac{R^2 - 4e(R-e)}{16} \mu \right\} \right]$$

3.3.8 EQUAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS DA PÁ SOB O GRAU DE LIBERDADE *LEAD-LAG*

Neste caso visa-se ao movimento ao redor do eixo de *lead-lag* na articulação K, ou seja, tem-se que $\vec{Z}_p \equiv \vec{Z}'_p$. Mas para não se alterar o referencial dos resultados anteriores, aplica-se o a 2º Lei em movimentos rotacionais novamente no referencial R_t , para a componente em redor de $Z_i(R_t)$, supondo que o momento restaurador devido ao adaptador de frequência (que evita ressonância solo ou ar pela redução da frequência da pá em *lead-lag*, afastando-a do valor da frequência de ressonância da fuselagem) é, também, de acordo com o eixo Z_i , como considerado para o cálculo de M_z em item 3.3.5. Esse teorema fornece, em projeção sobre o eixo Z_i (componente sobre Z_i em (b)):

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\text{pá em arrasto redor K}} &= \int_e^R (r-e)^2 \left(-2\Omega \dot{\beta}_t \beta + \ddot{\delta}_{t,t} \right) mdr + \int_e^R (r-e) \delta \Omega^2 e mdr \\ \text{definição} \\ \downarrow \\ &\equiv \int_e^R (r-e) dF_{y_i^a} \cos \beta - \underbrace{K_\delta \delta}_{\text{força elástica}} - \underbrace{C_\delta \dot{\delta}_t}_{\text{força amortecedora}} \square \int_e^R (r-e) dF_{y_i^a} - K_\delta \delta - C_\delta \dot{\delta}_t \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{ambas agem em oposição ao movimento}} \end{aligned}$$

Esse grau de liberdade é mantido sob amortecimento artificial mecânico por razões de estabilidade dinâmica (associadas a ressonâncias solo e ar, capazes de destruir a aeronave em poucos segundos). O momento restaurador devido ao adaptador de frequência em *lead-lag* vale: $K_{i\delta} \delta_i + C_{i\delta} \dot{\delta}_{it}$. Dado que $I_\beta = I_\delta = \int_e^R (r-e)^2 mdr$ (pois se supõe a pá modelada como uma linha independente de eixos nem há seção reta), introduzindo a expressão de $dF_{y_i^a}$ do item 3.3.2, tem-se:

$$\ddot{\delta} + \frac{C_{\delta}}{\Omega I_{\beta}} \dot{\delta} + \left(\frac{em_{si}}{I_{\beta}} + \frac{K_{\delta}}{\Omega^2 I_{\beta}} \right) \delta = 2\beta \dot{\beta} + \frac{\rho ac (\Omega R)^2}{\Omega^2 I_{\beta}} \int_e^R (R-e) \left\{ \frac{1}{2} \left[2\theta (\chi - \mu (\text{sen} \psi_i + \delta)) \right. \right. \\ \left. \left. \left(\lambda + (\chi - \chi_e) \dot{\beta} + \beta \mu \cos \psi_i \right) - (\chi - \mu (\text{sen} \psi_i + \delta))^2 \theta^2 \right. \right. \\ \left. \left. - \left(\lambda + (\chi - \chi_e) \dot{\beta} + \beta \mu \cos \psi_i \right)^2 \right] - \frac{C_{d0}}{2a} (\chi - \mu (\text{sen} \psi_i + \delta))^2 \right\} dr$$

Após calculo da integral na pá, fazendo as hipóteses $R^n - e^n \approx R^n$, o truncamento na expansão por série de Fourier abaixo, e negligenciando-se os termos de triplo de ângulos (ex: $\theta_0 \cdot \beta_{1c} \cdot \delta_{1s} \approx 0$, etc.) frente aos duplos produtos, dado que θ , β e δ são ângulos pequenos, pode-se recorrer mais uma vez à aplicação dos operadores na equação diferencial acima, cujo resultado são, finalmente, as equações algébricas do movimento de *lead-lag*.

$$\theta_{con} = \theta_0 + \theta_{1c} \cos \psi_i + \theta_{1s} \sin \psi_i$$

$$\beta = \beta_0 + \beta_{1c} \cos \psi_i + \beta_{1s} \sin \psi_i \quad \text{então } \dot{\beta} = -\beta_{1c} \sin \psi_i + \beta_{1s} \cos \psi_i$$

$$\delta = \delta_0 + \delta_{1c} \cos \psi_i + \delta_{1s} \sin \psi_i \quad \text{então } \dot{\delta} = -\delta_{1c} \sin \psi_i + \delta_{1s} \cos \psi_i \quad \text{e } \ddot{\delta} = -\delta_{1c} \cos \psi_i - \delta_{1s} \sin \psi_i$$

$$\left(\frac{em_{si}}{I_{\beta}} + \frac{K_{\delta}}{\Omega^2 I_{\beta}} \right) \delta_0 \\ = \frac{\rho ac R^2}{I_{\beta}} \left[\frac{R}{2} (R-2e) \left[\lambda_0^2 - \frac{\mu \theta_0}{2} \frac{e}{R} \beta_{1c} \frac{\mu^2}{2} \left(\frac{\theta_0^2}{2} - \frac{C_{d0}}{2a} \right) + \frac{e^2}{2R^2} (\beta_{1c}^2 + \beta_{1s}^2) + \frac{\mu \theta_{1s}}{2} \lambda_0 + \lambda_0 \beta_{1c} \mu \right. \right. \\ \left. \left. + \mu \frac{e}{R} \beta_0 \beta_{1s} + \frac{\mu^2}{2} \beta_0^2 + \frac{\theta_{1c}^2 \mu^2}{16} + \frac{\mu^2 \beta_{1s}^2}{8} + \frac{3\theta_{1s}^2 \mu^2}{16} + \frac{3\mu^2 \beta_{1c}^2}{8} - \frac{\mu^2}{8} (\beta_{1c} \theta_{1s} + \beta_{1s} \theta_{1c}) + \frac{R}{6} (2R-3e) \right. \right. \\ \left. \left. - \lambda_0 \theta_0 + \frac{e}{R} \frac{\beta_{1c}}{2} (-\mu \theta_{tw} - \theta_{1s} + \lambda_{1s} - \beta_{1c}) - \frac{\mu \theta_0}{2} (\lambda_{1s} - \beta_{1c}) + \mu \theta_0 \theta_{1s} + \frac{\mu^2}{2} \theta_{tw} \theta_0 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\mu \beta_0 - \frac{e}{R} \beta_{1s}}{2} (-\theta_{1c} + \lambda_{1c} + \beta_{1s}) - \frac{\mu}{2} \theta_0 \beta_{1c} \right] + \frac{R}{12} (3R-4e) \left[-\lambda_0 \theta_{tw} + \left(\frac{\theta_0^2}{2} - \frac{C_{d0}}{2a} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(\lambda_{1s} - \beta_{1c})}{2} (\mu \theta_{tw} + \theta_{1s}) + \frac{\theta_{1s}^2}{4} + \mu \theta_{tw} \theta_{1s} + \frac{\mu^2 \theta_{tw}^2}{4} + \frac{\lambda_{1s}^2}{4} - \frac{\lambda_{1s} \beta_{1c}}{2} + \frac{\beta_{1c}^2}{4} - \frac{\theta_{1c}}{2} (\lambda_{1c} - \beta_{1c}) + \frac{\theta_{1c}^2}{4} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\lambda_{1c}^2}{4} + \frac{\lambda_{1c} \beta_{1s}}{2} + \frac{\beta_{1s}^2}{4} - \mu \frac{\theta_{tw}}{2} \beta_{1c} \right] + \frac{R}{20} (4R-5e) \theta_{tw} \theta_0 + \frac{R}{30} (5R-6e) \frac{\theta_{tw}^2}{2} \right]$$

Mostra-se aqui, apenas a primeira (δ_0) das três equações algébricas que tratam $\delta(\delta_0, \delta_{1c}$ e $\delta_{1s})$ em função do passo $\theta(\theta_0, \theta_{1c}$ e $\theta_{1s})$ e do batimento $\beta(\beta_0, \beta_{1c}$ e $\beta_{1s})$.

3.4 EQUAÇÃO DE MODELAGEM DO SISTEMA ROTOR-FUSELAGEM (ESTACIONÁRIO)

3.4.1 AS HIPÓTESES

Retomam-se as seis expressões do torçor dos esforços no rotor calculadas no item 3.3.6, e aplica-os ao caso de um rotor composto de N pás consideradas estritamente idênticas. Deste modo, constante este torçor no tempo, pode-se tratá-lo como estacionário.

3.4.2 OS PARÂMETROS

Somados aos deslocamentos θ , β , e δ , referentes ao estado do rotor, considera-se α , ψ , e T_{RC} correspondentes à atitude da fuselagem, os quais são utilizados na simulação numérica em radianos e pequenos. Assim os parâmetros tratados são os de voo $(\lambda_0, \lambda_{1c}, \lambda_{1s}, \beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}, \theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}, \delta_0, \delta_{1c}, \delta_{1s})$ agregados aos de atitude da fuselagem $(\theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}, \alpha_f, j_f, T_{Ra}, \beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}, \delta_0, \delta_{1c}, \delta_{1s})$.

3.4.3 APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE COLEMAN

Nesta etapa, aplicam-se aqueles mesmos operadores integrais às seis expressões do torçor dos esforços no rotor calculadas no item 3.3.6, por estarem então como funções periódicas, a fim de se obter uma formulação linear cujo efeito sobre cada componente F e M seja sua descrição sob a forma de combinação linear dos parâmetros de voo $(\lambda_0, \lambda_{1c}, \lambda_{1s}, \beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}, \theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}, \delta_0, \delta_{1c}, \delta_{1s})$. Negligenciam-se, seguidamente, por

simplificação, os triplos produtos de ângulos frente aos duplos produtos nas expressões de F_x , F_y , M_z , bem como os duplos produtos de ângulos frente aos próprios ângulos nas expressões de F_z , M_x , M_y . Os esforços F e M do cubo do rotor são expressos, por tudo isso, em função dos diferentes parâmetros de voo, pós-Transformação de Coleman - então no domínio da frequência e constantes no tempo onde:

- os coeficientes da velocidade induzida $(\lambda_0, \lambda_{1c}, \lambda_{1s})$ (resposta ou saída) são determinados pela formulação de Meijer-Dress (JORGE, 1992);
- a torção θ_{tw} é um dado fornecido (parâmetro *built-in* fixo de projeto);
- os coeficientes do movimento de batimento $(\beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s})$ (resposta ou saída) são calculados através das equações de equilíbrio em função de $\theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}$ (e dos outros parâmetros já conhecidos ou calculados);
- os coeficientes do movimento de *lead-lag* $(\delta_0, \delta_{1c}, \delta_{1s})$ (resposta ou saída) são calculados através das equações de equilíbrio em função de $(\theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s})$ e $(\beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s})$.

As seis equações dos esforços F e M do cubo do rotor (torçor) são, por conseguinte, funções apenas de três parâmetros: $\theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}$ (excitação ou entrada - ação de controle do piloto através do comando de coletivo e cíclico).

3.4.4 EQUILÍBRIO (ESTÁTICO) DO SISTEMA ROTOR-FUSELAGEM

Têm-se, como parâmetros conhecidos: consulte o Apêndice A para as dimensões e limites do AS 355F2.

- a fuselagem, movendo-se imersa ao ar, não produz L mas produz D (de pressão e fricção).
- o efeito de sustentação negativa da empenagem horizontal 'T_{eh}', suposto modelado como $T_{eh} = 1/2\rho V^2(CzS)_{eh}$, onde $(CzS)_{eh}$ - fator de área equivalente de sustentação, suposto independente do perfil da empenagem (Cl e S).
- a impulsão antitorque do rotor de cauda (T_{RC}) é necessária para equilibrar o sistema rotor-fuselagem em reação à ação do rotor principal sobre a fuselagem. Obtém-se o valor de T_{RC}

correspondente a uma atitude lateral direcional em guinada (γ_f) nula, ou seja, sem derrapagem da fuselagem em voo a frente.

- o valor negativo: instalação do rotor de cauda do Esquilo ser no lado direito.

Têm-se, ainda como desconhecidos: os esforços F e M do cubo do rotor são função dos três parâmetros $\theta_0, \theta_{Ic}, \theta_{Is}$ (excitação ou entrada - ação de controle do piloto através do comando de coletivo e cíclico). As atitudes (respostas ou saídas) da fuselagem são: longitudinal em arfagem (α_f), lateral em rolamento (ψ_f). O empuxo antitorque do rotor (T_{RC}) (obtido supondo a lateral em guinada (γ_f) nula). No caso a estudar (voo a frente horizontal estabilizado estacionário com velocidade constante), o referencial aerodinâmico e o referencial de Galileu são confundidos $R_a \equiv R_g$ devido à arfagem α_f , $R_h \neq R_g$.

Como os esforços F e M do cubo do rotor foram expressos no referencial rotor fixo R_f em 3.3.5, faz-se necessário uma transformação linear segundo uma rotação ($-\alpha_m$) em torno de Y_f . Daí conduz-se o torçor do referencial rotor fixo R_f ao referencial do helicóptero R_h .

$$\begin{bmatrix} \{F_{x_h}\}_{rotor} \\ \{F_{y_h}\}_{rotor} \\ \{F_{z_h}\}_{rotor} \end{bmatrix}_{R_h} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_m & 0 & -\sin \alpha_m \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_m & 0 & \cos \alpha_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{F_x\}_{rotor} \\ \{F_y\}_{rotor} \\ \{F_z\}_{rotor} \end{bmatrix}_{R_h} = \begin{bmatrix} \{F_x\}_{rotor} \cos \alpha_m - \{F_z\}_{rotor} \sin \alpha_m \\ \{F_y\}_{rotor} \\ \{F_x\}_{rotor} \sin \alpha_m + \{F_z\}_{rotor} \cos \alpha_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \{M_{x_h}\}_{rotor} \\ \{M_{y_h}\}_{rotor} \\ \{M_{z_h}\}_{rotor} \end{bmatrix}_{R_h} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_m & 0 & -\sin \alpha_m \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_m & 0 & \cos \alpha_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{M_x\}_{rotor} \\ \{M_y\}_{rotor} \\ \{M_z\}_{rotor} \end{bmatrix}_{R_h} = \begin{bmatrix} \{M_x\}_{rotor} \cos \alpha_m - \{M_z\}_{rotor} \sin \alpha_m \\ \{M_y\}_{rotor} \\ \{M_x\}_{rotor} \sin \alpha_m + \{M_z\}_{rotor} \cos \alpha_m \end{bmatrix}$$

Analogamente:

- como a velocidade do voo a frente V foi expresso no referencial aerodinâmico R_a , aplica-se uma rotação (α_f) em torno de Y_f . Daí conduz-se V do referencial aerodinâmico R_a ao referencial helicóptero R_h , onde: $\alpha_f = \alpha_D - \alpha_m$

$$\{\vec{V}\}_{R_h} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_f & 0 & \sin \alpha_f \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_f & 0 & \cos \alpha_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_a} = \begin{bmatrix} V \cos \alpha_f \\ 0 \\ -V \sin \alpha_f \end{bmatrix}$$

- Passa-se o peso próprio do helicóptero $M\vec{g}$ (descendente) do referencial de Galileu R_g ao referencial do helicóptero R_h por uma rotação ($-\alpha_f$) ao redor de $Y_g = Y_h$. Em ação contínua, segue outra rotação ($-\phi_f$) ao redor de X_h .

$$\{M\vec{g}\}_{R_h} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_f & 0 & -\sin \alpha_f \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_f & 0 & \cos \alpha_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Mg \end{bmatrix}_{R_g} = \begin{bmatrix} Mg \sin \alpha_f \\ 0 \\ -Mg \cos \alpha_f \end{bmatrix}$$

$$\{M\vec{g}\}_{R_h} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_f & \sin \alpha_f \\ 0 & -\sin \alpha_f & \cos \alpha_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Mg \sin \alpha_f \\ 0 \\ -Mg \cos \alpha_f \end{bmatrix}_{R_g} = \begin{bmatrix} Mg \sin \alpha_f \\ -Mg \sin \alpha_f \cos \alpha_f \\ -Mg \cos \alpha_f \cos \alpha_f \end{bmatrix}$$

O equilíbrio de F ao longo dos três eixos, no referencial helicóptero R_h , fornece:

$$\sum F_{x_h} = 0 \Rightarrow \{F_{x_h}\}_{rotor} + Mg \sin \alpha_f + \frac{1}{2} \rho (C_x S)_f V^2 = 0$$

$$\sum F_{y_h} = 0 \Rightarrow \{F_{y_h}\}_{rotor} + Mg \sin \gamma_f \cos \alpha_f - T_{RC} = 0$$

$$\sum F_{z_h} = 0 \Rightarrow \{F_{z_h}\}_{rotor} + Mg \cos \gamma_f \cos \alpha_f + \frac{1}{2} \rho (C_z S)_{eh} V^2 = 0$$

O equilíbrio de momentos M ao redor do cubo rotor, relativo ao qual a rotação da fuselagem é nula, no referencial helicóptero R_h , fornece: $\sum \vec{M}_o = 0$ Daí:

$$\{M_{x_h}\}_{rotor} + \left[-y_{CG} M_g \cos \phi_f \cos \alpha_f + z_{CG} M_g \sin \phi_f \cos \alpha_f \right] - y_{eh} \frac{1}{2} \rho V^2 (C_z S)_{eh} + z_{RC} T_{RC} = 0$$

$$\{M_{y_h}\}_{rotor} + \left[-x_{CG} M_g \cos \phi_f \cos \alpha_f + z_{CG} M_g \sin \alpha_f \right] - z_A \frac{1}{2} \rho V^2 (C_x S)_f + x_{eh} \frac{1}{2} \rho V^2 (C_z S)_{eh} = 0$$

$$\{M_{z_h}\}_{rotor} + \left[-x_{CG} M_g \sin \phi_f \cos \alpha_f + y_{CG} M_g \sin \alpha_f \right] - x_{RC} T_{RC} = 0$$

E chega-se finalmente às seis equações homogêneas representativas do equilíbrio da fuselagem no R_h . Como se trata de um equilíbrio, não há acelerações (que surgem com a introdução dos defeitos no próximo Capítulo).

$$\left\{ \begin{array}{l} \{F_x\}_{\text{rotor}} \cos \alpha_m - \{F_z\}_{\text{rotor}} \operatorname{sen} \alpha_m + M_g \operatorname{sen} \alpha_f + \frac{1}{2} \rho (C_x S)_f V^2 = 0 \\ \{F_y\}_{\text{rotor}} - M_g \operatorname{sen} \varphi_f \cos \alpha_f - T_{RC} = 0 \\ \{F_x\}_{\text{rotor}} \operatorname{sen} \alpha_m + \{F_z\}_{\text{rotor}} \cos \alpha_m - M_g \cos \varphi_f \cos \alpha_f - \frac{1}{2} \rho V^2 (C_z S)_{eh} = 0 \\ \{M_x\}_{\text{rotor}} \cos \alpha_m - \{M_z\}_{\text{rotor}} \operatorname{sen} \alpha_m - y_{CG} M_g \cos \varphi_f \cos \alpha_f + z_{CG} M_g \operatorname{sen} \alpha_f \cos \alpha_f \\ \quad - y_{eh} \frac{1}{2} \rho V^2 (C_z S)_{eh} + z_{RC} T_{RC} = 0 \\ \{M_y\}_{\text{rotor}} + x_{CG} M_g \cos \varphi_f \cos \alpha_f - z_{CG} M_g \operatorname{sen} \alpha_f + z_A \frac{1}{2} \rho (C_x S)_f V^2 + x_{eh} \frac{1}{2} \rho V^2 (C_z S)_{eh} = 0 \\ \{M_x\}_{\text{rotor}} \operatorname{sen} \alpha_m + \{M_z\}_{\text{rotor}} \cos \alpha_m - x_{CG} M_g \operatorname{sen} \varphi_f \cos \alpha_f - y_{CG} M_g \operatorname{sen} \alpha_f - x_{RC} T_{RC} = 0 \end{array} \right.$$

Mantém-se a hipótese anterior de pequenos ângulos para facilitar o trato matemático da solução, e tem-se o torçor dos esforços solicitantes no cubo do rotor no referencial R_h :

$$\left\{ \begin{array}{l} \{F_x\}_{\text{rotor}} - \{F_z\}_{\text{rotor}} \alpha_m + M_g \alpha_f + \frac{1}{2} \rho (C_x S)_f V^2 = 0 \\ \{F_y\}_{\text{rotor}} - M_g \varphi_f - T_{RC} = 0 \\ \{F_x\}_{\text{rotor}} \alpha_m + \{F_z\}_{\text{rotor}} - M_g - \frac{1}{2} \rho V^2 (C_z S)_{eh} = 0 \\ \{M_x\}_{\text{rotor}} - \{M_z\}_{\text{rotor}} \alpha_m - y_{CG} M_g + z_{CG} M_g \varphi_f - y_{eh} \frac{1}{2} \rho V^2 (C_z S)_{eh} + z_{RC} T_{RC} = 0 \\ \{M_y\}_{\text{rotor}} + x_{CG} M_g - z_{CG} M_g \alpha_f + z_A \frac{1}{2} \rho (C_x S)_f V^2 + x_{eh} \frac{1}{2} \rho V^2 (C_z S)_{eh} = 0 \\ \{M_x\}_{\text{rotor}} \alpha_m + \{M_z\}_{\text{rotor}} - x_{CG} M_g \varphi_f - y_{CG} M_g \alpha_f - x_{RC} T_{RC} = 0 \end{array} \right.$$

Agregando as equações de (3) e de *lead-lag* (3) ao torçor rotor (6), têm-se um sistema de doze equações algébricas não-lineares às doze incógnitas

$$(\theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}, \alpha_f, \varphi_f, T_{Ra}, \beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}, \delta_0, \delta_{1c}, \delta_{1s}).$$

4. INTRODUÇÃO DE ANISOTROPIAS NO ROTOR PRINCIPAL (PROBLEMA DIRETO)

Neste capítulo, o assunto constitui a 2ª parte da pesquisa, embora ainda se insira na etapa classificada como problema direto (o defeito conduzindo à vibração). Investiga-se a perturbação do equilíbrio abordado no Capítulo 3 por anisotropias inseridas (também, a partir daqui, tratados como defeitos). Por isso, como resposta de sistema tem-se as vibrações medidas na estrutura da aeronave devido às acelerações associadas.

