INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

Lucas Garcia de Sampaio Lobianco

DESENVOLVIMENTO DE MODELO, AJUSTE DE GANHOS E SOFTWARE-IN-THE-LOOP PARA TESTES DE PILOTO AUTOMÁTICO PARA UMA AERONAVE REMOTAMENTE PILOTADA

Trabalho de Graduação
2020

Curso de Engenharia Aeronáutica

Lucas Garcia de Sampaio Lobianco

DESENVOLVIMENTO DE MODELO, AJUSTE DE GANHOS E SOFTWARE-IN-THE-LOOP PARA TESTES DE PILOTO AUTOMÁTICO PARA UMA AERONAVE REMOTAMENTE PILOTADA

Orientador

Prof. Dr. Mauricio Andrés Varela Morales (ITA)

Coorientador

Prof. Dr. Marcelo Knörich Zuffo (USP)

ENGENHARIA AERONÁUTICA

São José dos Campos
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

2020

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Divisão de Informação e Documentação

Lobianco, Lucas Garcia de Sampaio
Desenvolvimento de modelo, ajuste de ganhos e software-in-the-loop para testes de piloto automático para uma aeronave remotamente pilotada / Lucas Garcia de Sampaio Lobianco.
São José dos Campos, 2020.
165f.

Trabalho de Graduação – Curso de Engenharia Aeronáutica– Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2020. Orientador: Prof. Dr. Mauricio Andrés Varela Morales. Coorientador: Prof. Dr. Marcelo Knörich Zuffo.

1. Veículos pilotados remotamente. 2. Simulação em software in-the-loop. 3. Pilotos automáticos. 4. Simulação. 5. Engenharia aeronáutica. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Título.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LOBIANCO, Lucas Garcia de Sampaio. **Desenvolvimento de modelo, ajuste de ganhos e software-in-the-loop para testes de piloto automático para uma aeronave remotamente pilotada**. 2020. 165f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

CESSÃO DE DIREITOS

Lucas Garcia de Sampaio Lobianco
Av. Lisboa, 50
12.216-630 – São José dos Campos–SP

DESENVOLVIMENTO DE MODELO, AJUSTE DE GANHOS E SOFTWARE-IN-THE-LOOP PARA TESTES DE PILOTO AUTOMÁTICO PARA UMA AERONAVE REMOTAMENTE PILOTADA

Essa publicação foi aceita como Relatório Final de Trabalho de Graduação

Lucas Garcia de Sampaio Lobianco
Autor

Prof. Dr. Mauricio Andrés Varela Morales (ITA)
Orientador

Prof. Dr. Marcelo Knörich Zuffo (USP)
Coorientador

Prof. Dr. Mauricio Andrés Varela Morales
Coordenador do Curso de Engenharia Aeronáutica

São José dos Campos, 20 de novembro de 2020.

Aos meus pais, José Lobianco e Carmem. Ao meu irmão, Pablo. À minha sobrinha, Helena. À minha noiva, Raíssa. Dedico a vocês este Trabalho de Graduação.

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus, por me permitir evoluir a cada dia na busca pelo conhecimento. Aos meus pais, José Lobianco e Carmem Garcia de Sampaio, por terem me fornecido o melhor ensino possível e dedicado grande parte de suas vidas me ensinando os princípios éticos e morais mais sublimes. Deixo registrado o meu agradecimento também por sempre apoiarem as minhas decisões.

Ao meu irmão, Pablo Garcia de Sampaio Lobianco, por ser uma referência para mim desde a infância e me apoiar neste desafio de cursar o ITA. À minha sobrinha e afilhada, Helena Gastão Lobianco, por sempre me mandar uma mensagem de carinho.

À minha noiva, Raíssa Brasil Andrade, por ter me ajudado infinitamente ao longo deste curso, me motivando a sempre fazer o meu melhor. Obrigado por passar horas alegrando meu dia e me apoiando nos momentos difíceis, que não foram poucos. Com você, o ITA se tornou mais leve.

Ao meu Orientador, Prof. Dr. Mauricio Andrés Varela Morales, pela orientação e confiança depositada, me aconselhando para o melhor desenvolvimento deste Trabalho, sempre com extrema paciência e dedicação. Ao meu Coorientador, Prof. Dr. Marcelo Knörich Zuffo, pelas palavras de apoio. Ao Prof. Dr. Antônio Bernardo Guimarães Neto, por ministrar a Disciplina de Estabilidade e Controle de Aeronaves com toda dedicação, sendo fundamental para embasar algumas partes deste Trabalho. À Claudineia Vieira de Andrade pelo apoio e conselhos ao longo deste curso.

Ao MSc. Eng. Willian Rigon Silva, por ter autorizado o uso dos dados, fotos e arquivos de sua autoria ao longo deste Trabalho, bem como colaborado com dicas. Ao Prof. Dr. André Luís da Silva (UFSM), por ter autorizado o envio destes dados. Sem eles, este Trabalho não teria sido realizado. Deixo registrado o meu muito obrigado!

À Marinha do Brasil, por ter me dado a oportunidade de cursar Engenharia Aeronáutica neste renomado Instituto. À Força Aérea Brasileira, por ter me acolhido nestes últimos 5 anos, nos quais tive a oportunidade de adquirir muito conhecimento e conhecer excelentes profissionais.

"O importante não é vencer todos os dias,
mas lutar sempre."
— Waldemar Valle Martins

Resumo

Parte fundamental de uma Aeronave Remotamente Pilotada (RPA,*Remotely Piloted Aircraft*) é o conjunto formado por seus pilotos automáticos, visto o funcionamento intrinsecamente autônomo desse tipo de aeronave. A fim de reduzir custos e riscos associados a possíveis falhas no teste dessas malhas de controle em *hardware*, é interessante desenvolver um método que permita a verificação preliminar em *software*. Este Trabalho de Graduação propõe um modelo híbrido para a obtenção das derivadas aerodinâmicas de estabilidade e controle de uma aeronave remotamente pilotada, a partir do método de vórtice *lattice* implementado pelo *software* AVL (*Athena Vortex Lattice*) e da Teoria de Elemento de Pá empregada pelo simulador de voo X-Plane. Com isso, é possível estabelecer o modelo matemático não-linear da aeronave e linearizá-lo em torno de uma posição de equilíbrio. Em seguida, são determinadas leis para aumento de estabilidade de controle longitudinal e látero-direcional (SAS, *Stability Augmentation System*) e projetados pilotos automáticos de *altitude hold*, *pitch attitude hold*, *speed hold*, *roll angle hold* e *yaw angle hold*, com o uso de técnicas modernas de controle. Para validação do modelo não-linear dos sistemas projetados, é adotada uma simulação *software-in-the-loop* a partir da integração entre os controles em SIMULINK© e o simulador de voo *X-Plane*. À esse sistema também integra-se o algoritmo *Waypoint Follower*, do SIMULINK©, para a realização de uma missão que permita conferir confiabilidade aos pilotos automáticos desenvolvidos.

Abstract

A fundamental part of a Remotely Piloted Aircraft (RPA) is the set formed by its autopilots, considering the intrinsically autonomous operation of this type of aircraft. To reduce the costs and risks associated with possible failures during the test of these control loops on hardware, it is interesting to develop a method that allows preliminary verification on software. This work proposes a hybrid model to obtain the aerodynamic derivatives of stability and control of a remotely piloted aircraft, using the vortex lattice method implemented by the AVL (Athena Vortex Lattice) software and the Blade Element Theory used by the X-Plane flight simulator. Therefore, it is possible to establish the nonlinear mathematical model of the aircraft and linearize it around an equilibrium position. Then, specifications to increase stability of longitudinal and lateral-directional control (SAS, Stability Augmentation System) are determined and autopilots are designed for altitude hold, pitch attitude hold, speed hold, roll angle hold and yaw angle hold, using modern control techniques. For validation of the non-linear model of the projected systems, a software-in-the-loop simulation is adopted from the integration between the controls in SIMULINK© and the X-Plane flight simulator. This system also integrates the Waypoint Follower algorithm, from SIMULINK©, to carry out a mission that allows an increase in the reliability of the developed autopilots.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

ARP	Aeronave Remotamente Pilotada
AVL	*Athena Vortex Lattice*
CFD	*Computational Fluid Dynamics*
CMA	Corda Média Aerodinâmica
DATCOM	*The United States Air Force Stability and Control Data Compendium*
FAB	Força Aérea Brasileira
ICAO	*International Civil Aviation Organization*
KTAS	*Knots True Airspeed*
LTI	*Linear Time Invariant*
LQR	*Linear Quadratic Regulator*
LQ Tracker	*Linear Quadratic Tracker*
MIMO	*Multiple Input Multiple Output*
NASA	*National Aeronautics and Space Administration*
PI	*Performance Index*
RPA	*Remotely Piloted Aircraft*
RPAS	*Remotely Piloted Aircraft System*
SAR	*Search and Rescue*
SAS	*Stability Augmentation System*
SIL	*Software-in-the-loop*

Lista de Símbolos

θ	Ângulo de arfagem
α	Ângulo de ataque
β	Ângulo de derrapagem
ϕ	Ângulo de rolamento
ψ	Ângulo de guinada
δ_a	Deflexão de aileron
δ_e	Deflexão de profundor
δ_r	Deflexão de leme
δ_T	Porcentagem da manete de potência
Γ	Intensidade da circulação de vórtice
γ	Ângulo de trajetória
ρ_∞	Densidade do escoamento não perturbado
Λ_v	Afilamento da cauda em V
Λ_w	Afilamento da asa
AR_w	Alongamento da asa
AR_v	Alongamento da cauda em V
b, b_w	Envergadura da asa
$C_{b/a}$	Matriz de transformação do sistema aerodinâmico para o sistema do corpo
$C_{b/p}$	Matriz de transformação do sistema propulsivo para o sistema do corpo
$C_{b/t}$	Matriz de transformação do sistema da trajetória para o sistema do corpo
$C_{b/v}$	Matriz de transformação do sistema terrestre móvel para o sistema do corpo
C_D	Coeficiente da força de arrasto
C_L	Coeficiente da força de sustentação
C_{L_0}	Coeficiente da força de sustentação com $\alpha = 0$
C_{L_α}	$\partial C_L / \partial \alpha$
$C_{L_{\delta_e}}$	$\partial C_L / \partial \delta_e$
C_{L_q}	$\partial C_L / \partial q$
C_l	Coeficiente do momento de rolamento
C_{l_β}	$\partial C_l / \partial \beta$
C_{l_p}	$\partial C_l / \partial p$

C_{l_r}	$\partial C_l/\partial r$
$C_{l_{\delta_a}}$	$\partial C_l/\partial \delta_a$
$C_{l_{\delta_r}}$	$\partial C_l/\partial \delta_r$
C_m	Coeficiente do momento de arfagem
C_{m_0}	Coeficiente do momento de arfagem com $\alpha = 0$
C_{m_α}	$\partial C_m/\partial \alpha$
$C_{m_{\delta_e}}$	$\partial C_m/\partial \delta_e$
C_{m_q}	$\partial C_m/\partial q$
C_n	Coeficiente do momento de guinada
C_{n_β}	$\partial C_n/\partial \beta$
C_{n_p}	$\partial C_n/\partial p$
C_{n_r}	$\partial C_n/\partial r$
$C_{n_{\delta_a}}$	$\partial C_n/\partial \delta_a$
$C_{n_{\delta_r}}$	$\partial C_n/\partial \delta_r$
C_Y	Coeficiente da força lateral
C_{Y_β}	$\partial C_Y/\partial \beta$
C_{Y_p}	$\partial C_Y/\partial p$
$C_{Y_{\delta_a}}$	$\partial C_Y/\partial \delta_a$
$C_{Y_{\delta_r}}$	$\partial C_Y/\partial \delta_r$
c_w	Corda da asa
c_v	Corda da cauda em V
D	Força de arrasto
D_v	Ângulo de diedro da cauda em V
D_w	Ângulo de diedro da asa
$\vec{F}_{aero,b}$	Força aerodinâmica no sistema do corpo
$\vec{F}_{ext,b}$	Forças externas no sistema do corpo
$\vec{F}_{prop,b}$	Força propulsiva no sistema do corpo
g_b	Força da gravidade no sistema do corpo
h	Altitude
$J_{C,b}$	Tensor de inércia do corpo em relação ao sistema do corpo
L	Força de sustentação
$M_{aero,C,b}$	Momento aerodinâmico em relação ao sistema do corpo
$M_{ext,C,b}$	Momentos externos em relação ao sistema do corpo
$M_{prop,C,b}$	Momento propulsivo em relação ao sistema do corpo
m	Massa da aeronave
MAC	Corda média aerodinâmica
p	Taxa de rolamento
q	Taxa de arfagem
$\bar{q}$	Pressão dinâmica

r	Taxa de guinada
V	Velocidade
V_∞	Velocidade do escoamento não perturbado
x	Posição da aeronave em relação ao eixo x_b do sistema de coordenadas do corpo
x_{cg}	Posição de CG (Eixo x) em relação ao nariz da aeronave
Y	Força lateral
y_{cg}	Posição de CG (Eixo y) em relação ao nariz da aeronave
y	Posição da aeronave em relação ao eixo y_b do sistema de coordenadas do corpo
z_{cg}	Posição de CG (Eixo z) em relação ao nariz da aeronave

Sumário

1 Introdução

1.1 Motivação

Segundo (DECEA, 2020), RPAS (*Remotely Piloted Aircraft System*) é o termo técnico e padronizado internacionalmente pela ICAO (*International Civil Aviation Organization*) para se referir ao subconjunto do Sistema de Aeronave Não Tripulada, capaz de interagir com o sistema de controle de tráfego aéreo e outras aeronaves em tempo real, composto pela aeronave remotamente pilotada (RPA, *Remotely Piloted Aircraft*), sua estação de pilotagem remota, o enlace de pilotagem e qualquer outro componente associado à sua operação. Já o termo aeromodelo consiste em uma aeronave não tripulada, utilizada para fins exclusivamente recreativos. De acordo com (ICAO, 2020), os RPAS estão criando uma nova indústria com grande potencial econômico. Eles oferecem uma vasta gama de recursos e sofisticação. Suas tecnologias, projetos e conceitos operacionais associados estão evoluindo rapidamente. Além disso, os RPAS possuem grande relevância em aplicações militares, tais como uso em combate, reconhecimento, transporte e lançamento de mísseis em cruzeiro.

FIGURA 1.1 – Foto ilustrativa da RPA Hermes 900, fabricada pela empresa Elbit Systems. Fonte:(ELBIT SYSTEMS, 2020).

Por permitirem a cobertura de uma área razoavelmente grande sem a necessidade de por em risco a vida do operador, são de grande utilidade para procedimentos de busca e salvamento, ou SAR (*Search and Rescue*). Em cenários como alagamentos, tsunamis, ataques terroristas, ou qualquer desastre que comprometa serviços de comunicação, transporte e fornecimento insumos essenciais, eles podem ser utilizados para acelerar os processos de resgate e transportar medicamentos e mantimentos a áreas inacessíveis. Em ambientes mais hostis, como locais contaminados por gases tóxicos, ou acometidos por incêndios florestais ou avalanches, e até mesmo na busca por pessoas desaparecidas, o uso de RPAS pode auxiliar e agilizar os procedimentos de SAR (SHAKHATREH *et al.*, 2018).

Podem também ser empregados para sensoriamento remoto, coletando dados de sensores de solo e redirecionando-os às estações-base terrestres. Com isso, é possível montar uma rede de sensores aéreos para monitoramento ambiental e gerenciamento de desastres. Os dados provenientes de sensoriamento remoto dos RPAS vêm sendo utilizados para apoiar equipes de pesquisa, atendendo a uma ampla gama de aplicações, tais como monitoramento de lavouras, de secas, da qualidade da água e de espécies de árvores (SHAKHATREH *et al.*, 2018).

1.2 Procedimento adotado

Dada a importância crescente do tema, este Trabalho propõe uma metodologia de elaboração de um projeto preliminar de testes de pilotos automáticos e sistemas de aumento de estabilidade, utilizando teoria de controle moderno, com o uso de regulador linear quadrático (LQR,*Linear Quadratic Regulator*) e rastreador linear quadrático (LQ *Tracker*, *Linear Quadratic Tracker*) que serão acoplados a um algoritmo de guiagem para uma condição de cruzeiro da aeronave RPA Half-Scale, utilizada no Esquadão Hórus, da Força Aérea Brasileira (FAB).

A partir dos dados geométricos, aerodinâmicos e de propulsão da aeronave, obtém-se as derivadas de estabilidade e controle através do método de vórtice *lattice* combinado com as características em voo da aeronave no simulador X-Plane. É estabelecido o modelo não linear no *software* MATLAB©, a partir do qual são obtidos os valores dos estados para uma condição de cruzeiro, com velocidade e altitude pré-estabelecidas.

O sistema é linearizado em torno desta condição de equilíbrio e projeta-se o sistema de aumento de estabilidade (SAS, *Stability Augmentation System*) para os modos longitudinal e látero-direcional, bem como pilotos automáticos de manutenção de altitude (*altitude hold*), velocidade (*speed hold*), de ângulo de arfagem (*pitch attitude hold*), ângulo de rolamento (*roll angle hold*) e ângulo de guinada (*yaw angle hold*).

É realizada a integração do piloto automático com a RPA Half-Scale, implementada por (SILVA, 2017) para uso no simulador de voo X-Plane, *software* que possui as características de voo modeladas pela Teoria do Elemento de Pá (*Blade Element Theory*). São realizadas simulações *software-in-the-loop* (SIL) em tempo real e ajustes no sistema de controle de modo iterativo, aumentando a confiabilidade do piloto automático projetado. Por fim, a aeronave é simulada com os todos os pilotos automáticos acoplados, sendo integrada ao algoritmo de guiagem *Waypoint Follower* da biblioteca *UAV Toolbox* do SIMULINK©. Nesta etapa são estabelecidos 5 *waypoints*, com suas respectivas posições geodésicas, que devem ser percorridos pela aeronave de forma autônoma, sendo controlados pelos pilotos automáticos projetados.

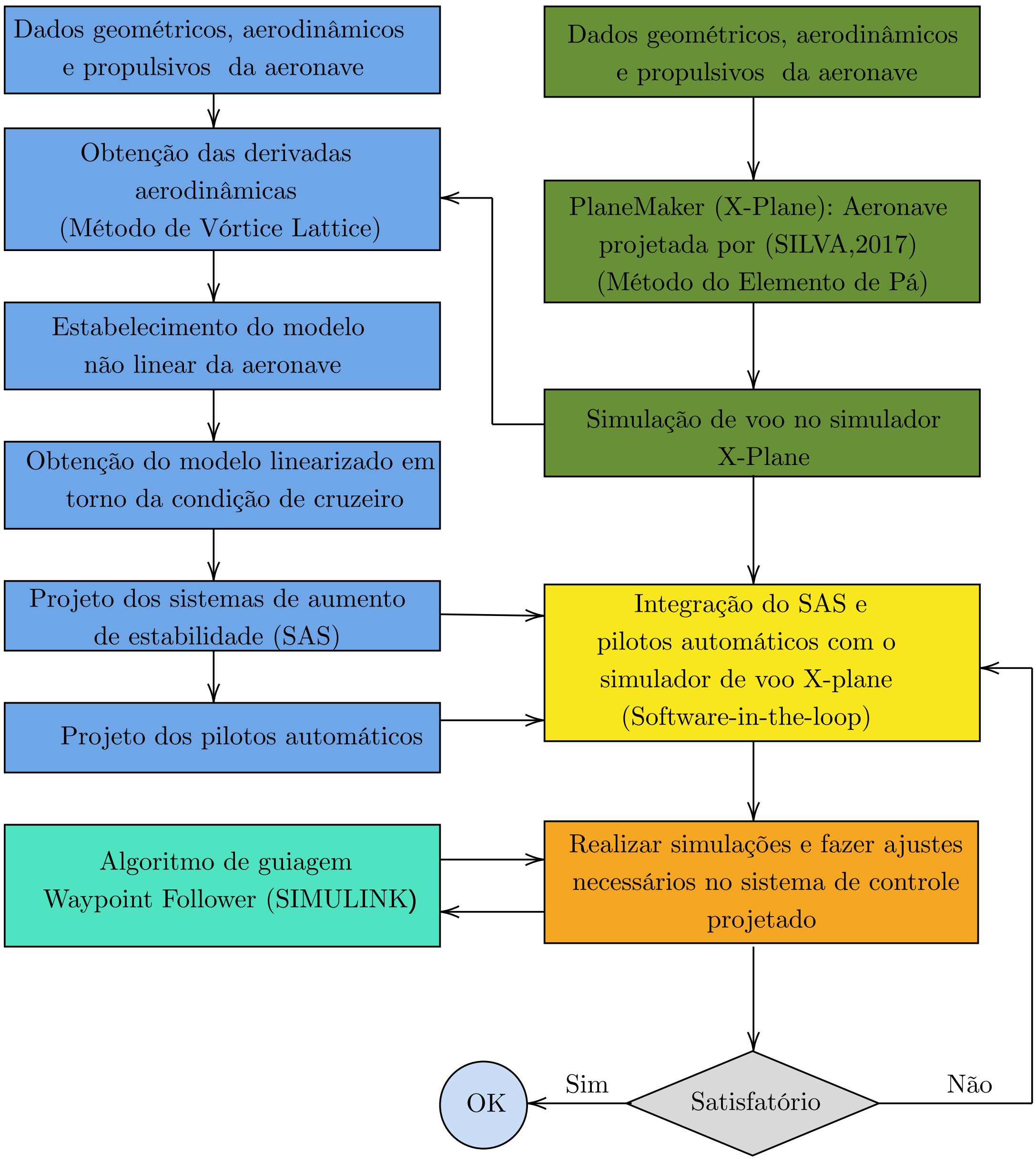

FIGURA 1.2 – Diagrama de blocos representativo do método proposto neste Trabalho para o projeto da plataforma de testes de piloto automático. Fonte: O Autor.

1.3 Objetivos

Este Trabalho possui os seguintes objetivos:

- Obter as derivadas de estabilidade e controle da RPA Half-Scale através do método numérico de Vórtice *Lattice*, com o uso do *software* AVL;
- Obter o modelo não-linear da aeronave no ambiente MATLAB©/SIMULINK© e verificar seu comportamento nos modos longitudinal e látero-direcional;
- Obter o modelo linearizado para a condição de cruzeiro, com suas matrizes de estabilidade longitudinal e látero-direcional, e compará-lo com o modelo não linear;
- Projetar sistemas de aumento de estabilidade para os modos longitudinal e látero-direcional, com a utilização de técnicas de controle moderno (LQR);
- Projetar pilotos automáticos para os modos longitudinal e látero-direcional, com a utilização de técnicas de controle moderno (LQ *Tracker*);
- Validar o sistema de controle projetado no simulador de voo X-Plane, utilizando a simulação do tipo *software-in-the-loop* em tempo real;
- Integrar os pilotos automáticos projetados, o simulador de voo X-Plane e o algoritmo de guiagem *Waypoint Follower*, para o cumprimento de missão com 5 *waypoints* pré-determinados.

2 Aeronave Half-Scale

Segundo (SILVA, 2017), a RPA Half-Scale é operada pelo 1º/12º GAV (Primeiro Esquadrão do Décimo Segundo Grupo de Aviação) - Esquadrão Hórus da Força Aérea Brasileira (FAB), sendo utilizado no treinamento avançado para pilotos externos, capacitando-os a operar modelos mais robustos em missões de reconhecimento, tais como as aeronaves *Elbit Systems* RQ-450 (*Hermes* 450) e RQ-900 (*Hermes* 900).

FIGURA 2.1 – Foto da RPA Half-scale. Fonte:(SILVA, 2017).

Segundo (SILVA, 2017), esta aeronave não possui nenhum tipo de malha de controle, sendo todos os comandos enviados pelo piloto via rádio e transmitidos diretamente para as superfícies de controle, tais como aileron, leme e profundor, o que a difere do RQ-450, em que os comandos enviados pelo rádio-controle são recebidos por um computador de bordo, que possui um sistema de controle avançado com função de auxílio ao piloto automático, de forma que as entradas dadas pelo piloto servem apenas como referência (SILVA, 2017).

Na Tab. 2.1, pode-se verificar as características geométricas do ARP Half-Scale, bem como seus principais parâmetros, obtidos em (SILVA, 2017).

TABELA 2.1 – Características da RPA Half-Scale, obtidas em (SILVA, 2017).

	Característica	**Valor**
m	Massa da aeronave [kg]	15

TABELA 2.1 – Características da RPA Half-Scale, obtidas em (SILVA, 2017).

	Característica	**Valor**
V_{max}	Velocidade máxima [KTAS]	70
$V_{cruzeiro}$	Velocidade de cruzeiro [KTAS]	54
$h_{cruzeiro}$	Altitude de cruzeiro [ft]	980
$b_w/2$	Semi-envergadura da asa [m]	1,5
AR_w	Alongamento da asa	12
S_w	Área de referência da asa [m^2]	0,75
Λ_w	Ângulo de enflechamento da asa [deg]	0
γ_w	Ângulo de diedro da asa [deg]	0
D_w	Afilamento da asa	1
c_w	Corda geométrica da asa	0,25
MAC	Corda média aerodinâmica	0,25
$(b_v/2)^*$	Semi-envergadura molhada da cauda em V [m]	0,55
$(AR_v)^*$	Alongamento molhado da cauda em V [m]	6,05
$(S_v)^*$	Área molhada da cauda em V [m^2]	0,20
Λ_v	Ângulo de enflechamento da cauda em V [deg]	3
D_v	Ângulo de diedro da cauda em V [deg]	3
λ_v	Afilamento da cauda em V	0,5
I_{xx} (CG)	Momento de inércia [$kg \cdot m^2$]	26,36
I_{yy} (CG)	Momento de inércia [$kg \cdot m^2$]	28,34
I_{zz} (CG)	Momento de inércia [$kg \cdot m^2$]	2,767
I_{xy} (CG)	Momento de inércia [$kg \cdot m^2$]	0
I_{xz} (CG)	Momento de inércia [$kg \cdot m^2$]	0,007
I_{yz} (CG)	Momento de inércia [$kg \cdot m^2$]	0,497
-	Aerofólio da asa	NACA 5314
-	Aerofólio da cauda em V	NACA 0012
x_{cg}	Posição de x_{cg} (em relação ao nariz da aeronave) [m]	1,1
y_{cg}	Posição de y_{cg} (em relação ao nariz da aeronave) [m]	0
z_{cg}	Posição de z_{cg} (em relação ao nariz da aeronave) [m]	0

Observa-se na Fig. 2.2 a vista em três dimensões da aeronave, a partir da qual foi possível obter as derivadas de estabilidade e controle, e consequentemente, o modelo matemático da aeronave e sua malha de controle.

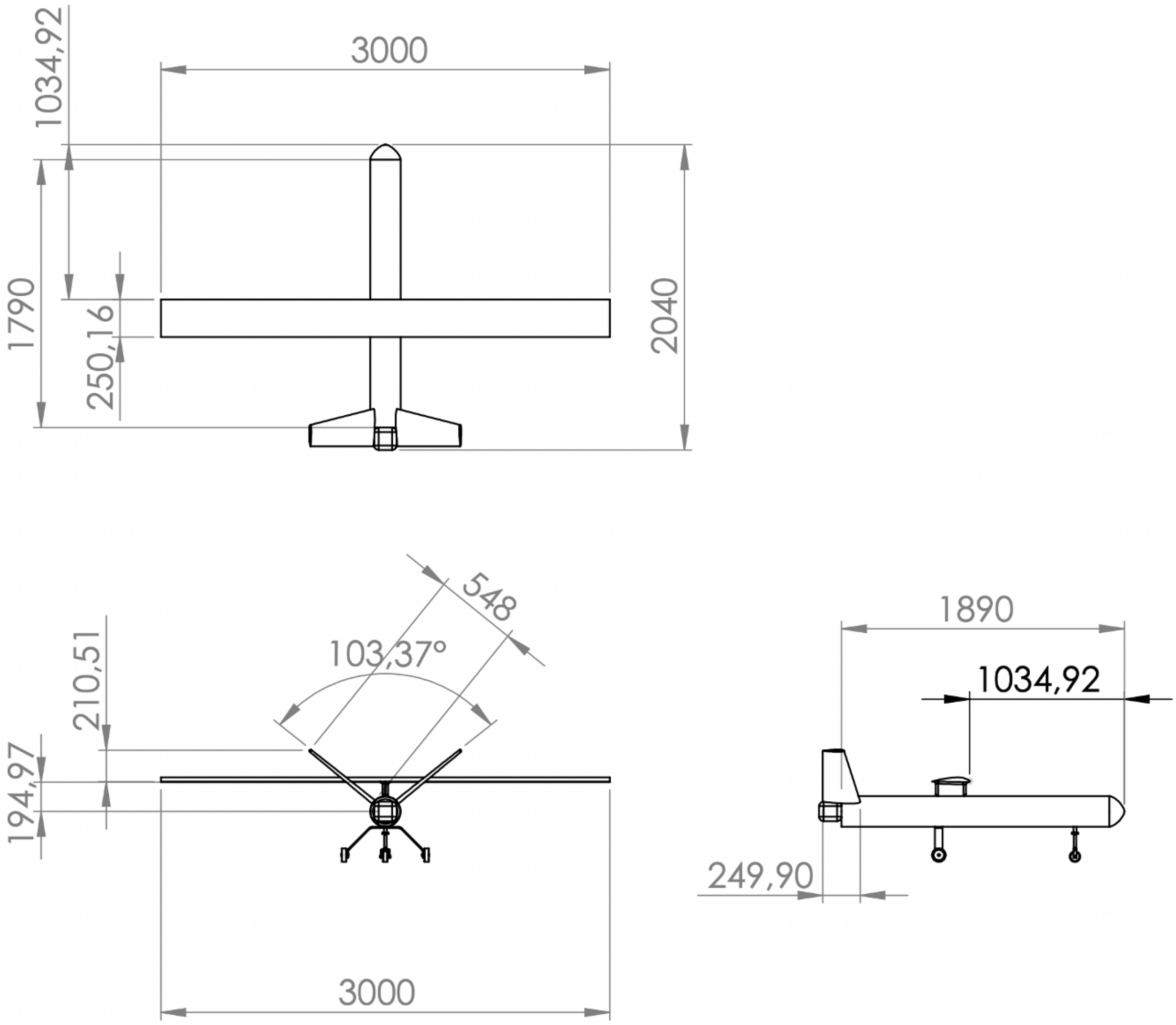

FIGURA 2.2 – Vista em 3 dimensões da RPA Half-Scale (unidades em mm). Fonte: Cortesia da Empresa G2W Sistemas.

3 Análise e obtenção das derivadas aerodinâmicas

3.1 Método de vórtice *lattice*

Segundo (DRELA, 2014), o método de vórtice *lattice* é um método numérico de dinâmica de fluidos computacional (CFD), que consiste na implementação de solução numérica do problema geral da superfície de sustentação 3D, caracterizado pela sua simplicidade no cálculo do fluxo em potencial 3D e sendo comumente utilizado no desenvolvimento inicial de configuração de aeronaves, visto que sua simplicidade e velocidade permitem examinar um grande número de possibilidades em um intervalo de tempo relativamente curto. Também é empregado para estimar a carga estrutural inicial e fornece os valores de estado referentes ao trim (equilíbrio dinâmico) da aeronave, bem como suas derivadas de estabilidade e controle, com a consideração das equações linearizadas de forças e momentos.

O método de vórtice *lattice*, tal como qualquer outro método numérico, possui algumas simplificações e limitações, tais como:

- O fluido é considerado incompressível, invíscido e irrotacional. Porém, escoamentos subsônicos compressíveis com poucas perturbações podem ser calculados, devido a aplicação da transformação de Prandtl-Glauert.
- As superfícies de sustentação são consideradas finas e não possuem influências da espessura nas forças aerodinâmicas.
- Considera-se que as dimensões dos ângulos de ataque e derrapagem permitem aproximações para ângulos pequenos.

Na Fig. 3.1, pode-se visualizar que dadas as considerações adotadas, o escoamento é solucionado pela Equação de Laplace, com baixo custo computacional, possuindo, no entanto, baixa fidelidade em relação a outros métodos mais robustos.

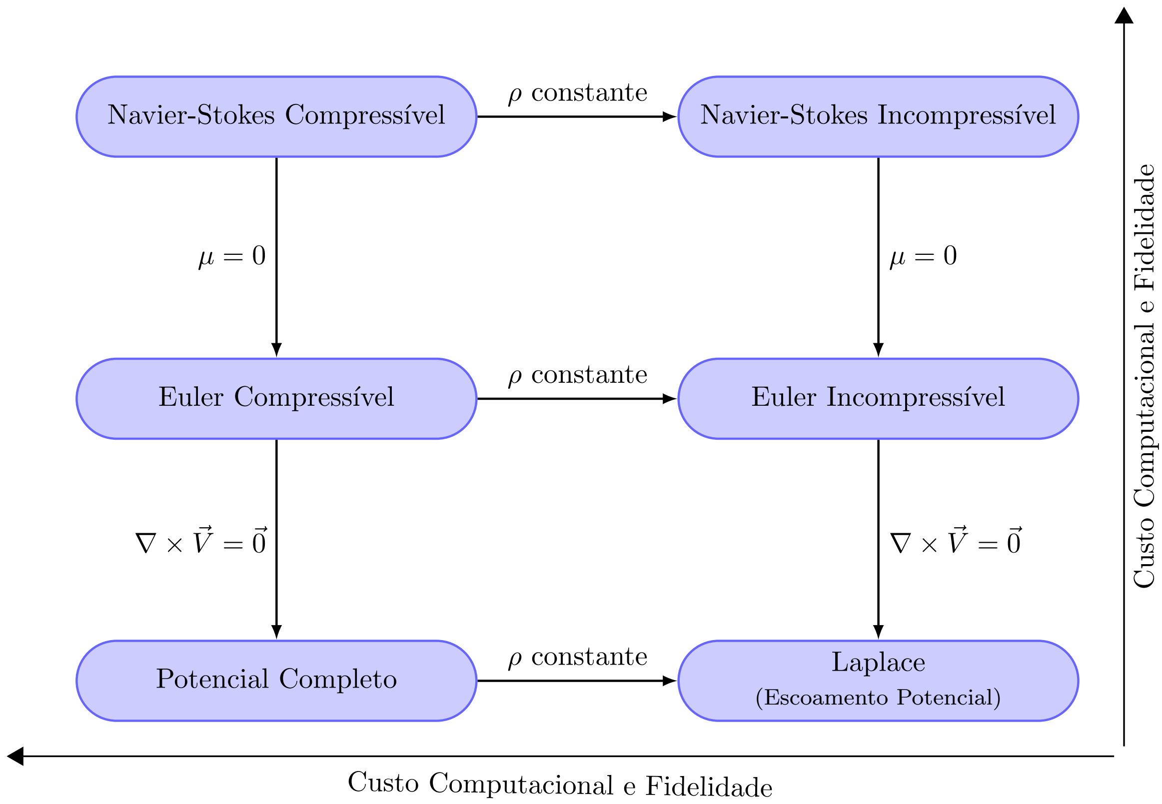

FIGURA 3.1 – Diagrama de blocos representativo das simplificações e limitações do método de vórtice *lattice*. Fonte: Adaptado de (ANDERSON, 2016).

3.1.1 Conceitos iniciais

Com base nas considerações mencionadas, se um aerofólio (2 dimensões) produz sustentação, então a circulação Γ gerada pelo campo de velocidade $\vec{V}$ em torno deste será dado pela Eq 3.1.

$$\Gamma = \oint_A \vec{V} \bullet \vec{ds} \tag{3.1}$$

A razão de sustentação por unidade de comprimento do aerofólio é dada pelo Teorema de Kutta-Joukowski (Eq. 3.2).

$$L^{'} = \rho_\infty V_\infty \Gamma \tag{3.2}$$

Esta Equação evidencia a proporcionalidade entre a sustentação e a circulação Γ em torno do aerofólio. Porém, de acordo com (ANDERSON, 2016), é incorreto afirmar que a circulação Γ gera a sustentação, sendo ambas geradas pela diferença de pressão entre o intradorso e o extradorso do aerofólio.

Em asas finitas, o escoamento se dá em três dimensões, que, devido à diferença de pressão abrupta entre o intradorso e extradorso nas pontas da asa, somada à velocidade do escoamento não perturbado, geram a ocorrência de vórtices de ponta de asa, conforme a Fig. 3.2. Isto causa os efeitos de *downwash* e arrasto induzido. Diante disso, é necessário incluir alguns conceitos para a análise de asas finitas, tais como o vórtice de filamento, a Lei de Biot-Savart e os Teoremas de Vórtice de Helmholtz.

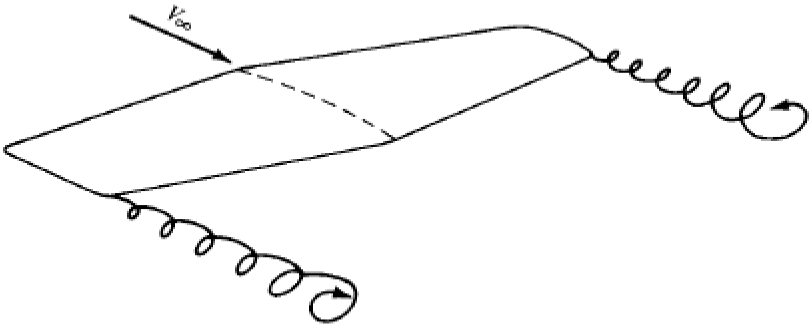

FIGURA 3.2 – Figura ilustrativa da ocorrência de vórtices de ponta de asa. Fonte: (ANDERSON, 2016).

De acordo com (ANDERSON, 2016), um filamento de vórtice de intensidade Γ induz uma velocidade conforme a Eq. 3.3, que é conhecida como a Lei de Biot-Savart e é uma das Leis Fundamentais do Escoamento Invíscido e Incompressível.

$$\vec{V} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{|r|^3} \tag{3.3}$$

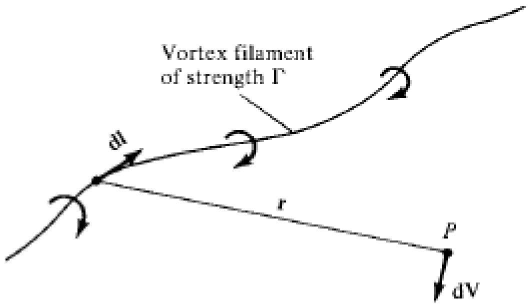

FIGURA 3.3 – Figura ilustrativa de um filamento de vórtice. Fonte: (ANDERSON, 2016).

De acordo com (ANDERSON, 2016), o Teorema de Vórtice de Helmholtz estabelece dois princípios na análise de escoamento invíscido e incompressível:

- A intensidade do filamento de vórtice é constante ao longo de seu comprimento.

- O filamento de vórtice não termina no escoamento, devendo se estender para os contornos do fluido, tendendo ao infinito ou formando um caminho fechado.

3.1.2 Teoria Clássica da linha de sustentação

De acordo com (ANDERSON, 2016), a Teoria Clássica da Linha de Sustentação, desenvolvida por Ludwig Prandtl no período de 1911-1918, apresentou um método prático para determinar as propriedades aerodinâmicas de uma asa finita, sendo até hoje utilizada em cálculos preliminares aerodinâmicos. Esta teoria estabelece que uma asa finita, submetida a um escoamento não perturbado e que gera sustentação e arrasto induzido, pode ser modelada matematicamente como a soma de um vórtice de filamento colado à asa em uma localização fixa em relação ao escoamento e de dois vórtices livres, que acompanham o sentido do movimento do escoamento ao longo da corda da asa até o infinito, em concordância com o Teorema de Helmholtz. Este conjunto formado por um vórtice colado e dois livres é designado vórtice de ferradura, como ilustrado na Fig. 3.4.