Todas as anisotropias inseridas nas pás são consideradas como se fossem anisotropias "equivalentes" às diversas que são corrigidas por ajustes de inércia das pás (em m_i) e/ou de desempenho aerodinâmico do seu perfil (em θ_i).

Daquele Capítulo sabe-se que, no caso do rotor convencional isotrópico, a Transformação de Coleman propicia que os esforços F e M no cubo rotor, bem como os doze parâmetros de voo (resposta) θ, β, δ (estas em suas três componentes cíclicas) e α_f, ψ_f, T_{Ra} , se apresentem constantes em relação ao tempo para cada posição de equilíbrio (pois elimina termos periódicos $\text{seno}(\psi_i)$ e $\text{cosseno}(\psi_i)$). Estes esforços são aplicados a uma fuselagem suposta rígida e em equilíbrio com esforços externos nesta aplicados, nas condições de voo estacionário, ou em voo a frente a velocidade constante. Por consequência, em ambos os casos tem-se nulas todas as acelerações previstas da fuselagem (as acelerações lineares do seu CG e as acelerações angulares ao redor do mesmo). A partir dessa posição do equilíbrio (como estático), então, obtém-se os valores da atitude resultante da fuselagem: arfagem longitudinal (α_f); lateral ou sob rolamento (ϕ_f); e em guinada (ψ_f).

A introdução das anisotropias para uma pá i (enquanto as outras pás são supostas inalteradas) e o cálculo dos seus novos deslocamentos angulares θ, β, δ no rotor conduz à novos esforços no seu cubo, a partir do qual não são mais constantes (sendo funções de ψ_i), ou seja, são esforços variáveis no tempo segundo a frequência 1Ω . Daí as equações de equilíbrio

da fuselagem deixam de serem equações homogêneas (como se calculou no Capítulo 3), quando o 2º membro conduz as acelerações da fuselagem de mesma frequência. Vale dizer que se tem o deslocamento de cada pá como resultante da contribuição dos esforços constantes no tempo (equilíbrio isotrópico) e dos esforços nestas variáveis sob 1Ω de frequência (em torno daquele equilíbrio, sob acelerações devido aos defeitos). Sob este ponto de vista, o movimento de cada pá pode ser então decomposto no movimento dela próprio (traduzido pelos três deslocamentos em batimento e pelos três em *lead-lag*) somado ao da fuselagem com que é vinculada (traduzido pelos deslocamentos do rotor – angulares α_f , φ_f , T_{RC} e lineares θ_0 , θ_{1C} , θ_{1S}). Nesta oscilação, supõe-se que uma nova atitude da fuselagem assuma outra parcela variável, somada à anteriormente única e suposta inalterada após a introdução das anisotropias. Isso significa que os defeitos não alteram as atitudes de equilíbrio da fuselagem, mas introduzem, ao redor destas, variações segundo 1Ω . Desta maneira, as acelerações não possuem termos permanentes no tempo, sendo constituídas apenas por parcelas (pois no caso isotrópico são nulas) periódicas em $\psi(t)=\Omega t$, para os seis GDL em relação ao CG da fuselagem:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x}_{t,t} = \Omega^2 \ddot{x} = \Omega^2 (-x_{ic} \cos \psi - x_{is} \text{sen} \psi) \\ \ddot{y}_{t,t} = \Omega^2 \ddot{y} = \Omega^2 (-y_{ic} \cos \psi - y_{is} \text{sen} \psi) \\ \ddot{z}_{t,t} = \Omega^2 \ddot{z} = \Omega^2 (-z_{ic} \cos \psi - z_{is} \text{sen} \psi) \\ \ddot{\alpha}_{f,t,t} = \Omega^2 \ddot{\alpha}_f = \Omega^2 (-\alpha_{f_{ic}} \cos \psi - \alpha_{f_{is}} \text{sen} \psi) \quad (\text{arfagem}) \\ \ddot{\varphi}_{f,t,t} = \Omega^2 \ddot{\varphi}_f = \Omega^2 (-\varphi_{f_{ic}} \cos \psi - \varphi_{f_{is}} \text{sen} \psi) \quad (\text{rolamento}) \\ \ddot{\psi}_{f,t,t} = \Omega^2 \ddot{\psi}_f = \Omega^2 (-\psi_{f_{ic}} \cos \psi - \psi_{f_{is}} \text{sen} \psi) \quad (\text{guinada}) \end{array} \right.$$

4.1 PARÂMETROS INFLUENTES

Vale começar lembrando que uma posição azimutal qualquer (ψ_i) de uma pá corresponde ao espaço angular (envolvendo a frequência angular do rotor) associado ao tempo pela relação $t = \frac{\psi_i}{\Omega}$, contado a partir da passagem das pás pela posição de referência, $\psi_i = 0$. Esta referência, na prática, corresponde ao sinal de sincrônimo dado pelo captor magnético instalado no platô fixo do mastro do rotor principal.

Para o cálculo do torçor dos esforços atuantes no cubo do rotor atualizado com defeitos é necessário e suficiente conhecer os correspondentes novos valores de $\lambda(\psi_i)$, $\theta_i(\psi_i)$, $\beta_i(\psi_i)$, $\delta_i(\psi_i)$, a massa das pás (m_i), o momento estático das pás (m_{si}) e a inércia das pás ($I_{\beta i}$). Está se considerando que não se variou os parâmetros das pás (R , e , c) e do seu perfil (Cd_0 , a), nem a razão de avanço μ , nem a densidade do ar (ρ).

Comentando cada um desses parâmetros citados:

- **massa das pás (m_i)**: $m_i = \int_e^R dm_i = \int_e^R m dr$;

Uma anisotropia em m_i (e, conseqüentemente, em m_{si} e $I_{\beta i}$) pode ser considerada como uma variação de massa "equivalente" na posição radial do rotor, onde se pode acrescentar a massa de equilíbrio (plaquetas de balanceamento).

- **momento estático das pás (m_{si})**: $m_{si} = \int_e^R r dm_i = \int_e^R r m dr$, onde m é a massa da pá;

- **inércia das pás ($I_{\beta i}$)**: $I_{\beta i} = \int_e^R r^2 dm_i = \int_e^R r^2 m dr$. Os três parâmetros m_i , m_{si} e $I_{\beta i}$ podem ser diferentes para cada pá, devido às anisotropias. Além disso, são interdependentes, isto é, uma variação de m_i implica em uma variação correspondente dos valores de m_{si} e $I_{\beta i}$. A inserção de uma massa de equilíbrio (Δm_i), associada a RME (vide

Apêndice A), conduz-nos a mudanças dos parâmetros da pá i , a partir dos valores isotrópicos de m_{si} e de $I_{\beta i}$ (índice "iso"):

$$\begin{aligned} m_{\rho_i} &= m_{\rho_{iso}} + \Delta m_i \\ m_{sp_i} &= m_{sp_{iso}} + \Delta m_i \times RME \\ I_{\beta_i} &= I_{\beta_{iso}} + \Delta m_i \times RME^2 \end{aligned}$$

- **densidade do ar (ρ):** É um parâmetro fornecido, por exemplo, a partir das tabelas de atmosfera-padrão, e depende da altitude-pressão e da temperatura;
- **razão de avanço (μ):** Parâmetro adimensional da velocidade do helicóptero em relação ao ar (V) e da inclinação do disco rotor (α_D) em arfagem, que depende da posição longitudinal do comando do cíclico;

O ângulo de arfagem da fuselagem (α_f) depende das inclinações do disco, do rotor (α_D) e do mastro (α_m) de modo que $\alpha_f = \alpha_D - \alpha_m$ (vê-se que α_f é menor que α_D , justificando a compensação de α_m para atender requisitos de manobrabilidade/qualidade de voo).

• **os parâmetros das pás (R , e , c) e do seu perfil (Cd_0 , a):** Apesar de também constituírem possíveis anisotropias, no âmbito deste estudo, são considerados como constantes e independentes $\lambda(\psi_i)$ das pás;

- **A velocidade induzida $\lambda_i(\psi_i)$:** Proporcional à razão de avanço (μ) - daí, à inclinação do disco rotor (α_D); ao coeficiente de tração (C_T) (que é devida à tração do helicóptero - F_z); à densidade do ar (ρ); e à posição azimutal (ψ_i). Como se supõe que não há anisotropia sobre a velocidade induzida, λ não depende da pá i ;

- **O passo da pá $\theta_i(\psi_i)$:** Como já introduzido, anisotropias ligadas aos perfis de pá podem ser consideradas como variações "equivalentes" do passo das pás ($\theta_i(\psi_i)$), que varia conforme a posição azimutal (ψ_i) da pá e o equilíbrio da fuselagem, considerados o voo estacionário ou voo de avanço a velocidade constante ($\mu = \text{constante não nulo}$).

Para o caso do equilíbrio da fuselagem, supõem-se, como esforços exteriores atuantes:

- os esforços cubo rotor;
- o peso do helicóptero, aplicado na posição do CG da fuselagem);
- o *lead-lag* da fuselagem, suposto como aplicado em um ponto fixo (A) e atuante independentemente da arfagem da fuselagem;
- a sustentação negativa da empenagem horizontal, suposta aplicada em um ponto fixo e atuante independentemente da arfagem da fuselagem; e
- O empuxo antitorque do rotor, necessário para equilibrar o torque aplicado pelo rotor principal. $\theta_i(\psi_i)$ pode ser alterada através do- comprimento das hastes de comando das pás (o que altera o passo colectivo θ_0 da pá i); e/ou
- o ajuste de ângulo de *tabs*, cujo arqueamento do perfil cria um momento aerodinâmico ao redor do eixo \bar{X}_i elástico da pá (transmitindo esforços à fuselagem através das hastes), proporcional à velocidade do vôo de avanço. Daí, o ajuste de ângulo de *tabs* não tem efeito sobre conicidade (β_0) do rotor em voo estacionário, contudo é proporcional a μ , sendo mais pronunciado no lado da pá avançante que na pá recuante. Neste trabalho acadêmico, simula-se o ajuste de ângulo de *tabs* como uma anisotropia θ_{is} .

Por isso, fazendo $\theta_{is} \neq 0$ (e demais parâmetros iguais à zero) nas equações do movimento de batimento, para o voo estacionário ($\mu = 0$), isto é, pairado ou vertical, obtém-se:

$$\beta_0=0 ; \beta_{1c} \gg -\theta_{1s} ; \beta_{1s}=0$$

Analogamente, para a condição do vôo de avanço ($\mu \neq 0$), tem-se: $\beta_0 = \mu - \theta_{1s}$, o que aponta para um aumento da conicidade (β_0) proporcional à θ_{1s} (arfagem do rotor em voo a frente) e μ , como desejado.

O cálculo de $\theta_i(\psi_i)$ é dividido em duas etapas:

1º) na condição de ausência de anisotropias sobre o rotor, o passo das pás ($\theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}$) advém das equações de equilíbrio do rotor isotrópico, como se vê no Capítulo 3;

2º) introduz-se as anisotropias sobre uma pá acrescentando o incremento desejado (segundo apenas $\theta_{0i}, \theta_{1si}$), sob a hipótese do passo das outras pás não serem alterados. Em seguida,

calcula-se novamente o passo resultante das pás ($\theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}$), supondo que não há influência no passo das outras pás.

- **O movimento de batimento $\beta_i(\psi_i)$:** Conforme o item 3.3.7, β_i depende da posição azimutal (ψ_i), do passo $\theta_i(\psi_i)$, da velocidade induzida $\lambda(\psi_i)$, da densidade do ar (ρ), parâmetros da pá ($R, e, c, a, m_{si}, I_{\beta i}$), da razão de avanço (μ).

Analogamente ao parâmetro anterior, divide-se o cálculo de $\beta_i(\psi_i)$ em duas etapas:

1°) na condição de ausência de anisotropias sobre o rotor, todas as pás têm a mesma: massa (m), momento estático (m_s), momento de inércia (I_β), passo (θ) (advindo do equilíbrio do helicóptero- Capítulo 3). Assim tem-se uma expressão de $\beta(\psi_i)$ válida para todas as pás.

2°) introduz-se os três tipos de anisotropias adotados como os defeitos equivalentes sobre uma pá (i):

- massa de equilíbrio sobre o punho da pá (mudança de $m_i, m_{si}, I_{\beta i}$)
- o ajuste da haste de comando da pá (mudança de θ_i completo, pois atua sobre todo o ψ)
- o ajuste do ângulo do *tab* (mudança de θ_{1si} , pois atua conforme o escoamento)

Em seguida, calcula-se novamente o batimento desta pá ($\beta_i(\psi_i)$), supondo que não há influência nos movimentos em batimento das outras pás.

- **O movimento de *lead-lag* $\delta_i(\psi_i)$:** Conforme o item 3.3.8, δ_i depende de ψ_i , de θ_i , de λ_i , de β_i , da densidade do ar (ρ), da razão de avanço (μ) e dos parâmetros da pá ($R, e, c, a, m_{si}, I_{\beta i}$). O deslocamento δ também pode ser alterado devido a anisotropias no adaptador de frequência (seja na sua rigidez $K_{\delta i}$, ou no seu amortecimento, $C_{\delta i}$).

Como se faz para θ_i e β_i , divide-se esse cálculo em duas etapas:

1°) na condição de ausência de anisotropias sobre o rotor, o *lead-lag* ($\delta_0, \delta_{1c}, \delta_{1s}$) advém das equações de equilíbrio do rotor isotrópico- Capítulo 3;

2°) introduz-se as anisotropias consideradas sobre uma pá i, supondo que não há influência nos movimentos em *lead-lag* das outras pás.

4.2. CORREÇÕES APLICÁVEIS AO ROTOR PRINCIPAL

Neste item aborda-se a natureza dos defeitos inseridos no modelo matemático em uso, os quais são adotados conforme as correções disponíveis nesta pesquisa.

Os defeitos a introduzir situam-se entre os seguintes:

- defeitos de inércia ou mássicos: mudança m_i , m_{si} e $I_{\beta i}$;
- defeitos de desempenho aerodinâmico do perfil;
- na altura da haste: mudança em θ_{0i} ; e
- no ângulo de *tab*: mudança em θ_{1si} . (não adotado neste trabalho).

É importante citar que os valores de correção a serem sugeridos (como diagnóstico dos defeitos) segundo os resultados do Problema Inverso devem se submeter aos limites preconizados em Manual do fabricante, além dos quais a ação prevista é a substituição do item defeituoso indicado pelo algoritmo.

4.3. TORÇOR DOS ESFORÇOS RESULTANTES NO CUBO DO ROTOR ANISOTRÓPICO

Efetuando-se os mesmos cálculos descritos no Capítulo anterior, para a pá i , contudo após a introdução dos defeitos (utilizando os novos valores de m_i ou de θ), obtêm-se os novos ângulos de passo (θ_i), de batimento (β_i) e do associado *lead-lag*. Os esforços F e M sobre o cubo do rotor são devidos a estes novos ângulos. Estes esforços são atualizados segundo as expressões item 3.3.4 (para as forças F) e item 3.3.5 (para momentos M), por isso sua resultante (acelerações associadas) possui componentes em $\sin\psi$ e $\cos\psi$ (termos cíclicos truncados, em 1Ω) somadas a 1ª componente constante (índice zero - a mesma do equilíbrio do rotor isotrópico). Desta maneira, tem-se, para $j=X, Y$ ou Z :

$$\left\{ \mathbf{F}_j \right\}_{\text{rotor}} = \left\{ \mathbf{F}_{j_0} \right\}_{\text{rotor}} + \left\{ \mathbf{F}_{j_c} \right\}_{\text{rotor}} \cos \psi + \left\{ \mathbf{F}_{j_s} \right\}_{\text{rotor}} \sin \psi$$

$$\{M_j\}_{\text{rotor}} = \{M_{j_0}\}_{\text{rotor}} + \{M_{j_{1c}}\}_{\text{rotor}} \cos \psi + \{M_{j_{1s}}\}_{\text{rotor}} \sin \psi$$

Para rearranjar as componentes periódicas em $\sin \psi$ e $\cos \psi$ da pá i , em analogia ao já aplicado, faz-se uso dos dois operadores à expressão dos esforços, culminando nos termos constantes 1C e 1S: $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots) \sin \psi d\psi$ e $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots) \cos \psi d\psi$. O que fornece as expressões constantes no Apêndice C (termos constantes 1C e 1S), onde o índice "i" dos diversos ângulos (o passo, batimento e *lead-lag*) está suprimido para simplicidade de notação.

Para se aplicar a somatória dos esforços atuante em cada pá, desta vez procede-se diferentemente do item 3.3.6. Em virtude destas agora se distinguem entre si (por isso não basta multiplicar por N), deve-se considerar o azimute de cada uma das três pás (no caso desta pesquisa - N = 3 pás):

$$\psi_1 = \psi \quad \text{pá vermelha}$$

$$\psi_2 = \psi + 2\pi/3 \quad \text{pá azul}$$

$$\psi_3 = \psi + 4\pi/3 \quad \text{pá amarela}$$

O que fornece:

$$F_{x_1} = F_{x_{01}} + F_{x_{1c1}} \cos \psi + F_{x_{1s1}} \sin \psi$$

$$F_{x_2} = F_{x_{02}} + F_{x_{1c2}} \cos(\psi + 2\pi/3) + F_{x_{1s2}} \sin(\psi + 2\pi/3) = F_{x_{02}} + F_{x_{1s2}} \cos \psi - F_{x_{1c2}} \sin \psi$$

$$F_{x_3} = F_{x_{03}} + F_{x_{1c3}} \cos(\psi + 4\pi/3) + F_{x_{1s3}} \sin(\psi + 4\pi/3) = F_{x_{03}} - F_{x_{1c3}} \cos \psi - F_{x_{1s3}} \sin \psi$$

Tem-se, finalmente, por balanceamento harmônico:

$$\{F_{x_{1c}}\}_{\text{rotor}} = F_{x_{1c1}} + F_{x_{1s2}} - F_{x_{1c3}} \quad \{M_{x_{1c}}\}_{\text{rotor}} = M_{x_{1c1}} + M_{x_{1s2}} - M_{x_{1c3}}$$

$$\{F_{x_{1s}}\}_{\text{rotor}} = F_{x_{1s1}} - F_{x_{1c2}} - F_{x_{1s3}} \quad \{M_{x_{1s}}\}_{\text{rotor}} = M_{x_{1s1}} - M_{x_{1c2}} - M_{x_{1s3}}$$

$$\{F_{y_{1c}}\}_{\text{rotor}} = F_{y_{1c1}} + F_{y_{1s2}} - F_{y_{1c3}} \quad \{M_{y_{1c}}\}_{\text{rotor}} = M_{y_{1c1}} + M_{y_{1s2}} - M_{y_{1c3}}$$

$$\{F_{y_{1s}}\}_{\text{rotor}} = F_{y_{1s1}} - F_{y_{1c2}} - F_{y_{1s3}} \quad \{M_{y_{1s}}\}_{\text{rotor}} = M_{y_{1s1}} - M_{y_{1c2}} - M_{y_{1s3}}$$

$$\begin{aligned} \{Fz1c\}_{rotor} &= Fz1c1 + Fz1s2 - Fz1c3 & \{Mz1c\}_{rotor} &= Mz1c1 + Mz1s2 - Mz1c3 \\ \{Fz1s\}_{rotor} &= Fz1s1 - Fz1c2 - Fz1s3 & \{Mz1s\}_{rotor} &= Mz1s1 - Mz1c2 - Mz1s3 \end{aligned}$$

4.4. EQUILÍBRIO (DINÂMICO) DO SISTEMA ROTOR-FUSELAGEM

As equações de equilíbrio do sistema rotor-fuselagem (item 3.4.4) não são mais homogêneas após introdução dos defeitos no rotor, daí a classificação do equilíbrio como dinâmico. O equilíbrio das forças externas é representado por (onde $x_{t,t}$, $y_{t,t}$, e $z_{t,t}$ são as acelerações segundo os respectivos eixos):

$$\{F_x\}_{rotor} - \{F_z\}_{rotor} \alpha_m + Mg \alpha_f + 1/2 \rho V^2 (C_x S) f = M \cdot x_{t,t}$$

$$\{F_y\}_{rotor} - Mg \varphi_f - TR_a = M y_{t,t}$$

$$\alpha_m \{F_x\}_{rotor} + \{F_z\}_{rotor} - Mg - 1/2 \rho V^2 (C_z S) e_h = M \cdot z_{t,t}$$

Observa-se que o 2º membro é o produto da massa total da aeronave pela aceleração periódica do CG segundo cada eixo.

As equações de momentos são obtidas em item 3.3.5 com o equilíbrio em relação ao cubo do rotor. Como o foco está no movimento do CG do aparelho, estas equações devem ser reescritas para considerar o torçor dos esforços externos aplicados ao cubo do rotor (índice zero), e esse CG. Além disso, há a necessidade de se conhecer os momentos de inércia da fuselagem (por seus movimentos giratórios) em relação ao CG, que se alteram em função da centragem. Assim consideram-se os momentos de inércia em rolamento (I_{xx}), arfagem (I_{yy}) e guinada (I_{zz}) bem como o produto de inércia que representa o acoplamento guinada - rolamento (I_{zx}), enquanto os outros acoplamentos são supostos nulos.