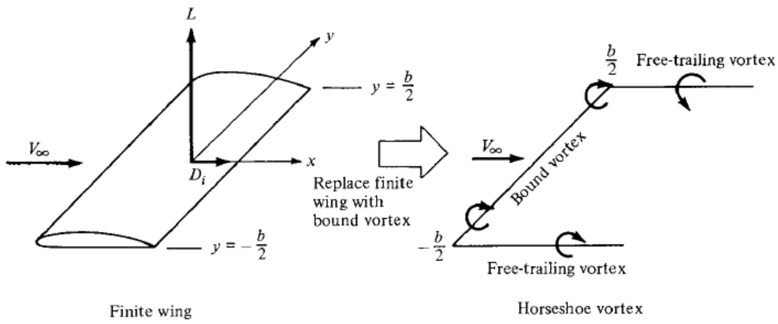

FIGURA 3.4 – Figura ilustrativa da substituição da asa finita por um vórtice de ferradura. Fonte: (ANDERSON, 2016).

Na Fig. 3.5, verifica-se que o vórtice colado não induz uma velocidade de *downwash* (no sentido negativo do eixo z, tendo como referência a Fig. 3.5), sendo esta ocasionada pela presença dos vórtices livres.

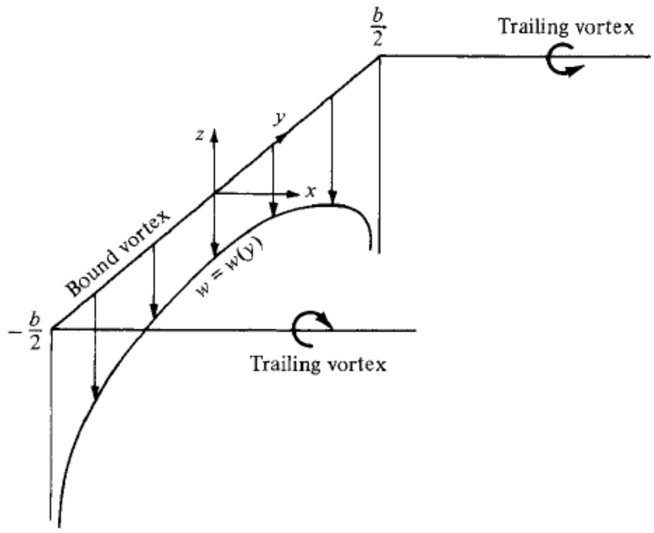

FIGURA 3.5 – Figura ilustrativa da distribuição de *downwash* ao longo do eixo y, devido a um vórtice de ferradura. Fonte: (ANDERSON, 2016).

$$w(y) = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{b}{(\frac{b}{2})^2 - y^2} \tag{3.4}$$

Porém, para maior fidelidade na solução, é necessário uma maior discretização, com maior quantidade de vórtices de ferradura ao longo da linha de sustentação.

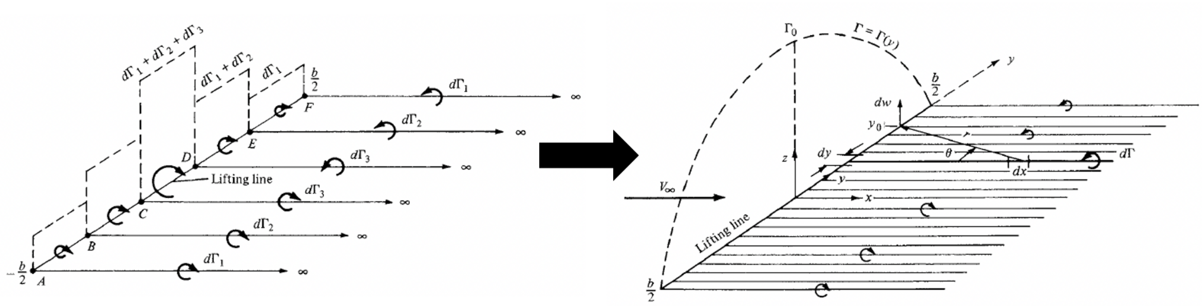

FIGURA 3.6 – Figura ilustrativa da superposição de um número finito de vórtices de ferradura ao longo da linha de sustentação (esquerda) e de um número infinito de vórtices de ferradura (direita). Fonte: (ANDERSON, 2016).

Aplicando o princípio da superposição, a velocidade total induzida em um ponto y_0 na linha de sustentação devido à folha de vórtices de fuga é dada pela Eq. 3.5.

$$w(y_0) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\frac{d\Gamma}{dy}}{y_0 - y} dy \tag{3.5}$$

Conforme (ANDERSON, 2016), embora a Teoria da Linha de Sustentação forneça resultados razoáveis para asas com moderados alongamentos e sem afilamento, esta não é apropriada para asas com pequenos alongamentos, enflechadas e no formato de delta. Para estes casos mais complexos, adota-se um modelo mais sofisticado, baseado na Teoria da Superfície de Sustentação.

3.1.3 Teoria da Superfície de Sustentação

A teoria da superfície de sustentação é uma extensão da teoria do aerofólio fino para três dimensões. Ela modela o escoamento em torno das asas e caudas de uma configuração geral de aeronave em espaço 3D utilizando as folhas de vórtice $\gamma(x, y)$ e $\delta(x, y)$. O objetivo é representar a sustentação, a força lateral, os momentos e o arrasto induzido da configuração utilizando apenas o arqueamento da superfície de curvatura, com os efeitos de volume dos vários componentes sendo ignorados.

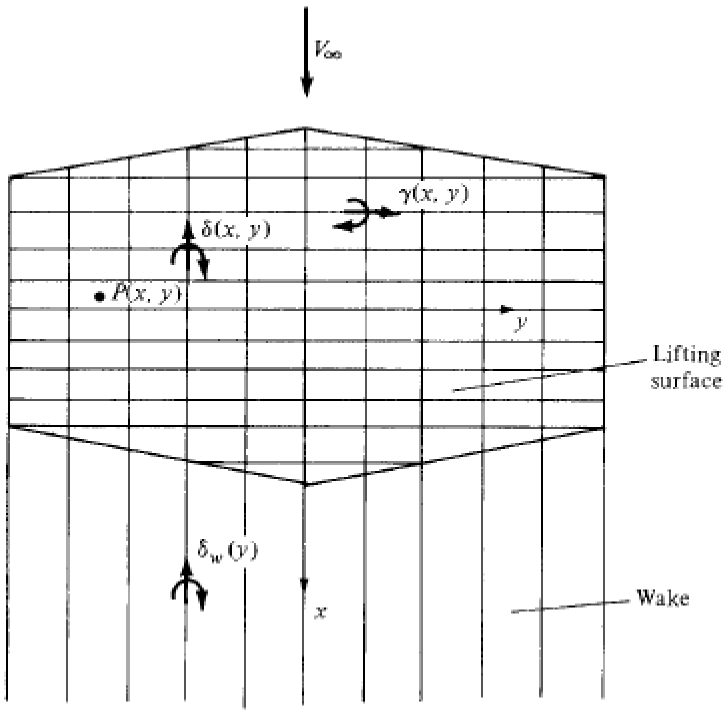

FIGURA 3.7 – Figura ilustrativa da distribuição de uma superfície de sustentação. Fonte: (ANDERSON, 2016).

Segundo (BERTIN; CUMMINGS, 2013), no método de vórtice *lattice*, as superfícies de sustentação são divididas em N painéis, e cada um deles possui uma linha de sustentação a 1/4 da corda e um ponto de controle a 3/4 da corda.

Segundo (DRELA, 2014), considera-se que cada vórtice de ferradura induz uma parcela de velocidade nos pontos de controle. É aplicada a condição de contorno de não-penetração do escoamento em cada um desses pontos, o que fornece a circulação Γ_i gerada por cada vórtice de ferradura e as forças aerodinâmicas através do Princípio da Superposição.

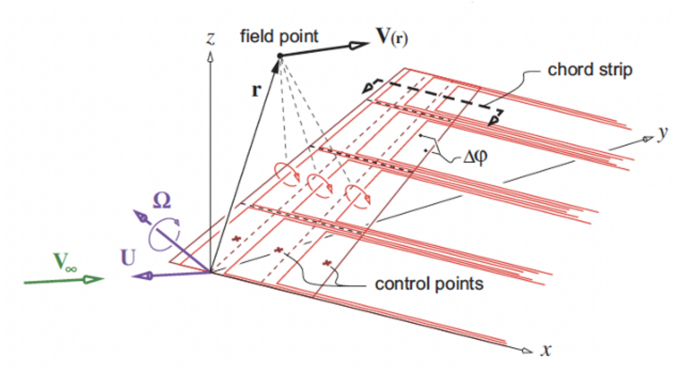

FIGURA 3.8 – Figura ilustrativa de uma superfície de sustentação, na qual há contribuição dos vórtices de ferradura para a velocidade induzida, $V(\vec{r})$, a uma distância $\vec{r}$ do eixo de coordenadas. Fonte: Adaptado de (DRELA, 2014).

$$V(r) = V_\infty + \Omega \times r - \sum_{h.v.} \frac{\Gamma}{4\pi} \int \frac{dl' \times (r - r')}{|r - r'|^3} \stackrel{3.7}{\Longrightarrow} V(r) = V_\infty - \sum_{i=1}^{N} \Gamma_i \hat{V}_i(r_j^c) \qquad (3.6)$$

Na Eq. 3.6, $\hat{V}_i(r)$ é uma função de Kernel dada pela Eq. 3.7, que representa a velocidade induzida corresponde às três contribuições de cada vórtice de ferradura em um ponto de controle r_j^c, considerado um Γ_i unitário. A sua representação geométrica pode ser visualizada na Fig. 3.9.

$$\hat{V}_i(r) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{a \times b}{|a||b| + a \bullet b} \left(\frac{1}{|a|} + \frac{1}{|b|} \right) + \frac{a \times \hat{x}}{|a| - a \bullet \hat{x}} \frac{1}{|a|} - \frac{b \times \hat{x}}{|b| - b \bullet \hat{x}} \frac{1}{|b|} \right] \qquad (3.7)$$

Aplica-se a condição de não-penetração nos pontos de controle, sob a consideração de que cada vórtice de ferradura i induz uma velocidade $\hat{V}_i(r_j^c)$ em cada ponto de controle j, obtendo-se assim os valores de Γ_i a partir do sistema linear da Eq. 3.8 e, consequentemente, as forças e momentos aerodinâmicos.

$$\left(V_\infty + \Omega \times r_j^c - \sum_{i=1}^{N} \hat{V}_i(r_j^c) \cdot \Gamma_i \right) \bullet \hat{n}_i = 0 \qquad (j = 1, ...N) \qquad (3.8)$$

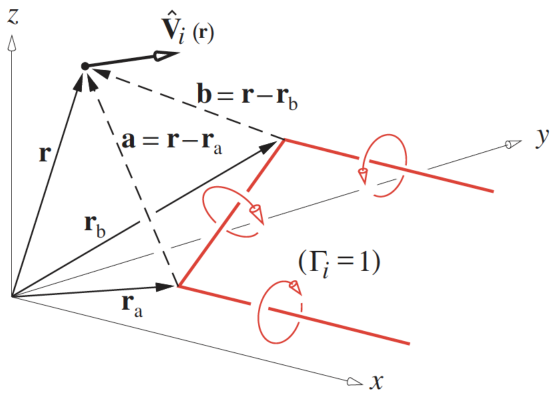

FIGURA 3.9 – Figura ilustrativa de um vórtice de ferradura, induzindo uma velocidade $\hat{V}_i(r)$ com $\Gamma_i = 1$ em um ponto em $\vec{r}$. Fonte: (DRELA, 2014).

3.2 O *software* AVL (Athena Vortex Lattice)

Para se estimar as derivadas de estabilidade e de controle, foi utilizado o AVL (*Athena Vortex Lattice*), um *software* concebido originalmente por Harold Youngren em 1988 para compor a coleção de *software* Athena TODOR aero do MIT (*Massachusetts Institute of Technology*). Desde então, o programa passou por diversas atualizações (DRELA; YOUNGREN, 2017).

De acordo com (DRELA; YOUNGREN, 2017), este *software* realiza a análise aerodinâmica e da dinâmica de voo de aeronaves rígidas de configuração arbitrária, empregando o modelo de vórtice *lattice* estendido para as superfícies de sustentação, juntamente com um modelo de corpo delgado para fuselagens e naceles. A análise dinâmica de voo combina uma linearização completa do modelo aerodinâmico sobre qualquer estado de voo, juntamente com propriedades de massa especificadas. Dessa forma, o programa é capaz de realizar uma rápida análise aerodinâmica, cálculo de trim e análise de estabilidade dinâmica, sendo uma ferramenta de desenvolvimento preliminar de uma configuração de aeronave.

3.3 Simulação no AVL

A simulação no *software* AVL foi realizada a partir dos dados disponibilizados em (SILVA, 2017) referentes a RPA Half-Scale, e com o caso teste na condição de voo de cruzeiro.

Na elaboração do programa de entrada no AVL (código em anexo), considerou-se 8 superfícies, sendo 4 duplicadas, devido à simetria em relação ao eixo x da aeronave (longitudinal), conforme a Fig. 3.11. Nos dados de entrada programa, as superfícies de controle devem ser inseridas com base na fração de corda que ocupam na asa. Com o intuito de se obter uma maior fidelidade na análise, optou-se por considerar as superfícies de controle de forma independente, constituídas de uma fração de 100% de corda, conforme sugestão em (DRELA; YOUNGREN, 2017), para que a discretização fosse mais eficiente. Esse procedimento foi adotado pois a discretização na forma de cossenos, que foi a utilizada na implementação proposta, é feita tanto no sentido da corda quanto no da envergadura e se torna mais precisa nas extremidades da superfície. Enfim, foram consideradas 2 superfícies para a asa, 2 para o profundor (com fração de 100% da corda), 2 para a cauda em V e 2 para a superfície de controle de aileron e leme (com fração de 100% da corda).

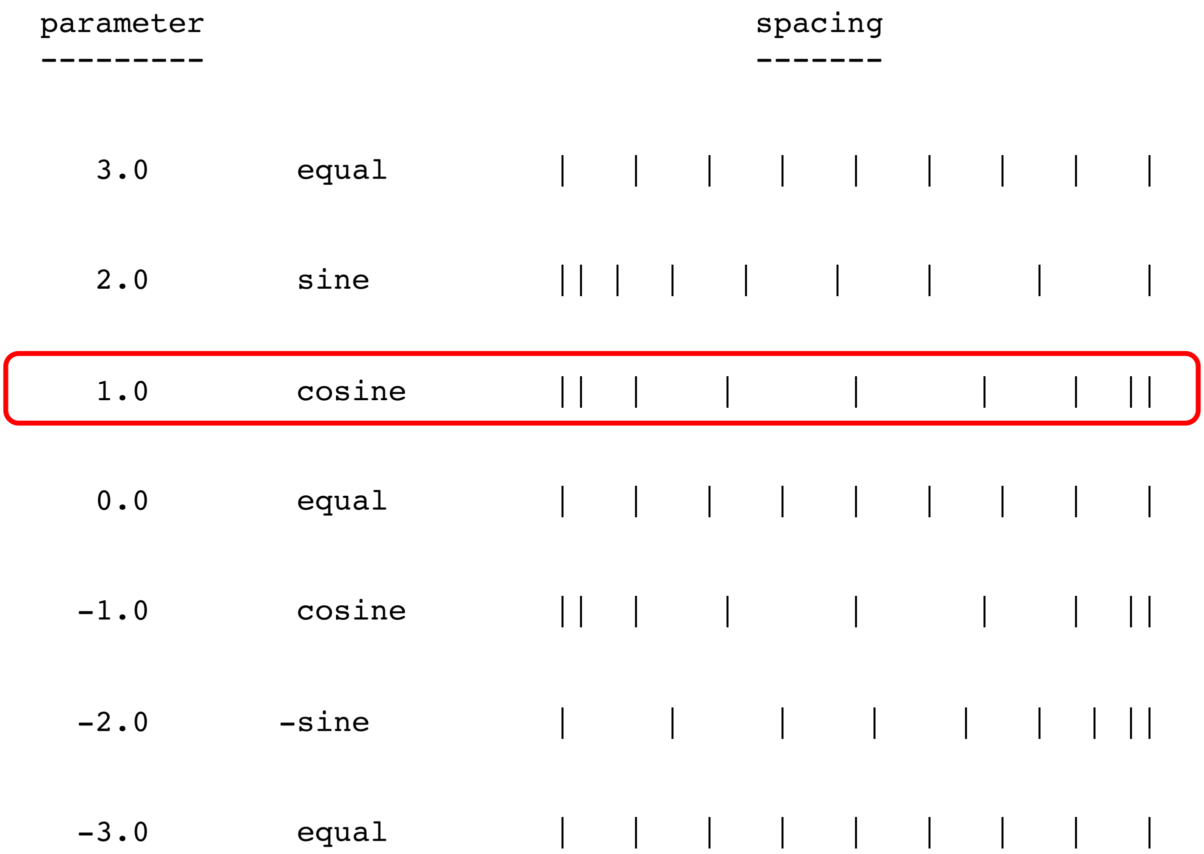

FIGURA 3.10 – Figura representativa do tipo de discretização adotada na obtenção dos coeficientes aerodinâmicos da aeronave RPA Half-Scale. Fonte: (DRELA; YOUNGREN, 2017).

É preciso também estabelecer a proporção entre as discretizações ao longo da corda e da envergadura em cada superfície. Na simulação realizada, foram consideradas 8 linhas ao longo de cada corda e 26 linhas ao longo de cada alongamento, para todas as superfícies. Esta proporção de discretização foi obtida heuristicamente, a partir da verificação que o aumento de um desses parâmetros individualmente não levava à convergência da solução. Foi testada também uma discretização em torno de 20% maior, com 10 linhas em cada corda e 34 ao longo da envergadura, obtendo-se resultados similares.

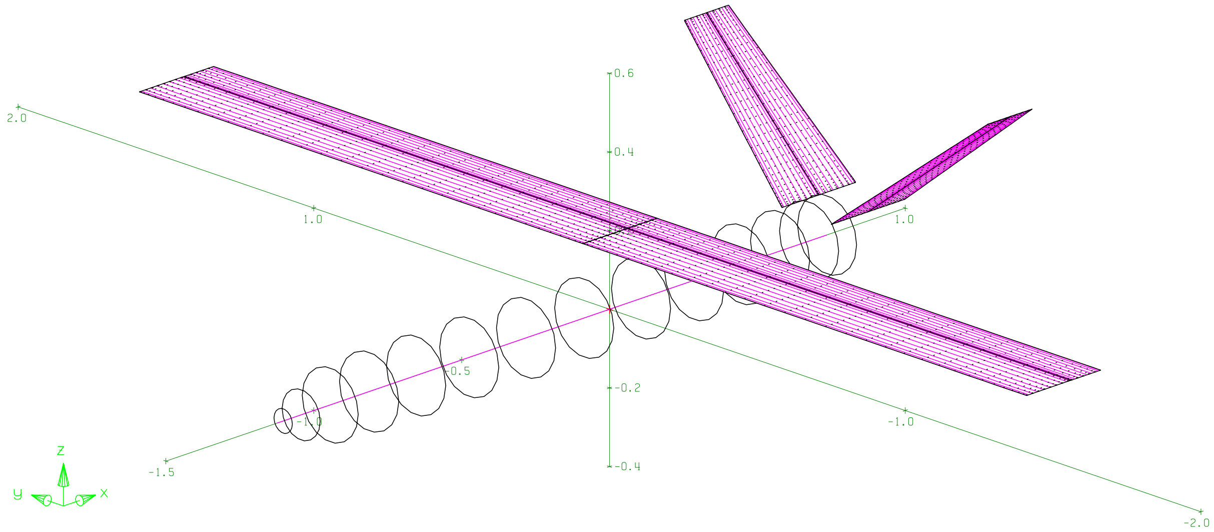

FIGURA 3.11 – Figura obtida através da simulação no *software* AVL da aeronave Half-scale. A origem do eixo de coordenadas está localizado no CG da aeronave e as dimensões apresentadas estão em metros. Fonte: Autor.

Assim como os demais métodos numéricos, o AVL possui diversas simplificações, tais como a consideração de escoamento invíscido. Logo, a priori, o arrasto de caráter viscoso não pode ser estimado. Como solução, interpolou-se os dados de saída de arrasto viscoso no XFOIL, conforme será explicado adiante. Além disso, apesar de o *software* possuir a capacidade de modelar corpos como fuselagens e naceles partir de filamentos de fontes e *doublets*, o próprio manual do usuário recomenda que não se utilize a fuselagem quando se espera que ela exerça pouca influência nas cargas aerodinâmicas, visto que o modelo empregado no programa é relativamente limitado (DRELA; YOUNGREN, 2017). Porém, foram simuladas as condições com e sem fuselagem, sem mudanças significativas nos resultados. Logo, escolheu-se inserir a forma da fuselagem, tendo em vista sua geometria simples e de fácil implementação.

Os resultados das derivadas de estabilidade no AVL dependem de uma série de fatores, tais como densidade do ar, número de Mach, ângulo de ataque e de derrapagem instantâneos. Optou-se por obtê-los na altitude e velocidade de cruzeiro. Por se tratar de uma aeronave de pequeno porte, com altitude de cruzeiro relativamente baixa e pouca variação de velocidade, obteve-se um desvio de cerca de 1% entre a posição em cruzeiro ($V = 54$ kt e $h = 980$ ft) e o nível do mar (Mach$= 0$ e $h = 0$ ft), o que permite aproximar as derivadas de estabilidade e controle para outros níveis de voo. Este critério também foi adotado em (DU, 2011), em situações de pequenas variações de altitude.

Por outro lado, observou-se a variação considerável das derivadas aerodinâmicas com a mudança do ângulo de ataque da aeronave, conforme observado em (LONDONO, 2009), (TANNER; MONTGOMERY, 1979) e (DU, 2011). Como solução deste problema, foram simulados os resultados das derivadas de estabilidade e controle para os ângulos de ataque $\alpha = [-16, 16]$ graus e interpoladas em relação a esta variável, conforme adotado por (LONDONO, 2009) e (DU, 2011). Nas Figuras 3.12 e 3.13, constam as interpolações realizadas das derivadas aerodinâmicas variando-se α. Tanto as derivadas quanto as interpolações estão nas unidades de radianos, com apenas a representação ilustrativa de α em graus no eixo das abcissas.

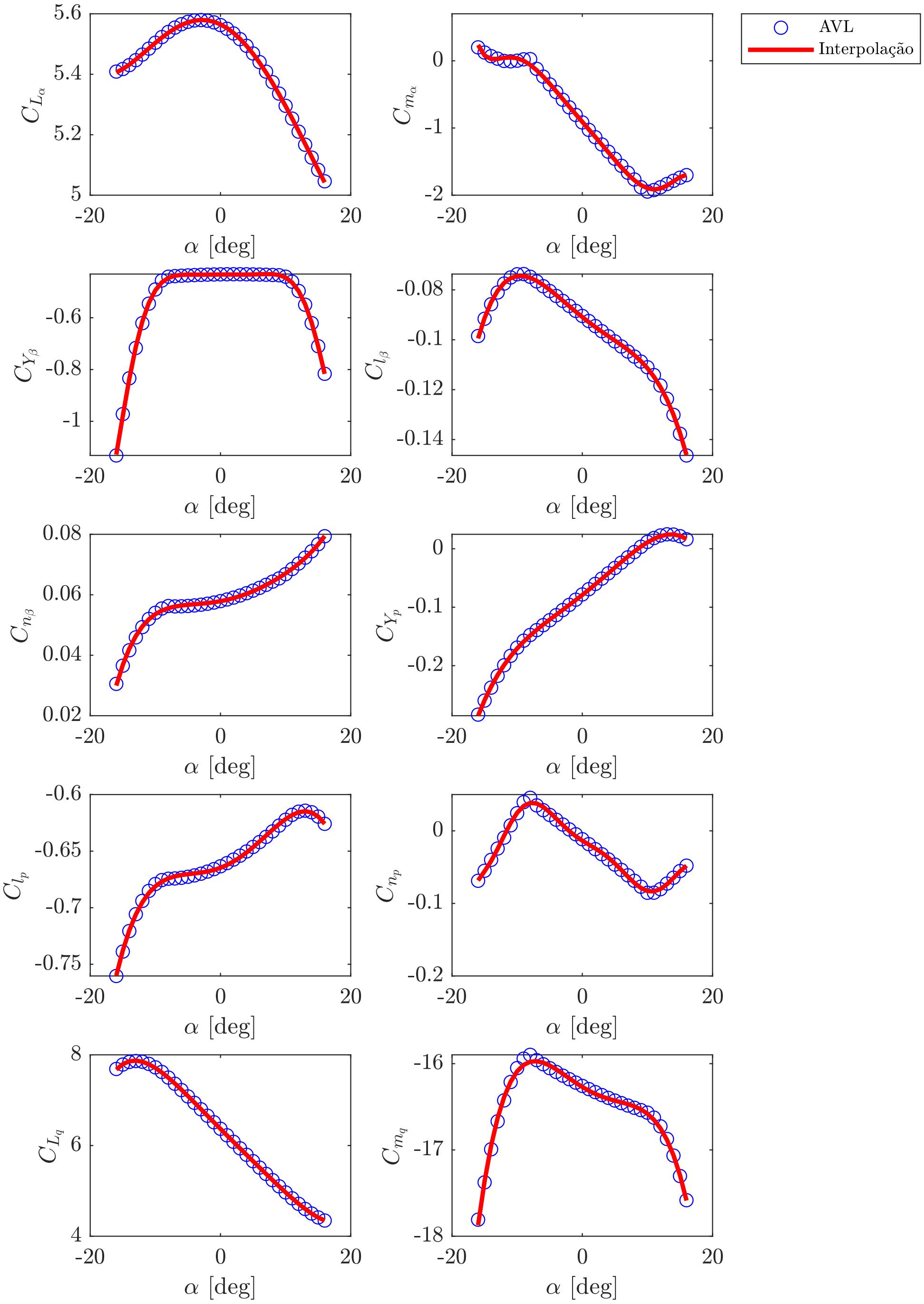

FIGURA 3.12 – Derivadas de controle longitudinais, látero-direcionais e de controle. As unidades de interpolação e das derivadas encontram-se em unidades de radianos. A abcissa está em graus somente para fins de ilustração. Fonte: Autor.

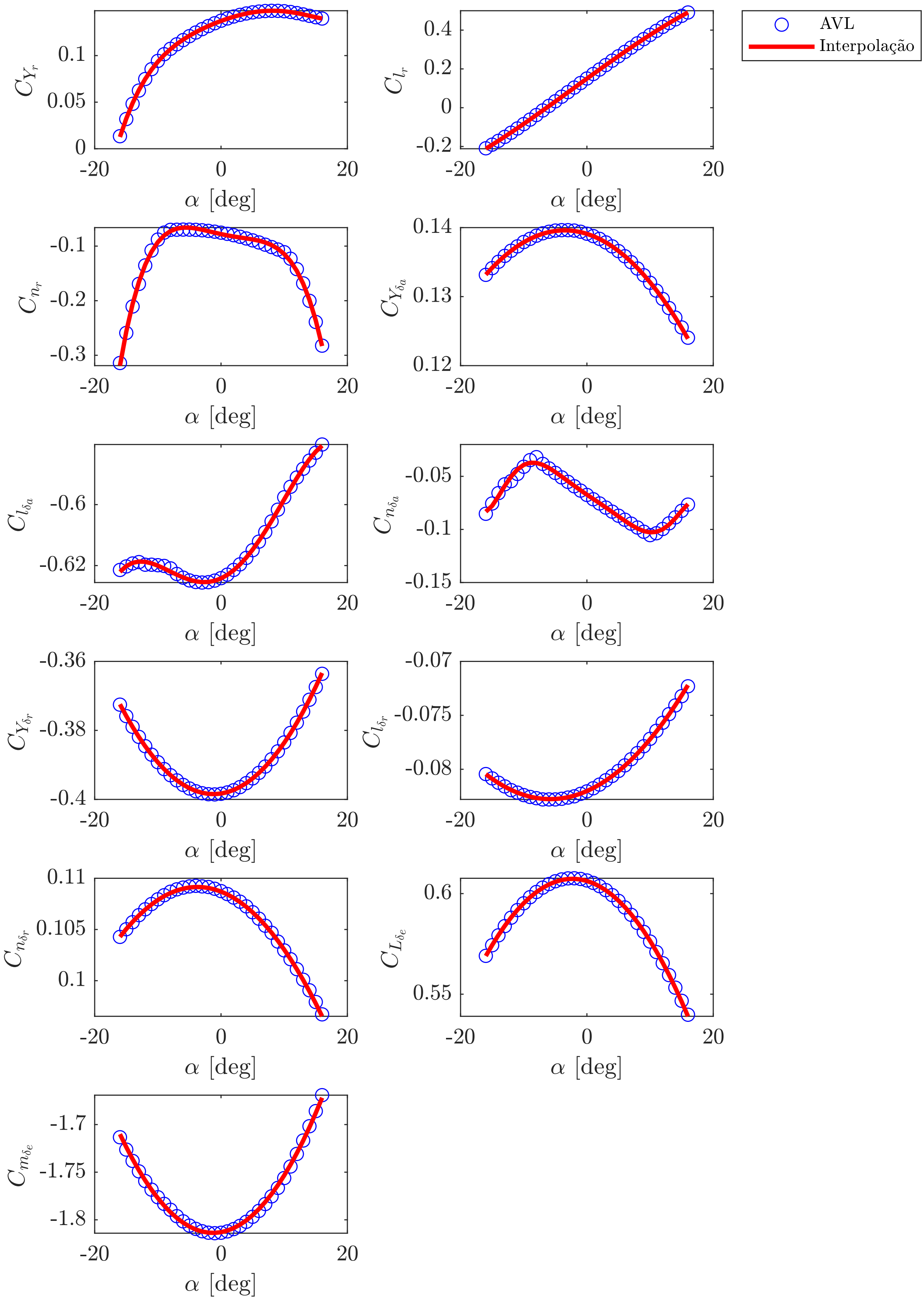

FIGURA 3.13 – Derivadas de controle longitudinais, látero-direcionais e de controle. As unidades de interpolação e das derivadas encontram-se em unidades de radianos. A abcissa está em graus somente para fins de ilustração. Fonte: Autor.

3.4 Cálculo do arrasto viscoso

3.4.1 Arrasto viscoso na asa e na cauda em V

Com a finalidade de se calcular o arrasto viscoso e tendo em vista que o AVL utiliza a simplificação de escoamento invíscido, foram incluídos dados de saída de simulação com correção viscosa no XFOIL para os dois aerofólios utilizados na asa e na cauda em V. Esse procedimento foi realizado a partir do comando "CDCL", do AVL, no qual são incluídos três pares de (C_L,C_D) obtidos pelo XFOIL e interpolados em cada painel do AVL, com sua correspondência de arrasto viscoso aos valores obtidos de C_L, de acordo com o previsto no manual do AVL (DRELA; YOUNGREN, 2017). Os três pontos escolhidos para interpolação devem estar situados nas condições de $C_{L_{max}}$, $C_{L_{C_{D_{min}}}}$ e $C_{L_{min}}$, a partir das quais é realizada uma interpolação parabólica pelo programa AVL.

Para o cálculo do Número de Reynolds, levou-se em consideração a velocidade e altitude de cruzeiro, bem como a corda média aerodinâmica (CMA) dos aerofólios da asa e da cauda em V. A temperatura, a densidade do ar e a velocidade do som foram obtidos em concordância com a altitude de 984 ft (cruzeiro) na atmosfera ISA (*International Standard Atmosphere*).

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T_{ISA}}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + S_0}{T_{ISA} + S_0} \tag{3.9}$$

$$(Re)_{aerofolio} = \frac{\rho_{cruzeiro} \cdot V_{cruzeiro} \cdot (\mathrm{CMA})_{aerofolio}}{\mu} \tag{3.10}$$

TABELA 3.1 – Tabela contendo os valores calculados de Número de Reynolds para os aerofólios NACA 0012 (Asa) e NACA 5314 (Cauda em V).

Aerofólio	T_{ISA} [K]	μ $[kg/m \cdot s]$	ρ_{ISA} $[kg/m^3]$	$V_{cruzeiro}$ [kt]	CMA [m]	Re
NACA 5314	286,2	$1{,}78 \cdot 10^{-5}$	1,19	54	0,25	$4{,}64 \cdot 10^5$
NACA 0012	286,2	$1{,}78 \cdot 10^{-5}$	1,19	54	0,20	$3{,}71 \cdot 10^5$

Na Fig. 3.14, pode-se visualizar as curvas de C_L versus α para ambos os aerofólios, simulados no XFOIL, com seus respectivos números de Reynolds. Verifica-se que os coeficientes angulares das curvas se adequam bem à Teoria do Aerofólio Fino ($C_{L_\alpha} = 2\pi$) nas regiões onde não ocorre o *stall* (perda abrupta de sustentação). Pode-se observar também as duplas (C_L,C_D) retiradas da simulação nas condições de $C_{L_{max}}$, $C_{L_{C_{D_{min}}}}$ e $C_{L_{min}}$, pontos sugeridos pelo manual do AVL para se fazer uma interpolação parabólica (DRELA; YOUNGREN, 2017).

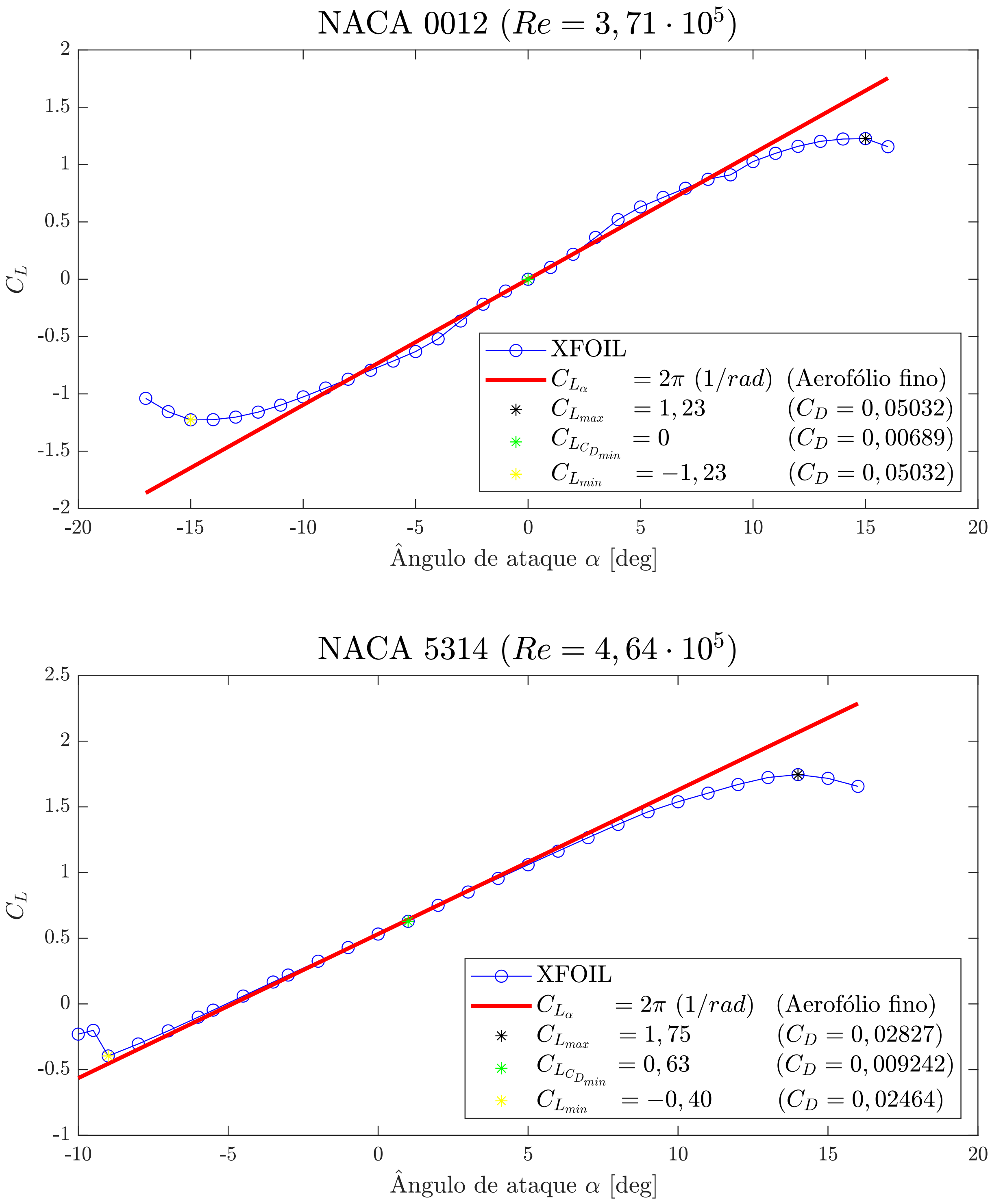

FIGURA 3.14 – Curvas de C_L versus α dos aerofólios da asa (NACA 5314) e da cauda em V (NACA 0012) simulados no XFOIL, contendo os pontos de (C_L,C_D) a serem interpolados no AVL. Fonte: Autor.

3.4.2 Arrasto viscoso na fuselagem

Para se calcular o arrasto viscoso na fuselagem, foi adotado o método semi-empírico de classe II proposto por (ROSKAM, 2000). Para se obter o C_f da Eq. 3.12, foi calculado o Número de Reynolds da fuselagem na condição de cruzeiro e realizada sua entrada na Fig. 3.15.

$$(Re)_{fuselagem} = \rho_{cruzeiro} \cdot V_{cruzeiro} \cdot L_f = 3,5 \cdot 10^6 \overset{\text{Fig. 3.15}}{\Longrightarrow} C_f = 0,0036 \tag{3.11}$$

$$C_{D0_{fuselagem}} = \left(1 + \frac{60}{\left(\frac{L_f}{D_f}\right)^3} + 0,0025 \cdot \frac{L_f}{D_f}\right) \cdot C_f \cdot \frac{S_{wet,fus}}{S_w} = 0,0624 \tag{3.12}$$

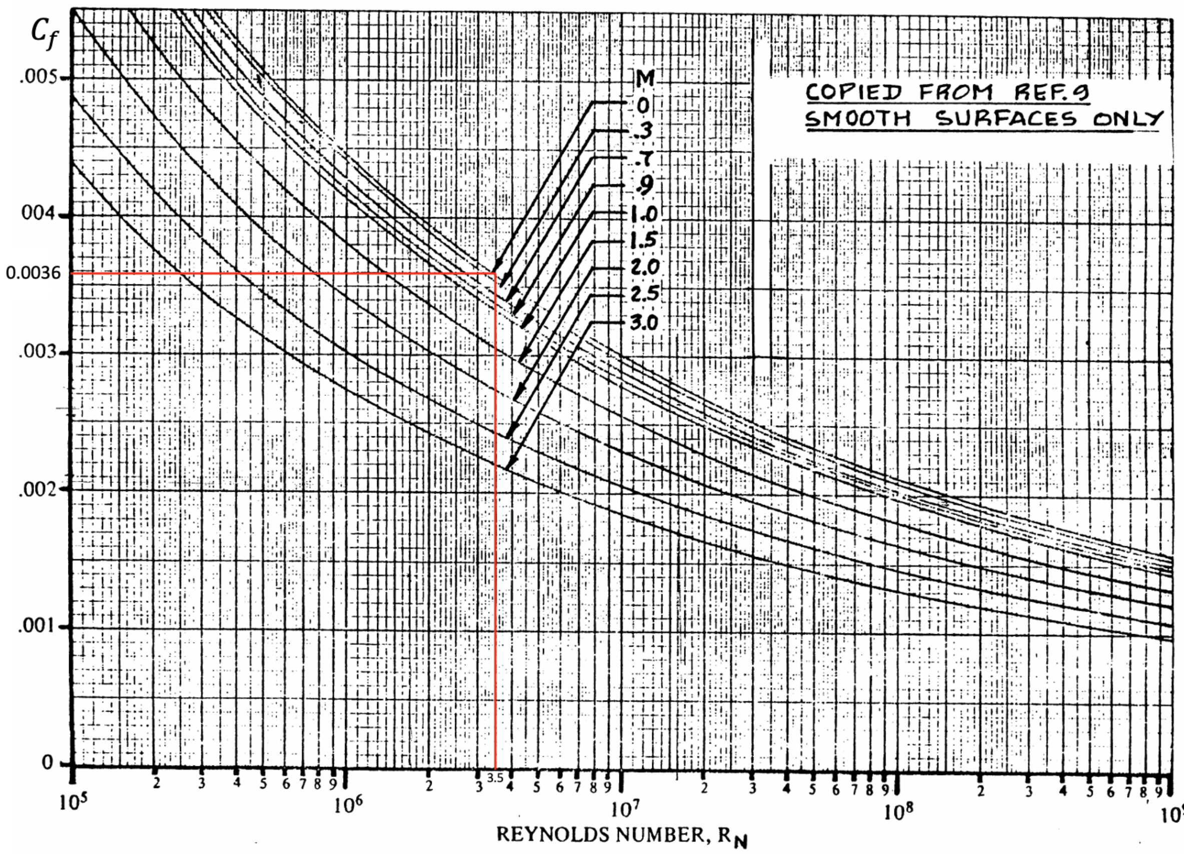

FIGURA 3.15 – Curvas de C_f versus Número de Reynolds para diferentes números de Mach. Fonte: Adaptado de (ROSKAM, 2000).

3.4.3 Arrasto do trem de pouso

Para se calcular o arrasto gerado pelo trem de pouso, foi considerado o método proposto por (ROSKAM, 2000), considerando a Fig. 3.17 e as Eq. 3.14 e 3.13.

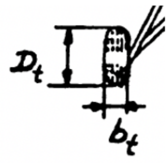

FIGURA 3.16 – Representação do trem de pouso, com as variáveis utilizadas na Eq. 3.13. Fonte: (ROSKAM, 2000).

$$S_{gear} = D_t \cdot b_t = 0,061 \cdot 0,0183 = 0,0011 \tag{3.13}$$

$$C_{D0_{TDP}} = \sum_{i=1}^{3} (C_{D_{gear_{(C_L=0)}}})_i \cdot \frac{(S_{gear})_i}{S_w} = (0,565 + 0,24) \cdot \frac{0,0011}{0,75} = 0,0012 \tag{3.14}$$

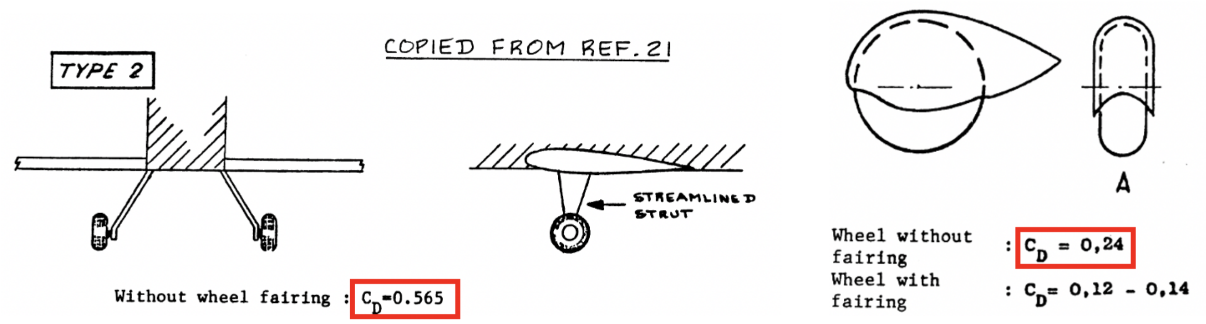

FIGURA 3.17 – Coeficientes de arrasto de trem de pouso. Fonte: Adaptado de (ROSKAM, 2000).

Foram simuladas as condições de ângulo de ataque α de -16 a 16 graus no AVL, obtendo-se os coeficientes de arrasto total, considerando o arrasto viscoso dado pela interpolação dos respectivos dados dos aerofólios da asa e cauda em V, provenientes do XFOIL para seus respectivos Números de Reynolds.

Obteve-se o fator de Oswald não viscoso $e_{nv} = 0,85$ da Eq. 3.15, através do ajuste da curva polar de arrasto não-viscoso da Fig. 3.18.

$$C_{D_i} = C_{D0} + \frac{1}{\pi \cdot AR \cdot e_{nv}} \cdot C_L^2 \tag{3.15}$$

Realizou-se também um ajuste na curva polar de arrasto com caráter viscoso, com uma interpolação de um polinômio de 9º grau. Por fim, obteve-se a curva polar de arrasto total, conforme pode ser visto na Fig. 3.18.

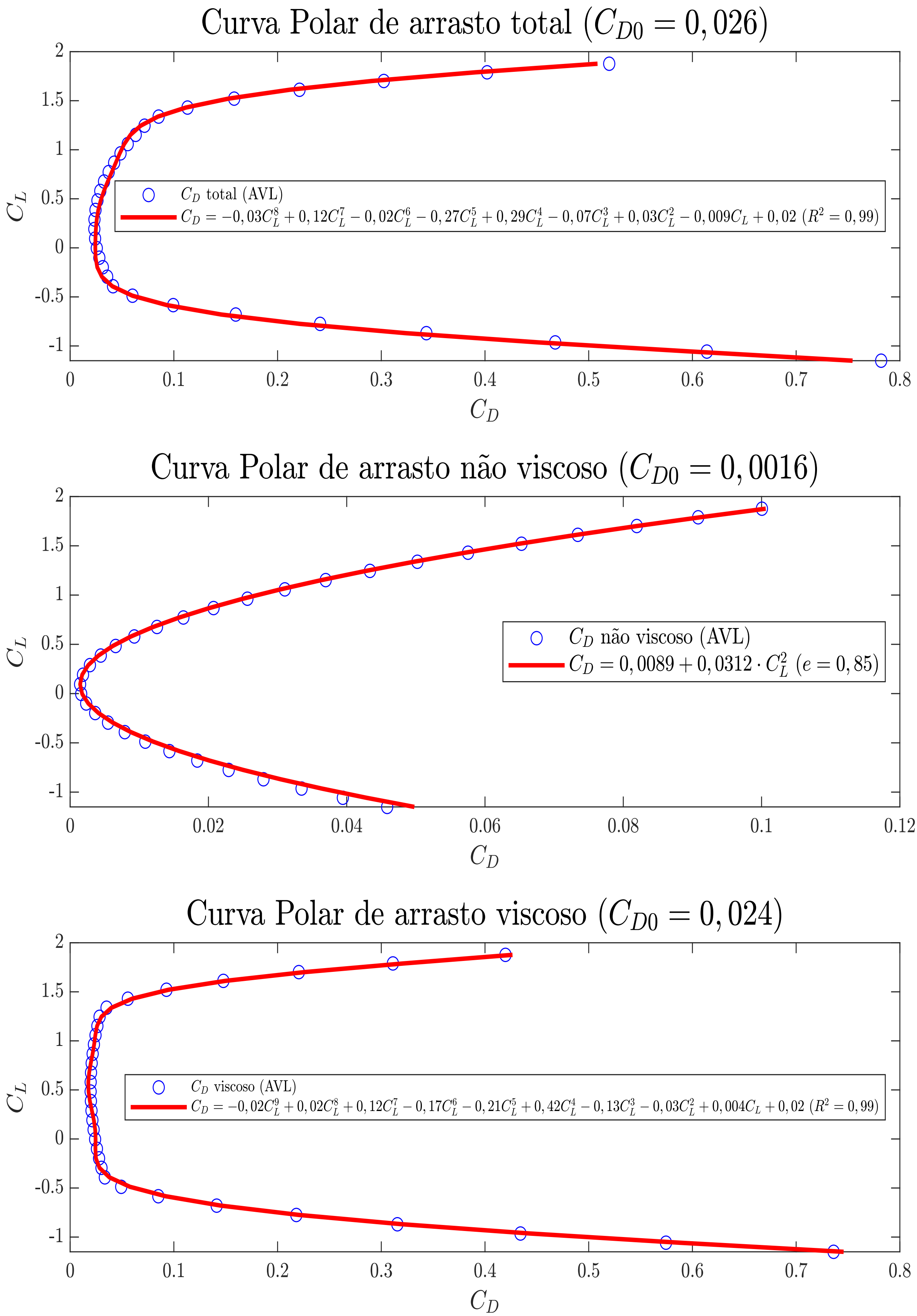

FIGURA 3.18 – Figuras contendo a curva polar de arrasto total, curva polar de arrasto sem considerar a viscosidade e curva polar considerando a viscosidade.

Pode-se observar as derivadas de estabilidade e controle obtidas, bem como os coeficientes de arrasto na Tab. 3.2.

TABELA 3.2 – Tabela contendo as derivadas de estabilidade e controle, bem como os coeficientes de arrasto para a Aeronave Half-Scale, obtidas pelo AVL e interpoladas em relação ao ângulo de ataque α.

Derivadas	**AVL** $(1/rad)$
CD_0	0,0257
CL_0	0,3862
Cm_0	0,0287
CD_{C_L}	$-0,03C_L^8+0,1C_L^7-0,02C_L^6-0,3C_L^5+0,3C_L^4-0,07C_L^3+0,03C_L^2+0,02$
CL_α	$-13,1\alpha^5+22,5\alpha^4+0,3\alpha^3-6,1\alpha^2-0,6\alpha+5,6$
Cm_α	$-19910\alpha^7+1319\alpha^6+2345\alpha^5-80,7\alpha^4-23,7\alpha^3+0,5\alpha^2-6,4\alpha-0,9$
CY_β	$26650\alpha^8-2416\alpha^7-4047\alpha^6+319\alpha^5-71\alpha^4-3\alpha^3-0,4$
Cl_β	$-7,2\alpha^4+0,5\alpha^3+0,2\alpha^2+0,1\alpha-0,1$
Cn_β	$6,8\alpha^5-2,6\alpha^4+0,3\alpha^3+0,2\alpha^2+0,02\alpha-0,06$
CY_p	$-14,4\alpha^4+0,4\alpha^3+0,4\alpha^2+0,5\alpha-0,08$
Cl_p	$-16,8\alpha^4+1,5\alpha^3+0,9\alpha^2+0,1\alpha-0,7$
Cn_p	$48160\alpha^9-7366\alpha^8-11060\alpha^7+1460\alpha^6+833\alpha^5-90\alpha^4-16\alpha^3$
CL_q	$337,7\alpha^5-76,7\alpha^4+3,4\alpha^3+1,4\alpha^2-8,3\alpha+6,3$
Cm_q	$-349,5\alpha^4+40,4\alpha^3+8,5\alpha^2-2,6\alpha-16,3$
CY_r	$14,5\alpha^5-4,9\alpha^4+0,05\alpha^3-0,4\alpha^2+0,1\alpha+0,1$
Cl_r	$-1,2\alpha^3-0,1\alpha^2+1,3\alpha+0,15$
Cn_r	$-42,5\alpha^4+2,7\alpha^3-0,5\alpha^2-0,1\alpha-0,08$
CY_{δ_a}	$-0,14\alpha^2-0,02\alpha+0,14$
Cl_{δ_a}	$-4,2\alpha^4+0,2\alpha^3+0,6\alpha^2+0,05\alpha-0,6$
Cn_{δ_a}	$-1145\alpha^7+99,6\alpha^6+155,7\alpha^5-11,6\alpha^4-2\alpha^3+0,1\alpha^2-0,2\alpha-0,06$
CY_{δ_r}	$0,39\alpha^2+0,016\alpha-0,39$
Cl_{δ_r}	$0,07\alpha^2+0,01\alpha-0,08$
Cn_{δ_r}	$-0,1\alpha^2-0,01\alpha+0,11$
CL_{δ_e}	$-0,67\alpha^2-0,05\alpha+0,61$
Cm_{δ_e}	$1,57\alpha^2+0,07\alpha-1,81$

Dada a ampla variação dos valores das derivadas aerodinâmicas e tendo em vista as diversas simplificações adotadas no método de vórtice *lattice*, foi decidido considerar o ensaio em voo virtual realizado por (SILVA, 2017) no simulador de voo X-Plane, baseando-se também num processo iterativo por tentativa e erro na escolha dos valores de α que pudessem trazer os melhores resultados na simulação, buscando uma solução intermediária entre os métodos de modelagem do simulador de voo X-Plane e do método de vórtice *lattice*. Desta forma, foram escolhidos os valores de $\alpha = -3^o$ para as derivadas látero-direcionais e de $\alpha = 10^o$ para as derivadas longitudinais, com o objetivo de aumentar a confiabilidade do projeto do sistema de controle da aeronave.

Por fim, comparou-se as derivadas de estabilidade longitudinais obtidas pelo AVL com os resultados obtidos por meio do DATCOM, elaborado por (SILVA, 2017). Cabe salientar que o software DATCOM não apresenta a entrada geométrica para cauda em V, tendo sido adotado um sistema equivalente de caudas vertical e horizontal por (SILVA, 2017), com a mesma área molhada da cauda em V. Isto de fato pode prejudicar a comparação entre os dois métodos, sobretudo em relação às derivadas de estabilidade látero-direcionais. Foram comparadas somente as derivadas longitudinais, visto que não foram obtidas as derivadas látero-direcionais em (SILVA, 2017).

TABELA 3.3 – Tabela contendo a comparação entre as derivadas aerodinâmicas obtidas por meio do AVL e pelo DATCOM (SILVA, 2017). Desvios em relação a (SILVA, 2017). Unidades em radianos.

Parâmetros	AVL	DATCOM (SILVA, 2017)	Desvio [%]
CL_0	0,3862	0,334	15,63
CL_α	5,29	5,75	-8
CL_q	4,97	-	-
CL_{δ_e}	0,58	-	-
CD_0	0,0257	0,0299	-14,04
Cm_0	0,0287	0,062	-53,7
Cm_q	-16,57	-5,15	-221,7
Cm_α	-1,91	-2,03	5,91
$Cm_{\dot{\alpha}}$	-	-1,417	-
Cm_{δ_e}	-1,75	-1,23	-42,27
CY_β	-0,4331	-	-
CY_p	-0,1037	-	-
CY_r	0,1288	-	-
CY_{δ_a}	0,1397	-	-
CY_{δ_r}	-0,3984	-	-
Cl_β	-0,0839	-	-
Cl_p	-0,6677	-	-
Cl_r	0,0797	-	-
Cl_{δ_a}	-0,6257	-	-
Cl_{δ_r}	-0,0827	-	-
Cn_β	0,0571	-	-
Cn_p	0,01	-	-

TABELA 3.3 – Tabela contendo a comparação entre as derivadas aerodinâmicas obtidas por meio do AVL e pelo DATCOM (SILVA, 2017). Desvios em relação a (SILVA, 2017). Unidades em radianos.

Parâmetros	AVL	DATCOM (SILVA, 2017)	Desvio [%]
Cn_r	-0,0673	-	-
Cn_{δ_a}	-0,0548	-	-
Cn_{δ_r}	0,1092	-	-

Foi observada uma boa aproximação entre os resultados de C_{L_0}, C_{L_α}, C_{D_0} e C_{m_α}. No entanto, os valores de C_{m_0}, C_{m_q} e $C_{m_{\delta_e}}$ tiveram desvios de 53,7%, 221,7% e 42,27%, respectivamente. Cabe salientar que (SILVA, 2017) obteve o valor de $C_{m_{\dot{\alpha}}}$ no DATCOM, o qual não foi obtido pelo AVL, o que pode ter prejudicado a comparação, além do fato de DATCOM não permitir um modelo com cauda em V, configuração muito comum em RPAs.

4 O modelo matemático da aeronave

Na dedução das equações de movimento da aeronave foram adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- A aeronave é considerada rígida.
- Não há variação de massa ou da distribuição de massa da aeronave.
- A origem dos eixos do corpo é coincidente com o CG (Centro de Gravidade) da aeronave.
- A Terra é considerada um referencial inercial, ou seja, as leis de Newton podem ser aplicadas.
- A gravidade é uniforme e normal ao plano tangente.

Neste Trabalho, foram adotados os sistemas de coordenadas, matrizes de transformação e equações de movimento de (GUIMARÃES NETO, 2019). O modelo propulsivo adotado foi obtido em (SILVA, 2017).

4.1 Modelo Aerodinâmico

Com as derivadas de estabilidade e controle obtidas, calcula-se as forças e momentos aerodinâmicos.

4.1.1 Cálculo das forças aerodinâmicas

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_q}\left(\frac{qc}{2V}\right) + C_{L_{\delta_e}}\delta_e \tag{4.1}$$

$$C_Y = C_{Y_\beta}\beta + C_{Y_p}\left(\frac{pb}{2V}\right) + C_{Y_r}\left(\frac{rb}{2V}\right) + C_{Y_{\delta_a}}\delta_a + C_{Y_{\delta_r}}\delta_r \tag{4.2}$$

$$\begin{aligned} C_D = & -0,03382{C_L}^8 + 0,1184{C_L}^7 - 0,01715{C_L}^6 - 0,2748{C_L}^5 + \\ & + 0,285{C_L}^4 - 0,07247{C_L}^3 + 0,02957{C_L}^2 - 0,009601CL + 0,029875 \end{aligned} \tag{4.3}$$

$$L = \bar{q}SC_L \tag{4.4}$$

$$Y = \bar{q}SC_Y \tag{4.5}$$

$$D = \bar{q}SC_D \tag{4.6}$$

Onde $\bar{q} = \frac{1}{2}\frac{\rho V^2}{2}$.

4.1.2 Cálculo dos momentos aerodinâmicos

$$C_l = C_{l_\beta}\beta + C_{l_p}\left(\frac{pb}{2V}\right) + C_{l_r}\left(\frac{rb}{2V}\right) + C_{l_{\delta_a}}\delta_a + C_{l_{\delta_r}}\delta_r \tag{4.7}$$

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_q}\left(\frac{qc}{2V}\right) + C_{m_{\delta_e}}\delta_e \tag{4.8}$$

$$C_n = C_{n_\beta}\beta + C_{n_p}\left(\frac{pb}{2V}\right) + C_{n_r}\left(\frac{rb}{2V}\right) + C_{n_{\delta_a}}\delta_a + C_{n_{\delta_r}}\delta_r \tag{4.9}$$

$$l = \bar{q}SC_l \tag{4.10}$$

$$m = \bar{q}SC_m \tag{4.11}$$

$$n = \bar{q}SC_n \tag{4.12}$$

Onde $\bar{q} = \frac{1}{2}\frac{\rho V^2}{2}$.

4.2 Modelo propulsivo

Segundo (SILVA, 2017), a RPA Half-Scale possui motor a combustão interna (ciclo Otto de 2 tempos), montado na parte traseira do *airframe*, também conhecido como configuração *pusher*. Foi considerado por (SILVA, 2017) que a manete de potência é diretamente proporcional à potência desenvolvida no eixo do motor e que a potência do eixo é transferida em sua totalidade para a hélice, que por sua vez possui uma eficiência igual a 75%, sendo considerado um modelo simplificado para cálculo da força de propulsão através da aproximação por uma função de primeiro grau, conforme a Eq. 4.13.

$$T = \left(T_S + V_T \frac{dT}{dV} \right) \delta_T \tag{4.13}$$

Onde $T_S = 142,2\ N$ é o empuxo estático, com altitude no nível do mar e velocidade nula e $\frac{dT}{dV} = -\frac{T_S}{V_{Tmax}} = -4,4786\ \frac{N}{m/s}$ é a taxa de decréscimo do empuxo em função da velocidade.

Cabe salientar que, segundo (SILVA, 2017), os parâmetros de empuxo estático e decréscimo de empuxo em função da velocidade foram estimados a partir da velocidade máxima estimada, ou seja, não foram realizados ensaios específicos para obtenção destes parâmetros.

4.3 Sistemas de coordenadas

4.3.1 Sistemas de coordenadas terrestre fixo $E_{x_e y_e z_e}$

- Origem em um ponto fixo da Terra.
- $z_e = z_i$, ou seja, o eixo da vertical local possui a mesma direção e sentido da gravidade local.
- $x_e = x_i$ e $y_e = y_i$ estão contidos no plano tangente horizontal, com x_e no sentido e direção do norte e y_e no sentido leste, constituindo o sistema NED (North-East-Down).

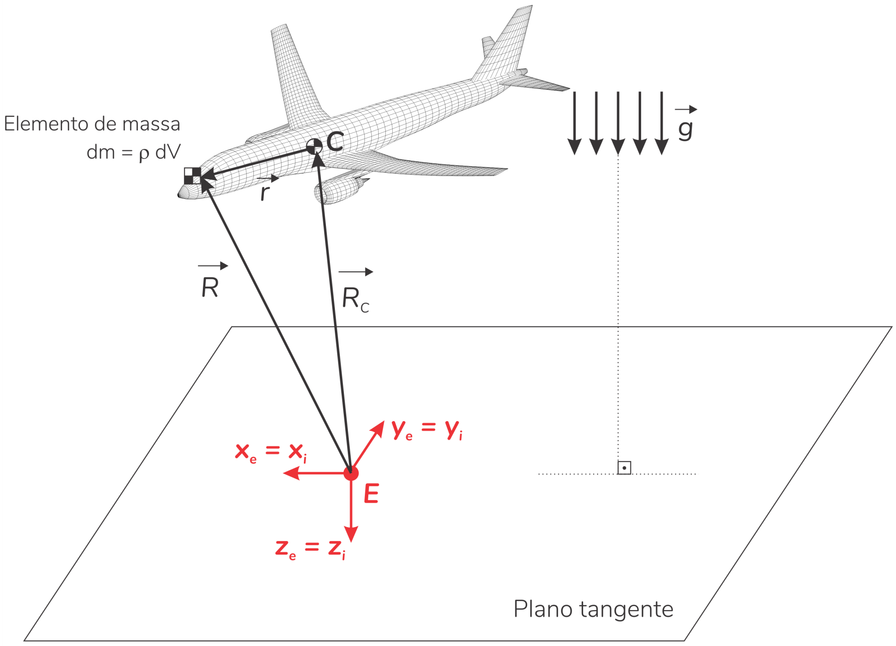

FIGURA 4.1 – Fonte: Ilustração do sistema de coordenadas terrestre fixo. Fonte: (GUIMARÃES NETO, 2019).

4.3.2 Sistema de coordenadas do corpo $C_{x_b y_b z_b}$

- Origem no centro de massa da aeronave.
- Como a gravidade local é uniforme, o centro de massa é coincidente com o CG da aeronave.
- Eixo x_b: Paralelo à linha de referência da fuselagem e orientado do CG para o nariz da aeronave.
- Eixo z_b: É perpendicular ao eixo x_b e orientado para o ventre da aeronave.
- Eixo y_b: Aponta no sentido da semi-asa direita.

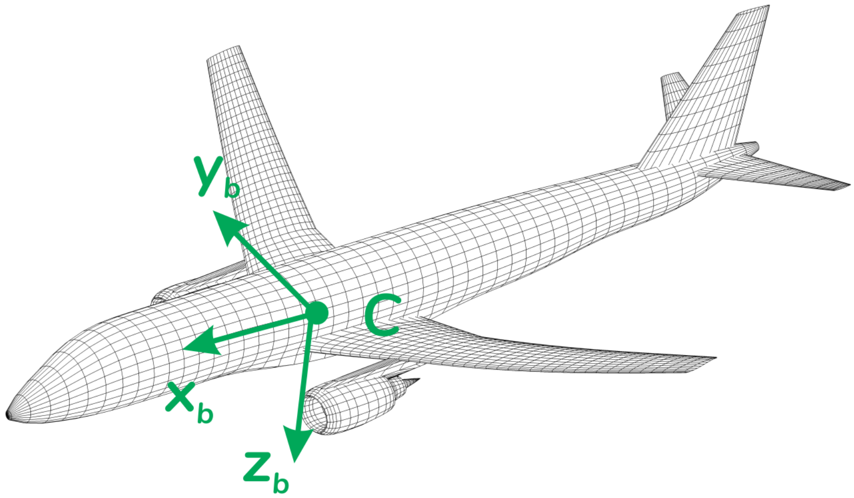

FIGURA 4.2 – Fonte: Ilustração do sistema de coordenadas do corpo. Fonte: (GUIMARÃES NETO, 2019).

4.3.3 Sistema de coordenadas terrestre móvel $Cx_vy_vz_v$

- Possui os eixos paralelos ao sistema de coordenadas terrestre fixo
- A origem coincide com a do sistema de coordenadas do corpo, ou seja, no CG da aeronave.

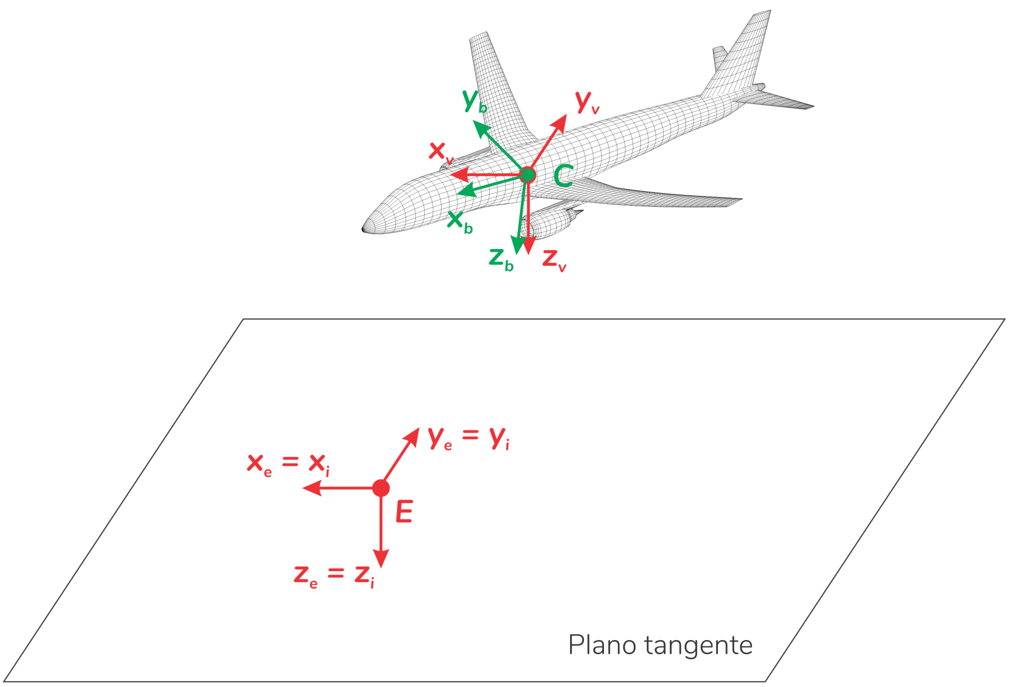

FIGURA 4.3 – Fonte: Ilustração do sistema de coordenadas terrestre móvel. Fonte: (GUIMARÃES NETO, 2019).

4.3.4 Sistema de coordenadas aerodinâmico $Cx_ay_az_a$

- A sua origem coincide com a do sistena de coordenadas do corpo.
- Eixo x_a: Coincide com a direção e sentido da velocidade da aeronave em relação ao ar.
- Eixo z_a: Está contido no plano x_bz_b do sistema do corpo, sendo perpendicular a x_a e apontando para o ventre da aeronave.
- Eixo y_a: Completa o sistema de coordenadas pela regra da mão direita $(x_ay_az_a)$

4.3.5 Sistema de coordenadas propulsivo $Px_py_pz_p$

- Eixo x_p: Coincide em direção e sentido com o vetor da força de empuxo do motor.
- Eixo z_p: Está contido no plano paralelo a x_bz_b do sistema do corpo, sendo perpendicular a x_p e apontando para o ventre do motor.
- Eixo y_p: Completa o sistema de coordenadas pela regra da mão direita $(x_py_pz_p)$.

4.3.6 Sistema de coordenadas da trajetória $Cx_ty_tz_t$

- Origem coincidente com a do sistema de coordenadas do corpo.
- Eixo x_t: Coincide em direção e sentido com a velocidade inercial da aeronave.
- Eixo z_t: Está contido no plano de simetria da aeronave, apontando para fora do ventre da aeronave.
- Eixo y_t: Completa o sistema de coordenadas pela regra da mão direita $(x_ty_tz_t)$.

4.4 Matrizes de transformação

A orientação de um sistema de coordenadas de eixos cartesianos com respeito a outro pode ser descrito por três rotações sucessivas e os ângulos destas rotações são denominados ângulos de Euler.

4.4.1 Sistema terrestre móvel para o Sistema do Corpo

$$C_{b/v} = C_{\phi}C_{\theta}C_{\psi} =$$
$$= \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \cos\phi\cos\psi + \sin\phi\sin\theta\sin\psi & \sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi & -\sin\phi\cos\psi + \cos\phi\sin\theta\sin\psi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

4.4.2 Sistema da trajetória para o sistema terrestre móvel

$$C_{b/t} = C_{\mu}C_{\gamma}C_{\mathcal{X}} =$$
$$= \begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\mathcal{X} & \cos\gamma\sin\mathcal{X} & -\sin\gamma \\ \sin\mu\sin\gamma\cos\mathcal{X} - \cos\mu\sin\mathcal{X} & \cos\mu\cos\mathcal{X} + \sin\mu\sin\gamma\sin\mathcal{X} & \sin\mu\cos\gamma \\ \cos\mu\sin\gamma\cos\mathcal{X} + \sin\mu\sin\mathcal{X} & -\sin\mu\cos\mathcal{X} + \cos\mu\sin\gamma\sin\mathcal{X} & \cos\mu\cos\gamma \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

4.4.3 Sistema aerodinâmico para o sistema do corpo

De acordo com (STEVENS; LEWIS, 2003), somente são necessários a mudança de dois ângulos relativos ao sistema aerodinâmico, tendo em vista que no escoamento uniforme, as forças e momentos aerodinâmicos não se modificam mediante a reorientação do corpo em torno da velocidade de escoamento não perturbado.

$$C_{b/a} = C_{\alpha}C_{-\beta} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

4.4.4 Sistema propulsivo para o sistema do corpo

Neste Trabalho, considerou-se que o sistema propulsivo coincide com o do corpo.

4.5 Equações de movimento da aeronave

As equações de movimento da aeronave podem ser deduzidas com base na 2^a Lei de Newton e equações cinemáticas.

4.5.1 Força resultante no sistema do corpo

Conhecidas os forças aerodinâmicas, propulsivas e o peso da aeronave, obtém-se as equações diferenciais das velocidades do movimento linear a partir da Equação da quantidade de movimento.

$$
\begin{aligned}
&m\dot{\vec{V_b}} + m\tilde{\omega}_b\vec{V_b} = \sum \vec{F}_{ext,B} = \vec{F}_{aero,b} + \vec{F}_{prop,b} + m\vec{g}_b \Rightarrow \\
&\dot{\vec{V_b}} = \frac{1}{m}\sum \vec{F}_{ext,b} - \tilde{\omega}_b\vec{V_b}
\end{aligned}
\tag{4.17}
$$

Dados:

$$
\vec{F}_{aero,b} = C_{b/a}\begin{bmatrix} -D \\ -Y \\ -L \end{bmatrix} \tag{4.18}
$$

$$
\vec{F}_{prop,b} = \sum_{p=1}^{n_p} C_{b/p}\begin{bmatrix} T_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \sum_{p=1}^{n_p}\begin{bmatrix} T_p\cos\iota_p\cos\tau_p \\ T_p\cos\iota_p\sin\tau_p \\ -T_p\sin\iota_p \end{bmatrix} \tag{4.19}
$$

$$
m\vec{g}_b = mC_{b/v} = \begin{bmatrix} -mg\sin\theta \\ mg\sin\phi\cos\theta \\ mg\cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \tag{4.20}
$$

$$
\sum \vec{F}_{ext,b} = \begin{bmatrix} F_{aero,x} \\ F_{aero,y} \\ F_{aero,z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{prop,x} \\ F_{prop,y} \\ F_{prop,z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -g\sin\theta \\ g\sin\phi\cos\theta \\ g\cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \tag{4.21}
$$

$$
\tilde{\omega}_b\vec{V_b} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qw - rv \\ -pw + ru \\ pv - qu \end{bmatrix} \tag{4.22}
$$

Obtém-se as 3 equações abaixo:

$$
\dot{u} = \frac{1}{m}F_{aero,x} + \frac{1}{m}F_{prop,x} - g\sin\theta - qw + rv \tag{4.23}
$$

$$
\dot{v} = \frac{1}{m}F_{aero,y} + \frac{1}{m}F_{prop,y} + g\sin\phi\cos\theta + pw - ru \tag{4.24}
$$

$$
\dot{w} = \frac{1}{m}F_{aero,z} + \frac{1}{m}F_{prop,z} + g\cos\phi\cos\theta - pv + qu \tag{4.25}
$$

4.5.2 Momento resultante no sistema do corpo

Conhecidos os momentos aerodinâmicos e propulsivos da aeronave, obtém-se as equações diferenciais das velocidades angulares a partir da Equação da quantidade de movimento angular.

$$\begin{aligned}
&J_{C,b}\dot{\vec{\omega}}_b + \tilde{\omega}_b J_{C,b}\vec{\omega}_b = \vec{M}_{aero,C,b} + \vec{M}_{prop,C,b} \Rightarrow \\
&J_{C,b}\dot{\vec{\omega}}_b = \sum \vec{M}_{ext,C,b} - \tilde{\omega}_b J_{C,b}\vec{\omega}_b \Rightarrow \dot{\vec{\omega}}_b = J_{C,b}^{-1}\left(\sum \vec{M}_{ext,C,b} - \tilde{\omega}_b J_{C,b}\vec{\omega}_b\right) \Rightarrow \\
&\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = J_{C,b}^{-1}\left(\begin{bmatrix} \mathcal{L} \\ M \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{prop,C,x} \\ M_{prop,C,y} \\ M_{prop,C,z} \end{bmatrix} - \tilde{\omega}_b J_{C,b}\vec{\omega}_b\right)
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Dados:

$$\vec{M}_{aero,C,b} = \begin{bmatrix} \mathcal{L} \\ M \\ N \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

O momento propulsivo no sistema do corpo com ponto de aplicação em $\vec{r}_{p,b} = [x_p\, y_p\, z_p]^T$:

$$\vec{M}_{prop,C,b} = \sum_{p=1}^{n_p} \begin{bmatrix} 0 & -z_p & y_p \\ z_p & 0 & -x_p \\ -y_p & x_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_p \cos\iota_p \cos\tau_p \\ T_p \cos\iota_p \sin\tau_p \\ -T_p \sin\iota_p \end{bmatrix} \tag{4.28}$$

$$\tilde{\omega}_b = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \tag{4.29}$$

$$J_{C,b} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{4.30}$$

4.5.3 Cinemática de rotação

Como $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$ e $\dot{\phi}$ são componentes não ortogonais de $\vec{\omega_b}$, são realizadas as rotações necessárias para expressá-las no sistema do corpo.

$$\vec{\omega_b} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + C_\phi C_\theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & -\sin/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

4.5.4 Cinemática de translação

Obtém-se as velocidades de translação inerciais a partir de uma mudança de coordenadas das velocidades do sistema do corpo para o sistema de coordenadas terrestre móvel.

$$\vec{V_i} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

$$\vec{V_b} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = C_{b/v}\vec{V_i} = C_{b/v} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \Rightarrow \tag{4.34}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = C_{b/v}^T \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

Com isso, são obtidas 12 equações não lineares e acopladas do movimento completo da aeronave.

$$\dot{V} = \frac{u\dot{u} + v\dot{v} + w\dot{w}}{V} \tag{4.36}$$

$$\dot{\alpha} = \frac{u\dot{w} - w\dot{u}}{u^2 + w^2} \tag{4.37}$$

$$\dot{\beta} = \frac{V\dot{v} - v\dot{V}}{V\sqrt{u^2 + w^2}} \tag{4.38}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = J_{C,b}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \mathcal{L} \\ M \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{prop,C,x} \\ M_{prop,C,y} \\ M_{prop,C,z} \end{bmatrix} - \tilde{\omega}_b J_{C,b} \vec{\omega}_b \right) \tag{4.39}$$

$$\begin{aligned} \dot{x} =& u\cos\theta\cos\psi + v(\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi) + \\ &+ w(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi) \end{aligned} \tag{4.40}$$

$$\begin{aligned} \dot{y} =& u\cos\theta\sin\psi + v(\cos\phi\cos\psi + \sin\phi\sin\theta\sin\psi) + \\ &+ w(-\sin\phi\cos\psi + \cos\phi\sin\theta\sin\psi) \end{aligned} \tag{4.41}$$

$$\dot{h} = u\sin\theta - v\sin\phi\cos\theta - w\cos\phi\cos\theta \tag{4.42}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & -\sin/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

5 Linearização e trim da aeronave

5.1 Cálculo de equilíbrio

Foi considerado o cálculo de equilíbrio da aeronave em voo reto e nivelado, fixando a altitude $h = 1000\ ft$ e sua velocidade $\vec{V} = 50\ kt$, conforme a Eq.5.1.

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{h} \\ \dot{x} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{x}_{eq} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{y}_{eq} \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

5.2 Linearização

Com a finalidade de avaliar a estabilidade dinâmica da aeronave em uma condição de voo, utilizou-se o procedimento de linearização das equações em torno de uma posição de equilíbrio. Este procedimento é válido para pequenas perturbações.

$$\dot{\vec{X}} = f(\vec{X}, \vec{U}) \Rightarrow \Delta\dot{\vec{X}} = A\Delta\vec{X} + B\Delta\vec{U} \tag{5.2}$$

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta V & \Delta\alpha & \Delta q & \Delta\theta & \Delta h & \Delta x & \Delta\beta & \Delta\phi & \Delta p & \Delta r & \Delta\psi & \Delta y \end{bmatrix}^T \tag{5.3}$$

$$\Delta U = \begin{bmatrix} \Delta\delta_T & \Delta\delta_e & \Delta\delta_a & \Delta\delta_r \end{bmatrix}^T \tag{5.4}$$

A linearização é obtida a partir da matriz jacobiana, formada pelas derivadas parciais de primeira ordem de uma função vetorial.

$$A_{12\mathrm{X}12} = \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f_V}{\partial V}\right|_{eq} & \cdots & \left.\frac{\partial f_V}{\partial y}\right|_{eq} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left.\frac{\partial f_y}{\partial V}\right|_{eq} & \cdots & \left.\frac{\partial f_y}{\partial y}\right|_{eq} \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

$$B_{12\mathrm{X}4} = \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f_V}{\partial \delta_T}\right|_{eq} & \cdots & \left.\frac{\partial f_V}{\partial \delta_r}\right|_{eq} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left.\frac{\partial f_y}{\partial \delta_T}\right|_{eq} & \cdots & \left.\frac{\partial f_y}{\partial \delta_r}\right|_{eq} \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

Os valores obtidos através da matriz jacobiana A representam o comportamento dinâmico da aeronave. Em aeronaves convencionais, há 12 autovalores associados, dos quais aqueles correspondentes aos estados x, y e ψ são nulos, não afetando a dinâmica da aeronave. Neste Trabalho as matrizes A e B serão desacopladas entre as dinâmicas longitudinais e látero-direcionais.