A partir dos momentos e produtos de inércia e da massa M , obtém-se os raios de giração ρ em função apenas da centragem X_G e Y_G pela expressão $I = M \rho^2$. Descreve-se o equilíbrio de momentos em relação ao CG por $\sum M = I \alpha$, onde M advém do torçor global de

esforços no cubo, as medidas lineares são os braços de momento e os índices “t,t” referem-se às acelerações angulares (derivada dupla desses deslocamentos em relação ao tempo), o que fornece:

$$\begin{aligned} & \{M_{x_h}\}_{\text{rotor}} - y_{CG} \{F_{z_h}\}_{\text{rotor}} + z_{CG} \{F_{y_h}\}_{\text{rotor}} \\ & - (y_{eh} - y_{CG}) 1/2\rho V^2 (C_z S)_{eh} + (z_{Ra} - z_{CG}) T_{Ra} = M (\rho_{xx}^2 \varphi_{f,t,t} + \rho_{xz}^2 \psi_{f,t,t}) \\ & \{M_{y_h}\}_{\text{rotor}} + x_{CG} \{F_{z_h}\}_{\text{rotor}} - z_{CG} \{F_{x_h}\}_{\text{rotor}} + (z_A - z_{CG}) 1/2\rho (C_x S)_f V^2 + (x_{eh} - x_{CG}) 1/2\rho V^2 (C_z S)_{eh} \\ & = M \rho_{yy}^2 \alpha_{f,t,t} \\ & \{M_{z_h}\}_{\text{rotor}} - x_{CG} \{F_{y_h}\}_{\text{rotor}} + y_{CG} \{F_{x_h}\}_{\text{rotor}} - y_{CG} 1/2\rho (C_x S)_f V^2 - (x_{Ra} - x_{CG}) T_{Ra} \\ & = M (\rho_{xz}^2 z_{f,t,t} + \rho_{zz}^2 \psi_{f,t,t}) \end{aligned}$$

E, finalmente:

$$\begin{aligned} & \{M_x\}_{\text{rotor}} - \{M_z\}_{\text{rotor}} \alpha_m - y_{CG} (\{F_x\}_{\text{rotor}} \alpha_m + \{F_z\}_{\text{rotor}}) + z_{CG} \{F_y\}_{\text{rotor}} - (y_{eh} - y_{CG}) \\ & 1/2\rho V^2 (C_z S)_{eh} + (z_{Ra} - z_{CG}) T_{Ra} = M (\rho_{xx}^2 z_{f,t,t} + \rho_{xz}^2 \psi_{f,t,t}) \\ & \{M_y\}_{\text{rotor}} + x_{CG} (\{F_x\}_{\text{rotor}} \alpha_m + \{F_z\}_{\text{rotor}}) - z_{CG} (\{F_x\}_{\text{rotor}} - \{F_z\}_{\text{rotor}} \alpha_m) + (z_A - z_{CG}) \\ & 1/2\rho (C_x S)_f V^2 + (x_{eh} - x_{CG}) 1/2\rho V^2 (C_z S)_{eh} = M \rho_{yy}^2 \alpha_{f,t,t} \\ & \{M_x\}_{\text{rotor}} \alpha_m + \{M_z\}_{\text{rotor}} - x_{CG} \{F_y\}_{\text{rotor}} + y_{CG} (\{F_x\}_{\text{rotor}} - \{F_z\}_{\text{rotor}} \alpha_m) - y_{CG} 1/2\rho (C_x S)_f V^2 - \\ & (x_{Ra} - x_{CG}) T_{Ra} = M (\rho_{xz}^2 z_{f,t,t} + \rho_{zz}^2 \psi_{f,t,t}) \end{aligned}$$

Onde:

ρ_{xx} : raio de giração da fuselagemao redor do eixo X_h (em rolamento);

ρ_{yy} : raio de giração da fuselagemao redor do eixo Y_h (em arfagem); e

ρ_{zz} : raio de giração da fuselagemao redor do eixo Z_h (em guinada);

E ainda:

$$\alpha_f = \alpha_{f_0} + \alpha_{f_{1c}} \cos\psi + \alpha_{f_{1s}} \text{sen}\psi$$

$$\varphi_f = \varphi_{f_0} + \varphi_{f_{1c}} \cos\psi + \varphi_{f_{1s}} \text{sen}\psi$$

$$T_{RC} = T_{RC_0} + T_{RC_{1c}} \cos\psi + T_{RC_{1s}} \text{sen}\psi$$

Cita-se que α_{f0} , ϕ_{f0} e T_{RA0} foram obtidas do equilíbrio da fuselagem com o rotor isotrópico (Capítulo 3). T_{RC1C} , T_{RC1S} são as componentes periódicas do empuxo do rotor traseiro necessárias para tornar nulas as componentes ψ_{f1C} e ψ_{f1S} do movimento de guinada (suposto constante). Como se supôs que ψ_{f1C} e ψ_{f1S} não são nulos no cálculo de $\psi_{f,t,t}$, então se requer que $T_{RC1C} = T_{RC1S} = 0$ (supõe-se, por conseguinte, que o rotor traseiro não fornece empuxo cíclico que possa anular o movimento cíclico em guinada).

Para se encontrar as 12 incógnitas das acelerações fuselagem (6 lineares e 6 angulares): Ω^2 (x_{1c} , x_{1s} , y_{1c} , y_{1s} , z_{1c} , z_{1s} , α_{f1c} , α_{f1s} , ϕ_{f1c} , ϕ_{f1s} , ψ_{f1c} , ψ_{f1s}), torna-se a aplicar, às equações de equilíbrio variáveis (graças à expansão das três acelerações angulares), os operadores:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots) \sin \psi d\psi \text{ e } \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots) \cos \psi d\psi$$

Com os esforços no cubo do rotor já obtidos tem-se as equações do Apêndice C:

4.5. PASSAGEM DAS ACELERAÇÕES DO CG PARA UM PONTO 'M' DA FUSELAGEM

Até aqui este item são conhecidas as acelerações da fuselagem rígida excitada pelo rotor e por forças externas a esta aplicadas. Estas grandezas, por estarem aplicadas no seu CG, precisam ser transportadas para os pontos da fuselagem indicados pelos fabricantes sobre os quais se intenciona obter as grandezas de vibração. Neste contexto, tem-se o vetor posição GM de um ponto (M) da fuselagem em relação o seu CG (origem como ponto G) do referencial helicóptero R_h . A partir do qual, através de transformações lineares baseadas em rotações de $(-\psi_f)$, $(-\alpha_f)$ e $(-\phi_f)$, escreve-se o mesmo no referencial de Galileu, paralelo ao referencial aerodinâmico ($R_g \equiv R_a$), com valores em X, Y, Z das coordenadas dos pontos no referencial helicóptero (R_h). Efetuando-se o algebrismo necessário, deriva-se o vetor duas vezes em relação ao tempo t a fim de fornecer acelerações. Considerando, no referencial de

Galileu, um ponto G' coincidente com o ponto G tem-se que a aceleração do CG (ponto G) tem somente termos lineares (por se tratar de um ponto), e vale:

$$\left(\frac{d^2 \overline{GG'}}{dt^2} \right)_{R_h} = \left[\ddot{X}_{t,t} \ddot{Y}_{t,t} \ddot{Z}_{t,t} \right]^T$$

A aceleração do ponto M , no R_h é então:
$$\left(\frac{d^2 \overline{G'M}}{dt^2} \right)_{R_h} = \left(\frac{d^2 \overline{GG'}}{dt^2} \right)_{R_h} + \left(\frac{d^2 \overline{GM}}{dt^2} \right)_{R_h}$$

A partir deste, transformando-se para o referencial helicóptero, novamente, tem-se $(d^2 \overline{GM} / dt^2)_{R_h}$. Reutiliza-se a hipótese dos pequenos ângulos ψ_f , α_f e φ_f e, por simplificação, negligenciam-se, também, os triplos produzidos de ângulos em relação aos duplos produtos. Considerando que em X que

$$X_{M_{1t}} = \Omega^2 X_M = \Omega^2 (-X_{M_{1c}} \cos \psi - X_{M_{1s}} \sin \psi)$$

tem-se o análogo para Y e φ . Para encontrar as seis incógnitas das três acelerações lineares do ponto M da fuselagem, aplica-se a essas três equações os operadores recém-usados. Daí tem-se àquelas seis incógnitas:

$$X_{M1s} = X_{1s} + (Y_M - Y_G) (\varphi_{f0} \alpha_{f1s} + \psi_{f1s}) + (Z_M - Z_G) (\alpha_{f0} \psi_{f1s} - \alpha_{f1s})$$

$$X_{M1c} = X_{1c} + (Y_M - Y_G) (\varphi_{f0} \alpha_{f1c} + \psi_{f1c}) + (Z_M - Z_G) (\alpha_{f0} \psi_{f1c} - \alpha_{f1c})$$

$$Y_{M1s} = Y_{1s} + (X_M - X_G) (-\varphi_{f0} \alpha_{f1s} - \psi_{f1s}) + (Z_M - Z_G) (\alpha_{f0} \psi_{f1s} + \varphi_{f1s})$$

$$Y_{M1c} = Y_{1c} + (X_M - X_G) (-\varphi_{f0} \alpha_{f1c} - \psi_{f1c}) + (Z_M - Z_G) (\alpha_{f0} \psi_{f1c} + \varphi_{f1c})$$

$$Z_{M1s} = Z_{1s} + (X_M - X_G) (-\varphi_{f0} \psi_{f1s} + \alpha_{f1s}) + (Y_M - Y_G) (-\alpha_{f0} \psi_{f1s} - \varphi_{f1s})$$

$$Z_{M1c} = Z_{1c} + (X_M - X_G) (-\varphi_{f0} \psi_{f1c} + \alpha_{f1c}) + (Y_M - Y_G) (-\alpha_{f0} \psi_{f1c} - \varphi_{f1c})$$

4.6. AMPLITUDE E FASE DAS ACELERAÇÕES RESULTANTES

Os esforços no cubo rotor são expressos em função da coordenada azimutal da pá vermelha: $\psi_1 = \psi = \Omega t$, onde t representa o tempo após a passagem da pá vermelha pelo nariz do helicóptero (posição de origem $\psi = 0$), quando o captor magnético desencadeia o sinal de sincronismo dos tempos. A partir deste momento (então $t = 0$), a Teoria dos Números Complexos, aplicada às amplitudes dos senos e cossenos vibração medida na fuselagem, permite que a aceleração seja expressa em termos de amplitude e de fase. Assim, a partir da informação medida x_{1s} , x_{1c} , tem-se, análogo para y e z :

$$\text{No CG:} \quad A_X = \Omega^2 \sqrt{X_{1S}^2 + X_{1C}^2} \quad \text{e} \quad \phi_X = \text{arctg} \left(\frac{X_{1S}}{X_{1C}} \right)$$

$$\text{No ponto M:} \quad A_{X_M} = \Omega^2 \sqrt{X_{MIS}^2 + X_{MIC}^2} \quad \text{e} \quad \phi_{X_M} = \text{arctg} \left(\frac{X_{MIS}}{X_{MIC}} \right)$$

5. APLICAÇÃO DO MODELO

5.1. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Esse recurso computacional constitui uma valiosa ferramenta para simulação das respostas do modelo às excitações associadas às anisotropias introduzidas equivalentes a defeitos comuns (segundo desbalanceamento e desajuste de *tracking*, como já citados no Capítulo 2).

Para atender a essa demanda, o código computacional é desenvolvido em ambiente MATLAB(R), segundo uma sequência de linhas de comando. Dentro do denominado problema direto, o código divide-se em duas partes, em conformidade com a estruturação do trabalho: uma primeira parte para o cálculo sob a modelagem do sistema fuselagem-rotor em equilíbrio (este denominado isotrópico) nos termos dos doze parâmetros $\alpha(\psi)$, $\beta(\psi)$, $\delta(\psi)$,

$\theta(\psi)$, $\varphi(\psi)$, T_{RC} , β_{0i} , β_{1ci} , β_{1si} , δ_{0i} , δ_{1ci} , δ_{1si} , θ_{0i} , θ_{1ci} , e θ_{1si} ; e outra para o cálculo das respostas vibratórias em torno deste, devido às anisotropias, segundo amplitude e fase num ponto M da fuselagem.

Na primeira, trata-se da resolução numérica de um sistema de doze equações algébricas não-lineares multidimensionais (a doze incógnitas) governantes do movimento do sistema rotor-fuselagem, no domínio da frequência (após aplicações de Transformada Integral de Fourier segundo operadores de Coleman). Esta fase requer bastante iteratividade para a definição do vetor de entrada, pois os componentes são linearmente dependentes e desconhecidos. Internamente, o processo de solução desse sistema algébrico inclui sua linearização por subrotinas do algoritmo computacional “fsolve”, selecionado como a mais adequada dentre as opções disponíveis no ambiente do software MATLAB(R). Estruturada com informações de projeto da aeronave, a resolução destas equações utiliza como entrada dados dos voo executados e revela então o comportamento dinâmico do modelo analítico adotado segundo pequenas vibrações em torno do equilíbrio. Descrevendo de forma sucinta o código, apresenta-se a Figura 25 com um fluxograma. Tudo se inicia com a definição dos dados de projeto da aeronave adotados nos termos do apresentado no item 3.4.1, seguida do registro dos dados de leitura associados a uma condição de voo. Reunidos esses dados, aciona-se uma subrotina que opera a formulação de Meijer-Dress, iterativamente segundo o método numérico de Newton-Raphson para a obtenção da primeira estimativa da velocidade induzida V_i , pois é requisito para a tarefa seguinte: a obtenção via subrotinas dedicadas, dos valores de $\beta(\psi)$, $\delta(\psi)$ e $\theta(\psi)$, segundo suas componentes cíclicas. Estas subrotinas são inicializadas a partir de uma estimativa inicial livre, mas cuidadosa para θ , cujo valor depende de β e V_i , de que ainda não se dispõem, mostrando-se bastante sensibilizador do código. Espera-se que métodos numéricos permitam modelagens com mínimas simplificações preservando a precisão do resultado.

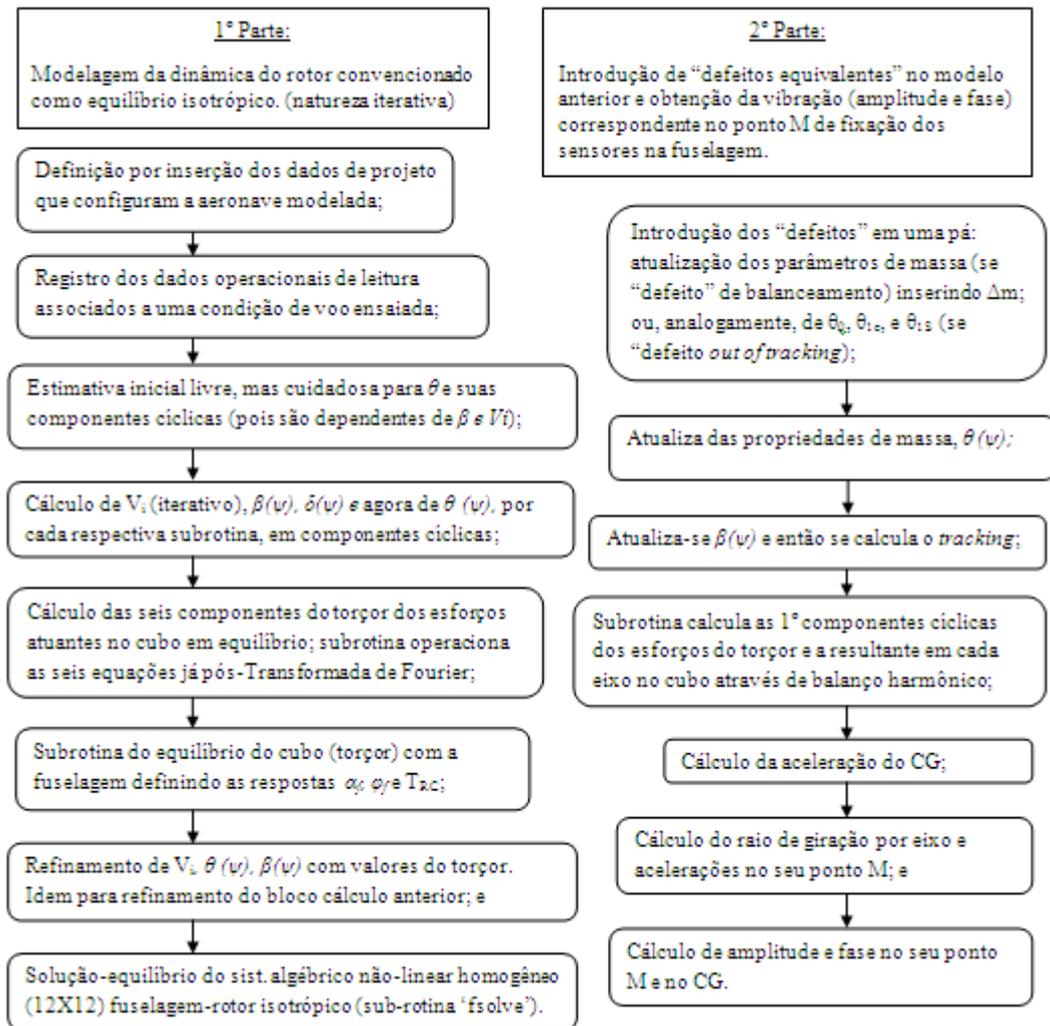


Figura 25 – Fluxograma das ações do código computacional do problema direto.

Contudo, isto requer uma boa estimativa inicial do vetor de entrada para se encontrar mais a solução do sistema. Neste caso, apesar de θ representar o comando do piloto em torno do qual o rotor precisa se adequar, a convergência do método da subrotina 'fsolve' mostra-se sensível a grandes variações, mesmo seu algoritmo interno prevendo eventuais problemas de uma estimativa distante da raiz real.

Estas quatro variáveis são então empregadas na próxima subrotina que calcula as seis componentes do torçor dos esforços atuantes no cubo em equilíbrio, operacionando as seis equações pós-Transformada de Fourier. Em sequência, subrotinas são convocadas para fornecer os valores de α_f , ϕ_f e T_{RC} , baseados nas três equações de equilíbrio do sistema rotor-

fuselagem. Com estes dados, podem-se recalcular, em refinamento, os valores das quatro primeiras variáveis antes de próxima etapa: o cálculo do equilíbrio do sistema algébrico não-linear fuselagem-rotor isotrópico. O melhor resultado da subrotina 'fsolve' advém da aplicação interna de técnicas numéricas de otimização que impõem robustez ao método de Newton no cálculo de cada passo, conforme oferece o software MATLAB(R), e que faz uso de sua matriz jacobiana (JORGE, 1992), também fornecida por subrotina específica. O resultado deste algoritmo converge para o vetor de saída composto com os doze valores mencionados. Vale aqui mencionar a sensibilidade dos parâmetros funcionais solicitados por essa subrotina (conforme o algoritmo interno a "fsolve" e o erro residual), sob cada condição de voo, para a verificação da convergência do método numérico.

A maioria das subrotinas de otimização adota o critério para encerramento do cálculo quando o erro residual (a diferença entre duas raízes de iterações sucessivas) e a diferença entre cada passo iterativo forem menores que um valor estabelecido pelo usuário. Daí, uma vez que o mesmo é demasiadamente grande, a subrotina não chega a encontrar uma solução que efetivamente possa anular o sistema de equações. Do contrário, se for muito pequeno, o algoritmo atinge o número máximo de iterações antes que a diferença entre duas iterações sucessivas, para raiz, que já atingido.

Diante do cenário estabelecido para o comportamento em equilíbrio do sistema em contexto, parte-se para a segunda metade do problema direto que dispensa iterações: a introdução das anisotropias primárias, isto é, uma de cada vez. Primeiramente isto é feito mediante a atualização dos parâmetros de massa (se adotado o "defeito" de balanceamento) ou as três componentes cíclicas de θ (como um "defeito" do tipo *out of tracking*) da pá selecionada, por meio da soma de incrementos associados àqueles últimos valores obtidos (estas três, novamente, por estimativas iniciais). Deste ponto podem-se recalcular as primeiras componentes cíclicas das forças e momentos que solicitam cada pá segundos os três eixos

cartesianos adotados, que, como comentado antes, não são mais constantes. O que se segue são os cálculos análogos do torçor de esforços resultantes no cubo, segundo termos semelhantes em seno e cosseno (balanceamento harmônico); da aceleração do CG; do raio de giração da fuselagem, necessários à obtenção seguinte das acelerações no seu ponto M; e, finalmente, o cálculo de amplitude e fase no ponto M e no CG.

5.2 ENSAIOS EM VOO

Na tarefa de demonstrar a aplicabilidade do modelo matemático proposto, opta-se pelo confronto da resposta simulada com dados experimentais reais. Dentre possíveis fontes dos mesmos, decide-se pela campanha de ensaios em voo em plataforma de mesmos parâmetros do modelo considerado.

Essa plataforma, apresentada na Figura 26, é um Aerospatale-AS 355 F2 Esquilo Bimotor, modelo representativo de série, e pertencente ao então Grupo Especial de Ensaios em Voo - GEEV (atualmente denominado Instituto de Pesquisas e Ensaios em Voo - IPEV), uma das organizações militares do Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial - DCTA, situado em São José dos Campos, SP (mesmo local dos ensaios).

Os ensaios, no desempenho de valioso instrumento de apoio à pesquisa em contexto, atendem à Solicitação de Ensaio - SE n.º 1/ITA de 2010, e são executados em cumprimento ao estabelecido na Ordem de Ensaio GEEV-100424-OE-5310, constantes do Anexo 2, na qual se apresenta a análise completa dos principais riscos com a descrição das causas, consequências, ações mitigadoras a se tomar e procedimentos de emergência a se adotar.



Figura 26 - A aeronave-plataforma de ensaio, designação H-55, matrícula FAB8811, e parte da equipe responsável pelos ensaios e pelo fornecimento dos dados (da esq. para a direita: Capitão Eng. José Marcio (engenheiro de provas); Prof Dr. Donizeti de Andrade (orientador); Cel. AV. Nilton (piloto de provas); e Capitão-de-Corveta (Eng. Naval) Rafael González (autor).

Sua programação estabelece os seguintes pontos de registro, correspondentes aos perfis de voo previstos no Manual de Manutenção MET 62.10.00.603:

- giro no solo com manete na posição voo;
- voo pairado a 2 m do solo, aproado com o vento;
- voo a frente nivelado em PMC; e
- voo a frente sob curvas laterais na PMC, à esquerda e à direita, inclinando 45°.

Através desses pontos, representativos das condições básicas de operação, visa-se a coletar as características vibratórias em amplitude e fase dessa aeronave, correspondentes às seguintes condições de balanceamento e *tracking* na frequência de 1Ω : primeiramente na condição dentro das tolerâncias preconizada no MET; e em seguida fora delas, sendo:

- pá amarela com duas placas de balanceamento a menos e todas as demais pás balanceadas e dentro do *tracking*;
- análogo com a pá vermelha; e por fim
- novamente com o rotor balanceado, apenas a pá amarela fora do *tracking* ideal.