5.3 Modos dinâmicos longitudinais

A dinâmica longitudinal possui 2 modos dinâmicos, os quais podem ser representados pelos autovalores presentes na Fig. 5.1, são eles os modos de fugoide e de período curto.

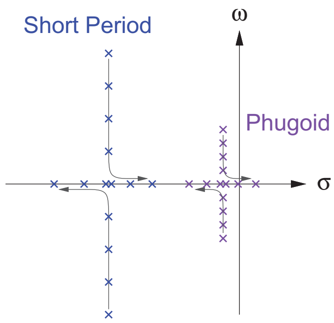

FIGURA 5.1 – Ilustração do lugar geométrico dos polos referentes à dinâmica longitudinal. Fonte: (DRELA, 2014).

5.3.1 Modo fugoide

O modo fugoide possui uma resposta lenta e pouco amortecida, sendo relacionado às trocas de energia potencial e cinética. É representado por um par complexo conjugado de autovalores próximo da origem do plano complexo, associado aos estados h, V e θ.

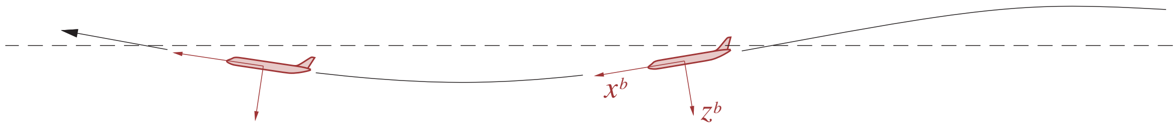

FIGURA 5.2 – Ilustração do modo fugoide. Fonte: (DRELA, 2014).

5.3.2 Modo de período curto

O modo de período curto apresenta uma resposta rápida, com alto amortecimento. É representado por um par complexo conjugado afastado da origem, associado aos estados do ângulo de ataque α e da taxa de arfagem q.

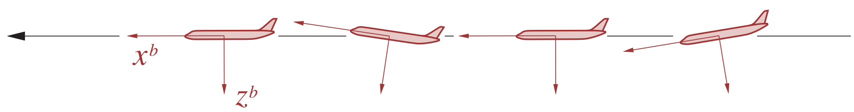

FIGURA 5.3 – Ilustração do modo de período curto. Fonte: (DRELA, 2014).

5.4 Modos dinâmicos látero-direcionais

A dinâmica látero-direcional possui 3 modos dinâmicos, nos quais seus respectivos autovalores podem ser identificados de acordo com a Fig. 5.4. São os modos *dutch roll*, rolamento puro e espiral.

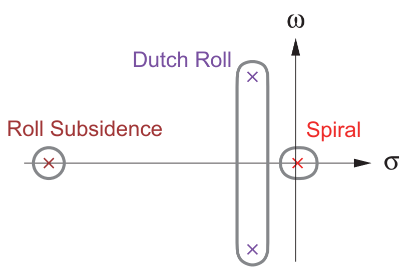

FIGURA 5.4 – Ilustração do lugar geométrico dos polos referentes à dinâmica látero-direcional. Fonte: (DRELA, 2014).

5.4.1 Modo de rolamento puro

O modo de rolamento puro possui uma resposta rápida de rolamento quando a aeronave é sujeita a uma perturbação devido a um comando de aileron, por exemplo. Está associado aos estados de ângulo e taxa de rolamento (ϕ e p, respectivamente).

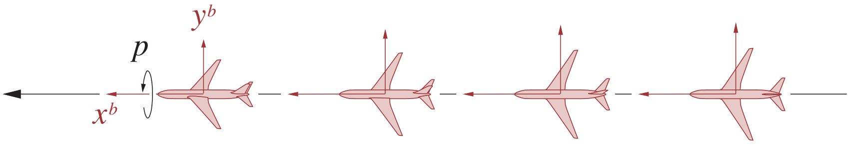

FIGURA 5.5 – Ilustração do modo de rolamento puro. Fonte: (DRELA, 2014).

5.4.2 Modo *Dutch Roll*

De acordo com (NELSON, 1998), o modo *Dutch Roll*, tenderia a ser dominado pelo ângulo de derrapagem β e pela taxa de guinada r, porém devido à influência das derivadas aerodinâmicas C_{l_r}, C_{l_β} e C_{n_p} e do momento de inércia I_{xz}, ocorre um acoplamento entre o movimento de rolamento e guinada, o que faz com que ele se associe também aos estados de taxa de rolamento p e ângulo de rolamento ϕ. Logo, neste modo, há a participação de todos os estados látero-direcionais.

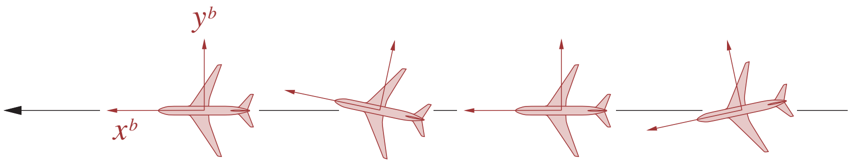

FIGURA 5.6 – Ilustração do modo *dutch roll*. Fonte: (DRELA, 2014).

5.4.3 Modo espiral

De acordo com (NELSON, 1998), o modo espiral está associado a mudanças nos estados ϕ, ψ e β, sendo este último o que apresenta menor participação. De acordo com (DRELA, 2014), na maioria das aeronaves, possui uma leve instabilidade que pode ser controlada pelo piloto.

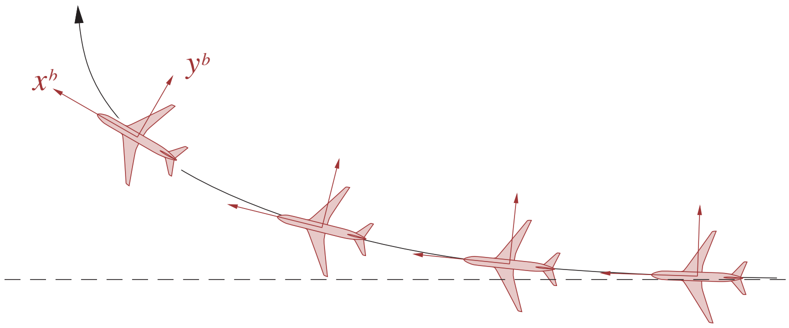

FIGURA 5.7 – Ilustração do modo espiral. Fonte: (DRELA, 2014).

5.5 Trim da aeronave

Considerando o modelo matemático adotado e os dados geométricos, aerodinâmicos e propulsivos da aeronave, implementou-se um programa no *software* MATLAB©, contendo o sistema de equações diferenciais do movimento da aeronave.

Com o uso da função ode45 do MATLAB©, o sistema de equações do movimento foi resolvido, a partir dos valores fixos de velocidade $V = 54\ kt$ e $h = 1000\ ft$, relativos ao cruzeiro da aeronave. Obteve-se assim as condições de equilíbrio (trim) da aeronave, conforme a Tab. 5.1.

TABELA 5.1 – Valores das variáveis de estado e controle na condição de equilíbrio da aeronave.

Equilíbrio da aeronave						
Estados longitudinais	V [kt]	α [deg]	q [deg/s]	θ [deg]	h [ft]	x [m]
	54	0,39	0	0,39	1000	0
Estados látero-direcionais	β [deg]	ϕ [deg]	p [deg/s]	r [deg/s]	ψ [deg]	y [m]
	0	0	0	0	0	0
Controle	δ_T [%]	δ_e[deg]	δ_a [deg]	δ_r [deg]		
	60,34	0,5125	0	0		

Para esta condição de equilíbrio, realizou-se a linearização com a consideração de pequenas perturbações, obtendo-se os valores das variáveis de estado e controle longitudinais e látero-direcionais.

5.6 Dinâmica Longitudinal

5.6.1 Linearização

Obteve-se as matrizes A_{long} e B_{long} a partir da linearização em torno da condição de equilíbrio da aeronave.

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{V} \\ \Delta\dot{\alpha} \\ \Delta\dot{q} \\ \Delta\dot{\theta} \\ \Delta\dot{h} \\ \Delta\dot{x} \end{bmatrix} = A_{long} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta\alpha \\ \Delta q \\ \Delta\theta \\ \Delta h \\ \Delta x \end{bmatrix} + B_{long} \begin{bmatrix} \pi_e \\ \delta_e \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

$$A_{long} = \begin{bmatrix} -0,2319 & 0,1245 & -0,0002 & -0,1712 & 0,0001 & 0 \\ -1,4540 & -4,3984 & 0,9815 & 0 & 0,002 & 0 \\ 0 & -5,7858 & -0,2264 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,4847 & 0 & 0,4847 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

$$B_{long} = \begin{bmatrix} 1,6980 & -0,0051 \\ -0,0237 & -0,4768 \\ 0 & -5,3279 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

Obteve-se os autovalores da matriz A_{long}, associados aos modos dinâmicos longitudinais, observando que os autovalores apresentaram os mesmos valores dos obtidos através da matriz A, o que evidencia a possibilidade deste desacoplamento. Verificou-se a estabilidade longitudinal, visto que todos os autovalores apresentaram parte real negativa, conforme observado nas Tab. 5.2 e 5.8.

TABELA 5.2 – Autovalores associados ao modos dinâmicos longitudinais em malha aberta.

Dinâmica Longitudinal			
Autovalores	**Modo dinâmico associado**	**Amortecimento ζ**	**Frequência natural ω_n $[rad/s]$**
-2,38±1,28j	Período Curto	0,882	2,70
-0,044±0,442j	Fugoide	0,0989	0,445

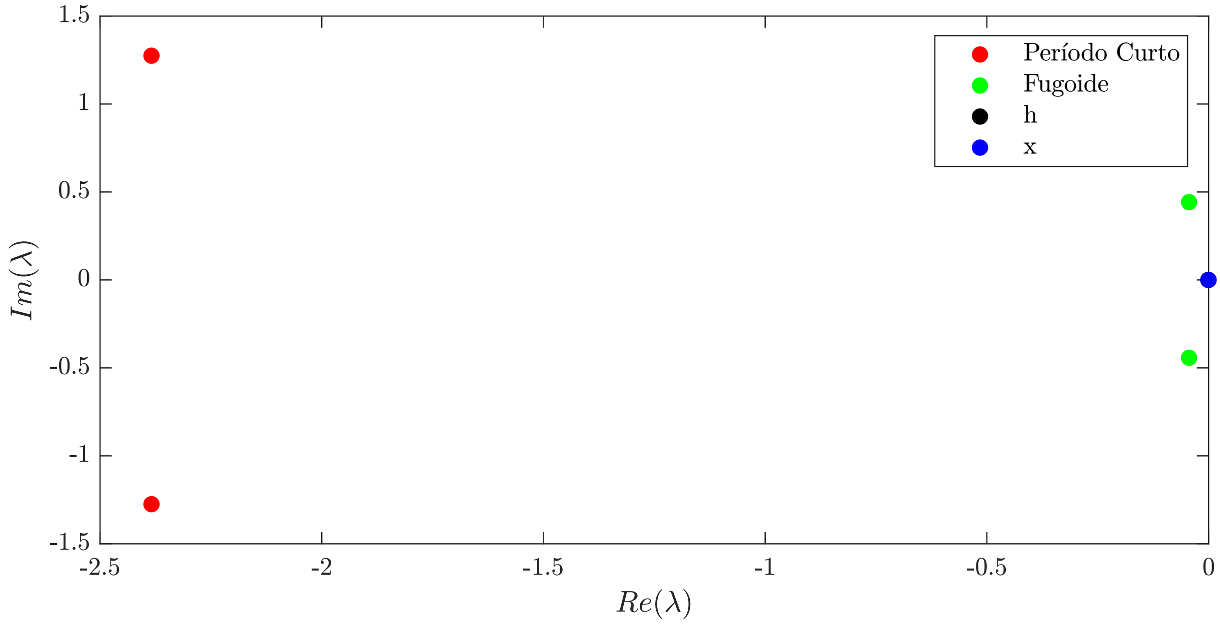

FIGURA 5.8 – Autovalores da matriz A_{long} em malha aberta, contendo seus modos dinâmicos associados.

Na Fig. 5.9, foram comparados o modelo linear e não linear, com o comando de *doublet* no profundor de 16 a -16 graus. Nota-se que as variáveis de estado do modelo linearizado se comportaram de forma razoavelmente semelhante às do modelo não linear.

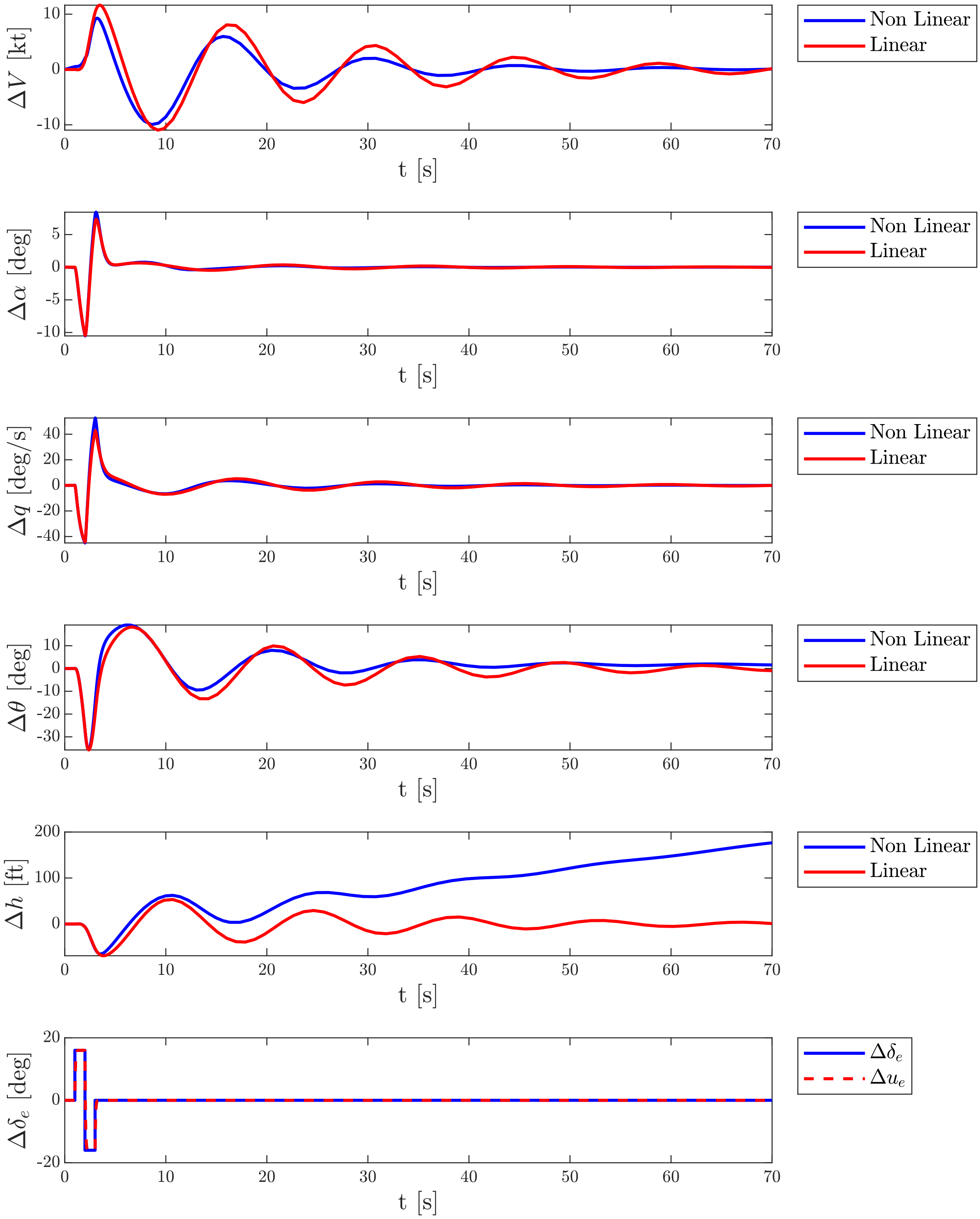

FIGURA 5.9 – Simulação das variáveis de estado e controle longitudinais, submetidas a um comando no profundor do tipo *doublet* de 16 a -16 graus.

5.7 Dinâmica Látero-direcional

5.7.1 Linearização

Obteve-se as matrizes A_{lat} e B_{lat}, referentes às variáveis de estado e controle látero-direcionais e os autovalores associados à matriz A_{lat}, observando que estes apresentaram os mesmos valores dos obtidos através da matriz A, que contém os movimentos longitudinais e látero-direcionais, o que evidencia que esta aproximação é razoável também neste caso.

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta\beta} \\ \dot{\Delta\phi} \\ \dot{\Delta p} \\ \dot{\Delta r} \\ \dot{\Delta\psi} \\ \dot{\Delta y} \end{bmatrix} = A_{lat} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\phi \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta\psi \\ \Delta y \end{bmatrix} + B_{lat} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

$$A_{lat} = \begin{bmatrix} 0,332 & 0,353 & 0,0114 & -1,006 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,00681 & 0 & 0 \\ -3,28 & 0 & -1,41 & 0,168 & 0 & 0 \\ 21,3 & 0 & 0,197 & -1,36 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,485 & -0,00330 & 0 & 0 & 0,485 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

$$B_{lat} = \begin{bmatrix} -0,115 & 0,329 \\ 0 & 0 \\ -24,5 & -3,22 \\ -20,5 & 40,7 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

Obteve-se os autovalores associados aos modos látero-direcionais com parte real negativa, ou seja, estáveis.

TABELA 5.3 – Autovalores associados ao modos dinâmicos látero-direcionais.

Dinâmica Látero-direcional			
Autovalores	**Modo dinâmico associado**	**Amortecimento ζ**	**Frequência natural ω_n $[rad/s]$**
-0,501±4,55j	Dutch roll	0,109	4,58
-1,43	Rolamento puro	1	1,43
-0,00784	Espiral	1	0,00784

Na Fig. 5.10, pode-se verificar a comparação entre o modelo não linear e linear. Nota-se que as variáveis β, p e r apresentaram comportamento similar, porém as variáveis ϕ e, sobretudo, ψ, apresentaram desvios consideráveis após 5 segundos. Tendo em vista essas discrepâncias, o projeto, apesar de elaborado com base no modelo linear, foi posteriormente testado no não linear.

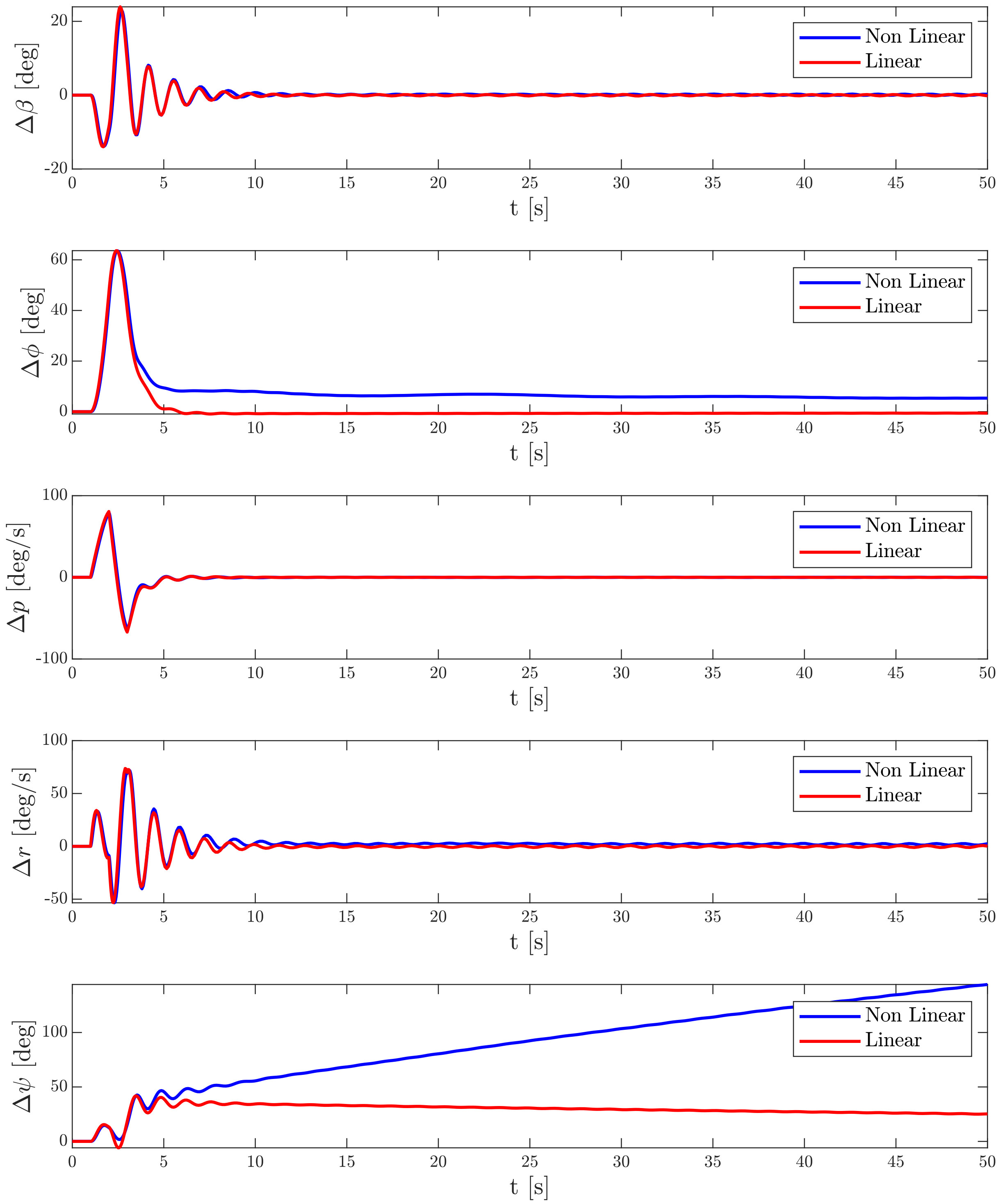

FIGURA 5.10 – Simulação das variáveis de estado látero-direcionais, submetidas a comandos do tipo *doublet* de aileron de -5 a 5 graus e leme de 2 a -2 graus.

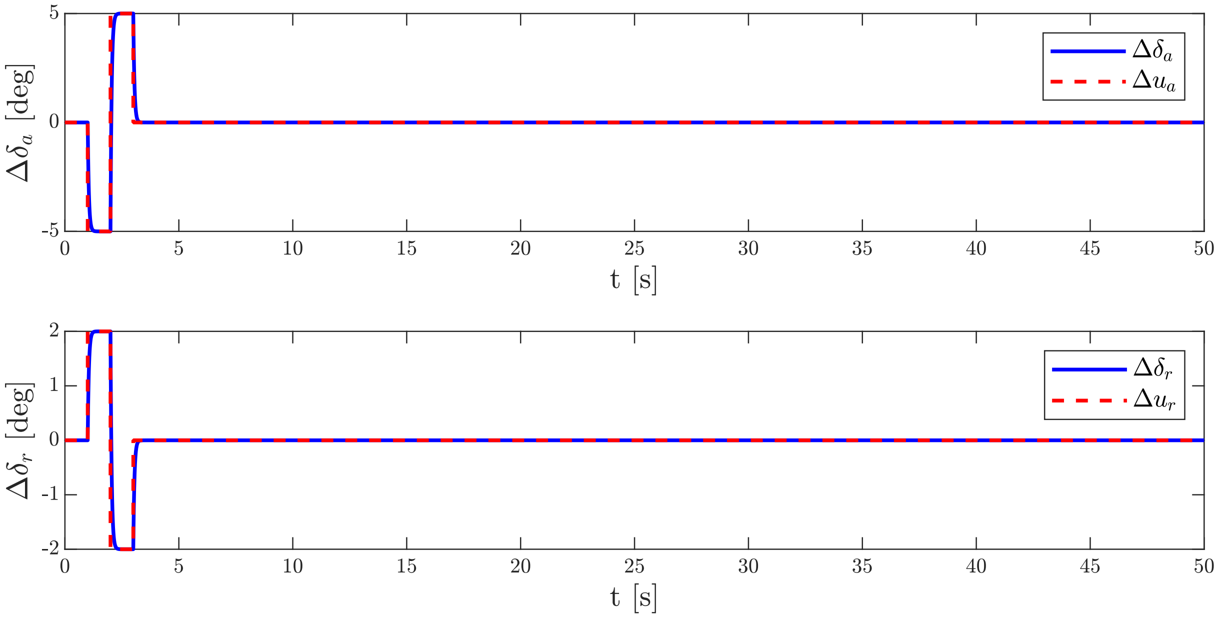

FIGURA 5.11 – Simulação das variáveis de controle látero-direcionais, submetidas a comandos do tipo *doublet* de aileron de -5 a 5 graus e leme de 2 a -2 graus.

Na Fig. 5.12, pode-se visualizar as posições dos autovalores da dinâmica látero-direcional.

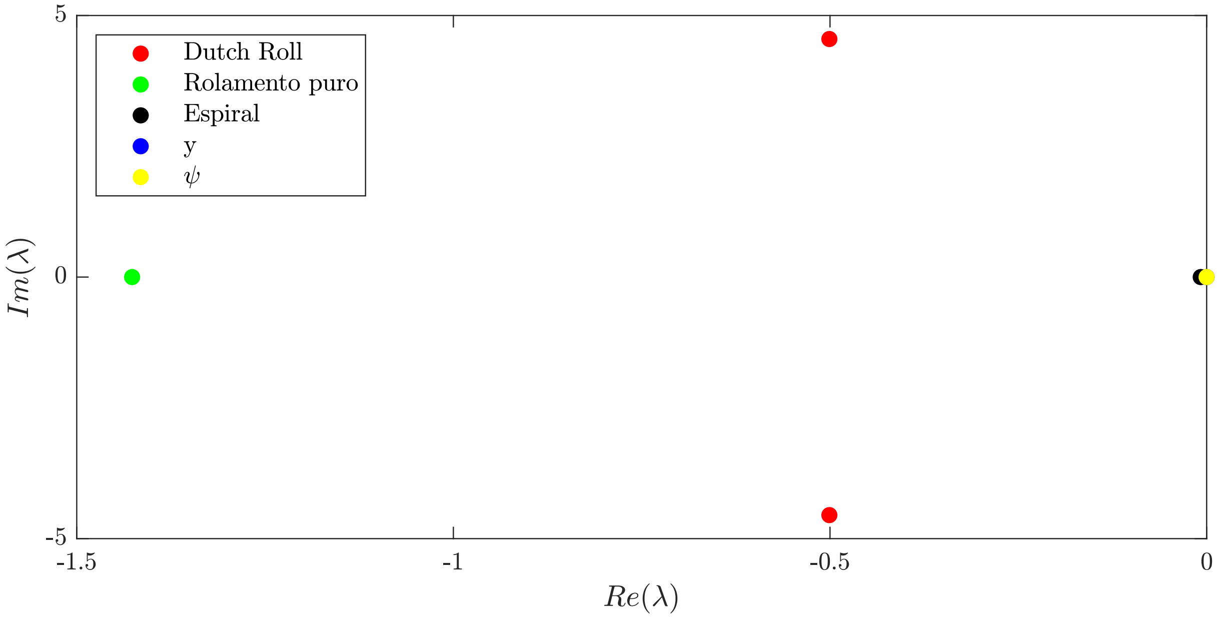

FIGURA 5.12 – Autovalores da matriz A_{lat} em malha aberta, contendo seus modos dinâmicos associados.

6 Sistemas de aumento de estabilidade

6.1 Qualidades de voo

O SAS atua de forma a melhorar as qualidades de voo (*handling qualities*), mas ainda assim mantendo a aeronave sob o comando do piloto. Desta forma, o sistema melhora as qualidades de voo, atuando diretamente nas superfícies de controle, não tendo sua ação percebida no *cockpit* da aeronave.

Neste Trabalho, será adotada a norma MIL-F-8785C como referência para a análise das qualidades de voo. Apesar não ser uma norma vigente, é considerada uma boa referência, sendo utilizada por diversos autores consagrados na temática de controle de aeronaves, tais como (NELSON, 1998) e (STEVENS; LEWIS, 2003). Através das Tab. 6.1, 6.2 e 6.3, pode-se verificar a classificação de aeronaves, categorias de fase e níveis de voo adotados pela norma. Neste Trabalho, a aeronave foi considerada como de Classe I, por possuir um peso de decolagem de cerca de 15 kg e de Categoria B, pelo fato de o projeto ser referente à condição de cruzeiro. Foi considerada a meta de nível 1 de voo, para que não houvesse esforço do piloto.

TABELA 6.1 – Classificação de aeronaves, de acordo com a norma MIL-F-8785C.

Classificação de aeronaves	
Classe I	**Aeronaves leves e de pequeno porte, como por exemplo, aeronaves utilitárias, treinadores primários e de observação.**
Classe II	Peso médio, com manobrabilidade média-baixa, como por exemplo, pequenos aviões de transporte ou bombardeiros táticos.
Classe III	Grande, pesado, om manobrabilidade média-baixa, como por exemplo, aviões de transporte pesados e bombardeiros.
Classe IV	Aeronave altamente manobrável, como por exemplo, aviões de caça e de reconhecimento tático.

TABELA 6.2 – Categorias de fases de voo, segundo a norma MIL-F-8785C.

Categorias de fases de voo	
Categoria A	Voo não terminal que requer manobras rápidas e precisas de rastreamento ou controle da trajetória de voo, tais como combate ar-ar, ataque ao solo, reconhecimento e busca submarina.
Categoria B	**Voo não terminal com manobra gradual e sem precisão de rastreamento, tais como voo em subida, cruzeiro, espera e reabastecimento em voo e descida (normal e de emergência.)**
Categoria C	Voo Terminal, que requer manobra gradual e geralmente necessita de um controle preciso de trajetória de voo, tais como decolagem (normal e catapulta), aproximação e aterrissagem.

TABELA 6.3 – Níveis de voo, segundo a norma MIL-F-8785C.

Níveis de voo	
Level 1	**Qualidades de voo claramente adequadas a missão de fase da voo**
Level 2	Qualidades de voo adequadas para acompanhar a missão da fase de voo, porém com um aumento de esforço do piloto e/ou com perda na efetividade da missão.
Level 3	Qualidade de voo na qual a aeronave pode ser controlada com segurança, porém, com esforço excessivo do piloto e/ou é inadequada para cumprir a missão com efetividade. Fases de voo de categoria A podem ser realizadas com segurança e fases de voo de categoria B e C podem ser completados.

6.2 Regulador Linear Quadrático com realimentação de saída

O projeto de um sistema de controle de uma aeronave contém múltiplas entradas e múltiplas saídas de estados (MIMO, *Multiple Input Multiple Output*). O uso de LQR possui vantagens, como permitir o projeto baseado diretamente no modelo de variáveis de estados, considerando a análise no domínio do tempo. Além do mais, é capaz de calcular todos os ganhos ótimos simultaneamente, ao contrário, por exemplo, do fechamento sucessivo de malhas empregando Lugar Geométrico das Raízes.

De acordo com (STEVENS; LEWIS, 2003), a regulação é necessária para garantir que as saídas de um sistema retornem à condição de equilíbrio após uma perturbação. Isto implica na estabilidade da malha fechada do sistema.

O método de LQR é baseado em um projeto no domínio do tempo,no qual uma função de custo quadrática é minimizada. Além da estabilidade, deve-se garantir amortecimento e frequência natural satisfatórios. Desta forma, segundo (STEVENS; LEWIS, 2003), o método heurístico proveniente do controle clássico é substituído pela decisão de engenharia na escolha dos pesos do critério de desempenho.

Devido a um conjunto limitado de saídas mensuráveis em uma aeronave, não é prática comum realizar a realimentação completa de estados. Portanto neste Trabalho, foi utilizada a técnica de realimentação de saída de desempenho. Como se trata de um sistema modificado em relação às técnicas consagradas, foi adotado um critério de desempenho adequado, o PI (*Performance Index*), o qual deve ser minimizado.

Em torno da posição de equilíbrio, pode-se aplicar as equações de estado invariantes com o tempo (LTI, *Linear Time-Invariant*), com realimentação de saída.

$$\dot{X} = f(X, U) \tag{6.1}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{6.2}$$

$$x = \Delta X = X - X_{eq} \tag{6.3}$$

$$u = \Delta U = U - U_{eq} \tag{6.4}$$

$$y = \Delta Y = Cx \tag{6.5}$$

$$u = -Ky = -KCx \tag{6.6}$$

No LQR, a função custo a ser minimizada através da realimentação é aquela mostrada na Eq. 6.7. Nela, o termo $x^T Qx$ é relacionado à regulação dos estados, e o termo $u^T Ru$ se relaciona com o consumo de energia e o esforço de controle, que está sujeito aos limites físicos das superfícies de controle da aeronave.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \tag{6.7}$$

Para a obtenção da solução ótima, é necessário que J seja positivo para qualquer x e u. Logo, a escolha das matrizes Q e R possuem algumas restrições, tais como:

- A matriz Q deve ser positiva semi-definida
- A matriz R deve ser positivo-definida.

Na escolha das matrizes de pesos Q e R, deve-se atentar para a solução de compromisso do sistema. Desta forma, para um valor maior dos elementos de R com a manutenção dos valores de Q, haverá a penalização dos controles, de modo que estes terão um deslocamento menor do que os estados. Por outro lado, se for utilizada uma matriz Q com elementos maiores em relação aos de R, a regulação de estados ocorrerá mais rapidamente, às custas de uma deflexão maior das superfícies de controle.

Para uma realimentação da forma $u = -KCx$, o custo pode ser escrito como:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} (x^T(Q + C^T K^T RKC)xdt \tag{6.8}$$

Uma estratégia para converter o problema relacionado a uma integral temporal em uma solução algébrica estática é considerar que existe uma matriz P, constante, simétrica, e positiva-definida tal que a Eq. 6.9 é satisfeita.

$$\frac{d}{dt}(x^T Px) = -x^T(Q + C^T K^T RKC)x \tag{6.9}$$

Considerando que a matriz de malha fechada é assintoticamente estável, aplica-se a Eq. 6.9 em 6.8.

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2}\int_0^{\infty} (x^T(Q + C^T K^T RKC)xdt \\ &= -\frac{1}{2}\int_0^{\infty} \frac{d}{dt}(x^T Px)dt \\ &= \frac{1}{2}x(0)^T Px(0) - \underbrace{\frac{1}{2}\lim_{t\to\infty} \cancelto{0}{x(t)^T Px(t)}}_{\text{Assintoticamente estável}} \end{aligned} \tag{6.10}$$

Para obter a matriz P e consequentemente calcular J, deve-se aplicar $\dot{x} = A_c x$, com $A_c = (A - BKC)$, na Eq. 6.9, resultando na Eq. 6.11, conhecida como Equação de Lyapunov.

$$A_c^T P + PA_c + Q + C^T K^T RKC = 0 \tag{6.11}$$

Uma vez determinado P através da equação algébrica, pode-se calcular o índice de desempenho J, com uma condição inicial especificada. Como J é um escalar, pode-se simplificar o seu cálculo.

$$J = \frac{1}{2}x(0)^T Px(0) \tag{6.12}$$

$$= \frac{1}{2}tr(PX), \text{ com } X = x(0)^T x(0) \tag{6.13}$$

Desta forma, o cálculo de J com a restrição da Eq. de Lyapunov elimina a necessidade de integração ao longo do tempo, entretanto J ainda está em função da condição inicial. Considerando $e_{n,i}$ como a i-ésima coluna da matriz identidade I_n, tal que $e_{n,i} = x(0)$, pode-se simplificar ainda mais o cálculo de J. Entretanto, neste caso, todas as condições iniciais dos estados terão o mesmo peso.

$$J_i = \frac{1}{2}tr(Px(0)x(0)^T) = \frac{1}{2}tr(Pe_{n,i}e_{n,i}^T) \tag{6.14}$$

$$\sum_{i=1}^{n} J_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} tr(Pe_{n,i}e_{n,i}^T) = \frac{1}{2}tr(P\sum_{i=1}^{n} e_{n,i}e_{n,i}^T) = \frac{1}{2}tr(P) \tag{6.15}$$

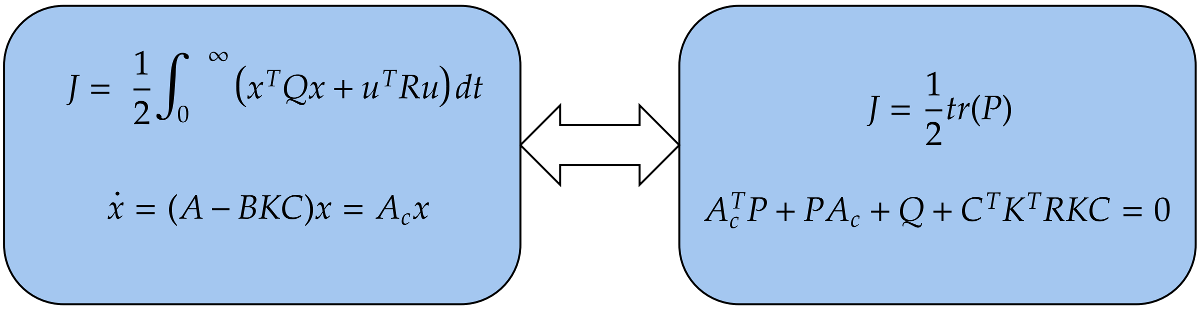

FIGURA 6.1 – Esquema representativo da equivalência de equações para a minimização do ganho K. Fonte: Adaptado de (GUIMARÃES NETO, 2020).

Neste Trabalho, foi utilizado o algoritmo Simplex de Nelder e Mead para minimizar a função custo J, disponível na função fminsearch do MATLAB©. Entretanto, nada impediria de ser utilizado outro método de otimização, tal como o uso de algoritmo genético. Além disso, é necessário que o ganho inicializado seja estabilizante, para que $\lim_{t\to\infty} x(t)^TPx(t) = 0$. Este valor inicial de ganho pode ser obtido através do método de tentativa e erro, algoritmos de minimização ou por técnicas de controle clássico, como o fechamento sucessivo de malhas e análise do lugar geométrico das raízes.

Para a regulação da saída de desempenho $z = Hx$, considerou-se $Q = H^T\bar{Q}H$ na Eq. 6.16. Cabe ressaltar matriz $\bar{Q}$ possui menos parâmetros a serem ajustados do que a Q.

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}(z^T\bar{Q}z + u^TRu)dt \tag{6.16}$$

Aplicando a Regra de Bryson (Eq. 6.17 e 6.18), pode-se especificar uma métrica de desvios máximos aceitáveis das variáveis de estado (z_{iM}) e controle (u_{jM}). Cabe salientar que não necessariamente estes valores corresponderão aos desvios máximos desejados, servindo apenas como um parâmetro de ponderação relativa entre excursões de estados e controle no sistema de malha fechada.

$$\bar{Q} = diag(q_i) \ \ , q_i = \frac{1}{z_{iM}^2} \tag{6.17}$$

$$R = diag(r_j) \ \ , r_j = \frac{1}{u_{jM}^2} \tag{6.18}$$

Pode-se reduzir o número de variáveis de projeto, anulando alguns elementos da matriz de ganhos, limitando assim as saídas realimentadas. Isto reduz o custo computacional de otimização, bem como simplifica o problema de *gain scheduling*.

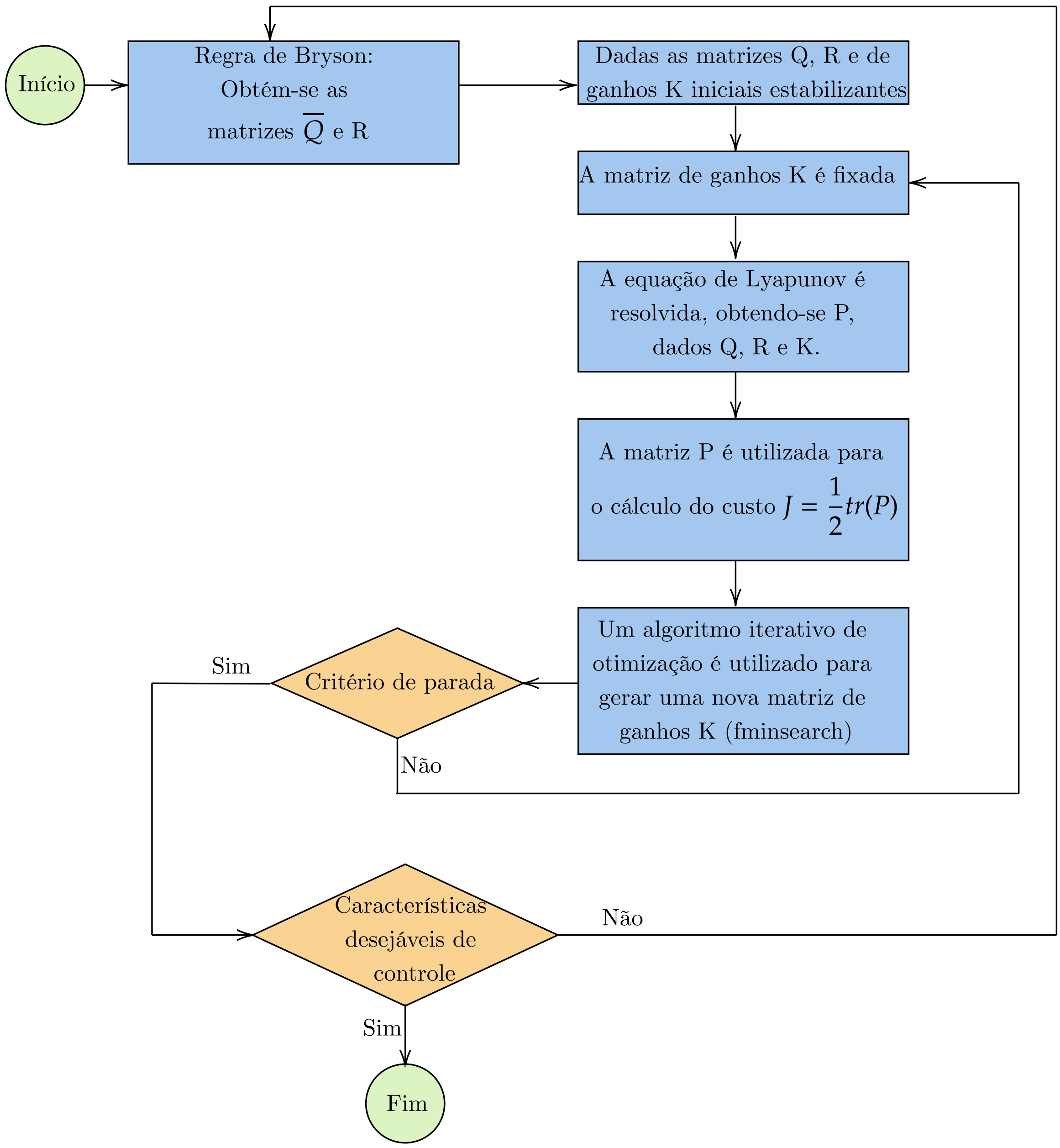

FIGURA 6.2 – Diagrama de blocos representando o algoritmo utilizado para elaborar o regulador linear quadrático (LQR). Fonte: Adaptado de (GUIMARÃES NETO, 2020).

6.3 SAS Longitudinal

No projeto do SAS longitudinal, utilizou-se o esquema da Fig. 6.3, no qual foram realimentados o ângulo de arfagem θ e a taxa de arfagem q. O ângulo de arfagem foi escolhido pois a biblioteca de (BITTAR, 2020), usada para comunicação entre o SIMULINK e o X-PLANE, não possuía o angulo de ataque como variável de saída do simulador. Além disso, é uma saída que pode não ser mensurável em uma situação real. A solução de engenharia foi realimentar $\theta = \gamma + \alpha$, que em voo nivelado e em uma altitude constante pode ser aproximado pelo ângulo de ataque (i.e., $\theta \approx \alpha$). Em malha fechada, isto afeta o período de fugóide, e por isso foi necessário atenção para não desestabilizar o sistema.

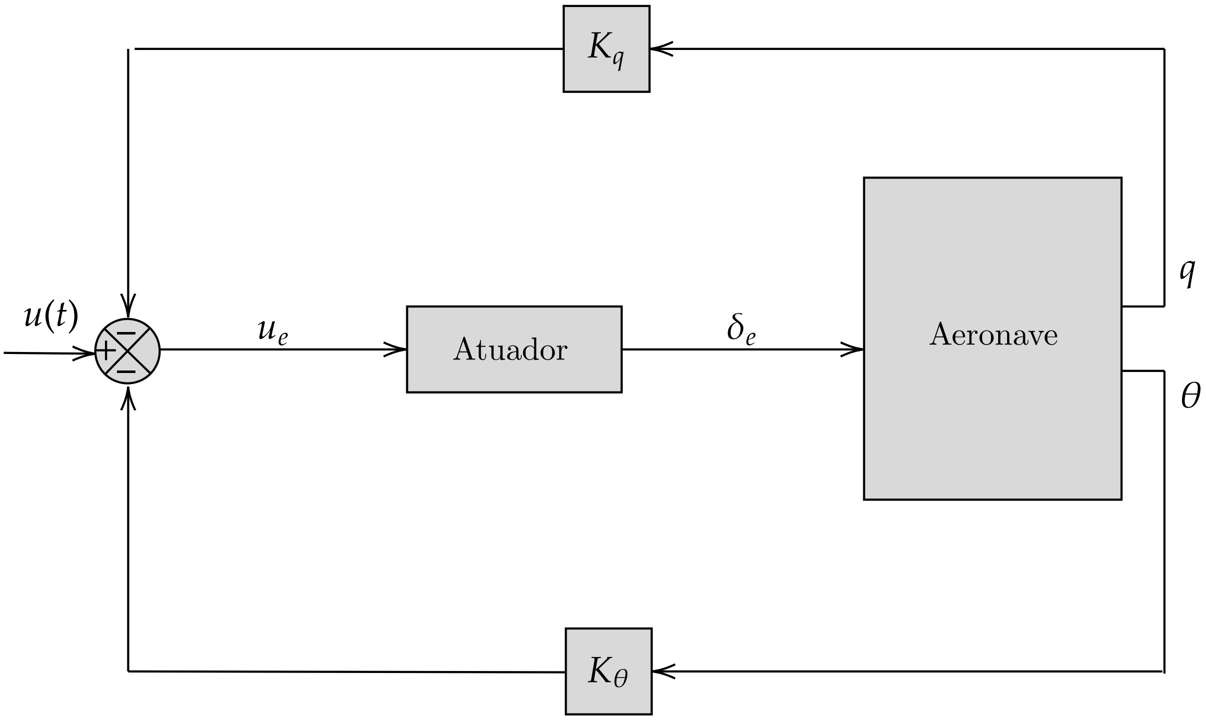

FIGURA 6.3 – Diagrama de blocos representativo do sistema de aumento de estabilidade longitudinal projetado no SIMULINK©.

Na implementação do LQR, não é desejável a presença de autovalores sobre a origem do plano complexo, logo o estado x não foi utilizado. Além disso, a altitude possui um autovalor associado muito próximo da origem do plano complexo e em alguns casos, este pode desestabilizar a malha fechada. Como o sistema de aumento de estabilidade não possui o foco na melhoria da qualidade do modo fugoide, este estado foi retirado da matriz A_a. Além disso, levou-se em consideração a dinâmica do atuador, representado pela função de transferência e equação diferencial das Eq. 6.19 e 6.20, respectivamente.

$$G_e(s) = \frac{1}{\tau_e s + 1} \qquad \tau_e = 0,05\,s \tag{6.19}$$

$$\Delta\dot{\delta}_e = \frac{1}{\tau_e}(\Delta u_e - \Delta\delta_e) \tag{6.20}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\delta}_e \end{bmatrix}}_{\dot{x}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0,2319 & 0,1245 & -0,0002 & -0,1712 & -0,0051 \\ -1,4540 & -4,3984 & 0,9815 & -0,0000 & -0,4768 \\ 0 & -5,7858 & -0,2264 & 0 & -5,3279 \\ 0 & 0 & 1,0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20,0000 \end{bmatrix}}_{A_a} \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ \delta_e \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \end{bmatrix}}_{B_a} \begin{bmatrix} u_e \end{bmatrix} \tag{6.21}$$

Apesar de estar realimentando as saídas dos estados q e θ, utilizou-se os estados α e q no cálculo da saída de desempenho, visto que estes estados estão mais relacionados com o modo de período curto.

$$y_a = \begin{bmatrix} q \\ \theta \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C_a} \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ \delta_e \end{bmatrix}}_{x_a} \tag{6.22}$$

$$z = \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{H_a} \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ \delta_e \end{bmatrix}}_{x_a} \tag{6.23}$$

Na escolha dos pesos, aplicou-se a Regra de Bryson, referente aos deslocamentos máximos desejados nos estados e controles.

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{d\alpha^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{dq^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{12^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{30^2} \end{bmatrix} \tag{6.24}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{d\Delta\delta_e^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5^2} \end{bmatrix} \tag{6.25}$$

Foi possível aplicar o ganhos iniciais nulos em k_θ e k_q, tendo em vista que a matriz em malha aberta era estável. Além disso, não foi necessário verificar a detectabilidade da matriz Q.

$$K = \begin{bmatrix} k_q & k_\theta \end{bmatrix} \tag{6.26}$$

As matrizes de ganhos iniciais estabilizantes K, $Q = H_a^T \bar{Q} H_a$ e R foram aplicadas à Equação de Lyapunov, sendo obtidos os valores de P e posteriormente, calculados os índices de desempenho. Este procedimento foi realizado iterativamente através da função fminsearch do MATLAB©, com o objetivo de minimizar o índice de desempenho. Por fim, foram obtidos os ganhos $k_q = -0.1029$ e $k_\theta = -0.0382$ que retornaram as características desejáveis no sistema em malha fechada. Os valores de ganhos obtidos correspondem a uma realimentação negativa.

$$u = -K_a C_a x_a = -\underbrace{\begin{bmatrix} -0.1029 & -0.0382 \end{bmatrix}}_{K_a} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C_a} \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ \delta_e \end{bmatrix}}_{x_a} \tag{6.27}$$

$$\dot{x_a} = \underbrace{(A_a - B_a K_a C_a)}_{A_c} x_a \tag{6.28}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} -0,2319 & 0,1245 & -0,0002 & -0,1712 & -0,0051 \\ -1,4540 & -4,3984 & 0,9815 & 0 & -0,4768 \\ 0 & -5,7858 & -0,2264 & 0 & -5,3279 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,0585 & 0,7644 & -20 \end{bmatrix} \tag{6.29}$$

Na Tab. 6.4, pode-se observar que o modo do período curto se tornou menos amortecido, com um aumento na sua frequência natural. Já o modo fugoide teve seu amortecimento aumentado.

TABELA 6.4 – Autovalores associados ao modos dinâmicos longitudinais em malha aberta e fechada (SAS), contendo características de amortecimento e frequência natural.

Dinâmica Longitudinal com malha aberta			
Autovalores	**Modo dinâmico associado**	**Amortecimento** ζ	**Frequência natural** ω_n $[rad/s]$
-2,38±1,28j	Período Curto	0,882	2,70
-0,044±0,442j	Fugoide	0,0989	0,445
Dinâmica Longitudinal com malha fechada			
Autovalores	**Modo dinâmico associado**	**Amortecimento** ζ	**Frequência natural** ω_n $[rad/s]$
-2,6±1,58j	Período Curto	0,855	3,04
-0,116±0,415j	Fugoide	0,269	0,431

Pode-se verificar na Fig. 6.4 que os autovalores relativos ao período curto e da fugoide se deslocaram para a esquerda do plano complexo, aumentando assim sua margem de estabilidade. Neste caso, o modo de período curto se modificou mais, conforme previsto no projeto deste LQR.

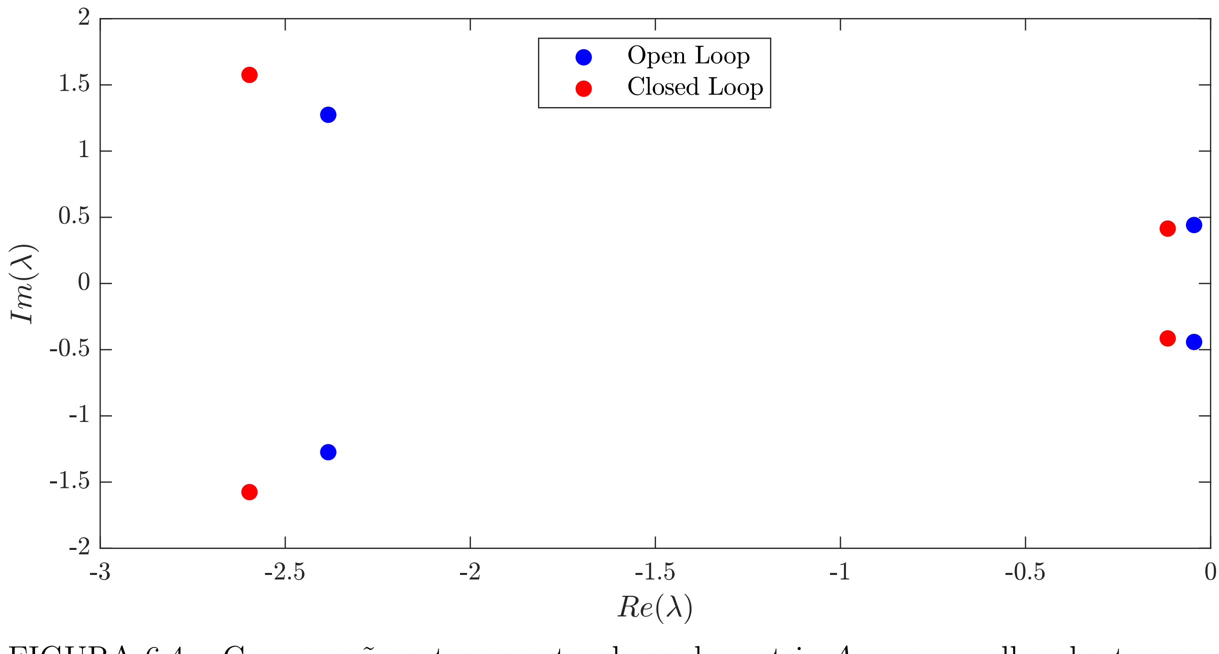

FIGURA 6.4 – Comparação entre os autovalores da matriz A_{long} em malha aberta e em malha fechada.

Conforme observado na Tab. 6.5, pode-se verificar que a aeronave já atendia aos critérios de amortecimento dos modos longitudinais previstos no MIL-F-8785C, entretanto, o modo fugoide apresentava um valor próximo ao amortecimento mínimo em malha aberta, considerando o nível 1 de qualidade de voo.

TABELA 6.5 – Tabela contendo os requisitos previstos na norma MIL-F-8785C para o movimento longitudinal.

Qualidades de voo longitudinais			
	Nível 1	**Nível 2**	**Nível 3**
Modo de fugoide			
Amortecimento ζ	$\zeta > 0,04$	$\zeta > 0$	$T_2 > 55$ seg
Modo de período curto			
Amortecimento ζ_{sp} **(Categorias A e C)**	$0,35 < \zeta_{sp} < 1,30$	$0,25 < \zeta_{sp} < 2$	$\zeta_{sp} > 0,15$
Amortecimento ζ_{sp} **(Categoria B)**	$0,3 < \zeta_{sp} < 2$	$0,2 < \zeta_{sp} < 2$	$\zeta_{sp} > 0,15$

De acordo com (NELSON, 1998), muitos programas de pesquisa conduzidos pelo governo americano e pela indústria da aviação tentaram quantificar as características de qualidades de voo com a opinião de pilotos acerca do tema desde a metade do século XX. A Fig. 6.5 mostra uma relação entre amortecimento, frequência natural do período curto e as qualidades de voo da aeronave previstas em (O'HARA, 1967), com base em pesquisas de opiniões de pilotos em diversas aeronaves. Tendo como base este critério, a aeronave já possuía um nível satisfatório, entretanto, optou-se por melhorar ainda mais este aspecto.

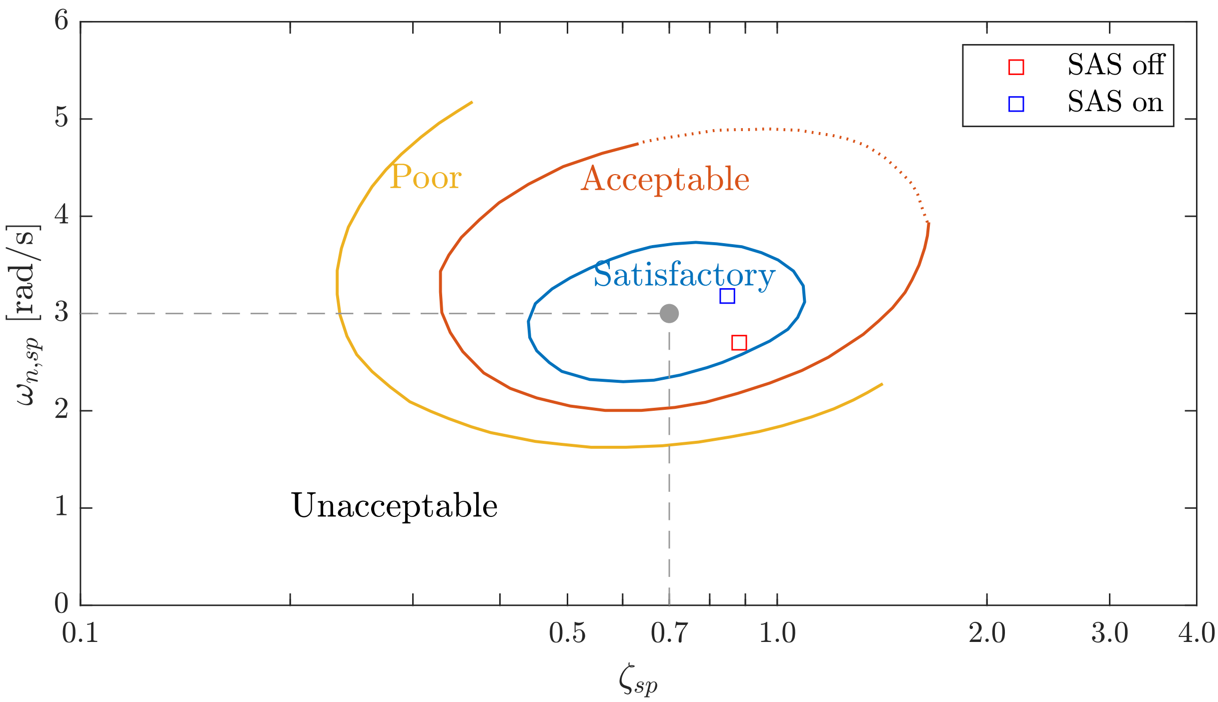

FIGURA 6.5 – Gráfico de (O'HARA, 1967), considerado neste trabalho como um parâmetro no que tange a qualidade de voo. Fonte: Adaptado de (GUIMARÃES NETO, 2019).

Apesar do sistema com o SAS desligado já apresentar estabilidade e possuir boas qualidades em voo, com o SAS ligado o sistema estabiliza com mais rapidez quando perturbado com um comando do tipo *doublet* de mesma amplitude, conforme as simulações da Fig. 6.6.

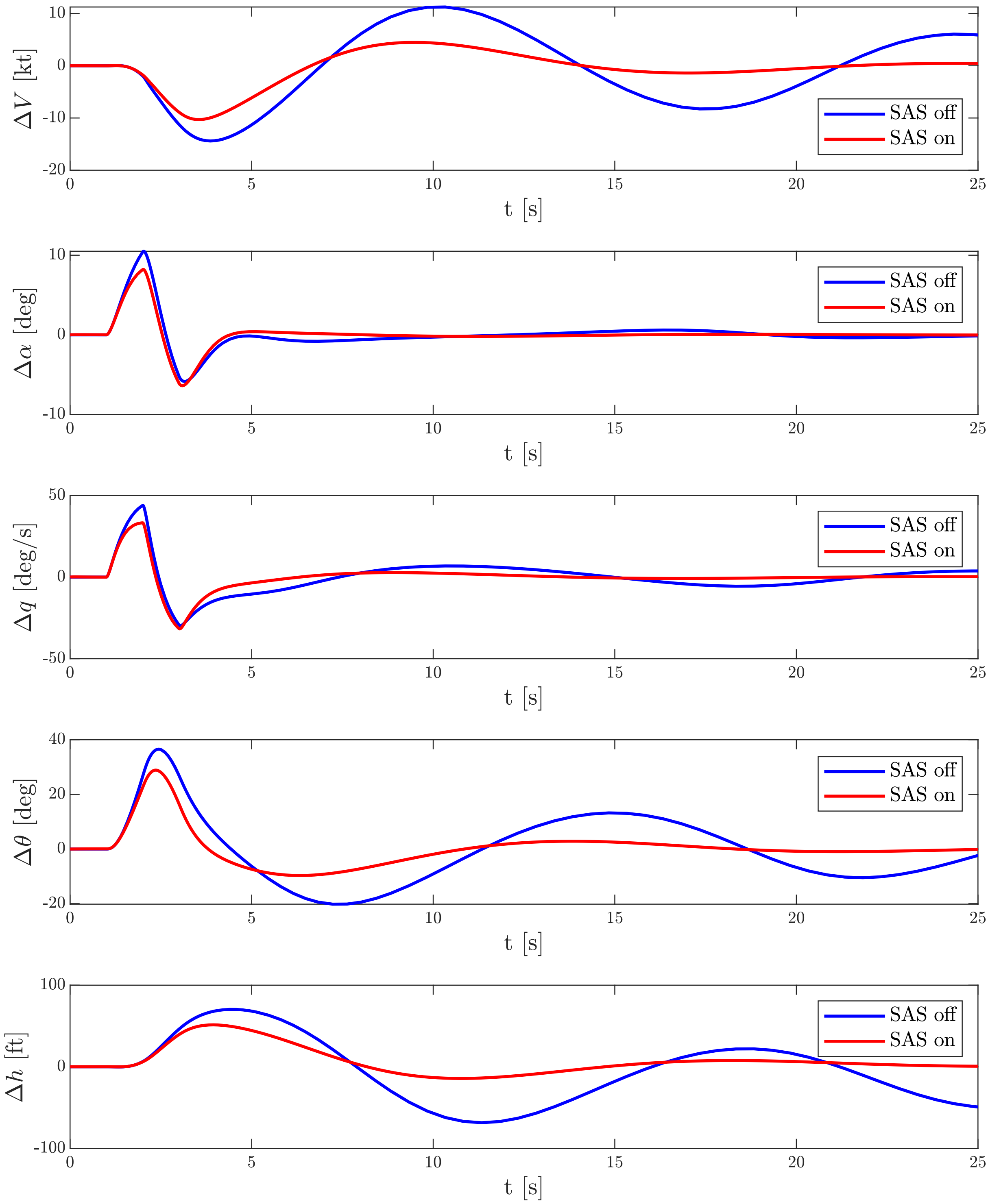

FIGURA 6.6 – Simulação das variáveis de estado longitudinais, submetidas a um comando no profundor do tipo *doublet* de -16 a 16 graus.

Na Fig. 6.7, pode-se verificar a ação do SAS na superfície de controle do profundor.

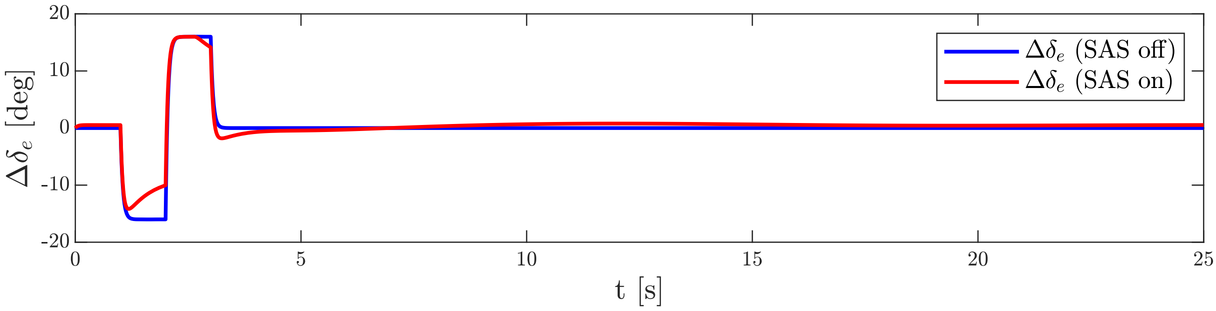

FIGURA 6.7 – Simulação da variável de controle longitudinal $\Delta\delta_e$, submetida a um comando no profundor do tipo *doublet* de -16 a 16 graus.

6.4 SAS Látero-direcional

Na dinâmica látero-direcional, há um acoplamento entre as dinâmicas de guinada e rolamento. Neste caso, pode ser interessante aplicar o conceito de LQR, tendo em vista que todos os ganhos podem ser calculados simultaneamente, sem a necessidade do fechamento sucessivo de malhas.

Na implementação do LQR, não é desejável possuir autovalores sobre a origem do plano complexo. Logo, os estados ψ e y não foram utilizados. Estes estados precisariam ser realimentados para que seus autovalores tivessem parte real negativa, o que não é o objetivo deste regulador. Além da dinâmica dos atuadores, foi implementado um filtro de passa-altas (*washout*). De acordo com (GUIMARÃES NETO, 2019), na inexistência deste filtro, o SAS atuaria no sentido contrário ao comando de pedal de leme pelo piloto em uma curva coordenada, na qual $r \neq 0$ é constante, fazendo com que o piloto tivesse que aplicar um maior comando de pedal de leme do que com o SAS desligado. Abaixo podem ser visualizadas as funções de transferência e as respectivas equações diferenciais referentes aos estados adicionados na matriz aumentada e a equação de saída referente a r_w.

$$G_a(s) = \frac{1}{\tau_a s + 1} \qquad \tau_a = 0,05\,s \tag{6.30}$$

$$G_r(s) = \frac{1}{\tau_r s + 1} \qquad \tau_r = 0,05\,s \tag{6.31}$$

$$G_w(s) = \frac{s\tau_w}{1 + s\tau_w} \qquad \tau_w = 1\,s \tag{6.32}$$

$$\Delta\dot{\delta_a} = \frac{1}{\tau_a}(\Delta u_a - \Delta\delta_a) \tag{6.33}$$

$$\Delta\dot{\delta_r} = \frac{1}{\tau_r}(\Delta u_r - \Delta\delta_r) \tag{6.34}$$

$$\dot{x_w} = -\frac{1}{\tau_w}(x_w + r) \tag{6.35}$$

$$r_w = x_w + r \tag{6.36}$$

Na Fig. 6.8, pode-se visualizar um diagrama esquemático do SAS látero-direcional projetado.

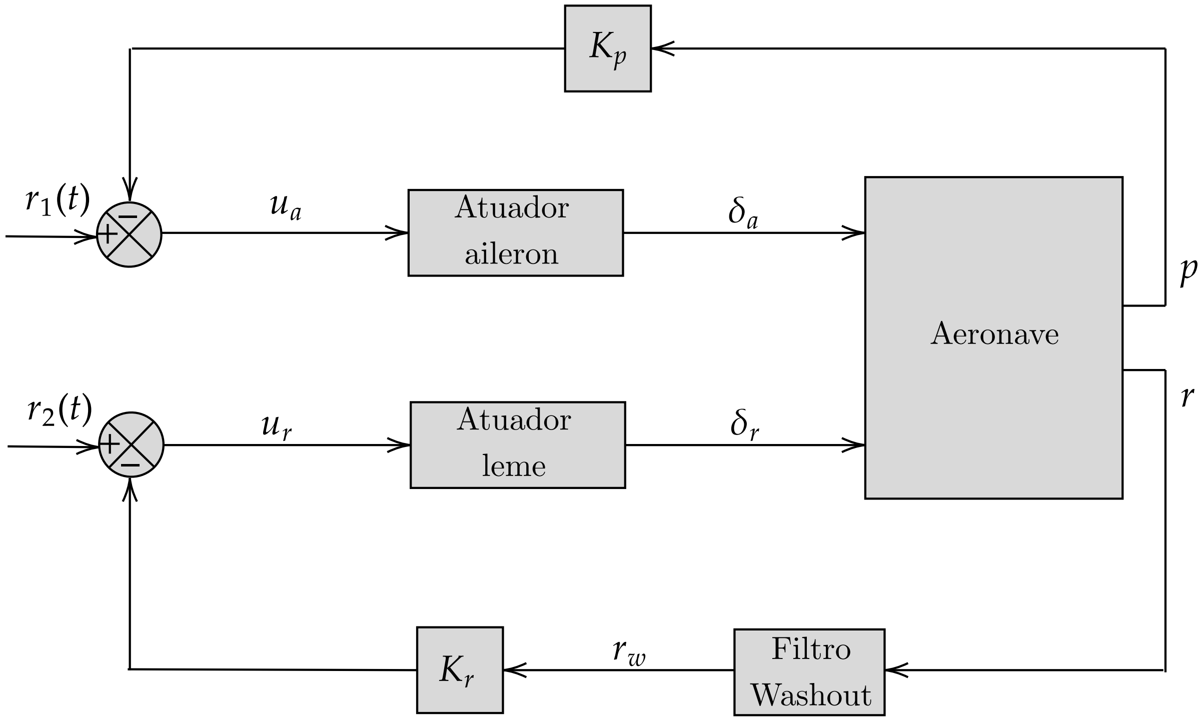

FIGURA 6.8 – Diagrama de blocos representativo do sistema de aumento de estabilidade látero-direcional projetado no SIMULINK©.

Tendo em vista as considerações supracitadas, foram obtidas a dinâmica e a saída aumentadas do sistema em malha aberta.

$$
\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\delta}_a \\ \dot{\delta}_r \\ \dot{x_w} \end{bmatrix}}_{\dot{x}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0,332 & 0,353 & 0,012 & -1,006 & -0,115 & 0,329 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,007 & 0 & 0 & 0 \\ -3,279 & 0 & -1,412 & 0,168 & -24,506 & -3,226 & 0 \\ 21,284 & 0 & 0,197 & -1,356 & -20,527 & 40,753 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_{A_a} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta \\ \phi \\ p \\ r \\ \delta_a \\ \delta_r \\ x_w \end{bmatrix}}_{x_a} +
$$

$$
+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 20 & 0 \\ 0 & 20 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B_a} \begin{bmatrix} \Delta u_a \\ \Delta u_r \end{bmatrix} \tag{6.37}
$$

$$
y_a = \begin{bmatrix} p \\ r_w \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_a} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta \\ \phi \\ p \\ r \\ \delta_a \\ \delta_r \\ x_w \end{bmatrix}}_{x_a} \tag{6.38}
$$

$$
z = \begin{bmatrix} \beta \\ \phi \\ p \\ r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{H_a} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta \\ \phi \\ p \\ r \\ \delta_a \\ \delta_r \\ x_w \end{bmatrix}}_{x_a} \tag{6.39}
$$

Na escolha dos pesos, aplicou-se a Regra de Bryson, referente aos deslocamentos máximos desejados nos estados e controles.

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{d\beta^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{d\phi^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{dp^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{dr^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{5^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2^2} \end{bmatrix} \tag{6.40}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{d\Delta\delta_a^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{d\Delta\delta_r^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{15^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{5^2} \end{bmatrix} \tag{6.41}$$

Para o cálculo iterativo dos ganhos, foram fixados 2 valores nulos na matriz de ganhos, com a finalidade de se obter uma estrutura delimitada de malha de controle. Além disso, foi possível aplicar o ganhos iniciais nulos k_p e k_r, visto que a matriz em malha aberta era estável e também não foi necessário verificar a detectabilidade da matriz Q.

$$K = \begin{bmatrix} k_p & 0 \\ 0 & k_r \end{bmatrix} \tag{6.42}$$

As matrizes de ganhos iniciais estabilizantes K, $Q = H_a^T \bar{Q} H_a$ e R foram aplicadas à Equação de Lyapunov, sendo obtidos os valores de P e posteriormente, calculados os índices de desempenho. Este procedimento foi realizado iterativamente através da função fminsearch do MATLAB©, com o objetivo de minimizar o índice de desempenho. Por fim, foram obtidos os ganhos $k_p = 0,0067$ e $k_r = 0,2067$ que retornaram as características desejáveis no sistema em malha fechada. Os valores de ganhos obtidos correspondem a realimentação negativa.

$$u = -K_a C_a x_a = -\underbrace{\begin{bmatrix} 0,0067 & 0 \\ 0 & 0,2067 \end{bmatrix}}_{K_a} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_a} \underbrace{\begin{bmatrix} \beta \\ \phi \\ p \\ r \\ \delta_a \\ \delta_r \\ x_w \end{bmatrix}}_{x_a} \tag{6.43}$$

$$\dot{x_a} = \underbrace{(A_a - B_a K_a C_a)}_{A_c} x_a \tag{6.44}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0,3320 & 0,3531 & 0,0114 & -1,0057 & -0,1154 & 0,3291 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,0068 & 0 & 0 & 0 \\ -3,2788 & 0 & -1,4122 & 0,1683 & -24,5056 & -3,2262 & 0 \\ 21,2837 & 0 & 0,1971 & -1,3559 & -20,5267 & 40,7528 & 0 \\ 0 & 0 & -0,1340 & 0 & -20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4,1346 & 0 & -20 & -4,1346 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{6.45}$$

Obteve-se então os autovalores em malha fechada e seus respectivos amortecimentos e frequências naturais, conforme observado na Tab. 6.6.

TABELA 6.6 – Autovalores associados ao modos dinâmicos látero-direcionais com malha aberta e fechada (SAS), contendo características de amortecimento e frequência natural.

Dinâmica Látero-direcional com malha aberta			
Autovalores	**Modo dinâmico associado**	**Amortecimento ζ**	**Frequência natural ω_n $[rad/s]$**
-0,501±4,55j	Dutch roll	0,109	4,58
-1,43	Rolamento puro	1	1,43
-0,00784	Espiral	1	0,00784
Dinâmica Látero-direcional com malha fechada			
Autovalores	**Modo dinâmico associado**	**Amortecimento ζ**	**Frequência natural ω_n $[rad/s]$**
-0,846±1,16j	Dutch roll	0,59	1,43
-1,58	Rolamento puro	1	1,58
-0,00793	Espiral	1	-0,00793

O modo espiral se apresenta estável tanto com malha aberta quanto com malha fechada. Logo, cumpre o requisito da norma MIL-F-8785C para este modo dinâmico.

TABELA 6.7 – Requisitos previstos na norma MIL-F-8785C para o modo espiral (mínimo tempo para dobrar a amplitude).

Qualidades de voo látero-direcionais do modo espiral				
Classe	**Categoria**	**Nível 1**	**Nível 2**	**Nível 3**
I e IV	A	12 seg	12 seg	4 seg
I e IV	B e C	20 seg	12 seg	4 seg
II e III	Todas	20 seg	12 seg	4 seg

O requisito do modo de rolamento pode ser obtido através da aproximação de um movimento de rolamento com um grau de liberdade, segundo (NELSON, 1998).

$$\tau \Delta \dot{p} + \Delta p = 0 \Rightarrow \tau = -\frac{1}{\lambda_{roll}} \tag{6.46}$$

Onde τ é a constante de tempo de rolamento. Pode-se então calcular as constantes de tempo de rolamento em malha aberta e fechada.

$$\tau_{nonSAS} = -\frac{1}{-1,43} = 0,70 \text{ s} \tag{6.47}$$

$$\tau_{SAS} = -\frac{1}{-1,58} = 0,63 \text{ s} \tag{6.48}$$

Verifica-se que a aeronave já cumpria o requisito previsto na norma MIL-F-8785C para o modo de rolamento puro em malha aberta em todas as classes, categorias e níveis de voo. No entanto, a matriz com malha fechada tornou a constante de tempo menor, o que é desejável, de acordo com a norma.

TABELA 6.8 – Requisitos previstos na norma MIL-F-8785C para o modo de rolamento puro (máxima constante τ de tempo de rolamento).

Qualidades de voo látero-direcionais para o modo de rolamento puro				
Classe	**Categoria**	**Nível 1**	**Nível 2**	**Nível 3**
I e IV	A	1,0 seg	1,4 seg	10 seg
II e III	A	1,4 seg	3 seg	10 seg
Todas	B	1,4 seg	3 seg	10 seg
I e IV	C	1,0 seg	1,4 seg	10 seg
II e III	C	1,4 seg	3 seg	10 seg

Com a malha fechada, há um aumento de amortecimento em mais de 5 vezes no modo de *dutch roll*. Com relação à norma MIL-F-8785C, pode-se observar as Tab. 6.9 e 6.10 que em malha aberta, a aeronave não cumpria o requisito de categoria A, classe I, nível 1, que requer rapidez na manobra e precisão de rastreamento, tendo como requisito um amortecimento $\zeta > 0,19$. Após o fechamento da malha, esta condição foi satisfeita.

TABELA 6.9 – Tabela contendo as características de amortecimento e frequência natural no modo de dutch roll.

Características do modo dutch roll			
	ζ	$\zeta \cdot \omega_n$	ω_n
Sem SAS	0,109	0,499	4,58
Com SAS	0,590	0,8437	1,43

TABELA 6.10 – Requisitos previstos na norma MIL-F-8785C para o modo de dutch roll.

Qualidades de voo látero-direcionais para o modo de dutch roll					
Nível	**Categoria**	**Classe**	**Mínimo** ζ	**Mínimo** $\zeta \cdot \omega_n$	**Mínimo** ω_n $[rad/s]$
1	A	I e IV	0,19	0,35	1,0
1	A	II e III	0,19	0,35	0,4
1	B	Todas	0,08	0,15	0,4
1	C	I, II-C e IV	0,08	0,15	1,0
1	C	II-L e III	0,08	0,15	0,4
2	Todas	Todas	0,02	0,05	0,4
3	Todas	Todas	0,02	-	0,4

Pode-se verificar na Fig. 6.9 as superfícies de controle atuando quando o SAS é acionado, bem como as respostas dos estados látero-direcionais na Fig. 6.10, quando a aeronave é submetida a este comando.