Referências do MET: rotor balanceado e com *tracking* ajustado, para 1Ω (Anexo 1):

- giro no solo e voo pairado a 2 m: na direção Y $< 0,2\text{IPS}$ e *tracking* < 6 mm;
- voo a frente nivelado em PMC: na direção Z $< 0,2$ IPS e *tracking* < 20 mm; e
- voo a frente com curvas laterais à inclinação de $\pm 45^\circ$ em PMC: em Z $< 0,35$ IPS

Para isso, utiliza-se o equipamento portátil ACES P2020 sob cautela da seção de manutenção da organização, acoplado a dois conjuntos de acelerômetros em posições definidas em manual de manutenção: um para captar as amplitudes das acelerações no eixo Y (localizado horizontalmente no mastro do rotor principal – é um ponto rígido); outro para captá-las no eixo Z (verticalmente no piso dianteiro esquerdo); e um sensor magnético (captor) alocado no platô fixo para medidas de suas fases, quando de sua passagem pelo interruptor magnético (emissor) permanentemente afixado no platô móvel. Exceto este, pode-se visualizá-los na Figura 27 em imagens registradas durante os ensaios realizados.

Os resultados são apresentados no item seguinte.



Figura 27 – Instrumentação do ensaio: (A) strobex; (B) e (C) acelerômetro no eixo Z; (D) acelerômetro no eixo Y; (E) analisador ACES P2020; (F) plaqueta de balanceamento; (G) plaquetas fixas ao punho da pá e (H) alteração da configuração de plaquetas.

5.3 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Após todas as introduções pertinentes às apresentações e desenvolvimentos matemáticos dos modelos adotados, é momento de se discutir os seguintes resultados alcançados:

Quanto ao recurso computacional adotado para a verificação do modelo, a simulação provavelmente forneceria resultados melhores se fossem utilizados os valores reais de projeto (indisponíveis). Destaca-se que a consideração das condições de voo torna-se um problema, dado que, para cada caso de massa e centragem, por exemplo, seria necessário avaliar efetivamente o valor do da fixação do θ inicial a ser fornecido no início do código para o caso

isotrópico. Por isso, para uma simulação mais abrangente em termos de fases e do envelope de voo da aeronave, requer-se-ia construir uma solução numérica mais adaptada em robustez a este problema específico. Apesar de tudo, no caso limitado em estudo ao intervalo desse θ inicial estimado, como declarado no item 1.3, o código apresentou convergência após doze iterações, consumindo insignificante tempo computacional, cujos valores foram submetidos a comparações junto aos resultados de ensaios em voo.

A campanha de ensaios em voo não pôde concluir sua programação na sua plena totalidade por motivo de pane relacionada ao funcionamento da CTP (presença de limalha no sensor magnético dedicado), a qual também contribuiu com vibrações. Isto indisponibilizou a aeronave por um longo período, além do compatível com os trabalhos desta pesquisa, conforme disposto no Anexo 1. Desta forma, não se tem dados ensaiados do ponto de ensaio 16 (Tabela 1), nem da variação do *tracking* por ação no passo, Esta seria tempestivamente associada ao comprimento da haste, diferente ao equivocadamente previsto nesse mesmo Anexo. Cita-se que a experiência dos mecânicos já anunciava dificuldades nos sensíveis reajustes desta haste para sua posição original, decisiva aos voos de referência.

Para melhor aproveitamento da avaliação, e em conformidade com o preconizado no MET, considera-se o sinal fim de cada acelerômetro instalado. Por isso, nas Tabelas 1 e 2 destacam-se os dados sinalizados pelas grades em destaque. Tratam-se, em cada célula correspondente a leitura em um ponto de ensaio, de duas linhas para comparações entre os dados de ensaio (linha superior) e de simulação numérica (a inferior). As grades guiam à consideração das vibrações laterais Y (no plano do rotor) para os pontos de ensaio 1 e 2, e das vibrações verticais Z (ortogonais ao plano do rotor) para os demais, somente. Informações complementares estão apresentadas abaixo de cada respectiva tabela.

Tabela 1 - Comparação dos Resultados dos Ensaio/Simulação.

Ponto Ensaio	1	2	3	4	5	6	7	8
Dados								
1Ω Z (IPS)	0,38 0,347	0,35 0,351	0,08 0,349	0,14 0,349	0,30 1,033	0,08 1,051	0,34 1,406	0,12 1,411
Fase Z (°)	326,50 -89,97	359,50 89,95	273 -89,953	309 -89,908	202,5 -55,581	185 -55,271	204,50 -49,200	189,50 -49,342
1Ω Y (IPS)	0,18 1,478	0,47 1,491	0,05 1,484	0,20 1,162	0,26 2,022	0,44 2,062	0,28 2,898	0,46 2,902
Fase Y (°)	358,50 -83,530	8,50 -83,601	358,50 -83,512	22,50 -83,475	16 -30,800	9,50 -30,181	6 -18,777	13 -18,942
Pá vermelha (mm)	-0,5 0,474	-1,3 0,473	Não há dado 0,4763	0,7 0,478	Não há dado 1,444	-5,8 1,462	Não há dado 1,459	-6,6 1,899
Pá amarela (mm)	0,0 0,475	0,0 0,473	Não há dado	0,0 0,478	Não há dado 1,444	0,0 1,462	Não há dado 1,459	0,0 1,899
Pá azul (mm)	0,0 0,475	2,0 0,474	Não há dado	0,5 0,478	Não há dado	-7,8 1,462	Não há dado 1,459	-5,5 1,899

Legenda: data - ponto do ensaio e descrição – condição e descrição

- 07/01/10 - ponto 1 - GIRO NO SOLO- Condição 1) balanceado e *tracking* ajustados - ensaio/código.
- 07/01/10 - ponto 1 - GIRO NO SOLO - Condição 2) Pá amarela com duas “placas” a menos - ensaio/código.
- 07/01/10 - ponto 3 - PAIRADO DES- Condição 1) balanceado e *tracking* ajustados - ensaio/código.
- 07/01/10 - ponto 3 - PAIRADO DES - Condição 2) Pá amarela com duas “placas” a menos- ensaio/código.
- 07/01/10 - ponto 4 - VOO A FRENTE NIVELADO NA PMC - Condição 1) balanceado e *tracking* ajustados - ensaio/código
- 07/01/10 - ponto 4 - VOO A FRENTE NIVELADO NA PMC - Condição 2) Pá amarela com duas “placas” a menos - ensaio/código.
- 07/01/10 - ponto 5 - VOO A FRENTE +CURVAS $\phi = 45^\circ$ NA PMC (Curva para a Direita) - Condição 1) balanceado e *tracking* ajustados - ensaio/código.
- 07/01/10 - ponto 5 - VOO A FRENTE +CURVAS $\phi = 45^\circ$ NA PMC (Curva para a Direita) - Condição 2) Pá amarela com duas “placas” a menos - ensaio/código.

Tabela 2 - Comparação dos Resultados dos Ensaio/Simulação subsequentes.

Ponto Ensaio	9	10	11	12	13	14	15	16
Dados								
1Ω Z (IPS)	0,16 0,343	0,04 0,339	0,06 0,349	0,03 0,340	0,37 1,345	0,33 1,356	0,40 1,356	Não há dado
Fase Z (°)	333 -89,96	25,5 89,944	262 89,990	125 -89,96	172,5 - 9,5583	114 - 48,974	170,50 - 49,537	Não há dado
1Ω Y (IPS)	0,08 1,142	0,21 1,125	0,09 1,172	0,26 1,103	0,24 2,827	0,30 2,817	0,33 2,849	Não há dado
Fase Y (°)	319 -83,531	116 -83,629	97 -83,541	122,50 -83,540	22 - 18.845	55 - 18.400	358 - 18.807	Não há dado
Pá vermelha (mm)	1,0 0.473	-0,7 0.467	0,0 0.476	1,0 0.471	-4,8 1.874	-0,2 1.890	-5,0 1.882	Não há dado
Pá amarela (mm)	0,0 0.473	0,0 0.4677	0,0 0.476	0,0 0.471	0,0 1.874	0,0 1.890	0,0 1.882	Não há dado
Pá azul (mm)	1,0 0.473	0,0 0.467	-1,7 0.476	-1,7 0.471	-5,6 1.874	-4,0 1.890	-4,6 1.882	Não há dado

Legenda: data - ponto do ensaio e descrição – condição e descrição

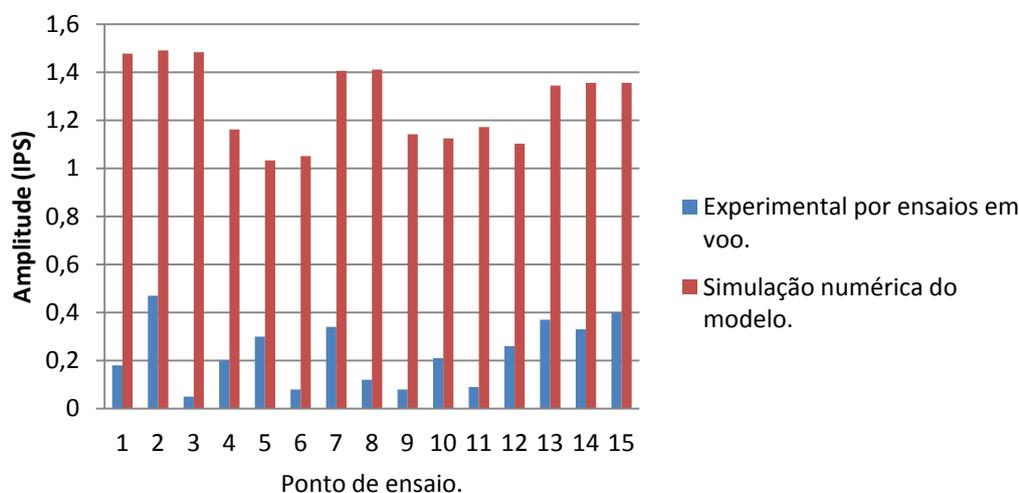
9. 10/01/10 - ponto 1 - GIRO NO SOLO- Condição 1) balanceado e *tracking* ajustados - ensaio/código.
10. 10/01/10 - ponto 1 - GIRO NO SOLO - Condição 4) Pá amarela com duas “placas” a menos - ensaio/código.
11. 10/01/10 - ponto 3 - PAIRADO DES- Condição 1) balanceado e *tracking* ajustados - ensaio/código.
12. 10/01/10 - ponto 3 - PAIRADO DES - Condição 4) Pá amarela com duas “placas” a menos - ensaio/código.
13. 10/01/10 - ponto 4 - VOO A FRENTE NIVELADO NA PMC - Condição 1) balanceado e *tracking* ajustados - ensaio/código.
14. 10/01/10 - ponto 4 - VOO A FRENTE NIVELADO NA PMC - Condição 4) Pá amarela com duas “placas” a menos - ensaio/código.
15. 10/01/10 - ponto 5 - VOO A FRENTE +CURVAS $\phi = 45^\circ$ NA PMC (Curva para a Direita) - Condição 1) balanceado e *tracking* ajustados - ensaio/código.
16. 10/01/10 - ponto 5 - VOO A FRENTE +CURVAS $\phi = 45^\circ$ NA PMC (Curva para a Direita) - Condição 4) Pá amarela com duas “placas” a menos - ensaio/código.

Quanto aos ensaios, mesmo sendo a melhor alternativa em termos de riqueza de informações, os mesmos também apresentaram, em menor número, alguns resultados adversos do esperado (por exemplo: na evolução dos ensaios 5 para 6; e 7 para 8 ; 13 para 14 - decremento ao invés do esperado incremento da amplitude de resposta oscilatória. Atribui-se essas inconsistências à complexidade do ambiente atmosférico na qual a dinâmica do voo está imersa; à variação instantânea de parâmetros da aeronave, incluindo os sensíveis ao instante de registro (ex: leitura de velocidade e vibração, que se relacionam à habilidade do piloto de provas identificar e sustentar a condição desejada então atingida); e a possíveis perturbações associadas à pane atuante e só em seguida detectada. Todos esses fatos podem ser atenuados pela consideração de uma média de uma grande quantidade de vôos semelhantes, o que não foi possível nesta pesquisa.

Quanto às simulações, as mesmas inconsistências se manifestaram na evolução dos ensaios 3 para 4; 9 para 10 ; 11 para 12. Atribui-se à serie de considerações simplificadoras que se fazem necessárias para este estudo como influência determinante aos valores pequenos das variações e aos grandes no módulo dos resultados das amplitudes relativas aos dados experimentais (facilmente visualizados no Gráfico 1), bem como às grandes variações de fase. Destacam-se ainda a influência da hipótese de pá rígida e ausência dos relevantes valores reais de projeto assumidos, pois estes são a única garantia de que se está simulando o mesmo objeto ensaiado.

Neste cenário, com otimismo no aproveitamento da experiência propiciada pelo trabalho empenhado, os dados parciais obtidos nas duas situações puderam ser úteis como uma aplicação prática do modelo desenvolvido. O comportamento similar das tendências observadas do código nestes dois parâmetros, em relação aos ensaios, fornece evidências do potencial que esse modelo tem, após aprimoramento, em representar a dinâmica do sistema rotor-fuselagem proposto.

Gráfico 1 - Comportamento da simulação e do ensaio experimental.



Em apoio a esta posição, exemplifica-se a evolução dos ensaios 1 para 2; 3 para 5; e 7 para 8 – confirmando-se a tendência crescente da amplitude de resposta oscilatória. Especialmente na evolução 1 para 2 e 5 para 6 a tendência de alteração de fase se alinhou aos dados experimentais de ensaio (adotados como referência para esta leitura).

6. CONCLUSÃO

Considerando as demandas de segurança de voo e vantagens econômicas associadas à inovação trazida pelos sistemas HUMS, uma conotação de desenvolvimento tecnológico permeou a apresentação da proposta deste trabalho acadêmico, associada à experiência vivenciada pelo autor na prática da manutenção de helicópteros. Isto se refere à investigação de viabilidade do tratamento e análise do nível vibratório monitorado junto à estrutura de uma aeronave, a fim de obter informações sobre defeitos equivalentes a correções de problemas comuns de desbalanceamento e *out-of tracking* das pás do rotor principal.

Um modelamento matemático prévio, abordado segundo a mecânica newtoniana, foi conveniente adaptado e forneceu, após a introdução de anisotropias atinentes a variações de

massa e de comprimento da haste de comando, respostas variáveis sob a frequência de 1Ω em torno da posição de equilíbrio de um rotor de três pás convencionalizado como isotrópico (sem defeitos).

Um código computacional, em outra contribuição à pesquisa do Professor Ariosto, foi implementado em ambiente MATLAB(R) por linhas de comando, e adotado para simular numericamente seu comportamento. Este exibiu significativa sensibilidade à mudança de parâmetros de voo e da aeronave, bem como, principalmente, à difícil definição dos valores de inicialização (vetor de entrada sistema de equação do modelo sob cálculo numérico) e de erros residuais, inerentes à subrotina 'fsolve'. As diversas hipóteses simplificadoras adotadas no modelo, principalmente atinente à rigidez da pá, e a deficiência de dados reais de projeto na simulação, certamente limitaram o desempenho dos resultados numéricos.

Uma campanha de ensaios em voo constituiu a fase experimental do trabalho, em outra contribuição que enriquece o tema daquela pesquisa de inspiração. Tais ensaios foram executados sob perfis de voo preconizados no mesmo manual MET, cuja aeronave-plataforma usada foi, por isso, inserida como modelo físico. Algumas inconsistências nos registros foi percebida como limitante e associada à fatores ambientais do voo e peculiaridades dessa pilotagem, bem como dos parâmetros instantâneos em contínua variação.

Apesar das duas limitações comentadas acima comprometerem as intenções de validação formal do modelo, suas perspectivas quanto ao potencial para o objetivo deste trabalho foram satisfeitas pela valiosa experiência advinda da investigação e análise dos resultados comparativos e dificuldades atreladas. O modelo, aqui desenvolvido apenas no sentido direto do problema, se aprimorado em robustez e completeza, pode ser implementado em um algoritmo de um sistema embarcado para detecção de defeitos no rotor principal a partir das medidas de amplitude e fase da vibração na fuselagem.

7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Destacando-se como sugestão de continuidade a esta pesquisa, trabalhos futuros podem aperfeiçoar e validar o modelo e os resultados dos ensaios nos termos do próximo item.

Complementando o aprimoramento dessa tarefa de detecção de danos, para cumprir a missão de propor os ajustes ou procedimentos corretivos no rotor principal, a modelagem desta pesquisa deve ser estendida ao Problema Inverso. O conceito de oposição advém da entrada do algoritmo ser a informação de vibração (amplitude e fase) e a saída ser a identificação do defeito (em natureza e localização, a fim de permitir correção). Por exemplo, podem-se utilizar técnicas para a identificação de parâmetros baseadas em Redes Neurais Artificiais (RNA). Vantajosamente, estas dispensam as hipóteses adicionais necessárias a tornar inversível a matriz dos coeficientes do sistema aqui modelado, segundo um pseudo-inversa, por redução de ordem diante da deficiência de dados pertinentes nesse caso. Contudo requer ainda um modelamento estatístico e uma validação do modelo por ensaios em voo mediante execução de uma quantidade superior e com mais acelerômetros.

8. RECOMENDAÇÕES

As lições aprendidas ao longo dos desafios encontrados na conclusão deste trabalho indicam que o sucesso será maior nos resultados se for preparada uma aeronave dedicada para atender as tolerâncias de referência indicadas no MET. Além disso, devem-se contemplar vários pontos de ensaio para cada condição de voo, a fim de acumular dados suficientes para gerar uma média livre das inconsistências isoladas possíveis que devem ser descartadas. Manter as condições ambientais e de parâmetros do helicóptero o mais similar possível entre os pontos de registro é interessante para a qualidade dos resultados, bem como simular com dados reais de projeto, cujo modelo deve ser aprimorado quanto às hipóteses simplificadoras.

REFERÊNCIAS

- AIR SAFETY GROUP. *Manutenção preventiva: a manutenção e a prevenção de acidentes aeronáuticos*. Disponível em: <http://www.segurancadevoo.com.br/show.php?not=30&titulo=14>. Acessado em 21 abr. 09.
- BARONI, T. Como será a manutenção no futuro?. *Manutenção. A Revista da Abraman*, São Paulo, Ano 22, n.º124, p. 24, 2008.
- BIELAWA, R. L. *Rotary wing structural dynamics and aeroelasticity*. Washington, DC: AIAA Education Series, 1992. 377p.
- BRAMWELL, A. R. S. *Helicopter dynamics*. London. Edward Arnold, 1976. 408 p.
- BRANDÃO, M. P. *Fundamentos da dinâmica de estruturas*. São José dos Campos: ITA, 1997. Apostila do curso de Dinâmica de Estruturas.
- BRASIL. Comando da Marinha. *Curso de manutenção da aeronave Superlinx*. São Pedro da Aldeia, 2002. Apostila.
- BRASIL. Agência Nacional de Aviação Civil. *RBAC 01: definições, regras de redação, unidades de medida para uso nos RBAC*, DF, 2011. Disponível em: < <http://www2.anac.gov.br/biblioteca/RBAC01EMD02.pdf>>. Acesso em: 02 out. 2011.
- BRITO, J. N. O tempo da inteligência artificial. *Manutenção. A Revista da Abraman*, São Paulo, ano 22, n.º124, p.25, 2008.
- CRUZ, R. V. *Vibração em helicópteros*. São José dos Campos: Instituto de Aeronáutica e Espaço, 2004. Apostila para o Curso de Ensaio em Voo do IAE.
- CRUZ, R. V. *Fundamentos da engenharia de helicópteros e aeronaves de asas rotativas*. São José dos Campos: ITA, 2009. Apostila do curso MP-SAFETY.
- DE ANDRADE, D. *Fundamentos de engenharia aeronáutica*. São José dos Campos: ITA, 1999. Apostila do curso PE-SAFETY.
- DE ANDRADE, D. *Aerodinâmica e desempenho de helicópteros e aeronaves de asas rotativas*. São José dos Campos: ITA. 1995. Apostila do curso AP-241.
- FRIEDMANN, P. P., HODGES D. H. Rotary wing aeroelasticity: a historical perspective. *Journal of Aircraft*, v. 40, n. 6, p. 1019-1046, 2003.
- GESSOW, A.; MYERS. G.C. *Aerodynamics of the helicopter*. New York: Macmillan, 1952. 343p.
- GONZÁLEZ, R. A.; DE ANDRADE, D. *Uma análise qualitativa da filosofia HUMS na manutenção preditiva focada no nível vibratório devido a condições operacionais de*

helicópteros. In: SIMPÓSIO DE APLICAÇÕES OPERACIONAIS EM ÁREAS DE DEFESA, 12., 2009, São José dos Campos. *Anais...* São José dos Campos: ITA, 2009.

HELIBRÁS. *THM HB 350B Esquilo*: Manual de Instrução para Mecânicos. Itajubá: Helibras, Centro de Treinamento, 2003.

HELIBRÁS. *MET Manual de Manutenção 62.10.00.603 da aeronave AS355F2*, Itajubá: 1994.

INMAN, D. J. *Engineering Vibration*. 3° Ed. New Jersey: Virginia Tech: Pearson Education International, 2008.

JOHNSON, B. *Mecânica vetorial para engenheiros*. New York, Dover, 1993.

JOHNSON, W. *Helicopter theory*. Princeton: University Press, 1980. 1085 p.

JORGE, A. B. *Detection de defauts d'un rotor d'helicoptere a partir du niveau vibratoire*. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Ecole nationale superiere d'ingenieurs de constructions aeronautiques, Toulouse. 1992. 135f.

LARDER B.D. An analysis of HUMS vibration diagnostic capabilities. *Journal of American helicopter Society*, v.45, n.º 28, [S.p.:S.l.], 2000.

LIMA, L. Medição e análise de vibrações e ruídos em instalações industriais-técnicas de vanguarda aplicadas à manutenção. In: de CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE MANUTENÇÃO, 1989, São Paulo. *Anais...* [S.l: s.n], 1989.

MENEZES, J. C. *Dinâmica de estrutura*. São José dos Campos: ITA, 1999. Apostila do Curso de Vibrações Mecânicas. 63p.

MIRSHAWAKA, V. *Manutenção preditiva: caminho para zero defeitos*. São Paulo: Ed. Makron Mcgraw Hill, 1991. v. 1, 257p.

CORTES, R. G.; DE ALBUQUERQUE R. M.. Health monitoring systems para segurança de voo. *DÉDALO: Revista de Segurança de Voo da Aviação do Exército*, Taubaté, Ano 12, n. 12, p. 9-13, 2009.

MÜLLER, M., D. M. On the importance and effectiveness of 2/rev IBC for noise, vibration and pitch link load reduction. In: FORUM EUROPEU DE AERONAVES DE ASAS ROTATIVAS, 25., 1999, Roma. *Proceedings...* [S.l: s.n], 1999.