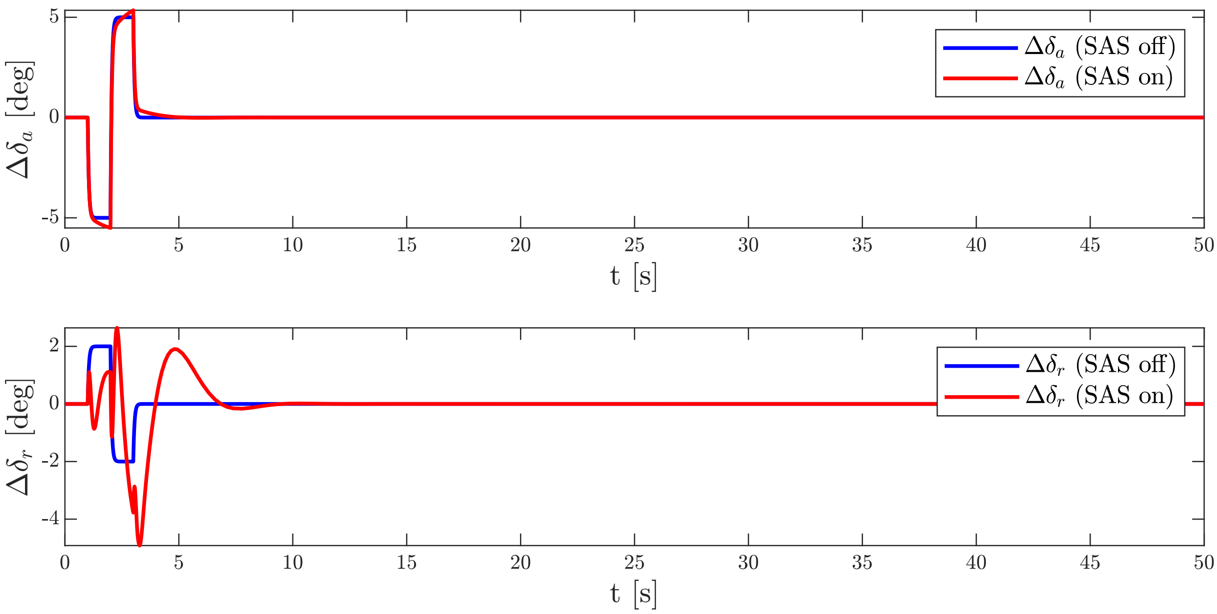

FIGURA 6.9 – Simulação das variáveis de controle látero-direcionais, submetidas a um comando do tipo *doublet* de leme de 3 a -3 graus e de -5 a 5 graus de aileron.

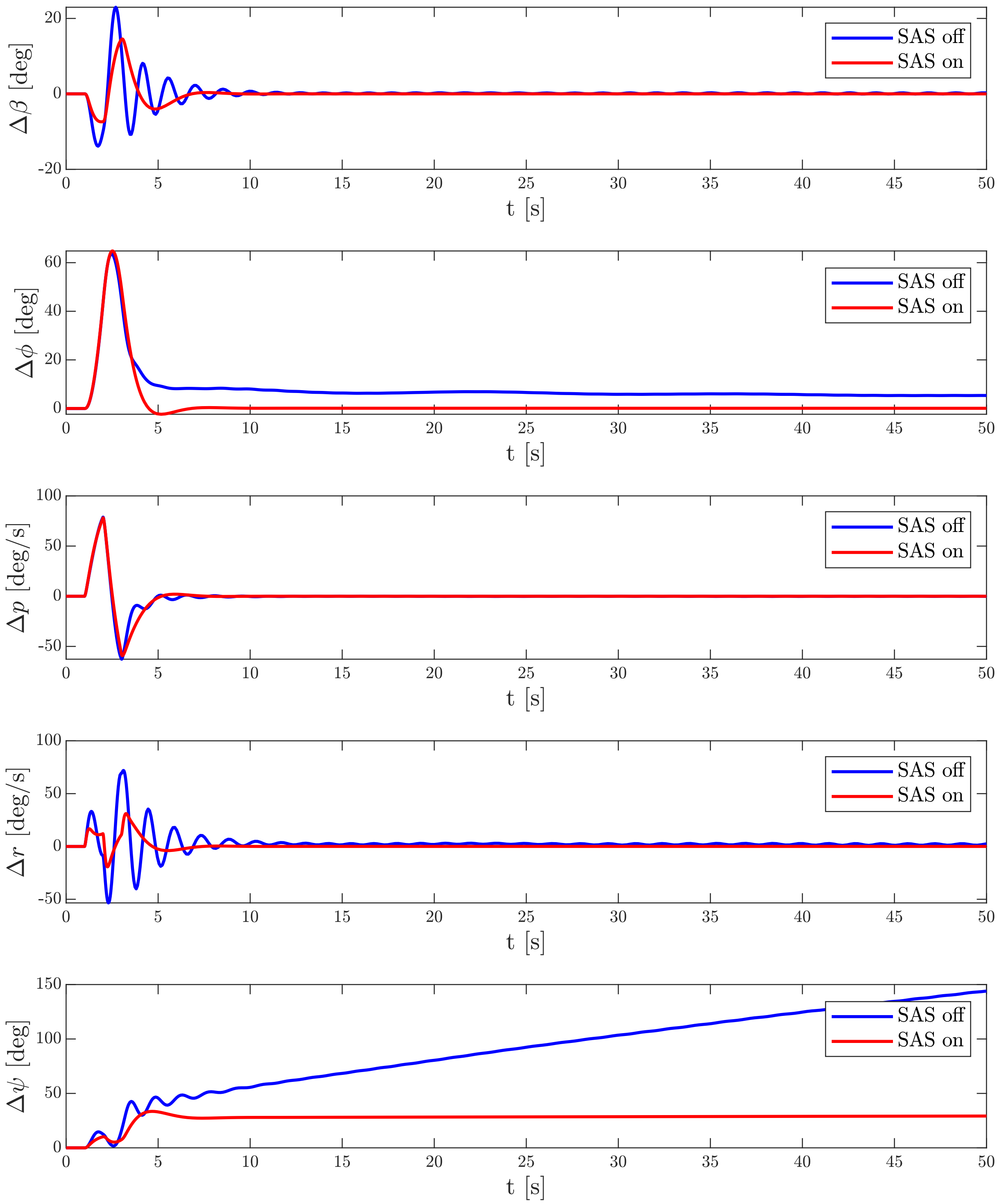

FIGURA 6.10 – Simulação das variáveis de estado látero-direcionais, submetidas a um comando do tipo *doublet* de leme de 3 a -3 graus e de -5 a 5 graus de aileron.

Na Fig. 6.11, pode-se verificar que os autovalores com a malha fechada fornecem características de maior estabilidade, tendo em vista que os polos ficaram com parte real mais negativa do que em malha aberta.

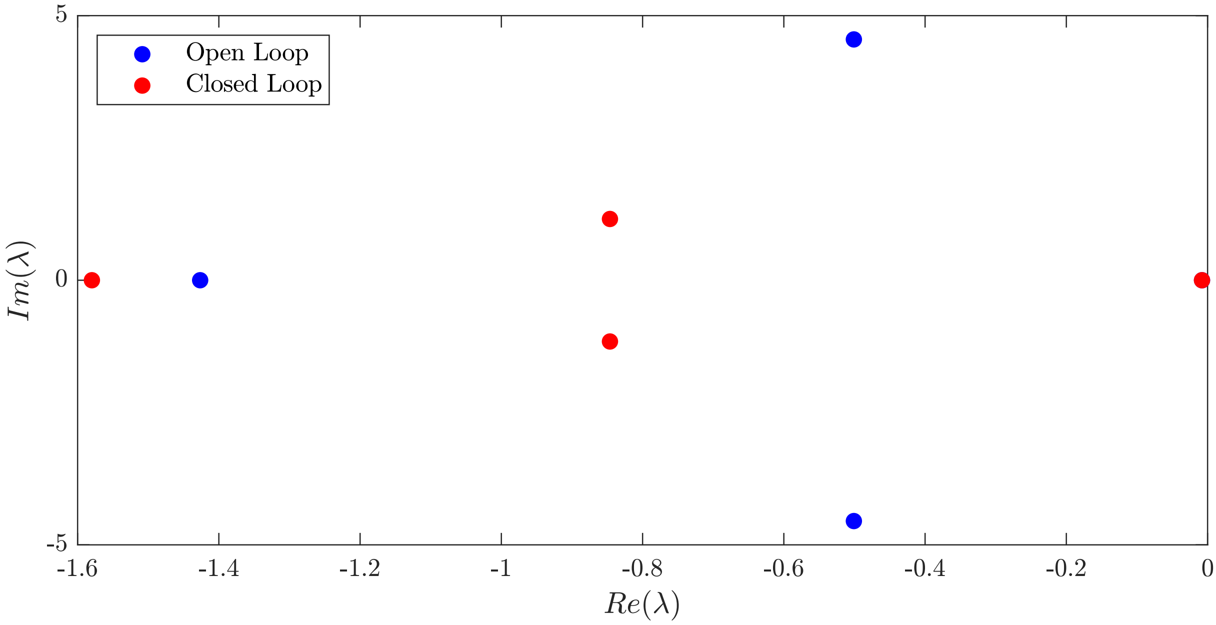

FIGURA 6.11 – Comparação entre os autovalores da matriz A_{lat} em malha aberta e em malha fechada.

7 Pilotos Automáticos

7.1 Rastreador Linear Quadrático

O rastreador linear quadrático (LQ Tracker, *Linear Quadratic Tracker*) pode ser representado pelo esquema da Fig. 7.1, no qual a saída de desempenho H deve rastrear a referência r. Este controlador possui uma estrutura fixa e conhecida, na qual a malha externa com realimentação unitária vai realimentar a saída de desempenho H. Já a realimentação da malha interna possui o objetivo de melhorar a estabilidade dos modos dinâmicos da aeronave, como o período curto e *dutch roll*. Para que o erro de rastreio $e = r - z$ se torne nulo, em muitos casos é necessário incluir um compensador dinâmico do tipo proporcional integral.

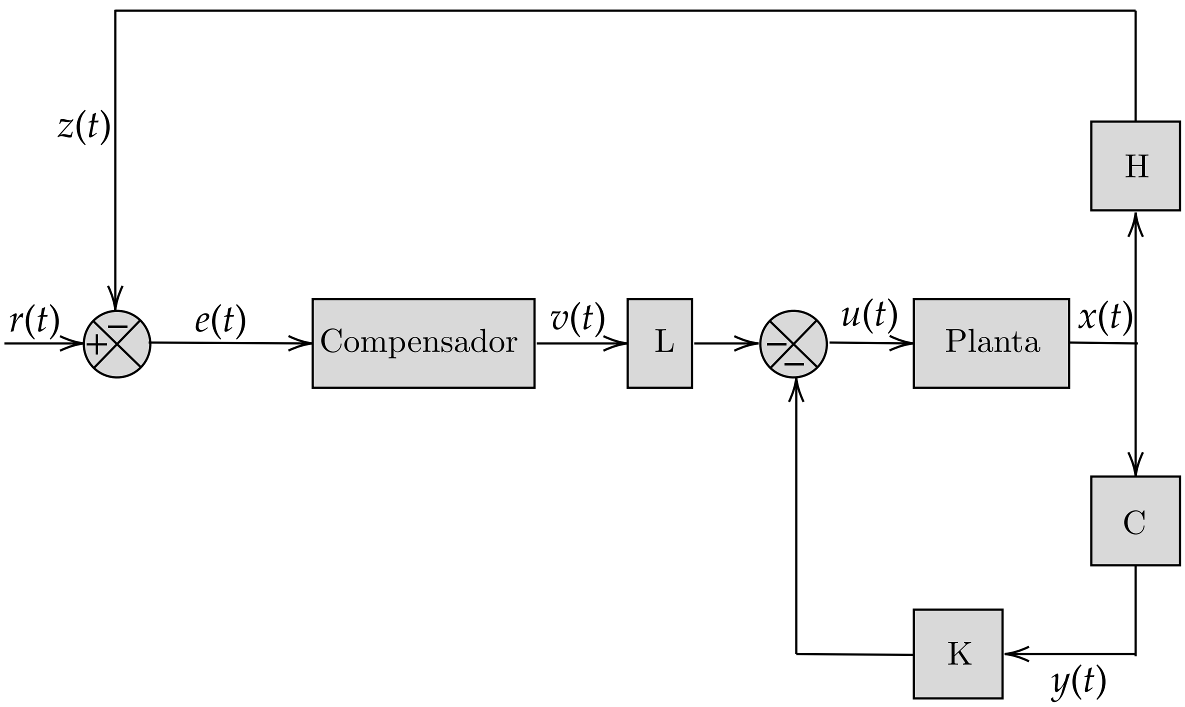

FIGURA 7.1 – Esquema representativo de um sistema de rastreamento com a utilização de rastreador linear quadrático.

Na dinâmica linearizada, obtém-se os seguintes parâmetros:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{7.1}$$
$$x = \Delta x \tag{7.2}$$
$$u = \Delta U \tag{7.3}$$
$$z = Hx \tag{7.4}$$
$$y = Cx \tag{7.5}$$
$$e = r - z \tag{7.6}$$
$$u(t) = -ky(t) - Lv(t) \tag{7.7}$$

Considerando a integral do erro igual a ϵ, a dinâmica do compensador proporcional-integral pode ser obtida através das Eq. 7.8 e 7.9.

$$\dot{\epsilon} = \overbrace{0}^{F} \cdot \epsilon + \overbrace{1}^{G} \cdot e \tag{7.8}$$
$$\underbrace{\begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix}}_{v} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{D} \epsilon + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{J} e \tag{7.9}$$

Dado que o erro de rastreio é igual a $e = r - z = r - Hx$ e aplicando este resultado na dinâmica do compensador proporcional integral, obtém-se a dinâmica de malha aberta e a saída aumentada, conforme as Eq. 7.10 e 7.11.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ -GH & F \end{bmatrix}}_{A_a} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \epsilon \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_a} u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix}}_{G_a} r \tag{7.10}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix}}_{y_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} C & 0 \\ -JH & D \end{bmatrix}}_{C_a} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \epsilon \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ J \end{bmatrix}}_{F_a} r \tag{7.11}$$

Na malha fechada, com a realimentação e considerada a saída de desempenho, o sistema aumentado pode ser representado pela Eq. 7.14.

$$u = -\underbrace{\begin{bmatrix} K & L \end{bmatrix}}_{K_a} \begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix} = K_a y_a \tag{7.12}$$

$$z = \underbrace{\begin{bmatrix} H & 0 \end{bmatrix}}_{H_a} \begin{bmatrix} x \\ \epsilon \end{bmatrix} = H_a x_a \tag{7.13}$$

$$\dot{x_a} = \underbrace{(A_a - B_a K_a C_a)}_{A_c} x_a + \underbrace{(G_a - B_a K_a F_a)}_{B_c} r \tag{7.14}$$

Dadas as matrizes aumentadas, incluindo o compensador proporcional integral, pode-se fechar a malha com a realimentação de saída, obtendo-se uma malha fechada dependente dos estados e da referência, como observado na Eq. 7.19. Segundo (STEVENS; LEWIS, 2003), os critérios adotados para avaliar as qualidades de voo estão relacionados com entradas do tipo degrau, de modo que se o projeto for bem realizado para este caso, retornará boas respostas para qualquer outro tipo de entrada.

$$\dot{x_a} = A_a x_a + B_a u + G_a r \tag{7.15}$$

$$y_a = C_a x_a + F_a r \tag{7.16}$$

$$z = H_a x_a \tag{7.17}$$

$$u = -K_a y_a = -K_a C_a x_a - K_a F_a r \tag{7.18}$$

$$\dot{x_a} = (A_a - B_a K_a C_a) x_a + (G_a - B_a K_a F_a) r \tag{7.19}$$

Considerando $\bar{x}_a$ como o valor em regime permanente da variável de estado x_a e o sistema de malha fechada como assintoticamente estável:

$$\lim_{t \to \infty} x_a(t) = \bar{x}_a \Rightarrow \dot{\bar{x}}_a = 0 = A_c x_a + B_c r_0 \Rightarrow \bar{x}_a = -A_c^{-1} B_c r_0 \tag{7.20}$$

$$\bar{y_a} = C_a \bar{x_a} + F_a r_0 = (F_a - C_a A_c^{-1} B_c) r_0 \tag{7.21}$$

$$\bar{z} = -H_a A_c^{-1} B_c r_0 \tag{7.22}$$

$$\bar{u} = -K_a \bar{y_a} = -K_a (F_a - C_a A_c^{-1} B_c) r_0 \tag{7.23}$$

$$\bar{e} = r_0 - \bar{z} = r_0 + H_a A_c^{-1} B_c r_0 = (I_q + H_a A_c^{-1} B_c) r_0 \tag{7.24}$$

Considerando $\tilde{x}_a = x - \bar{x}$:

$$\tilde{x_a}(t) = x_a(t) - \bar{x_a} \tag{7.25}$$
$$\tilde{y_a}(t) = y_a(t) - \bar{y_a} = C_a\tilde{x_a} \tag{7.26}$$
$$\tilde{z}(t) = z(t) - \bar{z} = H_a\tilde{x_a} \tag{7.27}$$
$$\tilde{u}(t) = u(t) - \bar{u} = -K_aC_a\tilde{x_a} \tag{7.28}$$
$$\tilde{e}(t) = e(t) - \bar{e} = -H_a\tilde{x_a} \tag{7.29}$$

Substituindo as Equações anteriores na Equação da dinâmica aumentada (Eq. 7.15), conclui-se que a dinâmica em malha fechada é dada pela Eq. 7.30.

$$\dot{\tilde{x_a}} = A_c\tilde{x}_a \tag{7.30}$$

Se for projetado um sistema de controle que faça com que $\lim_{t\to\infty} \tilde{x_a}(t) = 0$, logo $x_a(t) \to \bar{x}_a$ e $\tilde{e} \to 0$ fará com que o erro em regime permanente $\bar{e}$ tenda a ser igual ao erro $e(t)$. Então, se o $\bar{e}$ for minimizado e o problema de regulação da variável de desvio for resolvido , isto fará com que o erro $e(t)$ se torne o menor possível e consequentemente, resolverá o problema de rastreio.

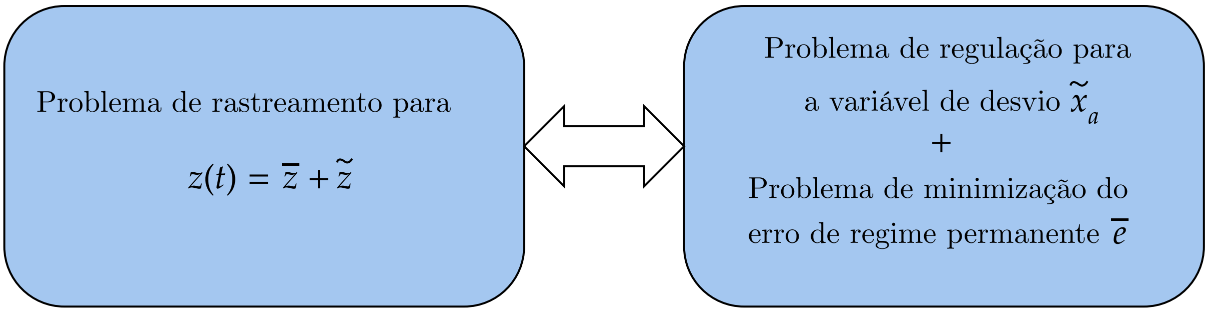

FIGURA 7.2 – Diagrama da equivalência entre o problema de rastreamento e o de regulação para a variável de desvio. Fonte: Adaptado de (GUIMARÃES NETO, 2020).

Com o objetivo de reduzir $\bar{e}$ e $\tilde{e}$ simultaneamente, é proposta a Eq. 7.31. Dessa forma o erro $\tilde{e}$ é penalizado e o controle é ponderado por R. Já o erro de regime permanente será ponderado por V, que pode ou não ser nulo. De acordo com (GUIMARÃES NETO, 2020), esta otimização é sub-ótima, visto que a minimização não garante que a soma de $\bar{e} + \tilde{e}$ seja minimizada simultaneamente na malha fechada. Porém garante que cada variável seja minimizada individualmente, sendo uma técnica muito conhecida por trazer resultados satisfatórios.

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty (\tilde{e}^T\tilde{e} + \tilde{u}^TR\tilde{u})dt + \frac{1}{2}\bar{e}^TV\bar{e} \tag{7.31}$$

Note que a matriz $Q = H_a^T H_a$ já é conhecida, visto que faz parte da estrutura do sistema de controle. Sabendo que $\tilde{e}^T\tilde{e} = \tilde{x_a}^T Q\tilde{x_a}$, a Eq. 7.32 é similar à Eq. 7.31. Logo, só será necessário ponderar as matrizes R e V.

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty (\tilde{x_a}^T Q\tilde{x_a} + \tilde{u}^T R\tilde{u}) + \frac{1}{2}\bar{e}^T V\bar{e} \tag{7.32}$$

Similarmente ao problema de regulação por LQR, pode-se transformar o problema de cálculo do índice de desempenho J de uma integral temporal em uma equação algébrica, conforme a Eq. 7.33, restrita a uma Equação de Lyapunov, dada pela Eq.7.34, sendo P a sua solução.

$$J = \frac{1}{2}\tilde{x_a}^T(0)P\tilde{x_a}(0) + \frac{1}{2}\bar{e}^T V\bar{e} \tag{7.33}$$

$$A_c^T P + PA_c + Q + C_a K_a^T R K_a C_a = 0 \tag{7.34}$$

Onde $Q = H_a^T H_a$.

O desvio inicial $\tilde{x_a}$ pode ser calculado assumindo uma condição inicial $x_a(0) = 0$, o que facilita o cálculo do índice de desempenho para a entrada de um degrau unitário r_0.

$$\tilde{x_a}(0) = x_a(0) - \bar{x_a} = -\bar{x_a} = A_c^{-1}B_c r_0 \tag{7.35}$$

$$J = \frac{1}{2}r_0^T B_c^T (A_c^{-1})^T P A_c^{-1} B_c r_0 + \frac{1}{2}\bar{e}^T V\bar{e} \tag{7.36}$$

Como escolha inicial dos ganhos, estes devem ser estabilizantes em malha fechada. Além disso, deve-se incluir um pequeno ganho na variável do integrador, para que o autovalor associado tenha parte real negativa. No caso de um integrador na malha, o erro de regime é nulo. Logo, o resultado não varia conforme se altera o peso V, e, portanto, o julgamento de engenharia é o ajuste do peso R.

Similarmente ao LQR, para qualquer autovalor da matriz Q, tal que $Re(\lambda(i)) \geq 0$ em malha aberta, deve-se garantir a detectabilidade de (H_a, A_a). Para isso, o autovetor v_i associado ao autovalor λ_i tal que $Re(\lambda(i)) \geq 0$ deve obedecer seguinte regra: $v_i^T Q v_i > 0$. Já no caso de um sistema em estável em malha aberta, não é necessário verificar a detectabilidade. Se a condição de detectabilidade não for satisfeita, a matriz P proveniente da Equação de Lyapunov será singular, resultando em ganhos de elementos nulos. Como a matriz Q nesse caso é igual a $Q = H_a^T H_a$, pode ser necessário customizar esta matriz, sem modificar a matriz H_a, que é decorrente da estrutura da malha.

No LQR, a escolha de pesos era referenciada por uma condição inicial unitária. No caso do LQ Tracker, a referência é um degrau unitário. Pode-se utilizar também a estratégia de fixar ganhos nulos para delimitar o sistema, reduzindo a quantidade total de variáveis de projeto.

Neste Trabalho, foi utilizada a ponderação temporal, onde o termo t^k é incluído no termo $(\tilde{x}_a^T \bar{Q} \tilde{x}_a)$. Dessa forma, ao se adotar um termo t^k, o estado tenderá a ser rastreado mais rapidamente, porém será dispendida uma maior energia no controle, o que pode ser solucionado elevando os pesos na matriz R. Nesse caso, segundo (STEVENS; LEWIS, 2003), não é necessário verificar a detectabilidade da matriz Q, pois a solução P_k será positivo-definida.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (t^k \tilde{x}_a^T \bar{Q} \tilde{x}_a + \tilde{u}^T R \tilde{u}) dt + \frac{1}{2} \bar{e}^T V \bar{e} \tag{7.37}$$

Onde $Q = H^T \bar{Q} H$.

De acordo com (STEVENS; LEWIS, 2003), pode-se generalizar para $k > 0$.

$$J = \frac{1}{2} tr(\bar{x}_a^T P_k \bar{x}_a) + \frac{1}{2} \bar{e}^T V \bar{e} \tag{7.38}$$

$$A_c^T P_0 + P_0 A_c + Q = 0 \tag{7.39}$$

$$A_c^T P_1 + P_1 A_c + P_0 = 0 \tag{7.40}$$

$$\vdots \tag{7.41}$$

$$A_c^T P_{k-1} + P_{k-1} A_c + P_{k-2} = 0 \tag{7.42}$$

$$A_c^T P_k + P_k A_c + k! P_{k-1} + C^T K^T R K C = 0 \tag{7.43}$$

Onde:

$$A_c = A_a - B_a K_a C_a \tag{7.44}$$

$$\bar{x}_a = -A_c^{-1} B_c r_0 \tag{7.45}$$

$$\bar{e} = (I_q + H_a A_c^{-1} B_c) r_0 \tag{7.46}$$

Dessa forma, para $k > 0$, deve-se resolver $k + 1$ equações sucessivas de Lyapunov, se atentando ao fato de a última equação de Lyapunov ter comportamento diferente das anteriores.

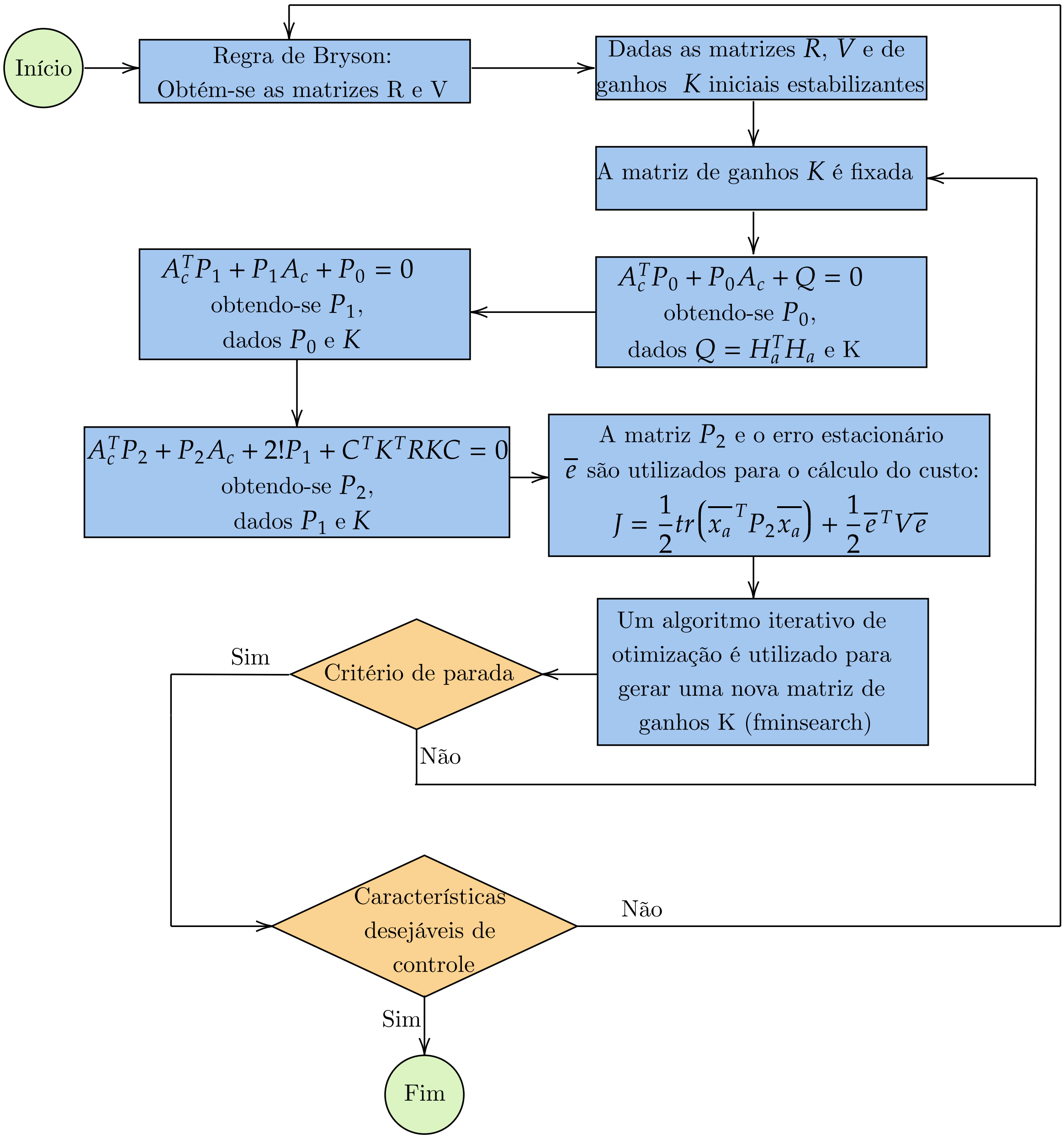

FIGURA 7.3 – Diagrama de blocos contendo o algoritmo utilizado para realizar o rastreamento linear quadrático com ponderação temporal do tipo t^2. Fonte: Adaptado de (GUIMARÃES NETO, 2020).

7.2 Pitch attitude hold

De acordo com (STEVENS; LEWIS, 2003), o piloto automático de ângulo de arfagem (*pitch attitude hold*) é normalmente utilizado em voo com asa nivelada. Além disso, pode ser um componente de malha interna em outros tipos de pilotos automáticos, tais como os de manutenção de altitude ou de velocidade. Neste Trabalho, utilizou-se o esquema da planta da Fig. 7.4 para elaborar o *pitch attitude hold*.

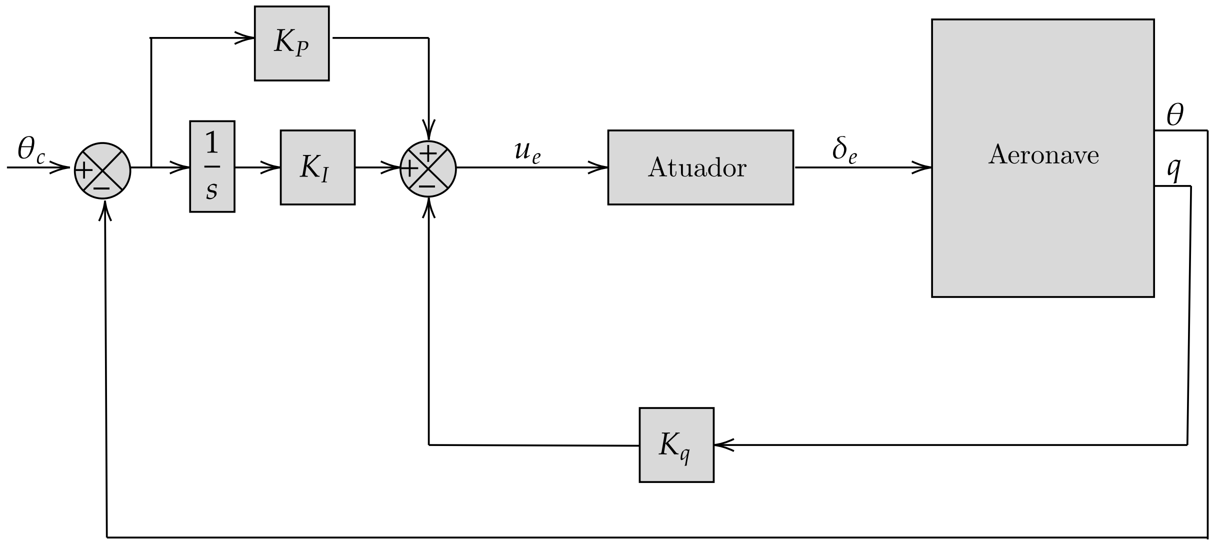

FIGURA 7.4 – Diagrama de blocos representativo do piloto automático de manutenção do ângulo de arfagem, projetado no SIMULINK©.

Para a escolha de ganhos k_q, k_P e k_I, utilizou-se o método de LQ *Tracker*. Na escolha da matriz do modelo longitudinal reduzido, optou-se por omitir o estado h de altitude, com a finalidade de evitar problemas relacionados a instabilidade, tendo em vista que o seu autovalor se encontra bem próximo do semi-plano direito do plano complexo, o que poderia prejudicar o procedimento adotado. Entretanto, deve-se verificar posteriormente os autovalores da matriz de malha fechada, considerando todos os estados. Para a dinâmica longitudinal reduzida, foram escolhidos os estados de velocidade V, ângulo de ataque α, taxa de arfagem q, ângulo de arfagem θ e da dinâmica do profundor δ_e.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\delta}_e \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0,2319 & 0,1245 & -0,0002 & -0,1712 & -0,0051 \\ -1,4540 & -4,3984 & 0,9815 & -0,0000 & -0,4768 \\ 0 & -5,7858 & -0,2264 & 0 & -5,3279 \\ 0 & 0 & 1,0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -20,0000 \end{bmatrix}}_{A_{red}} \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ \delta_e \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \end{bmatrix}}_{B_{red}} \begin{bmatrix} u_e \end{bmatrix} \tag{7.47}$$

A saída de performance H é obtida através da variável θ, que deve ser rastreada.

$$z = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{H} \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ \delta_e \end{bmatrix}}_{x} \tag{7.48}$$

Considerando a integral do erro igual a ϵ, a dinâmica do compensador proporcional-integral foi obtida através das Eq. 7.49 e 7.50.

$$\dot{\epsilon} = \overbrace{0}^{F} \cdot \epsilon + \overbrace{1}^{G} \cdot e \tag{7.49}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix}}_{v} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{D} \epsilon + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{J} e \tag{7.50}$$

Dado que o erro de rastreio é igual a $e = r - z = r - Hx$, obteve-se a dinâmica de malha aberta e a saída aumentada, conforme as Eq. 7.51 e 7.52.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{red} & 0 \\ -GH & F \end{bmatrix}}_{A_a} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \epsilon \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_{red} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_a} u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix}}_{G_a} r \tag{7.51}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix}}_{y_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underbrace{[00100]}_{C} & 0 \\ -JH & D \end{bmatrix}}_{C_a} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \epsilon \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ J \end{bmatrix}}_{F_a} r \tag{7.52}$$

$$u = -\underbrace{\begin{bmatrix} k_q & k_e & k_\epsilon \end{bmatrix}}_{K_a} \begin{bmatrix} y \\ e \\ \epsilon \end{bmatrix} \tag{7.53}$$

$$z = \underbrace{\begin{bmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}^{H} & 0 \end{bmatrix}}_{H_a} \begin{bmatrix} x \\ \epsilon \end{bmatrix} \tag{7.54}$$

Foi possível estabelecer ganhos iniciais nulos para o palpite inicial do processo iterativo previsto, visto que o sistema era estável em malha aberta. Foi necessário estabelecer um ganho $k_\epsilon = 0,01$ para deslocar o polo do integrador para o semi-plano esquerdo do plano complexo.

Para o cálculo do índice de desempenho mínimo, foi estabelecido um cálculo iterativo através da função fminsearch do MATLAB©, conforme citado anteriormente.

No cálculo iterativo da ponderação temporal do tipo t^2, fecha-se a malha da matriz A_a com a matriz de ganhos da iteração, sendo calculadas 3 equações sucessivas de Lyapunov. Posteriormente, o resultado de P_2 é aplicado na função de índice de desempenho J, até que o algoritmo de minimização encontre o mínimo local. O valor escolhido para R foi de 0,1, o qual atendeu a solução de compromisso entre estados e controle.

$$J = \frac{1}{2}tr(\bar{x}_a^T P_2 \bar{x}_a) + \frac{1}{2}\bar{e}^T V \bar{e} \tag{7.55}$$

$$A_c^T P_0 + P_0 A_c + Q = 0 \tag{7.56}$$

$$A_c^T P_1 + P_1 A_c + P_0 = 0 \tag{7.57}$$

$$A_c^T P_2 + P_2 A_c + 2!P_1 + C^T K^T R K C = 0 \tag{7.58}$$

Onde:

$$A_c = A_a - B_a K_a C_a \tag{7.59}$$

$$\bar{x}_a = -A_c^{-1} B_c r_0 \tag{7.60}$$

$$\bar{e} = (I_q + H_a A_c^{-1} B_c) r_0 \tag{7.61}$$

Na malha fechada, com a realimentação de u e considerando a saída de desempenho z, o sistema aumentado pode ser representado pela Eq. 7.62.

$$\dot{x_a} = \underbrace{(A_a - B_a K_a C_a)}_{A_c} x_a + \underbrace{(G_a - B_a K_a F_a)}_{B_c} r \tag{7.62}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} -0,2319 & 0,1245 & -0,0002 & -0,1712 & -0,0051 & 0 \\ -1,4540 & -4,3984 & 0,9815 & -0,0000 & -0,4768 & 0 \\ 0 & -5,7858 & -0,2264 & 0 & -5,3279 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16,3210 & 57,5954 & -20 & -23,2641 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7.63}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -57,5954 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{7.64}$$

Os valores obtidos dos ganhos, considerando a realimentação negativa, para este piloto automático foram $k_q = -0,7097$, $k_p = -0,8602$ e $k_I = -0,3260$. Como pode se observar na Fig. 7.5, os resultados se mostraram satisfatórios para uma entrada de referência degrau de $\theta_c = 20$ graus em $t = 0$ seg.

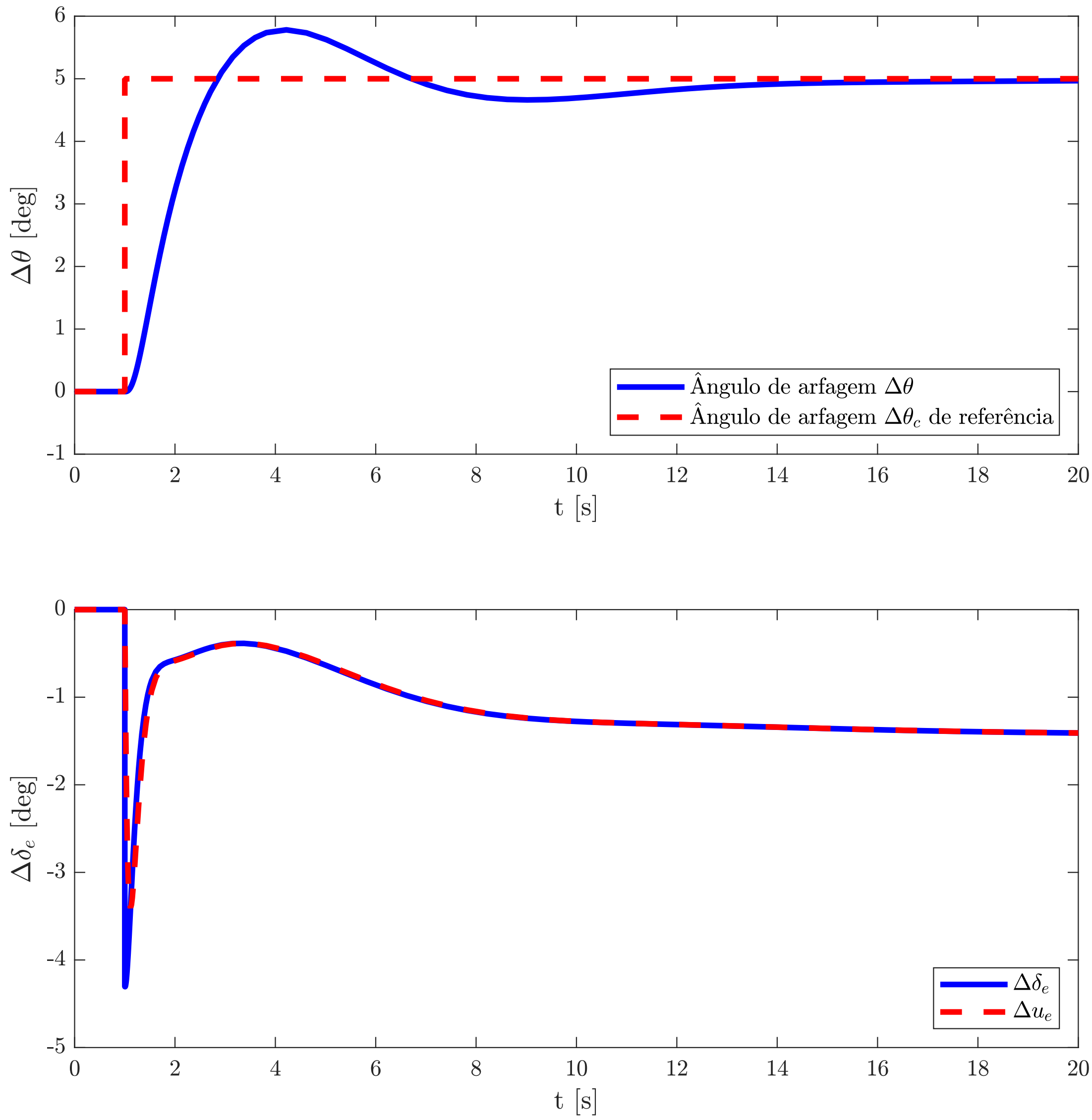

FIGURA 7.5 – Simulação das variáveis $\Delta\theta$ e $\Delta\delta_e$, submetidas a um comando do tipo degrau com $\Delta\theta_c = 5$ graus do piloto automático *pitch attitude hold*.

7.3 Altitude hold

Segundo (STEVENS; LEWIS, 2003), o piloto automático de manutenção de altitude (*altitude hold*) tem a função de aliviar o esforço do piloto para manter o nível de voo. De acordo com (STEVENS; LEWIS, 2003), o sistema tem autoridade limitada (*limited authority*), ou seja, há um limite físico de atuação da superfície de controle do profundor, podendo não ser eficiente para um erro de altitude muito grande, ocorrendo saturação dos limites dos controles. Na Fig. 7.6, pode-se verificar a estrutura realizada para este piloto automático.

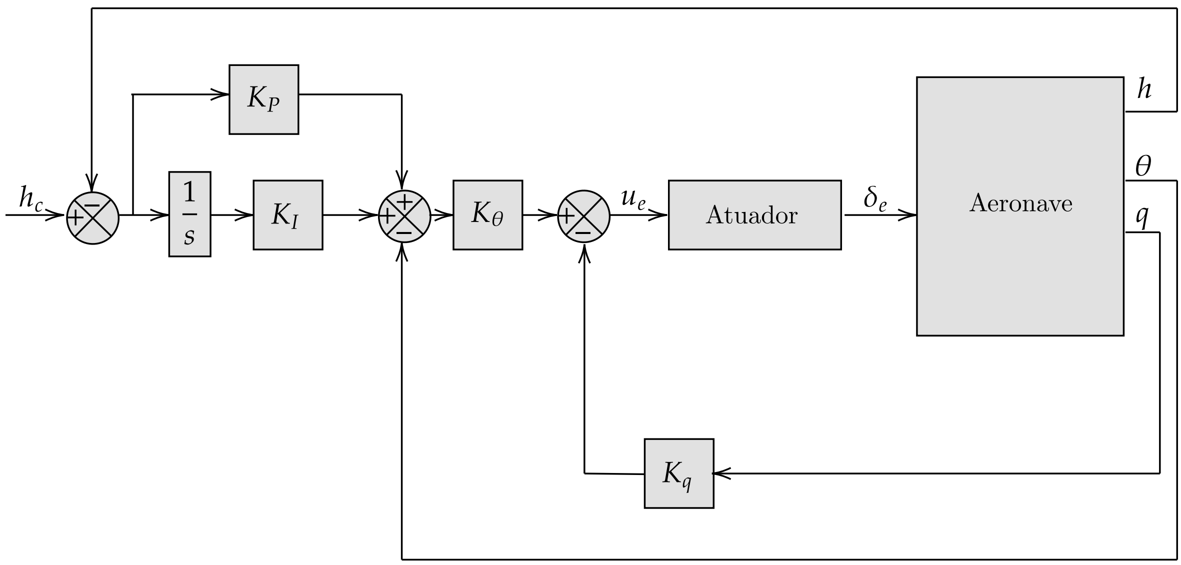

FIGURA 7.6 – Diagrama de blocos representativo do piloto automático de manutenção do altitude, projetado no SIMULINK©.

Nesta implementação, optou-se por não utilizar a malha do piloto automático de manutenção do ângulo de arfagem (*Pitch Attitude Hold*), visto que dois controles do tipo proporcional-integral estavam tornando o sistema instável. Os ganhos de alimentação de taxa de arfagem (k_q), de ângulo de arfagem (k_θ) e do compensador proporcional-integral (k_P e k_I) foram obtidos através do método de LQ *Tracker* com ponderação temporal.

Para isso, foi selecionada uma matriz reduzida contendo 5 estados longitudinais (V, α, q, θ e h). Não foi selecionado o estado x, pois este não afeta a dinâmica longitudinal. Além disso, considerou-se a dinâmica do atuador do profundor e um estado adicional referente ao compensador dinâmico do tipo proporcional integral. Com isso, obteve-se matrizes de dinâmica aumentada.

Com a finalidade de realizar um teste mais condizente com a realidade, foi implementada uma saturação de comando do profundor de -16 a 16 graus na planta de testes no SIMULINK©. Na escolha dos pesos, o estado de controle foi penalizado devido à sua restrição física.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{h} \\ \dot{\delta}_e \end{bmatrix}}_{\dot{x}_{red}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0,2319 & 0,1245 & 0 & -0,1712 & 0 & -0,0051 \\ -1,4540 & -4,3984 & 0,9815 & 0 & 0,0020 & -0,4768 \\ 0 & -5,7858 & -0,2264 & 0 & 0 & -5,3279 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,4847 & 0 & 0,4847 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -20 \end{bmatrix}}_{A_{red}} \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ h \\ \delta_e \end{bmatrix}}_{x_{red}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \end{bmatrix}}_{B_{red}} \begin{bmatrix} u_e \end{bmatrix} \tag{7.65}$$

A saída de performance H é obtida através da variável h, que deve ser rastreada.

$$z = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{H} \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ h \\ \delta_e \end{bmatrix}}_{x} \tag{7.66}$$

Considerando a integral do erro igual a ϵ, a dinâmica do compensador proporcional-integral foi obtida através das Eq. 7.67 e 7.68.

$$\dot{\epsilon} = \overbrace{0}^{F} \cdot \epsilon + \overbrace{1}^{G} \cdot e \tag{7.67}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix}}_{v} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{D} \epsilon + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{J} e \tag{7.68}$$

Dado que o erro de rastreio é igual a $e = r - z = r - Hx$, obteve-se a dinâmica de malha aberta e a saída aumentada, conforme as Eq. 7.69 e 7.70.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{red} & 0 \\ -GH & F \end{bmatrix}}_{A_a} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ \epsilon \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_{red} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_a} u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix}}_{G_a} r \tag{7.69}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix}}_{y_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{C_{red}} & 0 \\ -JH & D \end{bmatrix}}_{C_a} \underbrace{\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \\ h \\ \delta_e \\ \epsilon \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ J \end{bmatrix}}_{F_a} r \tag{7.70}$$

$$u = -\underbrace{\begin{bmatrix} k_q & k_\theta & (k_e \cdot k_\theta) & (k_\epsilon \cdot k_\theta) \end{bmatrix}}_{K_a} \begin{bmatrix} y \\ e \\ \epsilon \end{bmatrix} \tag{7.71}$$

$$z = \underbrace{\begin{bmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}^{H} & 0 \end{bmatrix}}_{H_a} \begin{bmatrix} x \\ \epsilon \end{bmatrix} \tag{7.72}$$

Foi possível estabelecer ganhos iniciais nulos para a escolha inicial do processo iterativo previsto, visto que o sistema era estável em malha aberta. Foi necessário estabelecer um ganho $k_\epsilon = 0,01$ para deslocar o polo do integrador para o semi-plano esquerdo do plano complexo. Para o cálculo do índice de desempenho mínimo, foi estabelecido um cálculo iterativo através da função fminsearch do MATLAB© com ponderação temporal do tipo t^2, de forma similar ao projeto do piloto automático *pitch attitude*. O valor escolhido para R foi igual a 100, atendendo a solução de compromisso entre estado e controle.

Na malha fechada, com a realimentação de e considerando a saída de desempenho z, o sistema aumentado pode ser representado pela Eq. 7.73.

$$\dot{x_a} = \underbrace{(A_a - B_a K_a C_a)}_{A_c} x_a + \underbrace{(G_a - B_a K_a F_a)}_{B_c} r \tag{7.73}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} -0,2319 & 0,1245 & -0,0012 & -0,1741 & -0,0032 & 0 \\ -1,4540 & -4,3984 & 0,8900 & -0,2802 & -0,3037 & 0,0911 \\ 0 & -5,7858 & -1,2493 & -3,1311 & -3,4161 & 1,0182 \\ 0 & 0 & 1,0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,4847 & 0 & 0,4847 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{7.74}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0.0033 \\ 0.3057 \\ 3.4161 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{7.75}$$

Os valores obtidos dos ganhos, considerando a realimentação negativa, para este piloto automático foram $k_q = -0,1920$, $k_\theta = -0,5877$, $k_e = 0,6412$ e $k_\epsilon = 0,1911$, o que resultou no ganho do compensador proporcional integral igual a $k_P = \frac{0,6412}{0,5877} = 1,09$ e $k_I = \frac{0,1911}{0,5877} = 0,32$. Na Fig.7.7, pode-se verificar as respostas dos estados longitudinais mediante uma entrada degrau de $\Delta h = 50\ ft$ em $t = 1$ seg.

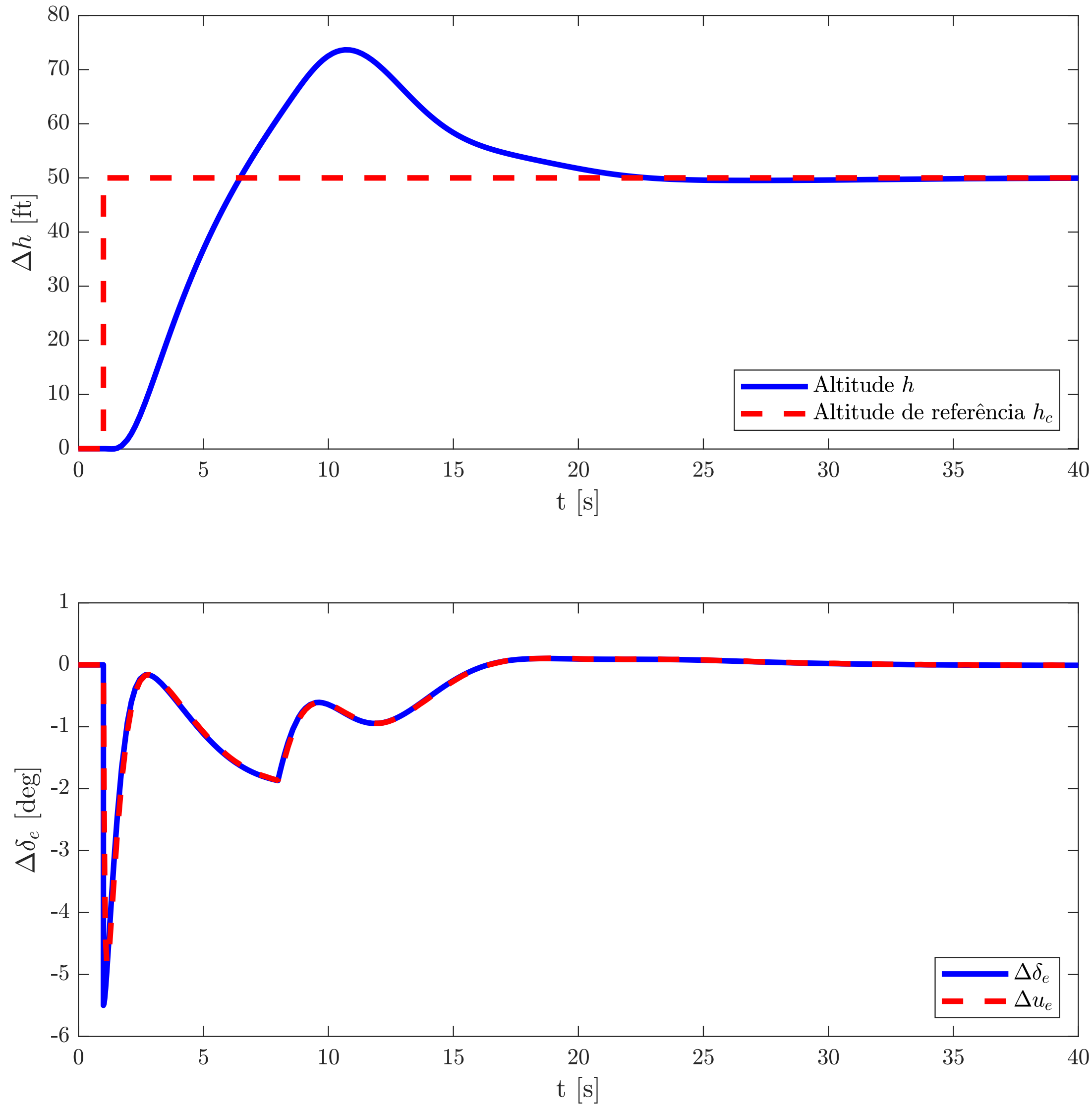

FIGURA 7.7 – Simulação das variáveis Δh e $\Delta\delta_e$, submetidas a um comando do tipo degrau com $\Delta h = 50$ ft do piloto automático de manutenção de altitude.

A resposta atinge a referência em torno de 20 seg, com um *overshoot* de aproximadamente 40%. Tendo em vista que o objetivo do piloto automático de manutenção de altitude não é variar a altitude em excesso, mas sim mantê-la em níveis satisfatórios, foi considerado razoável a escolha de ganhos.

7.4 Speed hold

O piloto automático de manutenção de velocidade pode ser utilizado para controlar o modo fugoide. Desta forma, a implementação deste piloto automático combinado com o *altitude hold* facilita a pilotagem em uma condição de cruzeiro. O diagrama de blocos da Fig. 7.8 mostra o piloto automático de manutenção de velocidade (em azul) atuando em conjunto com o piloto automático de manutenção de altitude (em cinza).

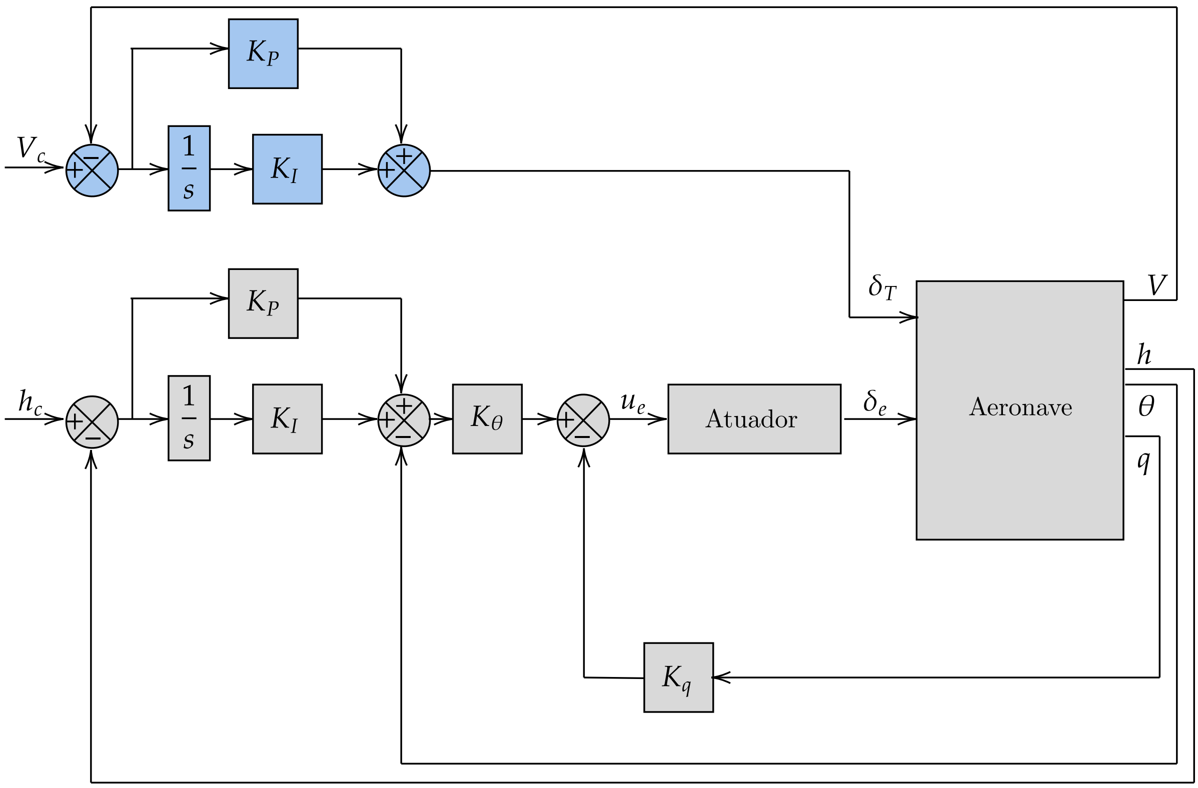

FIGURA 7.8 – Diagrama de blocos representativo do piloto automático de manutenção de velocidade, atuando em conjunto com o piloto automático *altitude hold*, ambos projetados no SIMULINK©.

No projeto deste piloto automático, foi levada em consideração a malha fechada do piloto automático *altitude hold*, tendo em vista que o projeto se refere a uma condição de voo em cruzeiro, com altitude constante e asa nivelada. Uma vez definida a lei de controle para a malha fechada do piloto automático *altitude hold*, foi possível estabelecer uma funcão de transferência que representa a malha aberta entre o sinal de saída de velocidade e o sinal de entrada da manete de potência.

$$\frac{V(s)}{\delta_T(s)} = \frac{1,698s^4 + 9,625s^3 + 22,96s^2 + 19,26s + 9.857}{s^5 + 5,902s^4 + 15,02s^3 + 14,74s^2 + 10,43s + 1,256} \tag{7.76}$$

Para ajustar os ganhos do controlador proporcional integral com a malha fechada, fez-se uso da ferramenta PID Tuner do MATLAB©. Os ganhos encontrados foram $k_P = 1,45$ e $k_I = 0,39$. Na Fig. 7.9, pode-se visualizar a simulação do piloto automático.

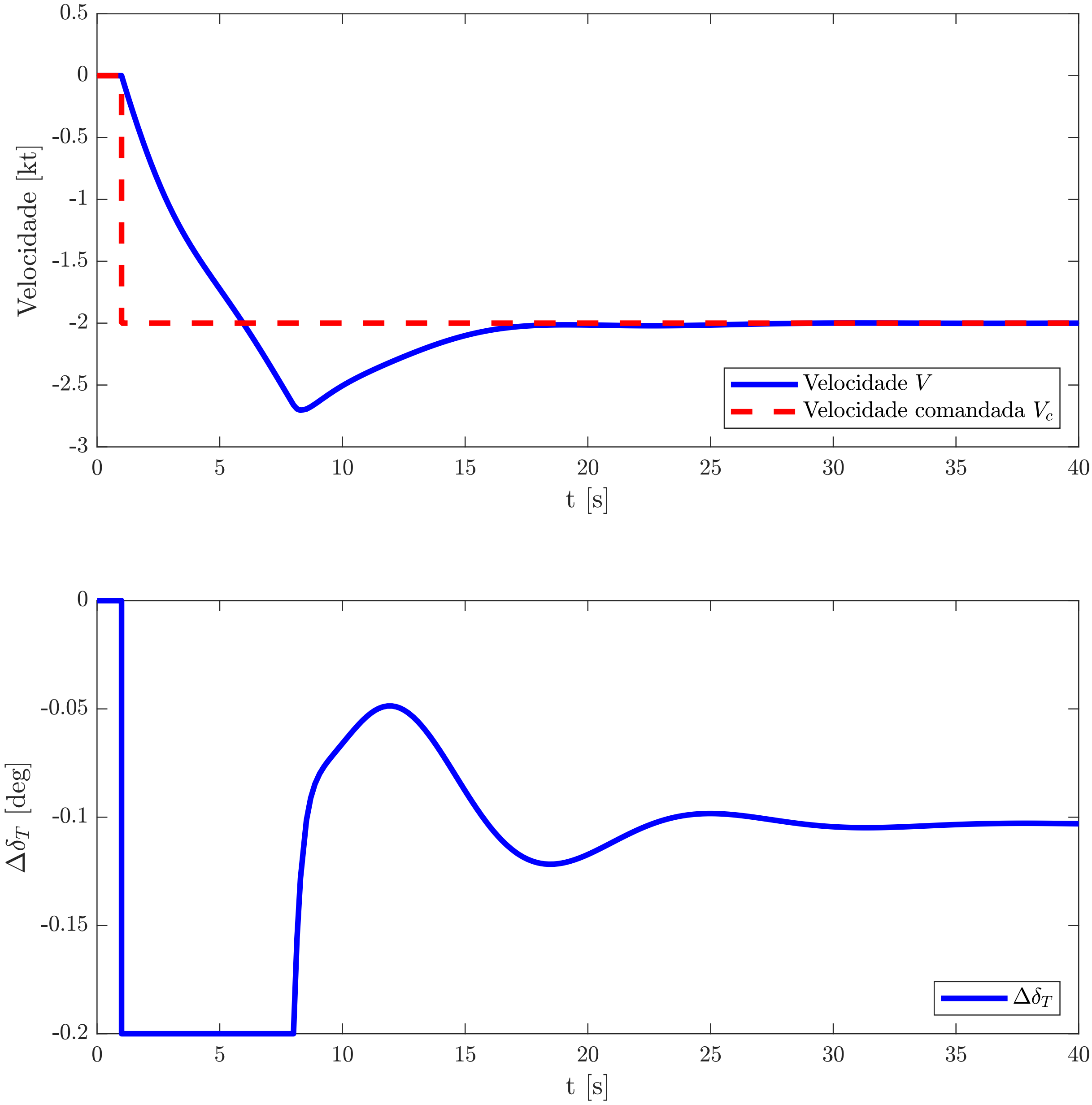

FIGURA 7.9 – Simulação das variáveis V e $\Delta\delta_T$, submetidas a um comando do tipo degrau com $\Delta V = -2$ kt do piloto automático de manutenção de velocidade.

Limitou-se o comando de manete de potência $\Delta\delta_T$ entre -20 a 20%, visto que na posição obtida de equilíbrio o valor da manete era de $\delta_{T_{eq}} = 60,34\%$. Nas diversas simulações realizadas, este procedimento se mostrou eficaz para manter a velocidade e alterá-la sem grandes mudanças bruscas de potência, o que poderia ser prejudicial para a vida útil do motor.

7.5 Roll Angle hold

O piloto automático de manutenção do ângulo de rolamento (*roll angle hold*) tem o objetivo de realizar uma curva coordenada com precisão ou manter a aeronave com asa nivelada. No projeto deste sistema, foi considerado o diagrama de blocos da Fig. 7.10.

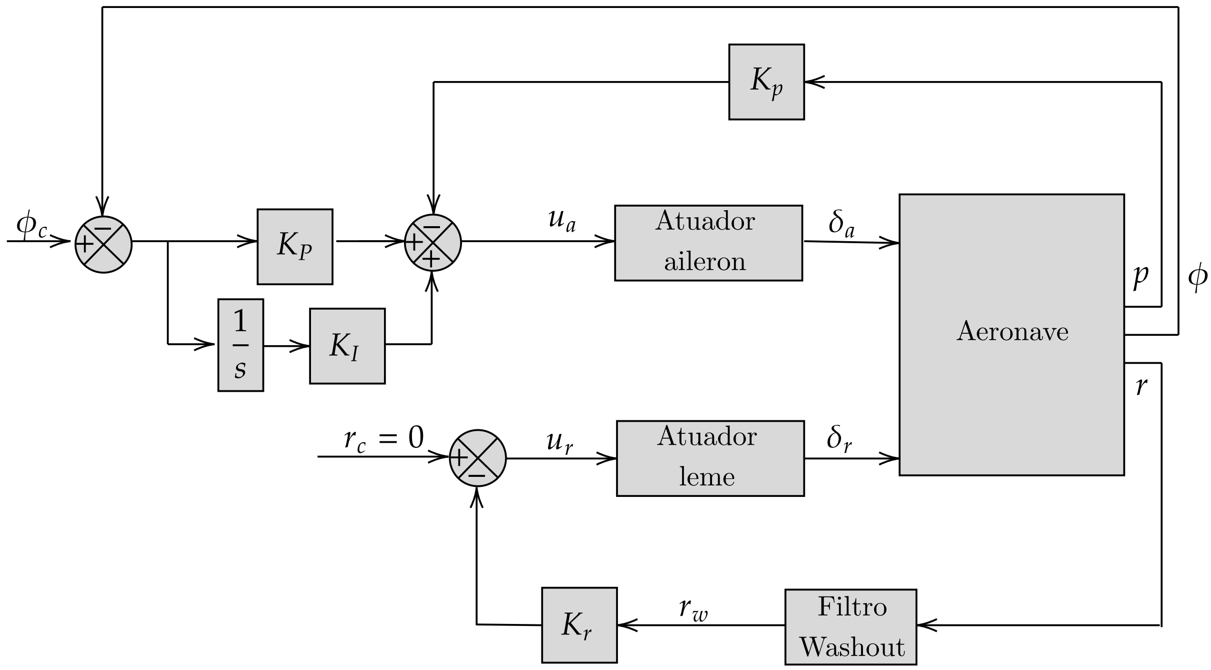

FIGURA 7.10 – Diagrama de blocos representativo do piloto automático de manutenção do ângulo de rolamento, projetado no SIMULINK©.

Os ganhos obtidos através do sistema de aumento de estabilidade látero-direcional foram utilizados na elaboração deste piloto automático, de modo que foi adicionada uma malha externa que possuía como saída o ângulo de rolamento ϕ e apresentava realimentação unitária. Além disso, foi adicionado um compensador do tipo proporcional integral, conforme mostrado na Fig. 7.10. Com a matriz de malha fechada do sistema de aumento de estabilidade látero-direcional, foi possível obter a matriz de malha aberta com entrada da variável de controle do aileron δ_a e saída do ângulo de rolamento ϕ.

$$\frac{\phi(s)}{\delta_a(s)} = \frac{-492,9s^4 - 10920s^3 - 121400s^2 - 241100s - 232000}{s^7 + 43,44s^6 + 727,5s^5 + 5926s^4 + 15380s^3 + 19980s^2 + 12480s + 97,71} \quad (7.77)$$

Na escolha dos ganhos do compensador proporcional integral, foi utilizada a ferramenta do PID Tuner, do MATLAB©, até que fosse obtido o comportamento adequado, com ajustes finos manuais. Os ganhos escolhidos foram $k_p = -0,02754$ e $k_I = -0,003048$ Na Fig. 7.11, pode-se verificar a resposta das variáveis de estado látero-direcionais, submetidas a um comando degrau $\phi_c = 10$ graus. Foi obtido um valor de *overshoot* abaixo de 20%.

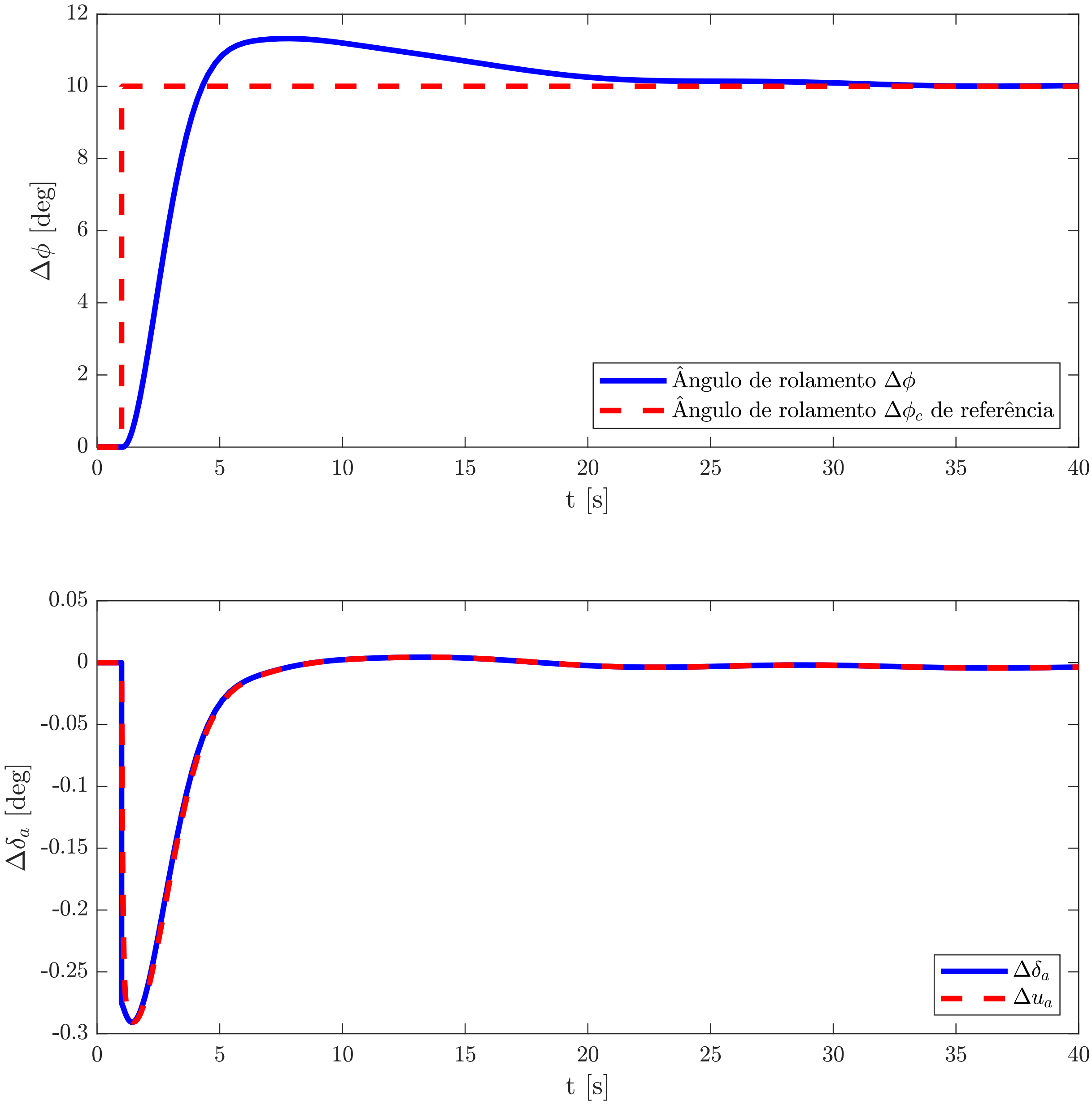

FIGURA 7.11 – Simulação das variáveis $\Delta\phi$ e $\Delta\delta_a$, submetidas a um comando do tipo degrau com $\Delta\phi_c = 10$ graus do piloto automático de ângulo de rolamento.

7.6 Yaw angle hold

O piloto automático de ângulo de guinada (*yaw angle hold*) possui o objetivo de manter o ângulo de guinada comandado. Isto é necessário pois facilita a condução do piloto em manter o rumo da aeronave. Além disso, pode ser utilizado em aeronaves remotamente pilotadas para cumprir uma missão contendo *waypoints* previamente definidos, de forma autônoma. A implementação deste piloto automático pode ser visualizada na Fig. 7.12.

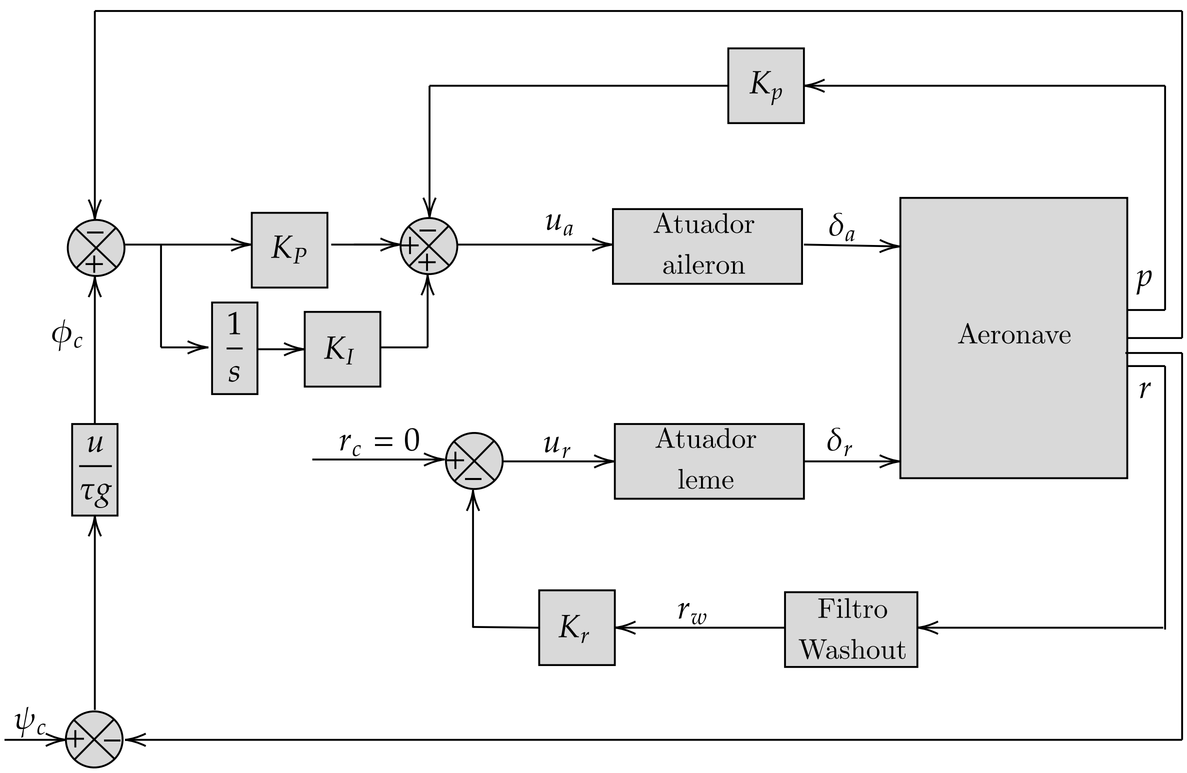

FIGURA 7.12 – Diagrama de blocos representativo do piloto automático de manutenção do ângulo de guinada, projetado no SIMULINK©.

Em uma curva coordenada, as velocidades angulares da aeronave podem ser descritas através das Equações abaixo:

$$p = \dot{\psi} \sin\theta \tag{7.78}$$

$$q = \dot{\psi} \sin\phi \cos\theta \tag{7.79}$$

$$r = \dot{\psi} \cos\phi \cos\theta \tag{7.80}$$

De acordo com (HOW, 2004) e (SANTOS, 2018), a taxa angular de guinada $\dot{\psi}$ pode ser mensurada através das taxas de arfagem q e guinada r, e dos ângulos de rolamento ϕ e de arfagem θ, conforme a Eq. 7.81.

$$\dot{\psi} = q\frac{\sin\phi}{\cos\theta} + r\frac{\cos\phi}{\cos\theta} \tag{7.81}$$

Considerando um voo reto, nivelado e com ângulo de derrapagem β e de arfagem θ pequenos, pode-se considerar a Equação 7.82 para uma curva coordenada.

$$\phi \approx \frac{\dot{\psi}}{g}V \tag{7.82}$$

Porém, de acordo com (HOW, 2004) e (SANTOS, 2018), a taxa de guinada r costuma apresentar um sinal ruidoso, o que exige a introdução de um filtro passa-baixas para eliminar o ruído de maior frequência, de modo que a taxa de guinada rastreie a referência de forma relativamente lenta e suave.

$$\frac{\psi}{\psi_r} = \frac{1}{\tau s + 1} \tag{7.83}$$

No caso implementado, considerou-se $\tau = 10$ segundos. Aplicando a equação diferencial relativa ao filtro na Eq. 7.82, obtém-se a Eq. 7.84.

$$\phi_r \approx \frac{(\psi_r - \psi)}{\tau}\frac{V}{g} \tag{7.84}$$

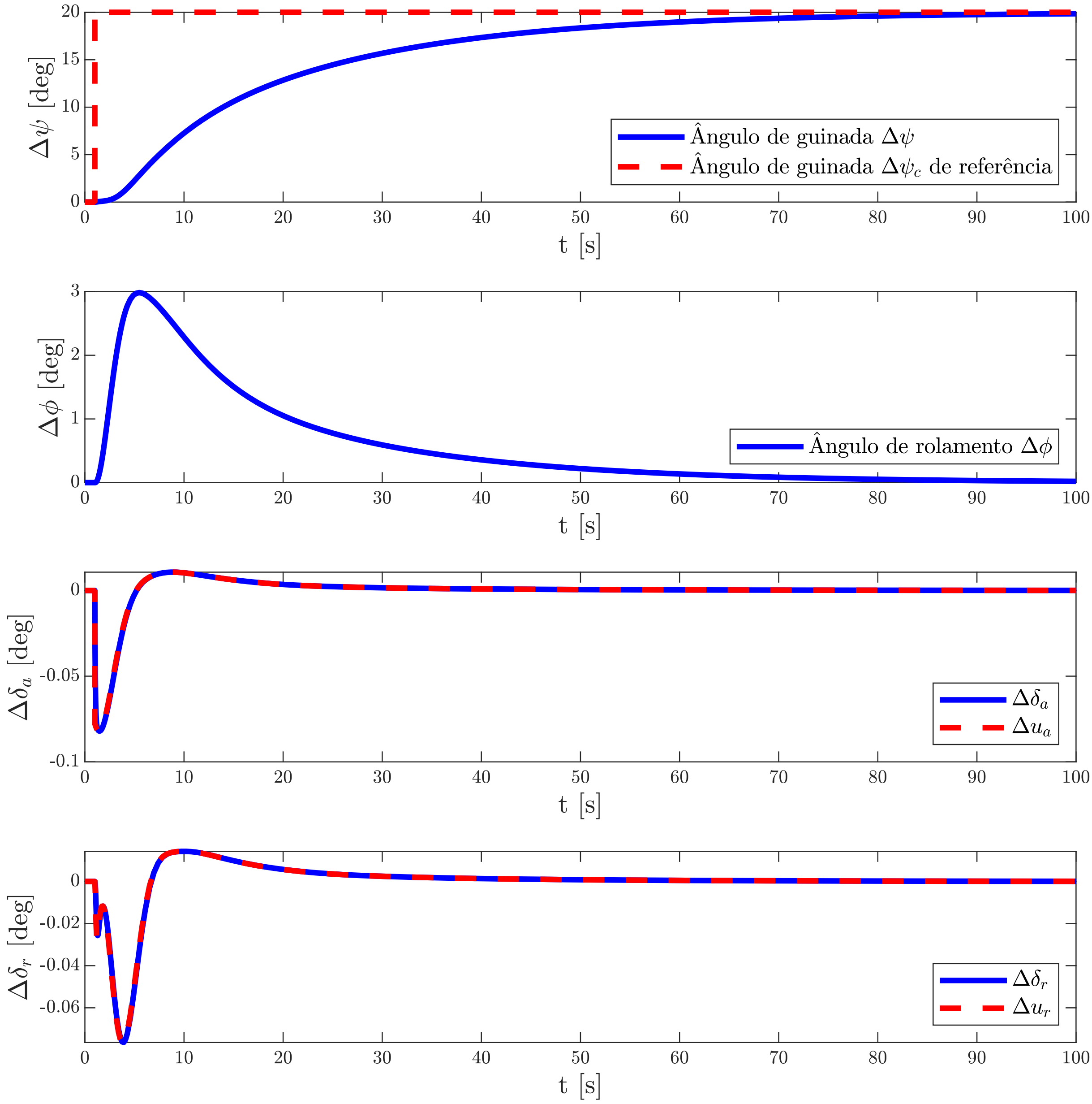

FIGURA 7.13 – Simulação das variáveis $\Delta\psi$, $\Delta\phi$, $\Delta\delta_a$ e $\Delta\delta_r$, submetidas a um comando do tipo degrau com $\Delta\psi_c = 20$ graus do piloto automático *yaw angle hold*.