NEPOMUCENO, L.X. *Técnicas de manutenção preditiva*. São Paulo: Edgar Blucher, 1989. 279p.

MOBLEY, R. K. *Root cause failure analysis*. Woburn: Newnes, 1999. 32p. (Plant Engineering Maintenance Series).

PADFIELD, G.D. *Helicopter flight dynamics: the theory and application of flying qualities and simulation modeling*. Virginia: AIAA Education Series, 2007. 641 p.

PAGLIONE, P. *Desempenho de aeronaves: fundamentos, condições de voo e segmentos de trajetória*. São José dos Campos: ITA, 1985. Apostila do curso de MVO02.

PROUTY, R. W. *Helicopter aerodynamics*. London: Phillips Pub., 1985. 171 p.

RAMOS, R. *Survivability de Helicópteros*. São José dos Campos: ITA, 2009. Apostila do curso MP-SAFETY.

RANJAN, G.; CHOPRA. I., HAAS D. J. Helicopter rotor system fault detection using physics-based model and neural networks. *AIAA Journal*, v. 36, n.º 6, p.1078-1086, 1998.

RICHARD, L.B, Rotary wing technology. In: FORUM ANUAL AMERICAN HELICOPTER SOCIETY, 5., 2009, Grapevine. *Proceedings...* [S.l.]: AHS, 2009. p. 26-29.

SAMUEL, P. D.; PINES, D. J. A review of vibration-based techniques for helicopter transmission diagnostics. *Journal of Sound and Vibration*, [S.v.], n.º 282, p. 475-208, 2005.

SEDDON, J. *Basic helicopter aerodynamics*. [S.l.]: BSP Professional Books, 1990. 136p.

THOMSON, W. T. *Teoria da vibração com aplicações*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. 197p.

APÊNDICE A - PRINCIPAIS PARÂMETROS DE PROJETO DA AERONAVE AS355F2

A Figura 28 apresenta o triedro que é referência para as medidas do centro de gravidade dos pontos da fuselagem onde são medidas as vibrações.

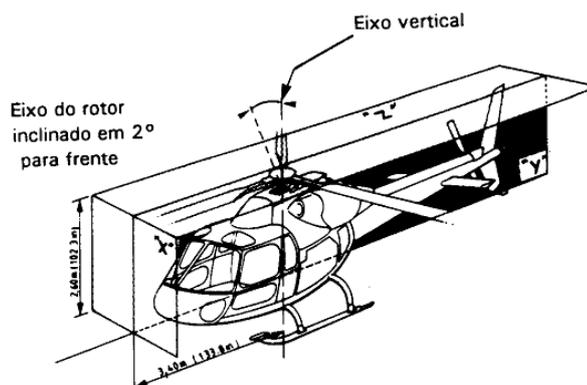


Figura 28 - Triedro de referência da aeronave AS355F2 (HELIBRAS, 2003).

Para consideração dos dados da aeronave, considere o referencial do helicóptero R_h da Figuras 29 e 30.

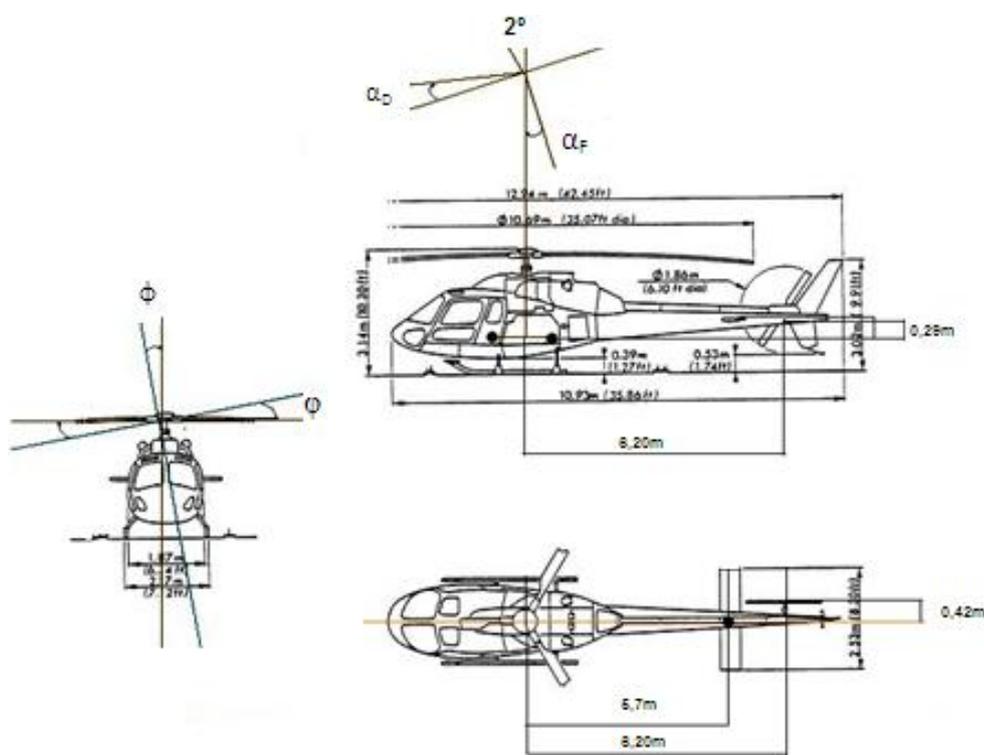


Figura 29 - Aeronave AS355F2 sob três vistas (adaptado de HELIBRÁS, 1995).

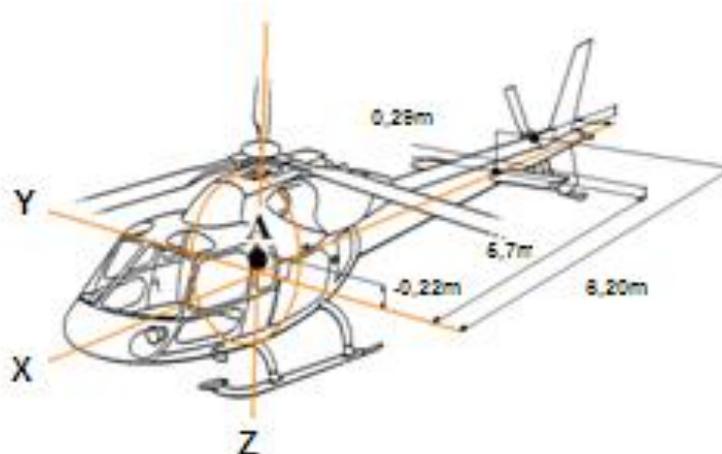


Figura 30 - Aeronave AS355F2 em perspectiva com pontos A, EH e RC.

Extrato da entrada de dados das linhas de comando do código constante do arquivo

Problema_Direto_Dissertação_Esqulo.m:

Parâmetros:

M=2280.00; % massa M do helicóptero em kg
 RHO=1.225; % densidade do ar RHO em kg/m³
 N=3; n.º de pás do rotor principal
 V=108; % velocidade do voo a frente V em nós
 V=1.6093*V/3.6; % passando V para m/s (1.6093km/h=knot)

% Coordenadas do ponto M da estrutura onde serão medidas as vibrações comparativas pelo acelerômetro durante os ensaios:

XM=0.52; YM=-0.305; ZM=-2.60; % em relação ao triedro de referência(não ao cubo do rotor).

% Coordenadas do cubo da estrutura onde serão medidas as vibrações comparativas pelo acelerômetro durante os ensaios:

Xcubo=(3.40-.22); Ycubo=-0.22; Zcubo=-0.74; % em relação ao triedro de referência.

Dados de projeto da aeronave esquilo:

OMEGA=386*2*pi/60 % frequência circular do rotor (em rad/s)
 Cd=3728.0*0.061; % coef. de amortecimento do adaptador de frequência, adaptado da anv AS332 pelo fator 0.061 assumido (maior Fc contribui com amortecimento)
 Kd=238219.0*0.09; % coef. de rigidez do adaptador de frequência, adaptado da anv AS332 pelo fator 0.09 assumido (menor MP gera menor Fcor e requer menor restauração)
 CD0=0.0085; % coeficiente de arrasto de perfil da fuselagem
 A=5.73; % coef. angular da curva do coeficiente de sustentação (teoria asa bidimensional asa infinita)

RME=1; %distância ao cubo da fixação da plaqueta de balanceamento, utilizado na 2º parte do problema direto
 IB=213.73; %momento de inércia da pá em batimento em m3.kg
 CXSF=1.39; %fator de área associado ao arrasto da fuselagem (independente da silhueta, isto é, de sua arfagem)
 CZSEH=0.087; %fator de área associado à sustentação (negativa) do estabilizador (empenagem horizontal)
 MSP=61.19; %momento estático da pá em m2.kg
 MP=33.9; %massa da pá em kg (reduzida)
 G=9.81; %valor adotado para a aceleração da gravidade em m/s2
 R=5.35; %raio da pá em metros
 e=0.13; %excentricidade da articulação de batimento e arrasto em metros
 C=0.35; %corda da pá em metros
 $\theta_{TW}=-2.2*\pi/180$; %para radianos - coeficiente angular da distribuição linear de torção "built-in- downwash" (de construção da pá)
 ALFAM= $2*\pi/180$; %para radianos - inclinação do mastro em relação ao eixo Z (ref fuselagem)

% Coordenadas (em m) do CG em relação ao cubo do rotor (3.40,0,0)- por ser uma posição fixa (o que o CG não é):

XCG= $-(3.40-XG)$; %ponto localizado à esquerda (negativo) do Xcubo
 YCG=0; %YCG e o Ycubo pertencem ao plano de referência Y
 ZCG=ZG; %ponto distante ZG abaixo do cubo (Zcubo=0 => pertencente ao plano de referência Z, distante 2.60 acima do piso da cabine)

% Coordenadas (em m) do pto A (aplicação da força de arrasto da fuselagem) em relação ao cubo do rotor:

XA=-1.04;YA=0.0;ZA=-1.8;

% Coordenadas (em m) da posição do rotor de cauda em relação ao cubo:

XRA=6.20;YRA=0.0;ZRA= $(1.9-0.74)-2.60$; % descontado 0.935m - altura do piso (o qual dista 2.60 do cubo) medida em relação ao solo

% Coordenadas (em m) da posição da empenagem horizontal (linha do quarto da corda) em relação ao cubo do rotor:

XEH=7.0;YEH=0;ZEH= $(1.61-0.74)-2.60$; % descontado 0.935m - altura do piso (o qual dista 2.60 do cubo) medida em relação ao solo.

APÊNDICE B – NOTAS COMPLEMENTARES SOBRE VIBRAÇÕES E FUNDAMENTOS DE ANÁLISE DE SISTEMAS DINÂMICOS, E OUTROS ASSUNTOS PERTINENTES A HELICÓPTEROS

No contexto da *Survivability* como disciplina de projeto de helicópteros (disciplina, aqui, colocada no sentido da previsão e do controle da resposta do helicóptero a um ambiente operacional hostil), as vibrações representam ameaças e danos à sobrevivência de helicópteros. O termo, traduzido como “sobrevivência”, refere-se a sua capacidade de evitar ou suportar um ambiente hostil produzido por fenômenos da ação do homem ou naturais (o que inclui as forças da natureza, como rajada de vento e turbulências criadas pela interferência da plataforma de pouso – edifícios, navios sob balanço, etc.). Dentre os aspectos específicos da sobrevivência podem-se citar as Operações *Offshore* (plataformas petrolíferas) e as Operações Embarcadas (navios). De outra forma as vibrações também atuam como ferramentas para análise e projeto de sobrevivência de helicópteros, pois a redução da vulnerabilidade envolve a supressão do dano, passiva (amortecimento de vibrações) e ativa (compensadores de vibrações), a Análise de Modos de Falha e Efeitos (FMEA), e a de operação degradada ou fora da tolerância/*kill modes* (RAMOS, 2009).

As vibrações ainda trazem conseqüências indesejadas de fator humano: somada à redução de desempenho e durabilidade dos aviônicos; bem como fadiga de material dos componentes estruturais do helicóptero, há a ação degradante de fenômenos psicossensoriais, visuais e vestibulares que, além de desconforto passageiros, podem levar até à desorientação da tripulação. Citam-se alguns sintomas: dores de cabeça; zumbidos; irritabilidade; redução da vontade e da capacidade de concentração; fadiga dos olhos e ouvidos; e traumas na coluna (BRASIL, 2002). O corpo humano é uma estrutura complexa que pode ser modelada segundo um sistema de massas (tecido ósseo), separadas por molas (tecido visco-elástico). Excitado em certas frequências, pode haver ressonância, com deformação ou deslocamento de órgãos internos. Suportando grande massa muscular, a coluna absorve estas vibrações, tornando-se um foco de dor (CRUZ, 2005).

Rigorosamente, uma vibração (mecânica) é o movimento de um ponto material ou de todo um corpo (formado por infinitos destes pontos) dotado de massa (então de inércia) e rigidez, que oscila em torno de uma posição de equilíbrio ou de menor energia potencial (JOHNSON, 1993), sob ação interativa de forças excitadoras e restauradoras. Por isso, oscilar em determinada frequência é atributo natural de resposta de qualquer sistema físico

a uma perturbação de sua condição de equilíbrio. Um movimento oscilatório é dito periódico quando se repete regularmente, segundo um intervalo de tempo chamado período T (unidade de tempo s), cujo inverso chama-se frequência ($f=1/T$, unidade mais usada Hz ou s^{-1}). Há ainda a frequência circular Ω , relacionada ao movimento circular como o ciclo e é igual ao produto $2\pi f$. A partir de um ponto de vista prático, as funções harmônicas de vibração mais simples são identificadas como múltiplas das frequências circulares $1/\Omega$ associadas aos elementos rotativos, as quais são medidas principalmente em revoluções por minuto (RPM), radianos por segundo (rad/s), ou ciclos por segundo (cps ou Hertz-Hz). Por isso este tipo de ponto de vista é requerido no monitoramento de equipamentos rotativos. O movimento harmônico simples (MHS) é o movimento periódico mais simples e, por exemplo, descreve as pequenas oscilações de um pêndulo simples (apenas teoricamente, por não considerar a dissipação de energia, sempre presente) como uma vibração livre linearizada de um sistema de um grau de liberdade com baixo amortecimento. A posição temporal $x(t)$ desse sistema representa-se por uma das unidades submúltiplas de comprimento no SI, ou no Sistema Inglês (pol, ou ainda MILS - milhares de polegadas).

O efeito de cargas dinâmicas sobre as estruturas deve ser investigado, pois dita sua estabilidade – capacidade própria de retornar ao equilíbrio após deste ser perturbado. Contudo, apesar de sua relevância, neste texto faz-se importante é conhecer o outro grande destino de atenção em engenharia, a resposta estrutural a estas cargas (evolução temporal da estrutura após a aplicação das mesmas). A resposta de um sistema a uma excitação harmônica é chamada de resposta harmônica, e a uma excitação não-periódica subitamente aplicada (chamada de choque) é chamada de resposta transiente. A resposta transiente de um sistema pode ser encontrada usando-se o que é conhecido como integral de convolução (onde se considera a mesma como uma sucessão de funções impulso ou degrau de amplitudes variáveis). Enquanto as respostas a cargas não-harmônicas são tratadas analiticamente pelo método operacional da Transformada de Laplace (convertendo as eq. diferenciais lineares do movimento em correspondentes algébricas no plano complexo), as respostas devido a cargas harmônicas, aplica-se a Transformada de Fourier, comentada mais adiante.

Na natureza todos os sistemas em vibração são não-conservativos, isto é, desfrutam de dissipação de energia devido ao atrito interno (entre constituintes primários da estrutura) ou externamente devido ao atrito seco e/ou viscoso (conforme sua interface

com o meio). No caso de atrito interno, cita-se que o também denominado amortecimento estrutural geralmente é pequeno e função de vários parâmetros (material, temperatura, processo de fabricação, frequência de vibração, etc.). É obtido experimentalmente sob a modelagem de um atrito seco ou viscoso, ou, sob formas alternativas de simplificação, resumidamente como um amortecimento viscoso equivalente, assim representado por amortecedores acoplados intencionalmente ao projeto/modelo (BIELAWA, 1992). Referente a esta bem-vinda dissipação de energia necessária à estabilização de sistemas, o fator de amortecimento é outro componente essencial a se conhecer, razão entre o amortecimento equivalente e o amortecimento crítico, cujo interesse de investigação faz-se relevante nos casos de valores menores que a unidade (caso subcrítico), uma vez que assim garantem o movimento oscilatório de resposta. Neste caso, conforme as hipóteses deste texto, como solução das equações características das equações diferenciais deste caso, naturalmente surgem números complexos, cuja representação na forma polar está associada à amplitude e fase do sinal vibratório (INMAN, 2008).

Um movimento vibracional de resposta também pode ser classificado como forçado (como neste estudo, consoante a frequência da força externa excitadora, de 1Ω) ou livre (segundo as frequências ditas naturais, características ou próprias do sistema). As forças de excitação de um movimento livre são exclusivamente inerentes a este próprio, isto é, como no pêndulo simples, vêm do intercâmbio contínuo entre suas energias potencial e cinética. Um sistema estrutural ou mecânico está submetido à vibração forçada quando alguma energia externa é fornecida ao sistema durante a vibração. A energia externa pode ser fornecida ao sistema através de uma força aplicada ou uma excitação de deslocamento imposto (MENEZES, 1999). Se a frequência da excitação for bem próxima à frequência natural do sistema, um fenômeno conhecido como Batimento pode ocorrer. Nesse tipo de vibração, a amplitude aumenta e diminui em um padrão regular de modulação. Já quando a frequência da excitação é idêntica à frequência natural desse sistema, tem-se o fenômeno da Ressonância, onde a resposta vibracional é caracterizada pela divergência (em aumento linear ou secularidade) de sua amplitude e atraso de 90° em sua fase. Embora a comunidade aeronáutica aceite o termo ressonância nos fenômenos Ressonâncias Solo e Ressonância Ar, nestes casos, na verdade, trata-se de uma coalescência entre a baixa frequência do movimento em *lag* no plano de arrasto do rotor e a frequência natural da fuselagem que suporta o cubo, o que produz os deslocamentos laterais e longitudinais do centro de gravidade (CG) do rotor.

Entre os principais métodos de análise de vibrações, cita-se a medida de valor global; a técnica de ressonância; e análise espectral. Esta última agrega a análise de quefrência ou cepstrum (espectro do logaritmo do espectro, que evidencia as harmônicas e bandas laterais sobrepostas, comumente geradas em caixas de transmissão - engrenagens e rolamentos); e a análise sincrônica, onde se encontra também a FFT, adiante mencionada. (MIRSHAWAKA, 1991).

O processo de análise de um perfil de vibrações requer decifrar complicadas informações coletadas. Ao contrário das simples curvas teóricas de vibração da Figura 1, o perfil de vibração medido de um equipamento é complexo (dualidade entre esforços aerodinâmicos excitadores e esforços elásticos restauradores- relacionados à rigidez). Isto se deve ao mesmo refletir a composição das informações de várias fontes simultâneas de vibração, além de sinais indesejáveis a serem filtrados. A Análise Discreta de Fourier- DFA, aplicada a funções de excitação arbitrárias aperiódicas (por isso lhes atribuídas o período infinito), transfere-as desse domínio do tempo para o domínio da frequência (com a finalidade de obter a análise espectral do sinal medido) e vice-versa, a medida que as conveniências assim aconselharem. Este tipo de perfil espectral resultante é então ideal para monitorar máquinas que trabalham sob diferentes velocidades de operação, uma vez que o eixo de frequência é normalizado por aquela velocidade. A Transformada de Fourier posiciona-se como uma ferramenta matemática indispensável à engenharia para estender a DFA a funções periódicas.

A denominação Transformada de Fourier refere-se ao matemático francês J. Fourier (1768-1830), quem primeiro postulou o teorema homônimo pelo qual qualquer movimento periódico (função não-harmônica, como o perfil composto de vibração da Figura 2) pode ser representado por uma série infinita de simples funções senos e cossenos (de período igual a 2π) harmonicamente relacionados (THOMSON,1978), cujo truncamento no terceiro termo garante grande praticidade de análise com aceitável perda de precisão. Assim, usando-se o Princípio da Superposição, a resposta periódica do sistema considerado linear pode ser determinada pela superposição das respostas devido às funções forçantes harmônicas individuais.

Internamente aos analisadores de vibração, como o ACES P4040, utilizado na manutenção de helicópteros, as informações no domínio da frequência advêm daquela conversão dos dados a partir do domínio do tempo (formato coletado pelos sensores adotados) por uma técnica matemática caracterizada por algoritmos numéricos conhecidos

por *Fast Fourier Transform* – FFT. Também chamados de Algoritmos Coaley-Tukey, trata-se de um algoritmo que, através da Transformada de Fourier, permite que, como resultado prático, cada componente (adquirido experimentalmente e às vezes estatisticamente, como dados discretos do equipamento), tenha seu sinal vibratório representado por um pico discreto de frequência, cujo conjunto compõe a assinatura espectral de amplitude ou de fase, conforme a grandeza correspondente ao tamanho do segmento de reta vertical. A separação dessas fontes de vibração requer cuidados na seleção da resolução dos sensores para evitar erros de *aliasing* e *leakage* (BIELAWA, 1992).

Chama-se grau de liberdade de um sistema o número de coordenadas independentes requerido para a descrição do seu movimento. Um corpo elástico contínuo requer um n.º infinito de graus de liberdade para descrever seu movimento, sendo três (se sob coordenadas cartesianas) para cada partícula (THOMSON, 1978). Na hipótese da fuselagem como um corpo rígido, é seguro que, por motivo de cumprimento de um requisito fundamental de certificação de qualquer projeto estrutural, a frequência de excitação em pauta (em torno de 6,5Hz) deve ser necessariamente inferior à primeira frequência de ressonância dessa estrutura dinâmica. Sob a mesma cautela no projeto de engenharia, todos os helicópteros de múltiplas pás (acima de duas) são concebidos de construção *Soft In Plane* (frequência natural em *lead-lag* < frequência de rotação de operação), pela vantagem de redução do peso próprio do rotor, consequência das baixas cargas de projeto, mas são mais sujeitos ao fenômeno de Ressonância Solo que os rotores alternativos *Stiff In Plane* (frequência natural em *lead-lag* > frequência de rotação de operação) (BENNETT, 2009).

Como, sucintamente, as forças e momentos periódicos concentrados na raiz das pás girantes são transmitidos para a estrutura (fuselagem) do helicóptero através de sua interface com a árvore do rotor principal (conjunto formado pelo cubo desse rotor, mastro e caixa de transmissão), muitos fabricantes a concebem com propriedades absorvedoras de vibração ou ainda lhes integram antivibradores. Por isso, assim, estes exercem um controle passivo (ação constante e reativa) na transmissibilidade destas oscilações a fim de reduzir a assinatura vibratória para valores dentro de limites aceitáveis definidos em regulamentos internacionais de certificação. Citando outros conceitos que envolvem diversas estratégias de abordagem de controle da vibração transmitida em helicópteros, há também o controle semiativo (passivo com propriedades ajustáveis de resposta) e o

controle ativo (busca anular as vibrações no rotor por interferência destrutiva, sob desvantagem de adição de energia ao sistema). Podem-se vislumbrar tendências de pesquisa nesse último, conforme a crescente competitividade dos computadores de gerenciamento avança a confiabilidade dos sistemas embarcados, reduzem seu peso e dimensões, e custos de operação, somada às inovações nos modelos numéricos, e ao maior domínio de novas tecnologias, sobretudo, elastômeros e novos materiais “inteligentes” com memória de forma, sensibilidade ao calor, e propriedades eletro e/ou magnetoreológicas.

As boas práticas de projeto concebem ainda pontos nodais em regiões especiais da estrutura da célula (fuselagem) para nestas garantir a menor vibração possível. Tais regiões mais comuns são os assentos dos pilotos, a cabine de passageiros, ou pontos de instalação dos equipamentos mais sensíveis. Contudo os benefícios são limitados, uma vez que esses pontos nodais dependem dos diferentes carregamentos e parâmetros de voo (CRUZ, 2004).

A mecânica do voo preocupa-se com o movimento da aeronave, a qual se comporta como um sistema dinâmico cuja evolução temporal de parâmetros pode, similarmente, ser assim dividida em movimento sob equilíbrio e movimento vibracional em torno deste (em resposta a pequenos distúrbios). Quando se objetiva estudar o movimento em equilíbrio segundo translação ou rotação (denominados estudos de desempenho e qualidade de voo, respectivamente) supõem-se regime permanente (sem acelerações), enquanto que para a análise de vibrações em ambas as formas, está caracterizado o estudo da estabilidade (resposta permanente) /controle ou da resposta transiente do sistema frente à perturbações sob acelerações (vibrações) a partir do equilíbrio.

A teoria de vibração e a análise de perfis ou assinaturas vibratórias, comumente ligadas à manutenção preditiva, são assuntos complexos a que dedicam vários livros especializados (MOBLEY, 1999). A redução de intervenções de emergência e do lucro cessante, reduzindo assim custos pela manutenção preditiva, ajuda a estabelecer critérios para a aquisição de equipamentos novos ou reparados. Evitam-se: paralisações desnecessárias; troca de componentes ainda na vida útil; falta de programação de intervenções; comprometimento da integridade de outros itens que seriam afetados (MIRSHAWAKA, 1991).

Na implementação do programa de manutenção baseado na análise de vibrações, é necessário determinar o(s) parâmetro(s)-chave que consiga(m) estabelecer um limite tolerável. Por isso a introdução de um estudo do comportamento dinâmico é fundamental na compreensão dos problemas básicos caracterizados pelo conhecimento da origem/intensidade e frequência de resposta da estrutura (MIRSHAWAKA, 1991). Quanto à periodicidade de leitura de vibração, pode-se, exemplificando, dividir por 6 ou 8 o intervalo entre manutenções preventivas e obter os dados suficientes para montar uma curva de tendências, onde os melhores pontos são os mais sensíveis ou que correspondem à localização de pessoal e equipamentos. Normalmente se coletam informações nas direções X, Y e Z pois a estrutura avaliada não apresenta a mesma rigidez em todas as direções. Mas com o acúmulo de experiência na análise de determinado equipamento, pode-se dispensar algumas dessas leituras. Os parâmetros de leitura adotados podem ser em termos de aceleração (salienta componentes de altas frequências), velocidades (indicado para a maioria das faixas de aplicações, legado da maioria dos transdutores) e deslocamentos (baixas frequências). Quanto aos limites de vibração, são definições importantes para a tomada de decisão no gerenciamento da manutenção. Na ausência destas informações no manual, podem-se adotar normas específicas até que determinado histórico e níveis de vibração sejam identificados por monitoramento (MIRSHAWAKA, 1991). A interpretação das informações de vibração é a chave em usar a análise da assinatura vibratória em manutenção preditiva. É a habilidade para diferenciar perfis normais e anormais de vibração, que é a base para os métodos usados para identificar e quantificar as causas raízes de falhas como desgastes, folgas, desalinhamentos de eixos, etc. Requer-se também a compreensão da dinâmica da máquina e como forças criam frequências únicas de resposta que são então associadas aos componentes (MOBLEY, 1999).

Equipamentos básicos para medida das vibrações: as medidas de vibração são obtidas pela instrumentação - montagem dos sensores inerciais em pontos estratégicos do helicóptero (neste caso, para se capturar o sinal mais representativo, e em menor nº possível, por razões de custo e otimização operacional), e um detector de fase (estroboscópio, se via emissão de luz, transdutor magnético ou tacômetro), que estabelece uma posição de referência para a definição da fase. (MIRSHAWAKA, 1991). Todos são conectados a um dispositivo analisador portátil integrado para processamento desses sinais, isto é, para converter os sinais elétricos por aqueles fornecidos na grandeza

aceleração por unidade de tempo em azimute; executar uma FFT; aplicar filtro de faixa regulável para selecionar a freq. rotativa (neste caso, a do rotor principal 1Ω); e armazenar os resultados. Alguns geram alarmes e oferecem apresentação gráfica. As informações ainda podem ser transferidas pelo usuário para computadores mais potentes a fim de computar análises mais sofisticadas, como de diagnósticos e até prognósticos, por exemplo (MOBLEY, 1999). O principal transdutor inercial adotado é o acelerômetro. São construídos em quartzo ou cerâmica, podem ser magnéticos, de temperatura, ou inerciais. Esses sensores devem ser selecionados adequadamente para estarem associados à faixa de frequência em que está situada a vibração a ser detectada. Constitui um sensor que converte energia mecânica em sinais elétricos. É aplicação do Princípio Piezelétrico, isto é, em que cristais de quartzo geram uma carga elétrica (em μC) proporcional à pressão a que está submetido, a qual, durante o processo de calibração na fabricação, é associada à aceleração instantânea do corpo ao qual está fixo e assim solidário a suas vibrações. Este sinal elétrico pode ser integrado uma vez para fornecer a grandeza velocidade ou, se integrado mais uma vez, medir o deslocamento. A fim de não interferir na dinâmica do movimento do corpo, devem ter massa diminuta para que sua contribuição seja desprezada na massa (inércia) do sistema. (BRANDÃO, 1997). A resposta do acelerômetro (em amplificação e fase) é a resposta de um sistema massa-mola (o próprio transdutor por construção) excitado por sua base móvel (a estrutura onde está montado).

No problema de vibração de um sistema, o principal objetivo é garantir o desempenho do projeto (estrutura) no que concerne a conforto, baixo ruído, durabilidade (resistência à fadiga), estabilidade e controle, e qualidade de voo (em que todos os momentos de arfagem, rolamento e guinada atuantes em uma aeronave em equilíbrio ou “trimada” devem ser iguais a zero). Daí, na prática, o mais importante a se obter da estrutura (e experimentalmente), é a frequência natural amortecida ω_d (e seus modos de vibração associados) evidenciadas nas respostas transientes às condições iniciais que perturbam o equilíbrio do sistema amortecido), e o fator de amortecimento ζ , pois ambos se associam com o fenômeno da Ressonância Mecânica, a ser evitado a todo custo. Faz-se imprescindível conhecer a primeira para que sejam mantidas longe das frequências forçadas e de forma a coibir as terríveis conseqüências desse fenômeno da ressonância diretamente relacionado. Esta ação é obtida por manipulação das propriedades fundamentais de rigidez, massa e do amortecimento (sempre existente e, quando

modelado em função destes, chamado de Amortecimento de Rayleigh) (BIELAWA, 1992).

A resposta vibracional de um sistema sob ressonância é caracterizada pela divergência (em aumento linear ou secularidade) de sua amplitude e atraso de 90° em sua fase devido a uma excitação externa segundo a mesma frequência da frequência natural deste sistema. Nesta pesquisa, aborda-se a situação comum da resposta a uma excitação forçada, cuja frequência de aplicação, por isso, conduz a da resposta, daí chamada resposta em frequência (*Frequency Response Function* – FRF é a representação no domínio da frequência da resposta senoidal de um sistema dinâmico devido a uma perturbação/excitação igualmente senoidal) (BIELAWA, 1992). Neste grupo incluem-se as vibrações associadas à excitação por base móvel e por transmissibilidade desta à base do sistema.

Quando esse problema de análise de vibração está em um helicóptero (ou em um *rotorcraft*, generalizando para incluir os *tiltrotors* e *tiltwings*), se requer ainda o conhecimento dos seguintes itens com suficiente precisão: o ambiente aerodinâmico (rotor e fuselagem); as características de resposta aerodinâmica e aeroelástica dos rotores na forma de cargas integradas em cada cubo; as características estruturais da fuselagem, na forma de funções precisas de resposta em frequência (*fuselage mobilities*); bem como as interações rotores-fuselagem na forma das impedâncias de cada rotor.

Considerando tudo isso, os modernos métodos teóricos para calcular esses modos e frequências próprias de uma estrutura não são perfeitos, pois, também por razões de custo, não levam em consideração todos os elementos reais que afetam o cálculo. Como estes dados geralmente não estão disponíveis durante a fase de concepção do projeto, não se pode utilizá-los a fim de reduzir as vibrações. Assim, nas suas fases finais, são os ensaios em voo que podem apontar certas necessidades de ações corretivas a nível das pás, do cubo do rotor principal, da caixa de transmissão principal e/ou da estrutura da fuselagem, para suprimir ou atenuar o nível vibratório ou mesmo reposicionar os pontos nodais estabelecidos (pontos de deslocamento nulo).

Desta forma, como os processos de projeto, fabricação e certificação precisam prosseguir mesmo sem o benefício do domínio daquelas informações, faz-se uso de modificações de projeto do tipo *after the fact*, que mantém as vibrações aos níveis aceitáveis pela autoridade aeronáutica certificadora. As modificações estruturais disponíveis aos projetistas concentram-se em parâmetros detalhados (como especificações

de componentes, por exemplo, dimensões/densidades) ou derivados (formulados matematicamente, como distribuição de massa/rigidez, ou área aerodinâmica efetiva), e geralmente são: alterações de respostas estruturais por inserção estratégica de nós; uso de sistemas ativos ou passivos de alívio de vibrações (absorvedores/isoladores); e alteração das forças de excitação para minimizar as amplitudes de vibração (e neste caso é que se destaca os ajustes de balanceamento e *tracking*).

Depois disso tudo, quando ainda não se consegue manter baixo como desejado os níveis vibratórios, resta intensificar a implementação dos citados artifícios passivos para absorção ou isolamento dessas vibrações (BIELAWA, 1992). Os primeiros, também chamados de supressores de vibração (*amplitude reducers* ou *source alleviations*), podem atuar a nível da pá (como por exemplo, os pêndulos ou bifilares, ou, no projeto da aeronave AS355 Esquilo o chamado adaptador de frequência). Os últimos são uma aplicação do Princípio da Transmissibilidade de uma fonte secundária (ressonador ou massa absorvedora), atuante a nível do cubo ou da fuselagem, de forma a posicionar a frequência do conjunto em um valor intermediário entre duas frequências ressonantes indesejadas (no ponto antirressonante). O projeto da aeronave AS355 Esquilo faz-se uso de um isolador denominado *foused pylon* (mancal esférico), formado por ligações flexíveis não-paralelas que restringem de forma especial os movimentos.

Faz-se aqui oportuno tecer alguns breves comentários sobre fundamentos de análise de sistemas dinâmicos:

- Entende-se como modelamento analítico: adotar um conjunto de hipóteses e simplificações de maneira a reduzir um sistema real a outro equivalente (representado no diagrama de corpo livre), para que possa ser analisado através da construção de um modelo matemático do mesmo. Esse, por sua vez, gera as equações diferenciais governantes do movimento (segundo pequenas vibrações em torno do equilíbrio) e suas condições acessórias associadas (iniciais e/ou de contorno). Dentre as técnicas de abordagem básicas e didáticas para dedução destas equações, citam-se: a Mecânica Lagrangeana (segundo conceitos escalares de energia) e a Mecânica Newtoniana (baseada em grandezas vetoriais). Em que pese a complexidade da estrutura recomendar a primeira (mais sistemática), opta-se, neste texto, pela última, dada a natureza mais intuitiva de identificação dos esforços no diagrama de corpo livre. A resolução destas equações revelará o comportamento dinâmico do modelo analítico adotado, e será obtida numericamente com auxílio computacional no domínio do tempo.

- A maioria dos sistemas na engenharia é contínua, e têm um número infinito de graus de liberdade (pois infinitas são suas partículas constituintes). Na Figura 35 ilustra-se a maioria dos inúmeros subsistemas que interagem entre si. Esta combinação deve ser observada na modelagem do comportamento de um helicóptero em voo (PADFIELD, 2007).

Logo, sua análise de vibrações requer a solução de equações diferenciais parciais, para a maioria das quais soluções analíticas não existem. A análise de sistemas de múltiplos graus de liberdade, por outro lado, requer a solução de um conjunto de equações diferenciais ordinárias (relativamente mais simples). Portanto, o homem, em sua busca por simplificar a natureza a fim de entendê-la melhor através da simplificação da análise, freqüentemente aproxima os sistemas contínuos a sistemas de múltiplos graus de liberdade.

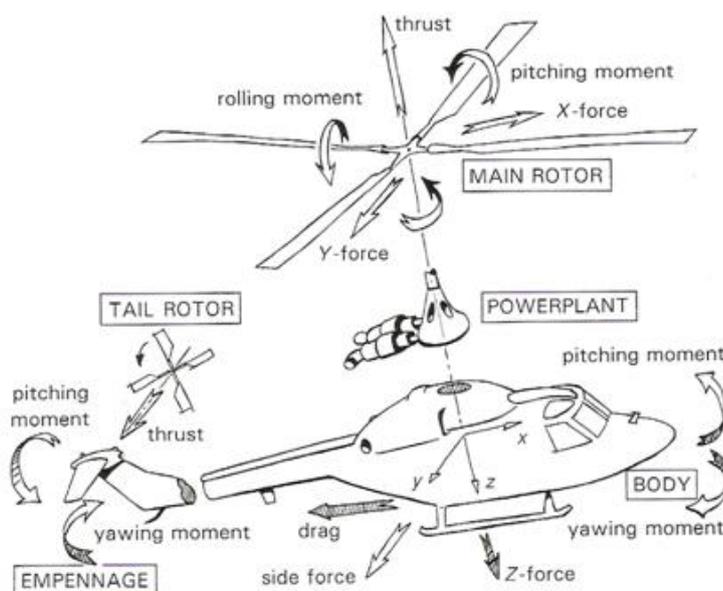


Figura 35 – Integrantes da modelagem de um helicóptero (PADFIELD, 2007).

Diferentes métodos podem ser usados nesta ação. Um método simples adotado aqui consiste em substituir a massa distribuída ou a inércia do sistema por um número finito de massas concentradas ou corpos rígidos equivalentes (daí a denominação sistema multicorpos). Supõe-se que estas sejam conectadas por membros elásticos e de amortecimento desprovidos de massa própria. Tais modelos são chamados de sistemas de parâmetros concentrados, de massas concentradas ou de massas discretas (que aqui são de cada pá e a do CG da fuselagem).

Outro método popular dessa aproximação não adotado aqui envolve a substituição da geometria do sistema por um grande número de pequenos elementos. Esse método de discretização é conhecido como o Método dos Elementos Finitos (MEF).

- As equações de movimento de um sistema vibratório, descritas em um modelamento aeroelástico, podem ser formuladas em diferentes sistemas de coordenadas. Para a determinação de soluções das n coordenadas independentes associados às n partículas que compõem a estrutura, requer-se descrever o movimento segundo um sistema de n graus de liberdade. Quando discretizado, esse sistema está sob o aspecto de propriedades concentradas, e substitui-se uma equação diferencial governante do movimento, inicialmente parcial (dependente do tempo e espaço), em n outras ordinárias (apenas dependentes do tempo), acopladas e correspondentes àqueles n graus de liberdade. E aqui, como mecânica newtoniana, se faz uso de representações vetoriais do sistema, cujas propriedades da álgebra linear como positividade, simetria, ortogonalidade (independência linear, isto é, desacoplamento de forças de massa e rigidez) e ortonormalidade permitem facilitar (por fatorações das matrizes de massa, rigidez, amortecimento e força) os enfadonhos cálculos numéricos de uma solução analítica sob forma matricial. Mas se o sistema, também como realmente a natureza se mostra, não desfrutar da superposição e homogeneidade da linearidade, restam ainda as análises qualitativas (por plano de fase, por exemplo), os métodos de perturbação e caos, ou segundo alguns poucos métodos numéricos por separação do domínio em menores intervalos de interesse, ou ainda até insistir em uma linearização em torno do ponto de interesse. Este último é a opção adotada pelo algoritmo acionado pelo código proposto em ambiente MATLAB(R) para obter as soluções do modelo.

A Análise Modal, neste contexto, surge como outra opção não adotada neste trabalho acadêmico. É uma eficiente técnica de solução analítica bastante favorecida pelos recursos computacionais que se encarregam de conduzir as tarefas tediosamente repetitivas e, por isso, propensas a erros. Como seu nome diz, esta metodologia baseia-se na chamada Transformação Modal, que identifica a solução (deslocamento de resposta) como uma combinação linear dos modos naturais de vibração (os autovetores da matriz do sistema) associados a cada frequência natural (os autovalores daquela), para desacoplar o sistema de n equações e n graus de liberdade físicos e originais em um sistema de n equações no espaço modal virtual para permitir soluções analíticas e numéricas (contudo, desta vez, segundo um único grau de liberdade em coordenadas

generalizadas). Qualquer conjunto de n coordenadas independentes é chamado de coordenadas generalizadas, e podem ser grandezas comprimentos, ângulos, ou qualquer outro conjunto de números que definam a configuração do sistema a qualquer tempo univocamente (MENEZES, 1999). Elas também são independentes das condições de restrição. Os autovetores, devido à sua propriedade de ortogonalidade, são linearmente independentes. Isso significa que qualquer vetor no espaço n -dimensional pode ser expresso por uma combinação linear de n vetores independentes.

- Nas suposições simplificadoras que torna viável a obtenção de soluções analíticas, às vezes, a precisão precisa ser sacrificada por conveniência.

A velocidade em voo a frente: trata-se de um dado que faz toda a diferença na dinâmica de um helicóptero, pois quando é puramente vertical ou nula (quando tem-se o voo pairado), há uma caracterização por uma axissimetria de esforços inerciais e aerodinâmicos aplicado no rotor. A medida que se aumenta esta velocidade a frente, principalmente ao longo de X , a diferença entre estes últimos, aplicados na pá que avança e na pá que recua, cria assimetrias periódicas (no tempo, ou, adimensionalmente, em azimute) que são evidenciadas pela carga vibracional transmitida pelo cubo à estrutura da fuselagem (principalmente até $\mu = 0,1$ por influência da esteira do rotor) (SEDDON, 1990). Por isso se justifica a necessidade da liberdade de movimento em batimento (resposta ao incremento de sustentação), que conseqüentemente requer outra em *lead-lag* em resposta ao citado Efeito de Coriolis (por exemplo, se a pá sobe, surge nesta um esforço inercial de avanço) ou até de torção de seções externas das pás (corrigidas pela imposição de vários *tabs*, ou pequenos *flaps*, que compensam esta tendência pela aplicação de momentos em torno do eixo elástico associados à variação do arqueamento do perfil da seção onde está instalado. Na maioria das aeronaves somente os mais externos são passíveis de ajuste pelo operador. Maiores velocidades em voo a frente para o cruzeiro trazem ao destaque fenômenos aeroelásticos que atualmente limitam seu desempenho e motivam o desenvolvimento de aeronaves compostas como, por exemplo, os *tilt-rotors* Boeing V-22 Osprey (já em operação), o BA-169 (em processo certificatório), e o Sikorsky X-2 (voos de ensaio).

Entende-se como certificação a criteriosa comprovação, via métodos aprovados pelo FAA (e órgãos similares nos países de operação), de que o projeto satisfaz os requisitos estabelecidos por aquela autoridade aeronáutica para sua operação segura mediante análise de cenários diversos, sob as piores hipóteses. Nesta atual análise, impera

a complexidade associada aos modelos estatísticos probabilísticos e a integração de múltiplos subsistemas envolvidos, tanto embarcados como baseados em solo. Como o FAA não certifica nenhum sistema cujo nível de criticalidade (severidade das consequências de sua falha) seja classificado como catastrófico, requer-se a validação rigorosa de todas as técnicas de monitoramento, algoritmos, parâmetros e critérios de rejeição. A Norma DO-178B (intitulada *Software Considerations in Airborne Systems and Equipment Certification*), por exemplo, é um critério criado pela RTCA (*Radio Technical Commission for Aeronautics*) para certificação de software embarcado como sistemas de microcomputador (COSTA, 2009).

Recursos como prognósticos com limites acompanhados por *risk assessment* e monitoramentos contínuo de diagnóstico são imprescindíveis para qualquer operador não incorrer em manutenções desnecessárias. Essas podem ser motivadas por falsos alarmes causados por erros de sensores ou do processamento pelo software. Podem ser decididas sob uma óptica de se evitar um prejuízo inaceitável de imagem pela responsabilidade civil, quando atribuída a um acidente resultante de um comprometimento conhecido ocorrido à continuidade da aeronavegabilidade. Por isso, não devem ser descartados custos com a necessidade de treinamento e dos desafios inerentes a uma mudança de cultura organizacional, a fatores humanos e ao gerenciamento dos recursos de cabine, da tripulação ou da corporação (CRM), e/ou ainda da manutenção (MRM)), intrínsecas à futuras tomadas de decisão. São algumas fronteiras de avanço do conhecimento nessa linha de pesquisa: integrações HUMS/CVR/FDR; transmissões automáticas de dados via *Internet* (eliminando cartões de armazenamento a bordo e permitindo análises em tempo-real pelas estações de monitoramento no solo); e tecnologias de monitoramento da condição estrutural (*Structure Health Monitoring - SHM*) em materiais compostos, como as pás.

Embora não sejam apresentados neste texto dados mais detalhados sobre os HUMS, nas referências, cita-se um artigo (GONZALEZ, DE ANDRADE, 2009) que se propõem a apresentar, como um painel prático, um breve sumário qualitativo desses sistemas, segmentado em: histórico e evolução do mercado; arquitetura; benefícios, desvantagens, limitações; desafios da certificação; e perspectivas de aplicação. Acredita-se que motivações econômicas mantenham os atuais investimentos nesta tecnologia por parte dos *players*, garantindo vantagens competitivas como preciosos diferenciais do disputado e crescente mercado mundial de desenvolvimento de helicópteros.

**APÊNDICE C: ALGUMAS EXPRESSÕES MATEMÁTICAS SEGUNDO ITEM
E PÁGINA DO TEXTO A QUE PERTENCEM**

- item 4.3 página 85:

$$\begin{aligned} \frac{F_{x_{1si}}}{2S} = & \frac{R-e}{32} \left[-8\lambda_0^2 - 2\frac{e^2}{R^2}\beta_{1s}^2 - 6\frac{e^2}{R^2}\beta_{1c}^2 + \mu \left(2\lambda_0\beta_{1c} + 12\lambda_0\theta_{1s} - 6\frac{e}{R}\beta_{1s}\beta_0 + 12\frac{e}{R}\beta_{1c}\theta_0 - 4\lambda_0\beta_{1c} \right) \right. \\ & \left. + \mu^2 \left(\beta_{1c}\theta_{1s} + \beta_{1s}\theta_{1c} - 6\theta_0^2 + 6\frac{Cd_0}{a}\theta_{1c}^2 - 5\theta_{1s}^2 \right) \right] \\ & + \frac{R}{8} \left[-\theta_{tw}\theta_0 + 2\lambda_0\theta_0 + \lambda_{1s}\theta_{1s} - \beta_{1c}\theta_{1s} + \beta_{1c}\lambda_{1s} + \mu(-3\theta_0\theta_{1s} - 2\theta_{tw}\theta_{1s} + \theta_{tw}\lambda_{1s} - \theta_{tw}\beta_{1c}) \right] \\ & + \frac{R}{48} \left[-\beta_{1c}\theta_{1s} + \beta_{1s}\theta_{1c} - 4\theta_0^2 - 4\frac{Cd_0}{a}\theta_{1c}^2 - \theta_{1c}^2 + 8\lambda_0\theta_{tw} - \beta_{1s}\lambda_{1c} + 2\theta_{1c}\lambda_{1c} + \lambda_{1s}\beta_{1c} - \beta_{1c}^2 - \lambda_{1c}^2 \right] \\ & + \frac{R}{32} \left[2\theta_{1s}^2 - \frac{e}{R}\beta_{1s}(-\beta_{1s} + 2\theta_{1c} - 2\lambda_{1c}) + \frac{e}{R}\beta_{1c}(7\beta_{1c} + 6\theta_{1s} - 6\lambda_{1s}) - 2\lambda_{1s}^2 - 2\beta_{1c}^2 \right. \\ & \left. + \mu \left(2\frac{Cd_0}{a}\delta_{1c} - \lambda_{1c}\beta_0 + 6\frac{e}{R}\beta_{1c}\theta_{tw} + \beta_{1s}\beta_0 + 6\lambda_{1s}\theta_0 - 6\beta_{1c}\theta_0 \right) + \mu^2(-6\theta_{tw}\theta_0 - 2\theta_{tw}^2) \right] \\ & + \frac{R}{20}(-\theta_{tw}^2) + \frac{m_{si}\Omega^2}{8S}[-\beta_{1c}\beta_{1s} - 4\delta_0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{F_{x_{1ci}}}{2S} = & \frac{R-e}{32} \left[4\frac{e^2}{R^2}\beta_{1s}\beta_{1c} + \mu \left(-2\lambda_0\beta_{1s} + 4\lambda_0\theta_{1c} - 4\frac{e}{R}\beta_{1s}\theta_0 - 2\frac{e}{R}\beta_{1c}\beta_0 \right) \right. \\ & \left. + \mu^2 \left(2\beta_0\theta_0 + \beta_{1c}\theta_{1c} + \beta_{1s}\theta_{1s} + 2\frac{Cd_0}{a}\delta_0 - 2\theta_{1c}\theta_{1s} \right) \right] \\ & + \frac{R}{32} \left[4\lambda_0\beta_0 - 2\beta_{1c}\theta_{1c} - 2\theta_{tw}\beta_0 - \frac{e}{R}\beta_{1s}(6\beta_{1c} + 2\theta_{1s} - 2\lambda_{1s}) + \frac{e}{R}\beta_{1c}(2\theta_{1c} - 2\lambda_{1c}) + 2\beta_{1c}\lambda_{1c} \right. \\ & \left. + 2\beta_{1c}\beta_{1s} + \mu \left(-2\frac{e}{R}\beta_{1s}\theta_{tw} + 2\frac{Cd_0}{a}\delta_{1s} - 4\theta_0\theta_{1c} + 7\beta_0\beta_{1c} - \beta_0\lambda_{1s} + 2\theta_0\lambda_{1c} + 2\theta_0\beta_{1s} \right) + \mu^2\theta_{tw}\beta_0 \right] \\ & + \frac{R}{48} \left[-4\beta_0\theta_0 + \beta_{1s}\theta_{1s} + 4\frac{Cd_0}{a}\delta_0 - 2\theta_{1c}\theta_{1s} + 2\lambda_{1c}\theta_{1s} - \beta_{1s}\lambda_{1s} + \beta_{1c}\beta_{1s} + 2\theta_{1c}\lambda_{1s} - 2\theta_{1c}\beta_{1c} - 2\lambda_{1c}\lambda_{1s} \right. \\ & \left. + 2\lambda_{1c}\beta_{1c} + \mu(-4\theta_{tw}\theta_{1c} + 2\theta_{tw}\lambda_{1c} + 2\theta_{tw}\beta_{1s}) \right] + \frac{m_1e\Omega^2}{2S} + \frac{m_{si}\Omega^2}{2S} \left[1 - \frac{\beta_0^2}{2} - \frac{3}{8}\beta_{1c}^2 - \frac{\beta_{1s}^2}{8} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{F_{y_{isi}}}{2S} = & \frac{R-e}{32} \left[-4 \frac{e^2}{R^2} \beta_{1s} \beta_{1c} + \mu \left(10\lambda_0 \beta_{1s} - 4\lambda_0 \theta_{1c} + 4 \frac{e}{R} \beta_{1s} \theta_0 + 10 \frac{e}{R} \beta_{1c} \beta_0 \right) \right. \\
& \left. + \mu^2 \left(-10\beta_0 \theta_0 - 3\beta_{1c} \theta_{1c} - 7\beta_{1s} \theta_{1s} + 6 \frac{Cd_0}{a} \delta_0 + 2\theta_{1c} \theta_{1s} + 4\beta_{1c} \beta_{1s} \right) \right] \\
& + \frac{R}{32} \left[4\lambda_0 \beta_0 - 2\beta_{1s} \theta_{1s} - 2\theta_{tw} \beta_0 - \frac{e}{R} \beta_{1s} (-6\beta_{1c} - 2\theta_{1s} + 2\lambda_{1s}) - \beta_{1s} \beta_{1c} + \frac{e}{R} \beta_{1c} (-2\theta_{1c} + 2\lambda_{1c}) \right. \\
& + 2\beta_{1s} \lambda_{1s} + \mu \left(-2\beta_{1s} \theta_0 + 2\mu \frac{e}{R} \beta_{1s} \theta_{tw} - 8\beta_0 \theta_{1s} - 8\beta_{1s} \theta_0 + 6 \frac{Cd_0}{a} \delta_{1s} + 4\theta_0 \theta_{1c} - 3\beta_0 \beta_{1c} + 5\beta_0 \lambda_{1s} \right. \\
& \left. \left. - 22\theta_0 \lambda_{1c} - 4\theta_{tw} \beta_{1s} \right) - 5\mu^2 \beta_0 \theta_{tw} \right] \\
& + \frac{R}{48} \left[-4\beta_0 \theta_0 + \beta_{1c} \theta_{1c} + 4 \frac{Cd_0}{a} \delta_0 + 2\theta_{1c} \theta_{1s} - \beta_{1c} \lambda_{1c} - \beta_{1c} \beta_{1s} - 2\theta_{1s} \lambda_{1c} - 2\theta_{1s} \beta_{1s} - 2\theta_{1c} \lambda_{1s} + 2\lambda_{1c} \lambda_{1s} \right. \\
& \left. + 2\lambda_{1s} \beta_{1s} + \mu (4\theta_{tw} \theta_{1c} - 4\beta_{1s} \theta_{tw} - 2\lambda_{1c} \theta_{tw}) \right] + \frac{m_i e \Omega^2}{2S} + \frac{m_{si} \Omega^2}{2S} \left[1 - \frac{\beta_0^2}{2} - \frac{\beta_{1c}^2}{8} - \frac{3}{8} \beta_{1s}^2 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{F_{y_{ici}}}{2S} = & \frac{R-e}{32} \left[8\lambda_0^2 + 6 \frac{e^2}{R^2} \beta_{1s}^2 + 2 \frac{e^2}{R^2} \beta_{1c}^2 + \mu \left(2\lambda_0 \beta_{1c} - 4\lambda_0 \theta_{1s} - 14 \frac{e}{R} \beta_{1s} \beta_0 - 4 \frac{e}{R} \beta_{1c} \theta_0 + 12\lambda_0 \beta_{1c} \right) \right. \\
& \left. + \mu^2 \left(-3\beta_{1c} \theta_{1s} - 3\beta_{1s} \theta_{1c} + 2\theta_0^2 - 2 \frac{Cd_0}{a} + \theta_{1c}^2 + \theta_{1s}^2 + 8\beta_0^2 + 6\beta_{1c}^2 + 2\beta_{1s}^2 \right) \right] \\
& + \frac{R}{32} \left[4\theta_{tw} \theta_0 - 8\lambda_0 \theta_0 - 4\theta_{1c} \lambda_{1c} - 4\theta_{1c} \beta_{1s} + 2\theta_{1c}^2 - \frac{e}{R} \beta_{1s} (7\beta_{1s} - 6\theta_{1c} + 6\lambda_{1c}) \right. \\
& + \frac{e}{R} \beta_{1c} (-\beta_{1c} - 2\theta_{1s} + 2\lambda_{1s}) + 2\lambda_{1c}^2 + 2\beta_{1s}^2 + 4\lambda_{1c} \beta_{1s} + \mu (-4\beta_{1c} \theta_{tw} - 8\beta_0 \theta_{1c} - 6\beta_{1c} \theta_0 \\
& \left. + 2 \frac{Cd_0}{a} \delta_{1c} + 4\theta_0 \theta_{1s} + 9\beta_0 \beta_{1s} + 7\beta_0 \lambda_{1c} - 2 \frac{e}{R} \beta_{1c} \theta_{tw} - 2\theta_0 \lambda_{1s}) + 2\mu^2 \theta_{tw} \theta_0 \right] \\
& + \frac{R}{48} \left[\beta_{1c} \theta_{1s} - \beta_{1s} \theta_{1c} + 4\theta_0^2 - 4 \frac{Cd_0}{a} + \theta_{1s}^2 - 8\lambda_0 \theta_{tw} + \beta_{1s} \lambda_{1c} + \beta_{1s}^2 - \lambda_{1s} \beta_{1c} - 2\theta_{1s} \lambda_{1s} + \lambda_{1s}^2 \right. \\
& \left. + \mu (4\theta_{tw} \theta_{1s} - 2\lambda_{1s} \theta_{tw}) + \mu^2 \theta_{tw}^2 \right] + \frac{R}{20} \theta_{tw}^2 + \frac{m_{si} \Omega^2}{8S} [-\beta_{1c} \beta_{1s} - 4\delta_0]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{F_{z_{isi}}}{S} = & \frac{R-e}{8} \left[3\mu^2 \theta_{1s} - 4\mu \lambda_0 - \mu^2 \beta_{1c} \right] + \frac{R}{6} \left[\theta_{1s} + 2\mu \theta_{tw} - \lambda_{1s} + \beta_{1c} \right] \\
& + \frac{R}{4} \left[2\mu \theta_0 - \frac{e}{R} \beta_{1c} \right] + \frac{m_{si} \Omega^2}{S} \beta_{1s}
\end{aligned}$$

$$\frac{F_{z_{ici}}}{S} = \frac{R-e}{8} \left[\mu^2 \theta_{1c} - \mu^2 \beta_{1s} \right] + \frac{R}{6} \left[\theta_{1c} - \lambda_{1c} - \beta_{1s} \right] + \frac{R}{4} \left[-\mu \beta_0 + \frac{e}{R} \beta_{1s} \right] + \frac{m_{si} \Omega^2}{S} \beta_{1c}$$

$$\begin{aligned}
M_{x_{1si}} &= \text{Se} \left\{ \frac{\mathbf{R}-\mathbf{e}}{8} \left[3\mu^2\theta_0 - 3\mu \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1c} \right] + \frac{\mathbf{R}}{6} \theta_0 + \frac{\mathbf{R}}{16} \left[6\mu\theta_{1s} + 2\theta_{tw} + 3\mu^2\theta_{tw} - 4\lambda_0 + 2\mu\beta_{1c} - 3\mu\lambda_{1s} \right] \right\} \\
M_{x_{1ci}} &= \text{Se} \left\{ \frac{\mathbf{R}-\mathbf{e}}{8} \left[-\mu^2\beta_0 + \mu \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1s} \right] + \frac{\mathbf{R}}{16} \left[2\mu\theta_{1c} - 2\mu\beta_{1s} - 3\mu\lambda_{1c} \right] \right\} \\
M_{y_{1si}} &= -\text{Se} \left\{ \frac{\mathbf{R}-\mathbf{e}}{8} \left[-\mu^2\beta_0 - \mu \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1s} \right] + \frac{\mathbf{R}}{16} \left[2\mu\theta_{1c} - 2\mu\beta_{1s} - \mu\lambda_{1c} \right] \right\} \\
M_{y_{1ci}} &= -\text{Se} \left\{ \frac{\mathbf{R}-\mathbf{e}}{8} \left[\mu^2\theta_0 - \mu \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1c} \right] + \frac{\mathbf{R}}{6} \theta_0 + \frac{\mathbf{R}}{16} \left[2\mu\theta_{1s} + 2\theta_{tw} + \mu^2\theta_{tw} - 4\lambda_0 + 2\mu\beta_{1c} - \mu\lambda_{1s} \right] \right\} \\
\frac{M_{z_{1si}}}{2} &= \text{Se} \left\{ \frac{\mathbf{R}-\mathbf{e}}{16} \left[8 \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \lambda_0 \beta_{1c} + \mu \left(-8\lambda_0\theta_0 + 2 \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \theta_{1c} \beta_{1s} - 6 \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1c} \theta_{1s} + 2 \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1c}^2 - 2 \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1s}^2 \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \mu^2 (6\theta_0\theta_{1s} - 2\theta_{1c}\beta_0 - 2\beta_{1c}\theta_0 + 2\beta_0\beta_{1s}) \lambda_{1s} \right] + \frac{\mathbf{R}}{12} \left[2\theta_0\theta_{1s} - 2 \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1c} \theta_{tw} - 2\theta_0 (\lambda_{1s} - \beta_{1c}) + 4\mu\theta_{tw}\theta_0 \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{\mathbf{R}}{16} \left[2\theta_{tw}\theta_{1s} - 4\lambda_0 (\theta_{1s} - \lambda_{1s} + \beta_{1c}) - 4 \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1c} \theta_0 - 2\theta_{tw} (\lambda_{1s} - \beta_{1c}) + \mu \left(4\theta_0^2 - 4 \frac{\mathbf{C}d_0}{a} + \theta_{1c}^2 + 3\theta_{1s}^2 \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 4\lambda_0\theta_{tw} - \beta_{1c} (-2\theta_{1s} - \lambda_{1s} + \beta_{1c}) - \beta_{1s} (2\theta_{1c} - \lambda_{1c} - \beta_{1s}) - \theta_{1c}\lambda_{1c} - 3\theta_{1s}\lambda_{1s} + 2\theta_{tw}^2 \right) \right. \\
&\quad \left. \left. + \mu^2 (3\theta_{tw}\theta_{1s} - \beta_{1c}\theta_{tw}) \right] \right\} + m_{si} e \Omega^2 [-\beta_{1c}\beta_0 - \delta_{1c}\delta_0 + \delta_{1s}] + K_{i\delta} \frac{\delta_{1s}}{2} - C_{i\delta} \frac{\delta_{1c}}{2} \Omega
\end{aligned}$$

- item 4.4 pagina 88:

$$\begin{aligned}
\frac{F_{x_{1si}}}{2S} &= \frac{\mathbf{R}-\mathbf{e}}{32} \left[-8\lambda_0^2 - 2 \frac{\mathbf{e}^2}{\mathbf{R}^2} \beta_{1s}^2 - 6 \frac{\mathbf{e}^2}{\mathbf{R}^2} \beta_{1c}^2 + \mu \left(2\lambda_0\beta_{1c} + 12\lambda_0\theta_{1s} - 6 \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1s}\beta_0 + 12 \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1c}\theta_0 - 4\lambda_0\beta_{1c} \right) \right. \\
&\quad \left. + \mu^2 \left(\beta_{1c}\theta_{1s} + \beta_{1s}\theta_{1c} - 6\theta_0^2 + 6 \frac{\mathbf{C}d_0}{a} - \theta_{1c}^2 - 5\theta_{1s}^2 \right) \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{R}}{8} \left[-\theta_{tw}\theta_0 + 2\lambda_0\theta_0 + \lambda_{1s}\theta_{1s} - \beta_{1c}\theta_{1s} + \beta_{1c}\lambda_{1s} + \mu (-3\theta_0\theta_{1s} - 2\theta_{tw}\theta_{1s} + \theta_{tw}\lambda_{1s} - \theta_{tw}\beta_{1c}) \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{R}}{48} \left[-\beta_{1c}\theta_{1s} + \beta_{1s}\theta_{1c} - 4\theta_0^2 - 4 \frac{\mathbf{C}d_0}{a} - \theta_{1c}^2 + 8\lambda_0\theta_{tw} - \beta_{1s}\lambda_{1c} + 2\theta_{1c}\lambda_{1c} + \lambda_{1s}\beta_{1c} - \beta_{1c}^2 - \lambda_{1c}^2 \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{R}}{32} \left[2\theta_{1s}^2 - \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1s} (-\beta_{1s} + 2\theta_{1c} - 2\lambda_{1c}) + \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1c} (7\beta_{1c} + 6\theta_{1s} - 6\lambda_{1s}) - 2\lambda_{1s}^2 - 2\beta_{1c}^2 \right. \\
&\quad \left. + \mu \left(2 \frac{\mathbf{C}d_0}{a} \delta_{1c} - \lambda_{1c}\beta_0 + 6 \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{R}} \beta_{1c}\theta_{tw} + \beta_{1s}\beta_0 + 6\lambda_{1s}\theta_0 - 6\beta_{1c}\theta_0 \right) + \mu^2 (-6\theta_{tw}\theta_0 - 2\theta_{tw}^2) \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{R}}{20} (-\theta_{tw}^2) + \frac{m_{si}\Omega^2}{8S} [-\beta_{1c}\beta_{1s} - 4\delta_0]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{F_{x_{1c1}}}{2S} = & \frac{R-e}{32} \left[4 \frac{e^2}{R^2} \beta_{1s} \beta_{1c} + \mu \left(-2\lambda_0 \beta_{1s} + 4\lambda_0 \theta_{1c} - 4 \frac{e}{R} \beta_{1s} \theta_0 - 2 \frac{e}{R} \beta_{1c} \beta_0 \right) \right. \\
& \left. + \mu^2 \left(2\beta_0 \theta_0 + \beta_{1c} \theta_{1c} + \beta_{1s} \theta_{1s} + 2 \frac{Cd_0}{a} \delta_0 - 2\theta_{1c} \theta_{1s} \right) \right] \\
& + \frac{R}{32} \left[4\lambda_0 \beta_0 - 2\beta_{1c} \theta_{1c} - 2\theta_{tw} \beta_0 - \frac{e}{R} \beta_{1s} (6\beta_{1c} + 2\theta_{1s} - 2\lambda_{1s}) + \frac{e}{R} \beta_{1c} (2\theta_{1c} - 2\lambda_{1c}) + 2\beta_{1c} \lambda_{1c} \right. \\
& \left. + 2\beta_{1c} \beta_{1s} + \mu \left(-2 \frac{e}{R} \beta_{1s} \theta_{tw} + 2 \frac{Cd_0}{a} \delta_{1s} - 4\theta_0 \theta_{1c} + 7\beta_0 \beta_{1c} - \beta_0 \lambda_{1s} + 2\theta_0 \lambda_{1c} + 2\theta_0 \beta_{1s} \right) + \mu^2 \theta_{tw} \beta_0 \right] \\
& + \frac{R}{48} \left[-4\beta_0 \theta_0 + \beta_{1s} \theta_{1s} + 4 \frac{Cd_0}{a} \delta_0 - 2\theta_{1c} \theta_{1s} + 2\lambda_{1c} \theta_{1s} - \beta_{1s} \lambda_{1s} + \beta_{1c} \beta_{1s} + 2\theta_{1c} \lambda_{1s} - 2\theta_{1c} \beta_{1c} - 2\lambda_{1c} \lambda_{1s} \right. \\
& \left. + 2\lambda_{1c} \beta_{1c} + \mu (-4\theta_{tw} \theta_{1c} + 2\theta_{tw} \lambda_{1c} + 2\theta_{tw} \beta_{1s}) \right] + \frac{m_i e \Omega^2}{2S} + \frac{m_{si} \Omega^2}{2S} \left[1 - \frac{\beta_0^2}{2} - \frac{3}{8} \beta_{1c}^2 - \frac{\beta_{1s}^2}{8} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{F_{y_{1s1}}}{2S} = & \frac{R-e}{32} \left[-4 \frac{e^2}{R^2} \beta_{1s} \beta_{1c} + \mu \left(10\lambda_0 \beta_{1s} - 4\lambda_0 \theta_{1c} + 4 \frac{e}{R} \beta_{1s} \theta_0 + 10 \frac{e}{R} \beta_{1c} \beta_0 \right) \right. \\
& \left. + \mu^2 \left(-10\beta_0 \theta_0 - 3\beta_{1c} \theta_{1c} - 7\beta_{1s} \theta_{1s} + 6 \frac{Cd_0}{a} \delta_0 + 2\theta_{1c} \theta_{1s} + 4\beta_{1c} \beta_{1s} \right) \right] \\
& + \frac{R}{32} \left[4\lambda_0 \beta_0 - 2\beta_{1s} \theta_{1s} - 2\theta_{tw} \beta_0 - \frac{e}{R} \beta_{1s} (-6\beta_{1c} - 2\theta_{1s} + 2\lambda_{1s}) - \beta_{1s} \beta_{1c} + \frac{e}{R} \beta_{1c} (-2\theta_{1c} + 2\lambda_{1c}) \right. \\
& \left. + 2\beta_{1s} \lambda_{1s} + \mu \left(-2\beta_{1s} \theta_0 + 2\mu \frac{e}{R} \beta_{1s} \theta_{tw} - 8\beta_0 \theta_{1s} - 8\beta_{1s} \theta_0 + 6 \frac{Cd_0}{a} \delta_{1s} + 4\theta_0 \theta_{1c} - 3\beta_0 \beta_{1c} + 5\beta_0 \lambda_{1s} \right. \right. \\
& \left. \left. - 22\theta_0 \lambda_{1c} - 4\theta_{tw} \beta_{1s} \right) - 5\mu^2 \beta_0 \theta_{tw} \right] \\
& + \frac{R}{48} \left[-4\beta_0 \theta_0 + \beta_{1c} \theta_{1c} + 4 \frac{Cd_0}{a} \delta_0 + 2\theta_{1c} \theta_{1s} - \beta_{1c} \lambda_{1c} - \beta_{1c} \beta_{1s} - 2\theta_{1s} \lambda_{1c} - 2\theta_{1s} \beta_{1s} - 2\theta_{1c} \lambda_{1s} + 2\lambda_{1c} \lambda_{1s} \right. \\
& \left. + 2\lambda_{1s} \beta_{1s} + \mu (4\theta_{tw} \theta_{1c} - 4\beta_{1s} \theta_{tw} - 2\lambda_{1c} \theta_{tw}) \right] + \frac{m_i e \Omega^2}{2S} + \frac{m_{si} \Omega^2}{2S} \left[1 - \frac{\beta_0^2}{2} - \frac{\beta_{1c}^2}{8} - \frac{3}{8} \beta_{1s}^2 \right]
\end{aligned}$$

ANEXO 1 – ENSAIOS EM VOO – RELATÓRIO E DOCUMENTOS PERTINENTES

OBJETIVO GERAL							
Determinar, experimentalmente, as características do perfil vibratório da aeronave AS 355 F2 Esquilo Bimotor, em apoio a pesquisa de mestrado do ITA.							
OBJETIVO (S) ESPECÍFICO (S)							
Determinar o nível vibratório nas seguintes condições: - rotor balanceado e dentro do “tracking”; - rotor desbalanceado (em duas situações diferentes); e - rotor balanceado e fora de “tracking”.							
AERONAVE	MATRÍCULA	PESO	C.G./Trim	CONFIGURAÇÃO			
H-55	FAB 8811	ASD	ASD	Lisa e sem cargas externas.			
SOLICITANTE			MISSÃO	TP DE VOO	POUSOS	TRIPULAÇÃO	DATA
ITA			20 HT 01	02:00	06	PP/EP/MC/ XX	
MÍNIMOS METEOROLÓGICOS		ÁREA	COMUNICAÇÃO		COMBUSTÍVEL MÍNIMO		
Base (SBSJ): VMC Área: VMC		Área A (SBSJ)	Solo : 121.90 MHz Torre : 118.50 MHz APP : 129.05 MHz Tático : 124.10 MHz		Partida: 60% Pouso: 12% ou acendimento da luz “Fuel”.		
INSTRUMENTAÇÃO							
De bordo: Vi, Zpi, Tq, T4, θ , Φ , Nr, Qcomb e Ti. Extra: equipamento ACES P2020 instalado (com dois conjuntos de acelerômetros instalados nas posições definidas conforme o manual de manutenção: um para o eixo Y, localizado no mastro do rotor principal; um para o eixo Z, no piso frontal esquerdo; e um sensor magnético no platô fixo).							
LIMITES DA AERONAVE				LIMITES DO ENSAIO			
Todos os previstos no manual da aeronave.				Nível vibratório máximo: 6 da tabela de vibração, conforme Anexo A, ou IPS em Y e Z < 0,7. Caso o valor do IPS seja superior a 0,7, o ensaio poderá continuar, desde que o PP considere o grau de vibração ainda inferior a 6. Desta forma, o voo não poderá ser executado com grau de vibração superior a 6.			
SEGURANÇA							
No caso de vibração excessiva em voo, pousar imediatamente, cortar os motores e reajustar o balanceamento e “tracking” do rotor principal. Deverá ser verificado, através de giro no solo, o nível vibratório da aeronave após cada nova variação de números de placas ou de ângulo do “tab”.							
PREPARAÇÃO							

Instalar o equipamento Vibrex na aeronave (ACES P2020).

Confeccionar ficha de peso e CG.

Verificar se os acelerômetros, o captor magnético e as cablagens estão devidamente instalados. No início dos ensaios, caso o nível de vibração não esteja dentro dos limites acima apresentados, deverão ser feitas as correções das vibrações horizontais e verticais pela equipe de manutenção do GEEV.

BRIEFING

Antecedência de 01:00 h do horário de decolagem.

Padronizar os procedimentos para anotação de dados.

PP - briefing geral da missão.

EP - briefing específico da missão.

ANÁLISE DE RISCO

Baixo, conforme Anexo A.

INSPEÇÃO EXTERNA

Verificar o estado geral dos amortecedores do trem de pouso e das pás / cabeça do rotor.

Confirmar se o número de “placas de balanceamento” e os ângulos dos “tabs” n° 5 e 6 de cada pá estão conforme solicitado pelo ensaio.

INSPEÇÃO INTERNA

Conforme PMV.

Todos os pontos apresentados nessa Ordem de Ensaio serão executados, seqüencialmente, com o rotor principal da aeronave em cada uma das condições apresentadas na Tabela 1.

TABELA 1
CONDIÇÕES DE BALANCEAMENTO E “TRACKING” DO ROTOR PRINCIPAL

CONDIÇÃO	ESTADO DO ROTOR
1	Rotor balanceado e com “tracking” correto, tendo como referência os parâmetros do manual de manutenção ¹ .
2	Pá amarela com duas “placas de balanceamento” a menos ou a mais que na condição 1 e todas as demais conforme a condição 1.
3	Rotor balanceado e com “tracking” correto, com número de placas nas pás conforme a condição 1.
4	Pá vermelha com duas “placas de balanceamento” a menos ou a mais que na condição 1 e todas as demais conforme a condição 1.
5	Rotor balanceado e com “tracking” correto, com número de placas nas pás conforme a condição 1.

¹ Ver Tabela 2

6	Pás balanceadas conforme a condição 1 e apenas a pá amarela com 1 grau a menos no “tab” nº 5 do que na condição 1.
7	Rotor principal com número de placas nas pás e ângulo no “tab” nº 5 conforme a condição 1.

A Tabela 2 apresenta os parâmetros de balanceamento e “tracking” corretos, para a frequência de 1Ω , segundo o manual de manutenção.

TABELA 2
BALANCEAMENTO E “TRACKING” CORRETOS PARA A FREQUÊNCIA DE 1Ω
SEGUNDO O MANUAL DE MANUTENÇÃO (MET 62.10.00.603)

CONDIÇÃO DE VOO	BALANCEAMENTO	“TRACKING”
Giro no solo	$Y < 0,30$ IPS (trem de pouso alto)	“Tracking” < 6 mm
Voo pairado DES	$Y < 0,2$ IPS	“Tracking” < 6 mm
Voo nivelado na PMC	Y e $Z < 0,2$ IPS	“Tracking” < 20 mm
Curvas $\phi = \pm 45^\circ$ na PMC	$Z < 0,35$ IPS	Não há

Para alterar a condição de balanceamento e “tracking” do rotor, conforme apresentado na Tabela 1, a aeronave deve estar no solo e com os motores desligados.

Caso a adição ou a retirada das placas ou alteração do ângulo do “tab” resulte em elevação do nível vibratório, no solo, acima do limite do ensaio, desligar os motores e reduzir o número de placas / ângulo alterado.

Para as condições de ensaio número 3, 5 e 7 serão executadas apenas os pontos de ensaios 1 e 2 desta OE (antes da partida e giro no solo). Caso seja verificada variação do nível vibratório entre as condições descritas nos pontos 1, 3, 5 e 7 da Tabela 1, a aeronave deverá ser reabastecida com a quantidade existente na condição inicial 1.

Ponto	1	ANTES DA PARTIDA	Prioridade	Mandatário
Objetivo	Registrar as condições de balanceamento e “tracking” das pás do rotor principal.			
Condições Associadas	Antes da partida dos motores			
Anotações: número de placas e ângulo do “tab” de cada pá.				
Distribuição de cargas na nacele	número de placas			
	ângulo do “tab”			
Condição 4) Pá vermelha com duas “placas de balanceamento”	número de placas			
	ângulo do “tab”			
Condição 6) pá amarela com 1 grau a menos no “tab” nº 5 do que na condição 1.	número de placas			
	ângulo do “tab”			

Ponto	2	GIRO NO SOLO	Prioridade	Mandatário
Anotações	Zpi, Ti, vento (D/l), Qcomb, Nr, Tq, θ , Φ , grau de vibração e nível vibratório (RPM e fase médias da frequência 1Ω na direção Z e Y, bem como a condição do “tracking”).			

Ponto	3	VOO PAIRADO DES	Prioridade	Mandatário
Objetivo	Verificar a vibração da aeronave em vôo pairado dentro do efeito solo.			
Condições Associadas	Realizar um vôo pairado a 2 m do solo, aproado com o vento;	Limites	Vibração nível 6. IPS em Y e Z < 0,7.	
Execução	Após estabilizado, acionar a gravação do equipamento Aces P2020 (clique "enter" na respectiva página).	Faixa	N/A	
		Tolerância	N/A	
Segurança	Caso os valores de IPS em Y e Z estejam acima do limite do ensaio, diminuir a velocidade, pousar assim que possível, desligar os motores e reduzir o número de placas / ângulo alterado.			
Anotações	Vi, T4, Zpi, Ti, Qcomb, Tq, Nr, grau de vibração e nível vibratório (RPM e fase médias da frequência 1Ω na direção Z e Y, bem como a condição do "tracking").			

Ponto	4	VOO NIVELADO NA PMC	Prioridade	Mandatário
Objetivo	Verificar a vibração da aeronave na Vh.			
Condições Associadas	QNE. Zpi = 3000 ft. PMC. Executar nas condições 1, 2, 4 e 6 apresentadas na Tabela 1.	Limites	Vibração nível 6. IPS em Y e Z < 0,7.	
Execução	Após estabilizado, acionar a gravação do equipamento Aces P2020 (clique "enter" na página "PMC").	Faixa	Zpi ± 100 ft	
		Tolerância	Zpi ± 50 ft Vi ± 2 kt	
Segurança	Caso os valores de IPS em Y e Z estejam acima do limite do ensaio, diminuir a velocidade, pousar assim que possível, desligar os motores e reduzir o número de placas / ângulo alterado.			
Anotações	Vi, T4, Zpi, Ti, Qcomb, Tq, Nr, grau de vibração e nível vibratório (RPM e fase médias da frequência 1Ω na direção Z e Y, bem como a condição do "tracking").			

Ponto	5 e 6	CURVAS $\phi = \pm 45^\circ$ NA PMC	Prioridade	Mandatário
Objetivo	Verificar a vibração da aeronave na Vh.			
Condições Associadas	QNE. Início na Zpi = 3000 ft. PMC. $\phi = \pm 45^\circ$. Executar nas condições 1, 2, 4 e 6 apresentadas na Tabela 1.	Limites	Vibração nível 6. IPS em Y < 0,7. Altura mínima = 500 ft AGL.	
Execução	Após estabilizado em PMC e $\phi = 45^\circ$, acionar a gravação do equipamento Aces P2020 (clique "enter" na respectiva página). Repetir para $\phi = - 45^\circ$.	Faixa	N/A	
		Tolerância	Vi ± 2 kt $\phi \pm 5^\circ$	
Segurança	Caso o valor de IPS em Z esteja acima do limite do ensaio, diminuir a velocidade, pousar assim que possível, desligar os motores e reduzir o número de placas / ângulo alterado.			
Anotações	Vi, Zpi, Ti, Qcomb, Nr, Tq, T4, ϕ , grau de vibração e nível vibratório (RPM e fase médias da frequência 1Ω na direção Z e Y, bem como a condição do "tracking").			

	DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA AEROESPACIAL INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA SOLICITAÇÃO DE ENSAIO	
---	---	--

SE Nº 01/ITA

Campo Montenegro, 20 de abril de 2010.

1 - ABERTURA DO PROCESSO

As vibrações em helicópteros são uma evidência clara dos fenômenos aeroelásticos dominantes na peculiar dinâmica do movimento rotativo de suas asas, e a contribuição do rotor principal é a parcela primordial de excitação periódica aplicada à fuselagem, dentre todos seus sistemas rotativos. As perturbações de "tracking" e desbalanceamento são geralmente relacionadas a resposta em 1Ω na fuselagem. Ocasionais problemas de desbalanceamento de massa e fora de "tracking" (fora de posição) de suas pás são desajustes previstos bem comuns durante a vida operacional da aeronave. No contexto de manutenção preditiva, se justificativa o estudo de um sistema que pode ser desenvolvido para detectar o tipo de defeito existente no rotor principal pelo monitoramento regular de sua condição real de operação, a partir das medidas das características de vibração obtidas por acelerômetros instalados na fuselagem. Tal sistema pode ser embarcado no contexto dos sistemas do tipo "HUMS" ("Health and Usage Monitoring Systems"), o que permite criar uma programação para o reparo.

O objetivo deste estudo, tema da dissertação de mestrado do Capitão-de-Corveta Rafael de Abreu González (MB), matriculado no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica sob a área Mecânica do Voo-PGEAM-V, é a concepção de um sistema que possa detectar defeitos diversos na cabeça do rotor a partir das medidas de vibração na fuselagem, e ainda, propor os ajustes ou procedimentos corretivos necessários por ocasião do próximo pouso. A validação do algoritmo desenvolvido será por comparação com dados experimentais de campanhas de ensaios em voo.

1.1 - SOLICITANTE (*)

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - Divisão de Engenharia Aeronáutica.

1.2 - RESPONSÁVEL PELA SE (*)

Nome: Rafael de Abreu González
Local de trabalho: ITA/ Div. Eng. Aer

1.3 - GRAU DE SIGILO (*) OSTENSIVO.

1.4 - LOCAL, DATA E INFORMAÇÕES GERAIS DO ENSAIO

Dezembro de 2010, Aeródromo de São José dos Campos / SP e área A.

2 - OBJETIVO DO ENSAIO (*)

Determinar experimentalmente, nos perfis de voo previstos em Manual de Manutenção, todas as características do perfil vibratório da aeronave AS 355 F2 Esquilo Bimotor nas condições: rotor balanceado e dentro do "tracking"; rotor desbalanceado em duas situações diferentes, uma de cada vez, e rotor balanceado e fora de "tracking".

2.1 - OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Obter o perfil de vibrações da aeronave, em amplitude e fase, oriundas da excitação produzida pelo rotor principal, primeiramente na condição dentro das tolerâncias e em seguida fora delas, nas situações: com uma pá desbalanceada; com uma outra pá desbalanceada; e por fim com o rotor balanceado e fora de "tracking".

3 - MEIOS DE ENSAIO (*)

3.1 - ITEM A SER ENSAIADO (*)

Aeronave AS 355 F2 esquilo bimotor, representativa de série.

3.1.1 - CONFIGURAÇÃO DO ITEM

Lisa e portas fechadas.

3.1.2 - INSTRUMENTAÇÃO DO ITEM

Dados a serem obtidos com dois conjuntos de acelerômetros instalados nas posições definidas conforme o manual de manutenção:

- um para o eixo Y, localizado no mastro do rotor principal;
- um para o eixo Z, no piso frontal esquerdo; e
- um sensor magnético no platô fixo.

Para isso, será utilizado o equipamento Aces P2020 do pertencente à Seção de Manutenção do GEEV.

3.2 - AERONAVE PLATAFORMA (*) AERONAVE AS 355 F2 ESQUILO BIMOTOR.

3.2.1 - CONFIGURAÇÃO(ÕES) DA AERONAVE

Todos os voos serão realizados com o mesmo peso e valor de centragem do primeiro voo.

4 - ENSAIOS A REALIZAR (*)

Serão realizados os seguintes pontos de ensaios:

- 1) giro no solo com manete na posição voo;
- 2) Pairado a 2 m do solo, aproado com o vento;
- 3) Voo nivelado em PMC; e
- 4) Curvas na PMC, à esquerda e à direita, com inclinação de 45°.

Todos os pontos serão executados com o rotor principal em cada uma condições:

- 1) rotor balanceado e dentro do "tracking", tendo como referencia os parâmetros do manual de manutenção;
- 2) pá amarela com uma placas de balanceamento a menos e todas as demais pás balanceadas;
- 3) pá vermelha com uma placas de balanceamento a menos e todas as demais pás balanceadas; e
- 4) pás balanceadas e apenas a pá amarela com o tab 1° a menos do tracking ideal.

As referencias do manual de manutenção para rotor balanceado e com "tracking" perfeito são:

- giro no solo e voo pairado a 2 m, para 1 Ω , na direção Y < 0,2IPS e tracking < 6 mm;
- voo nivelado em PMC, para 1 Ω , na direção Z < 0,2 IPS e tracking < 20 mm; e
- curvas com inclinação de $\pm 45^\circ$ em PMC, para 1 Ω , na direção Z < 0,35 IPS.

5 - RECURSOS (*)

5.1 - PESSOAL 1 PP, 1 EP E 1 MECÂNICO DE H-55.

5.2 - MATERIAL ACES P2020.

5.3 - ESFORÇO AÉREO

Duas horas de voo distribuídas conforme a Tabela 1.

TABELA 2
ESFORÇO AÉREO

Aeronave	Atividade	Horas
	rotor balanceado e dentro do “tracking”, tendo como referencia os parâmetros do manual de manutenção.	
	pá amarela com uma placa de balanceamento a menos e todas as demais pás balanceadas	
	pá vermelha com uma placa de balanceamento a menos e todas as demais pás balanceadas.	
	pás balanceadas e apenas a pá amarela com o tab 1° a menos do tracking ideal.	

6 - RESPONSABILIDADES (*)

6.1 - GEEV: Execução do ensaio e fornecimento dos dados.

6.2 - DADOS A SEREM GERADOS NO ENSAIO (*)

O GEEV fornecerá os arquivos dos voos em *.adf (formato fornecido pelo Aces P2020).

7 - SEGURANÇA todos os limites do pmv serão respeitados.

Responsável pela SE
CC(EN)Rafael de Abreu González

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO DM	2. DATA 25 de janeiro de 2012	3. REGISTRO N° DCTA/ITA/DM-099/2011	4. N° DE PÁGINAS 136
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Análise preditiva na detecção de falhas no rotor principal com foco na vibração em um helicóptero segundo a filosofia HUMS			
6. AUTOR: Rafael de Abreu González			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: vibração – manutenção preditiva- helicópteros – HUMS – detecção de defeitos - monitoramento			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Vibração; Manutenção preditiva; Detecção de falhas; Helicópteros; Aeronaves de asas rotativas; Engenharia aeronáutica.			
10. APRESENTAÇÃO: ITA, São José dos Campos. Curso de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica. Área de Mecânica do Voo. Orientador: Donizeti de Andrade; Co-orientador: Ariosto Bretanha Jorge. Defesa em 09/12/2011. Publicada em 2011.			
11. RESUMO: Este trabalho posiciona-se no contexto do desenvolvimento tecnológico agregado crescentemente ao mercado de helicópteros pelo HUMS (<i>Health and Usage Monitoring System</i>), cuja filosofia traz, além de redução dos custos de manutenção, enorme avanço na garantia da aeronavegabilidade continuada, e, conseqüentemente, no nível de segurança de voo, preservando vidas e material. Suas inovações associadas orbitam em torno de diagnósticos antecipados e de prognósticos de falha apontados em tempo real por algoritmos dedicados, a partir do tratamento de dados coletados por sensores de vibração. Dessa possibilidade de se assegurar, preditivamente, uma extensão da vida útil de componentes e a substituição destes sempre antes que a falha ocorra, emerge a motivação dessa pesquisa. Seu objetivo é apresentar um modelamento analítico simplificado para a análise do sinal de vibração monitorado na estrutura de uma aeronave qualquer de asas rotativas, em detecção a defeitos equivalentes a um desbalanceamento e <i>out-of-tracking</i> das pás. Essas são as degradações mais comuns do rotor principal, maior fonte das excitações periódicas transmitidas à fuselagem, cujas respostas vibratórias sob análise estão limitadas à frequência fundamental de 1 <i>per rev</i> . Essas respostas vibratórias foram simuladas numericamente em ambiente computacional MATLAB(R). O problema direto é apresentado em duas partes: a modelagem do sistema fuselagem-rotor convencionado como isotrópico, seguida da parte que introduz as anisotropias que simulam os defeitos geradores das informações de amplitude e fase das vibrações resultantes. Como aplicação do método, soluções do sistema não-linear que governa as equações são comparadas com resultados experimentais de ensaios em voo em uma aeronave típica com rotor principal tri-pá por meio de simulação, através de medidas em dois pontos da fuselagem definidos em manual pelo fabricante da aeronave.			
12. GRAU DE SIGILO: <input checked="" type="checkbox"/> OSTENSIVO <input type="checkbox"/> RESERVADO <input type="checkbox"/> CONFIDENCIAL <input type="checkbox"/> SECRETO			