8 Integração com o simulador de voo X-Plane

8.1 O simulador de voo X-Plane

O X-Plane é um dos simuladores de voo mais realistas disponíveis na atualidade. De acordo com (LAMINAR RESEARCH, 2020), existem versões que possuem a aprovação do FAA (*Federal Aviation Administration*) para fins de simulação de voo, podendo ser utilizadas em escolas de aviação americanas, por exemplo. De acordo com Mike Altman, presidente da *Precision Flight Controls*, durante o processo de certificação, cada aeronave necessita ser validada, passando por inúmeros testes realizados pelo FAA. A aeronave necessita apresentar dados de desempenho com desvios de até 5% dos dados oficiais. Porém, de acordo com (LAMINAR RESEARCH, 2020), esta certificação não requer apenas um *software* adequado, mas também *hardwares* adequados, como um *cockpit* e controles de voo para uma simulação, disponíveis principalmente por empresas reconhecidas no ramo, tais como a Precision Flight Controls e a Fidelity. Logo, a versão do X-Plane adquirida pelo site da empresa não é certificada para treinamento de voo, uma vez que a certificação requer uma combinação de *software* e *hardware*. Entretanto, de acordo com (LAMINAR RESEARCH, 2020), o *software* disponível é quase idêntico ao encontrado nas plataformas *full-motion* certificadas pela FAA que custam valores bem superiores à versão sem certificação. A maior diferença é que as versões certificadas pela FAA possuem arquivos personalizados de aeronaves como painéis de instrumentos maiores, que são configurados para funcionar com rádios de *hardware* como os encontrados em *cockpits* físicos.

FIGURA 8.1 – Foto ilustrativa de um MFD (*Modular Flight Deck*™) da empresa *Precision Flight Controls* (PFC), certificado pelo FAA. Fonte: (PFC, 2020).

De acordo com (LAMINAR RESEARCH, 2020), o X-Plane utiliza um processo de engenharia denominado como Teoria do Elemento de Pá (*Blade Element Theory*), que envolve a divisão da aeronave em pequenos elementos e, em seguida, obtém as forças em cada pequeno elemento diversas vezes por segundo. Estas são então convertidas em acelerações, que são integradas em velocidades e posições.

De acordo com (LAMINAR RESEARCH, 2020), o seu método de calcular as forças presentes na aeronave é muito mais detalhado, flexível e avançado do que o modelo de voo utilizado pela maioria dos outros simuladores de voo, que se utilizam de derivadas de estabilidade para calcular as características de voo.

De acordo com (LAMINAR RESEARCH, 2020), as derivadas de estabilidade normalmente não levam em consideração os efeitos assimétricos de falhas de motor, turbulências, estol ou efeitos dinâmicos que são gerados pela propulsão de aviões e rotores de helicópteros. Da mesma forma, essas simplificações não consideram efeitos como aumento de arrasto transônico e compressibilidade, que afetam diferentes partes do avião de maneiras diferentes em velocidades, ângulos de ataque, derrapagens e taxas de rotação diferentes. De acordo com (LAMINAR RESEARCH, 2020), a Teoria do Elemento de Pá é muito mais robusta e pode fornecer maior precisão em uma variedade muito maior de condições de voo do que com derivadas de estabilidade e controle.

O software X-Plane possui a plataforma gratuita denominada como PlaneMaker, na qual pode-se construir uma aeronave para atuar em ambiente de simulação. A partir de seus dados geométricos, aerodinâmicos e propulsivos, pode-se projetar com detalhes praticamente todas as partes da aeronave, incluindo asa, fuselagem, motorização, bem como o ângulo máximo de deflexão de superfícies de controle, dentre diversas outras configurações mais complexas. Além disso, os usuários podem criar e compartilhar as aeronaves com outros utilizadores. Na Fig. 8.2, pode-se observar o ambiente de projeto de simulação da RPA Half Scale, elaborada por (SILVA, 2017).

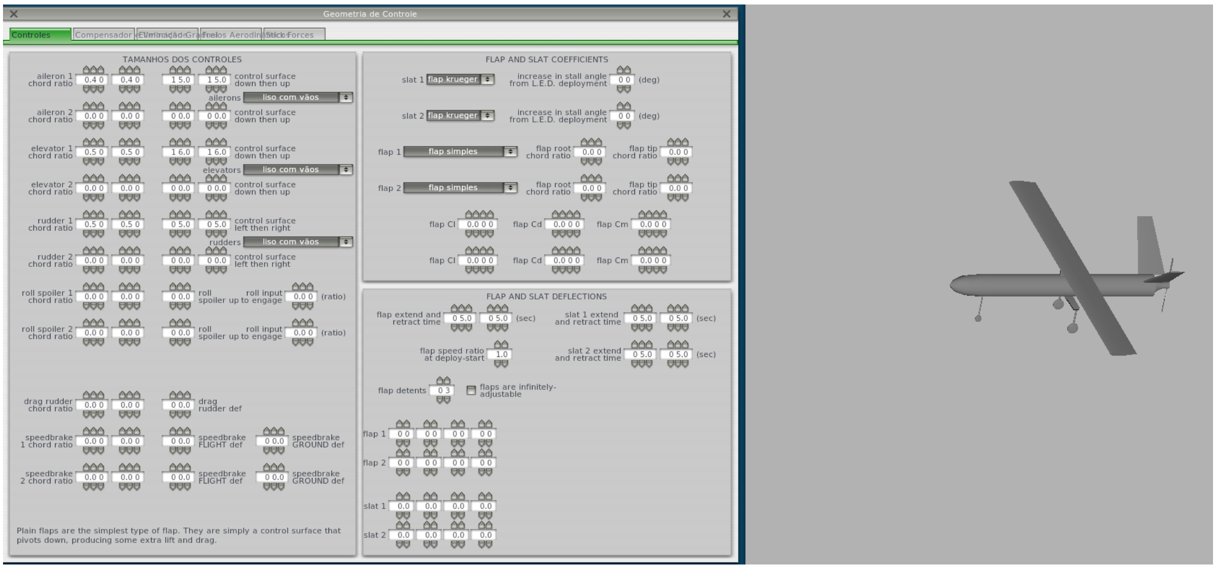

FIGURA 8.2 – Foto ilustrativa do ambiente de projeto da RPA Half Scale, elaborada por (SILVA, 2017).

8.2 A técnica de Software-in-the-Loop (SIL)

De acordo com (AYED *et al.*, 2017), a simulação *Software-in-the-Loop* (SIL) representa a integração entre o código-fonte compilado e uma simulação de modelo matemático, fornecendo aos engenheiros um ambiente de simulação virtual prático para o desenvolvimento e teste de estratégias de controle detalhadas para sistemas grandes e complexos.

De acordo com (OPAL-RT, 2020),através do SIL, os engenheiros podem utilizar um computador para testar e modificar de forma direta e iterativa seu código-fonte, conectando diretamente o *software* a um modelo digital da planta em vez de sistemas, protótipos ou bancadas de teste mais caros. Desta forma, o SIL torna possível testar o *software* antes da inicialização da fase de prototipagem do *hardware*, acelerando significativamente o ciclo de desenvolvimento do produto. Além disso, a detecção precoce de falhas no nível do sistema reduz significativamente os custos de solução de problemas em estágios posteriores, em que a quantidade e complexidade das interações de componentes são maiores. Desta forma, o SIL fornece um excelente complemento que antecede a simulação tradicional de *Hardware-in-the-loop* (HIL), ao mesmo tempo que ajuda a acelerar o tempo de colocação de um produto no mercado, garantindo assim um desenvolvimento de *software* mais eficiente.

De acordo com (AYED *et al.*, 2017), a verificação do código em estágios iniciais é essencial para reduzir os custos de desenvolvimento e o tempo necessário para sistemas embarcados. Portanto, a simulação SIL pode ser realizada nos estágios iniciais do desenvolvimento do *software*, oferecendo a possibilidade de executar testes antes que o *hardware* esteja disponível e assim detectar erros.

8.3 Protocolo UDP

A comunicação entre o SIMULINK e X-Plane foi realizada através do protocolo UDP (*User Datagram Protocol*), com o uso da biblioteca proposta por (BITTAR, 2020). De acordo com (SANTOS, 2018), o protocolo UDP é utilizado quando não é necessária a verificação de erros e o foco é na velocidade no transporte de informações. Os dados são enviados e recebidos com rapidez, porém sem a garantia de que o pacote chegará corretamente. Em alguns casos, a eliminação de pacotes se torna uma solução mais viável do que esperar pacotes enviados de forma correta mas com atraso devido a retransmissão, o que pode não ser uma boa opção para uma simulação em tempo real, segundo (SANTOS, 2018) e (KUROSE; ROSS, 2010).

8.4 Integração entre simulador X-Plane e SIMULINK

Após a implementação do modelo matemático e do sistema de controle da aeronave em MATLAB© /SIMULINK©, foi proposta a integração da aeronave com o simulador de voo X-Plane, conforme pode ser visto no diagrama de blocos da Fig. 8.3. Utilizou-se a aeronave projetada por (SILVA, 2017) no PlaneMaker e o sistema de controle projetado neste Trabalho, de modo a validar em *software-in-the-loop* a implementação do piloto automático, com a aeronave na condição de cruzeiro, mantendo sua altitude e velocidade.

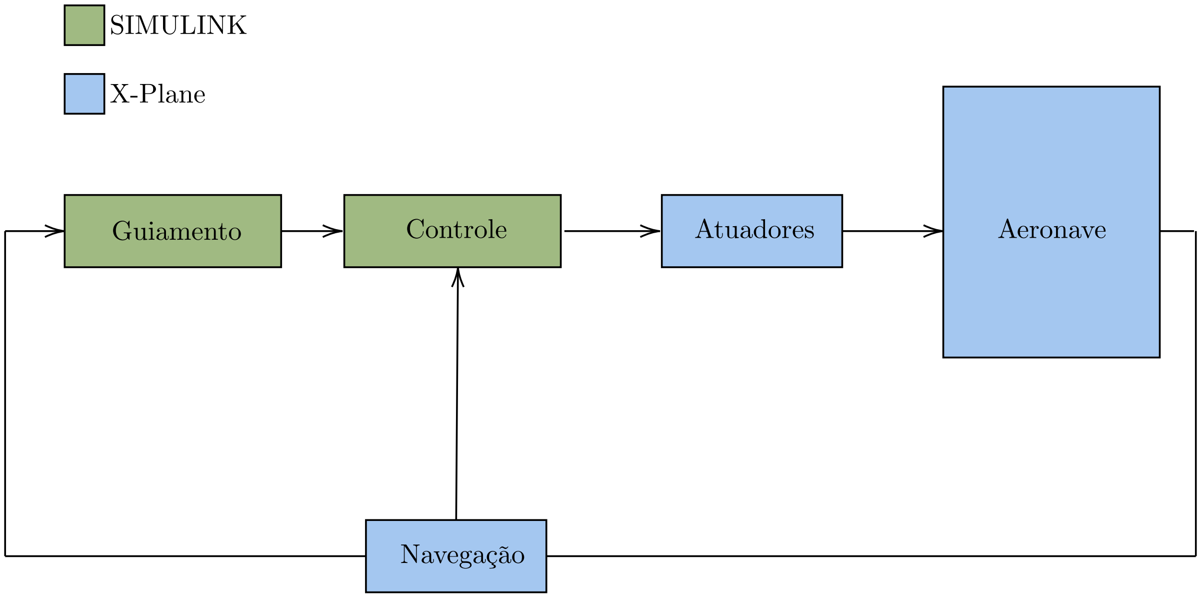

FIGURA 8.3 – Diagrama de blocos simplificado referente a implementação em *software-in-the-loop* adotada neste Trabalho.

Dentro das propriedades do X-Plane, é possível selecionar quais os dados serão enviados via UDP para o SIMULINK. Na Fig. 8.4, pode-se visualizar todos os dados de saída selecionados, bem como a taxa de UDP, o endereço de IP e a porta de saída utilizada.

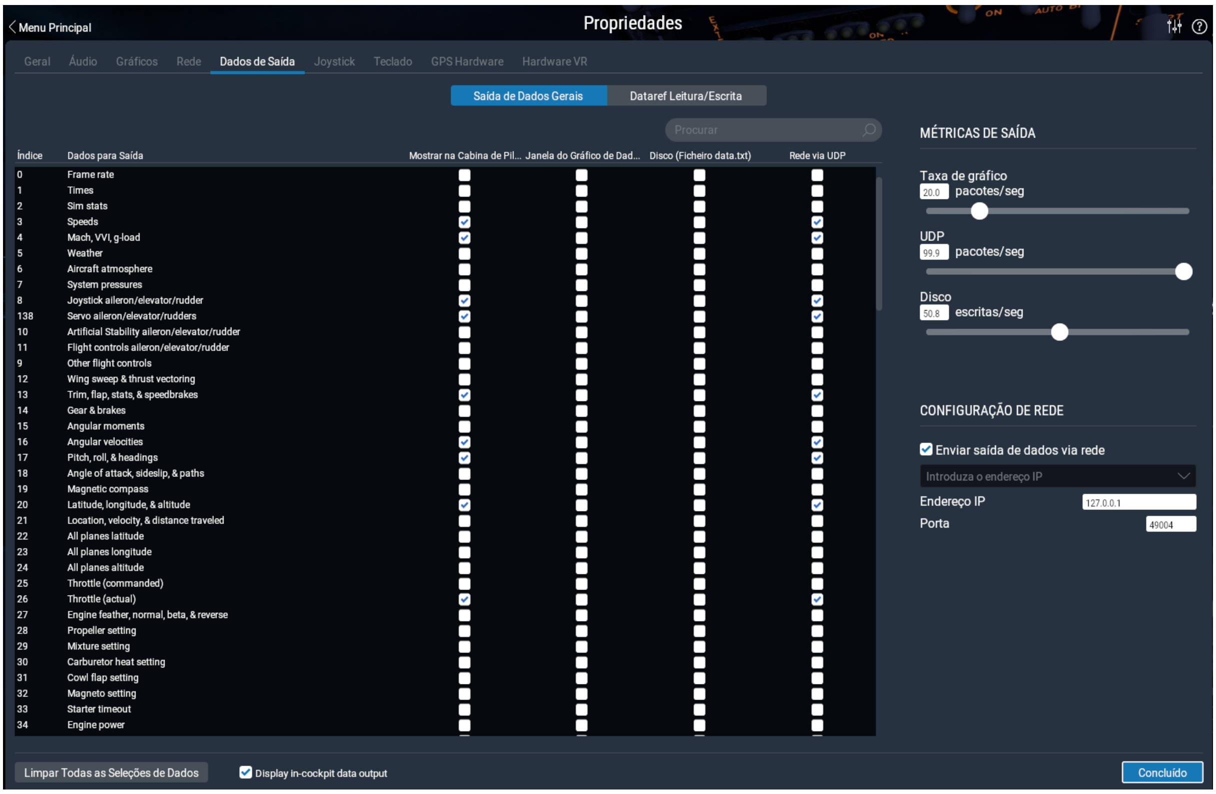

FIGURA 8.4 – Figura contendo as configurações de saída do X-Plane para o SIMULINK.

FIGURA 8.5 – Figura contendo as portas de entrada e saída do X-Plane para o SIMULINK.

De forma resumida, utilizou-se 4 portas de entrada e saída com taxas de até 99 pacotes por segundo, conforme ilustrado na Fig. 8.6.

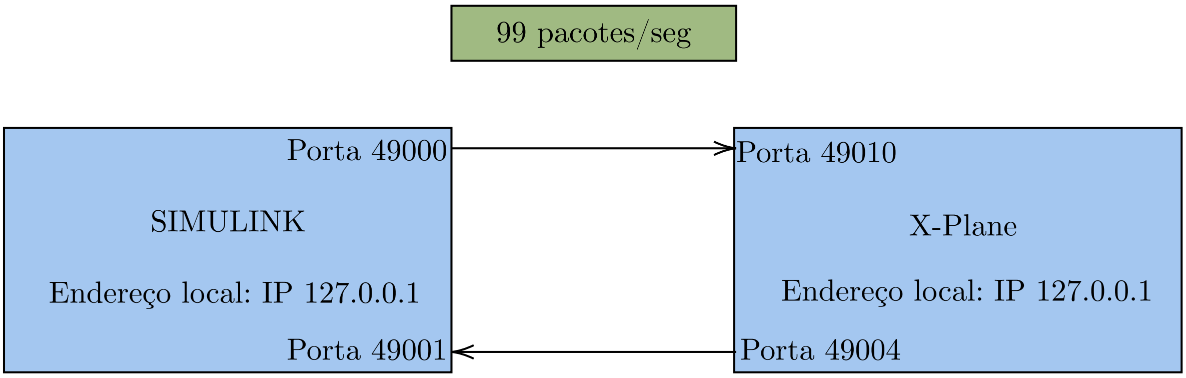

FIGURA 8.6 – Diagrama de blocos com as portas de entrada e saída utilizadas na integração SIMULINK/X-Plane.

Os dados de saída do X-Plane escolhidos foram a velocidade (V), número de Mach (M), deflexões nas superfícies de controle (δ_e, δ_a, δ_r e δ_T), velocidades angulares (p, q e r) e ângulos de atitude (θ,ψ e ϕ), conforme a biblioteca disponível em (BITTAR, 2020).

Além disso, foi necessário fazer alguns ajustes com relação à convenção de sinais dos comandos de superfícies de controle e realizar as interpolações necessárias, visto que os comandos de controle possuem a faixa de -1 a 1 no X-Plane e a convenção adotada neste Trabalho é similar à adotada em (STEVENS; LEWIS, 2003).

TABELA 8.1 – Tabela contendo ajustes e interpolações para entrada e saída de comandos das superfícies de controle no intercâmbio X-Plane/SIMULINK©.

Superfície de Controle	**Faixa de operação [deg]**	**Faixa de operação (X-Plane)**	**Fator multiplicativo de correção do SIMULINK para X-Plane**	**Fator multiplicativo de correção do X-Plane para SIMULINK**
Profundor (δ_e)	[-16,16]	[1,-1]	-1/16	-16
Aileron (δ_a)	[-15,15]	[1,-1]	-1/15	-15
Leme (δ_r)	[-5,5]	[1,-1]	-1/5	-5

Feita a integração com o simulador, os pilotos automáticos implementados em MATLAB©/SIMULINK© foram testados no X-Plane. O sistema de controle projetado apresentou bons resultados quando atuado em uma aeronave simulada implementada pelo método de elemento de pá, o que aumenta a confiabilidade para etapas posteriores de implementação de pilotos automáticos nesta aeronave, como por exemplo o *hardware-in-the-loop* e ensaios em voo. Na Fig. 8.7, pode-se verificar a simulação da aeronave em cruzeiro, com pilotos automáticos e sistema de guiagem acoplados, na velocidade de cruzeiro KTAS= 54 kt e altitude a nível do mar de 1000 ft pré-determinadas.

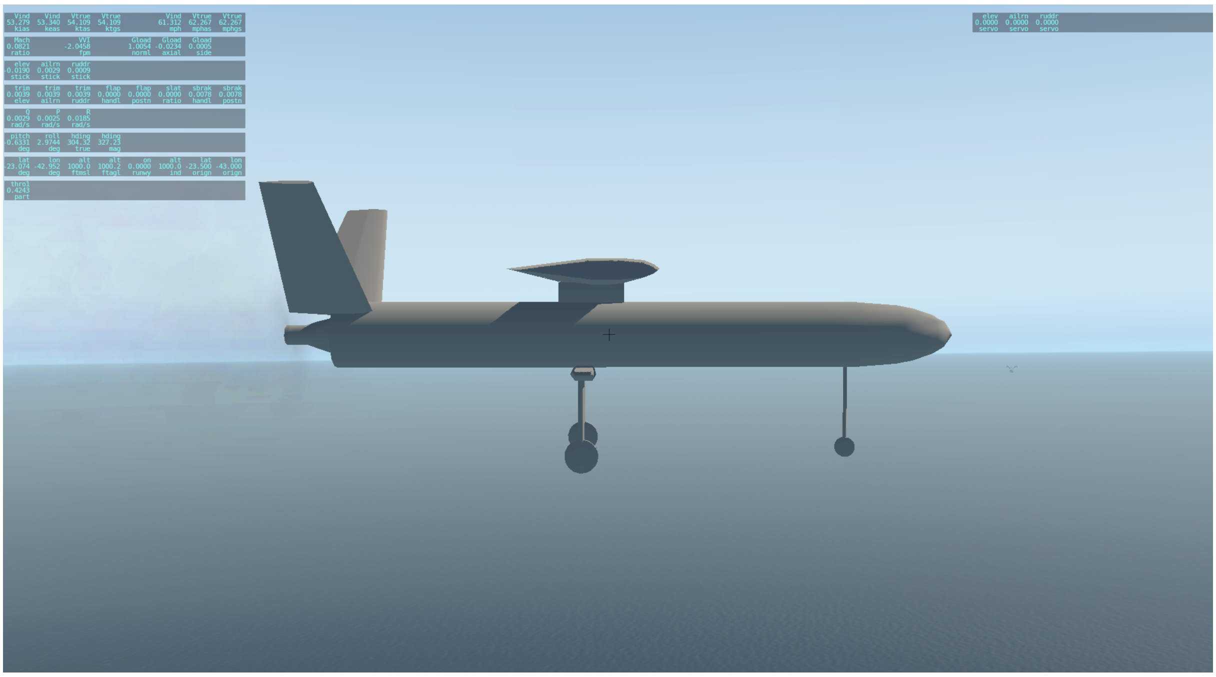

FIGURA 8.7 – Simulação da RPA Half Scale com pilotos automáticos longitudinais e látero-direcionais acoplados.

8.5 Simulação com piloto automático altitude hold no X-Plane

O piloto automático de *altitude hold* implementado foi simulado no X-Plane, estabelecendo uma faixa de ângulo de arfagem θ_c entre -10 e 10 graus, para que não houvesse mudança brusca de altitude, e também para que a superfície de controle não fosse sobrecarregada. Além disso, manteve-se o piloto automático *roll angle hold* acoplado para que a asa da aeronave fosse mantida nivelada.

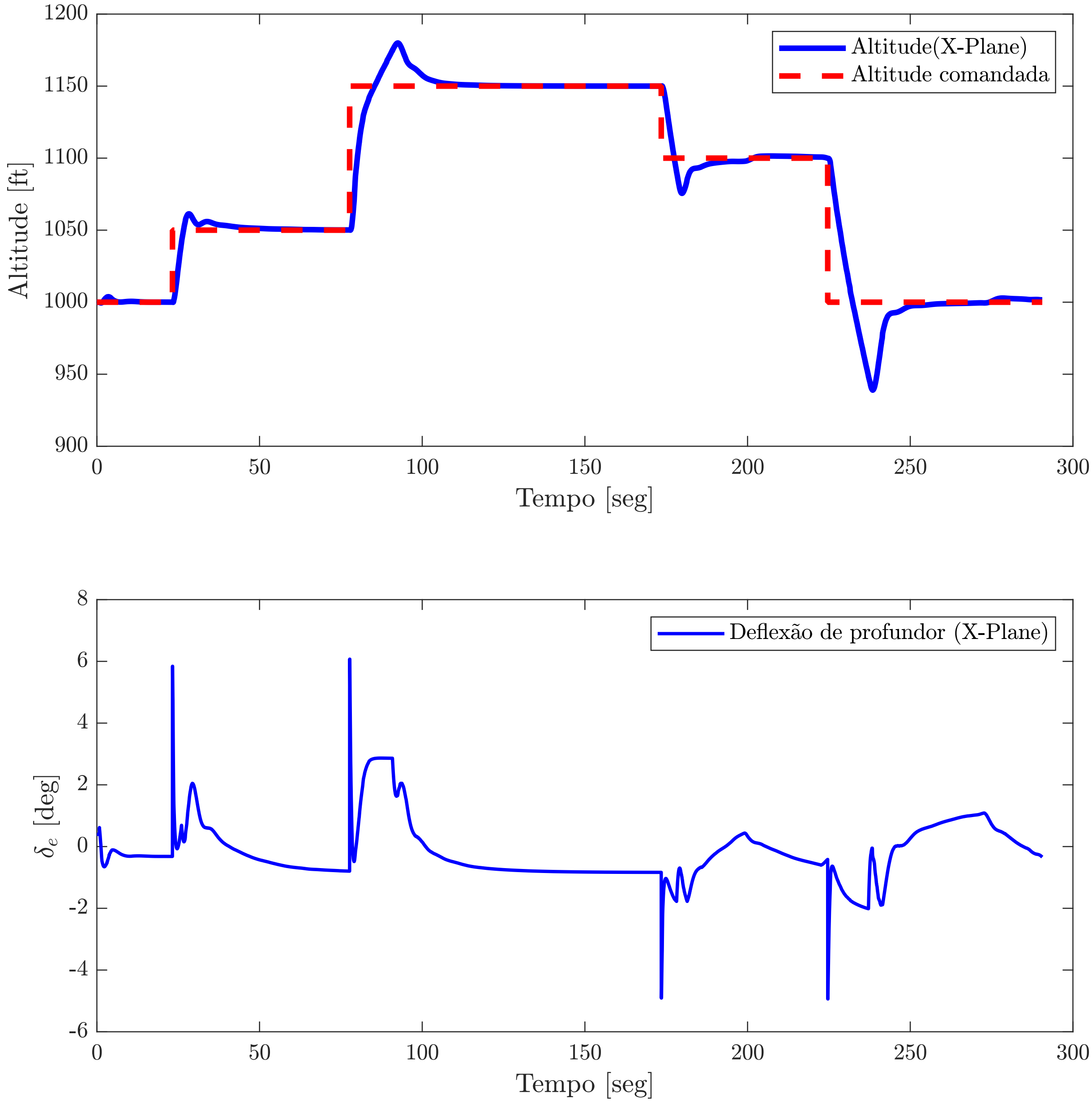

FIGURA 8.8 – Simulação da RPA Half Scale com o piloto automático *altitude hold* acoplado. A deflexão do profundor está com o sinal da convenção do X-Plane.

8.6 Simulação com piloto automático speed hold no X-Plane

O piloto automático de *speed hold* implementado foi simulado no X-Plane, estabelecendo uma faixa de porcentagem da manete entre 30 a 60% de potência, visto que foi observado que essa variável de controle sofria uma alta variação para controlar a velocidade. Além disso, manteve-se o *roll angle hold* e o *altitude hold* acoplados para que a asa da aeronave fosse mantida em voo reto e nivelado. Pode-se verificar a saturação na manete de potência, que foi a solução adotada para obter os melhores resultados.

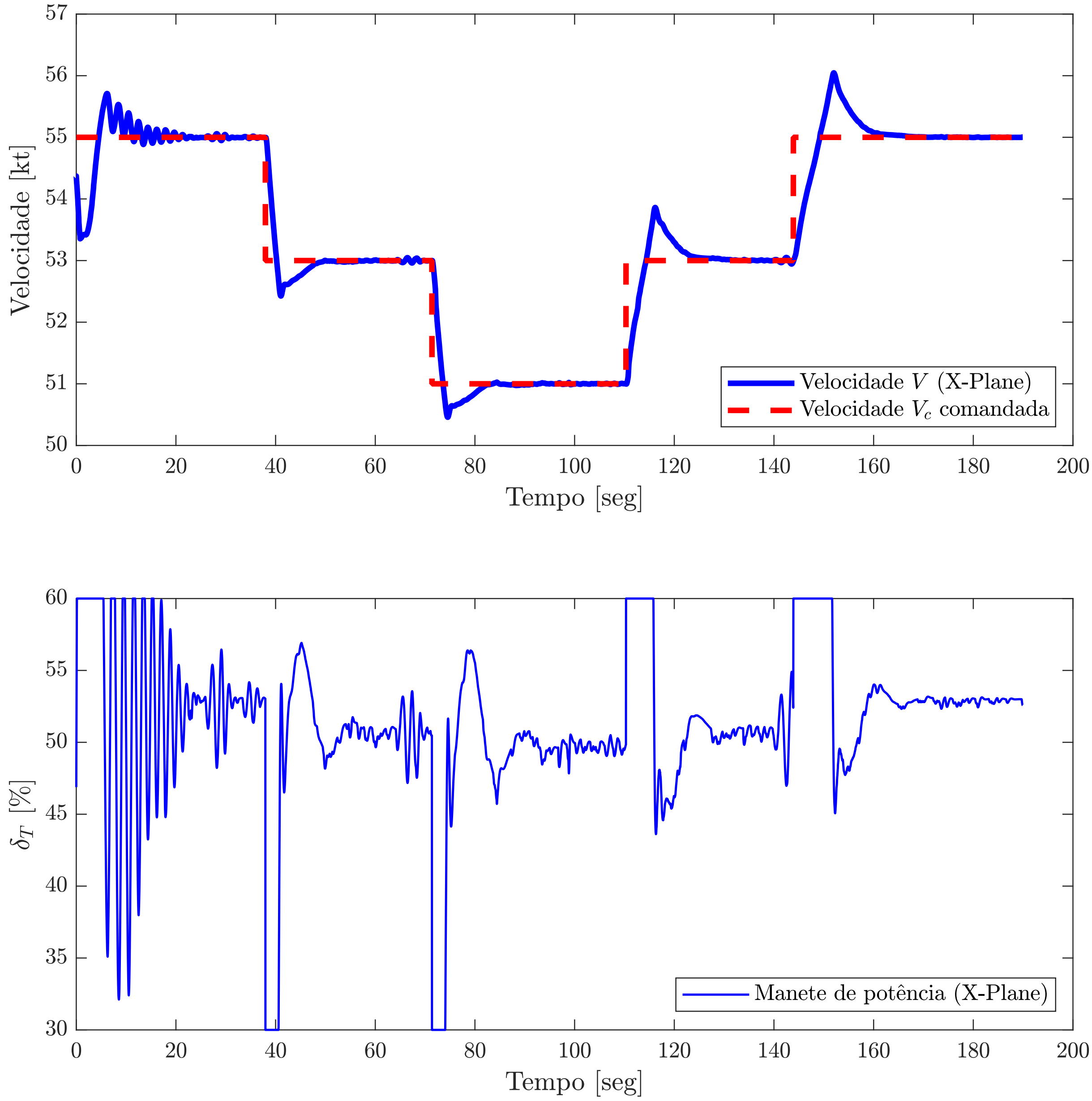

FIGURA 8.9 – Simulação da RPA Half Scale com o piloto automático *speed hold* acoplado.

8.7 Simulação com piloto automático roll angle hold no X-Plane

Na simulação do piloto automático *roll angle hold*, foram mantidos os pilotos automáticos de *altitude hold* e *mach hold* para que a aeronave se mantivesse em voo em altitude constante durante o teste. A simulação apresentou bons resultados, como pode ser visualizado na Fig. 8.10.

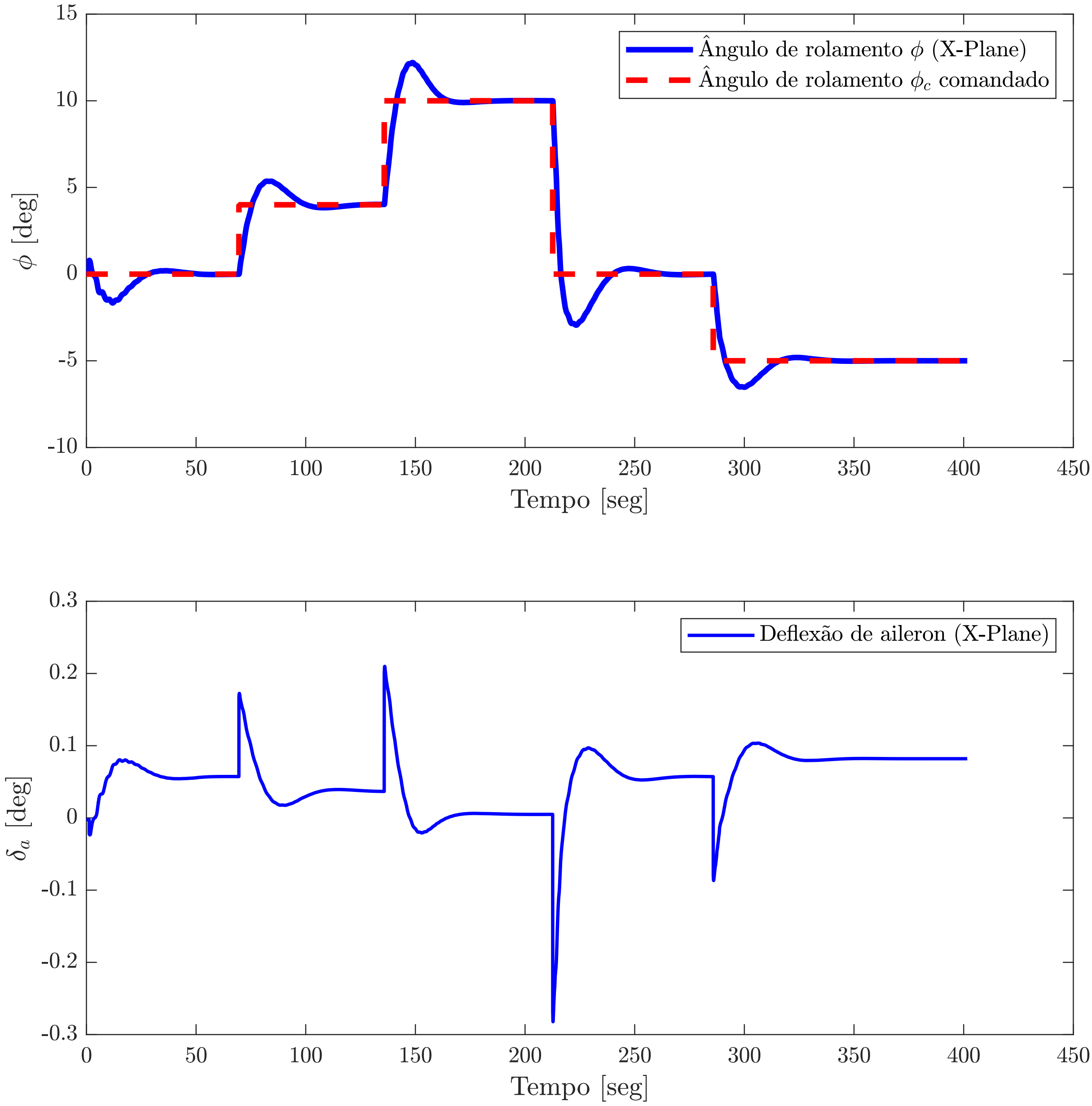

FIGURA 8.10 – Simulação da RPA Half Scale com o piloto automático *roll angle hold* acoplado. A deflexão do aileron está com o sinal da convenção do X-Plane.

8.8 Simulação com piloto automático yaw angle hold no X-Plane

Na simulação do piloto automático *yaw angle hold*, também foram mantidos os pilotos automáticos de *altitude hold* e *mach hold* para que a aeronave se mantivesse em altitude constante durante o teste. Limitou-se ϕ_c entre -3 e 3 graus, para que mudança de rumo da aeronave ocorresse de forma lenta, o que é desejável na navegação em cruzeiro. A simulação apresentou bons resultados, como pode ser visualizado na Fig. 8.11.

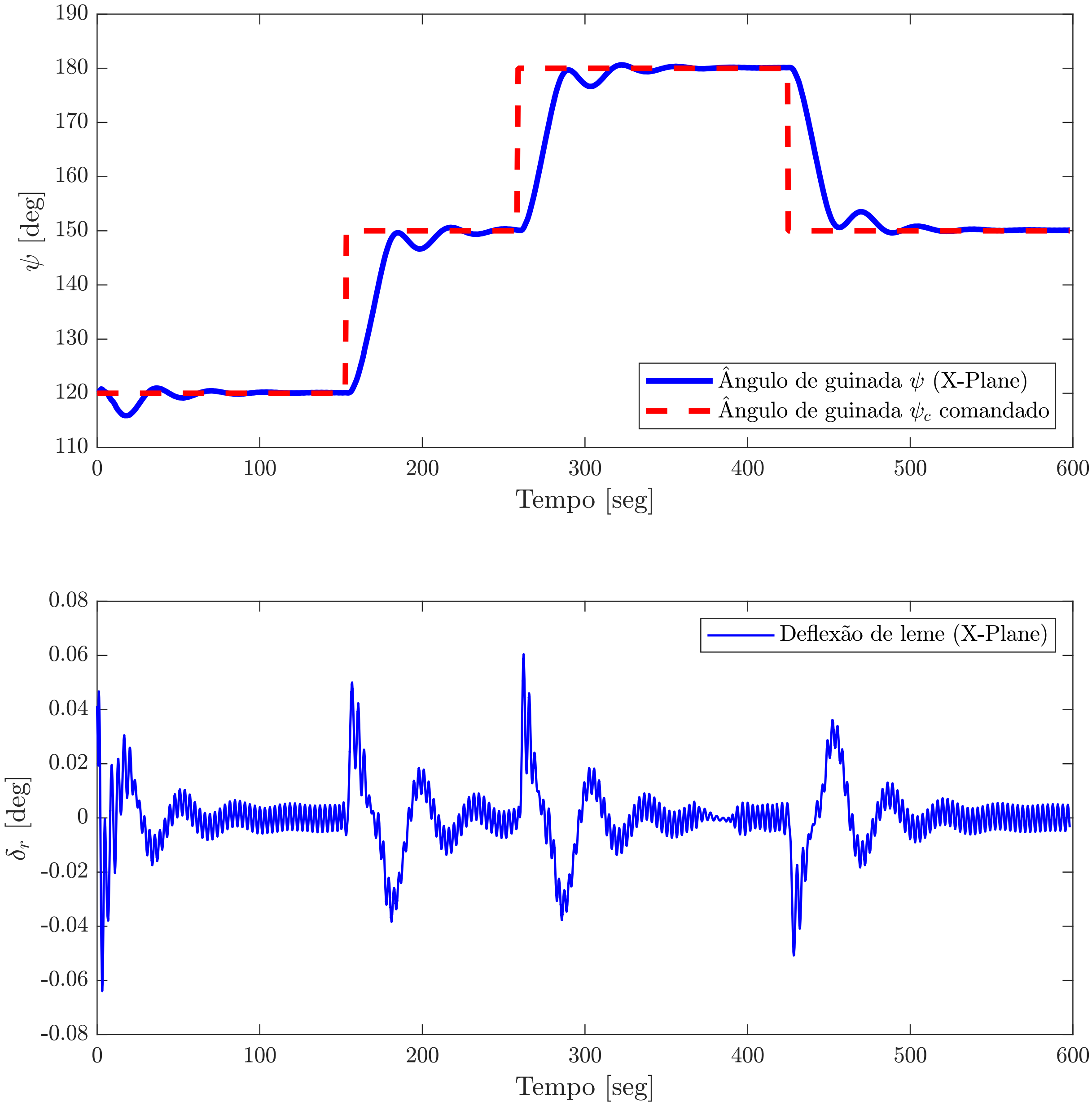

FIGURA 8.11 – Simulação da RPA Half Scale com o piloto automático *roll angle hold* acoplado. A deflexão do leme está com o sinal da convenção do X-Plane.

8.9 Simulação do piloto automático *altitude hold* sob condições adversas

Cabe salientar que o X-Plane possibilita a simulação em diversas condições atmosféricas personalizadas, com níveis distintos de precipitação, tempestade e de condições de pista, o que favorece o aprimoramento dos pilotos automáticos com o possível uso de técnicas de *gain scheduling* em outros pontos de operação do sistema, por exemplo. Na Fig. 8.12, pode-se verificar o planejamento de uma simulação contendo níveis pesados de precipitação e tempestade, realizado com o piloto automático *altitude hold*.

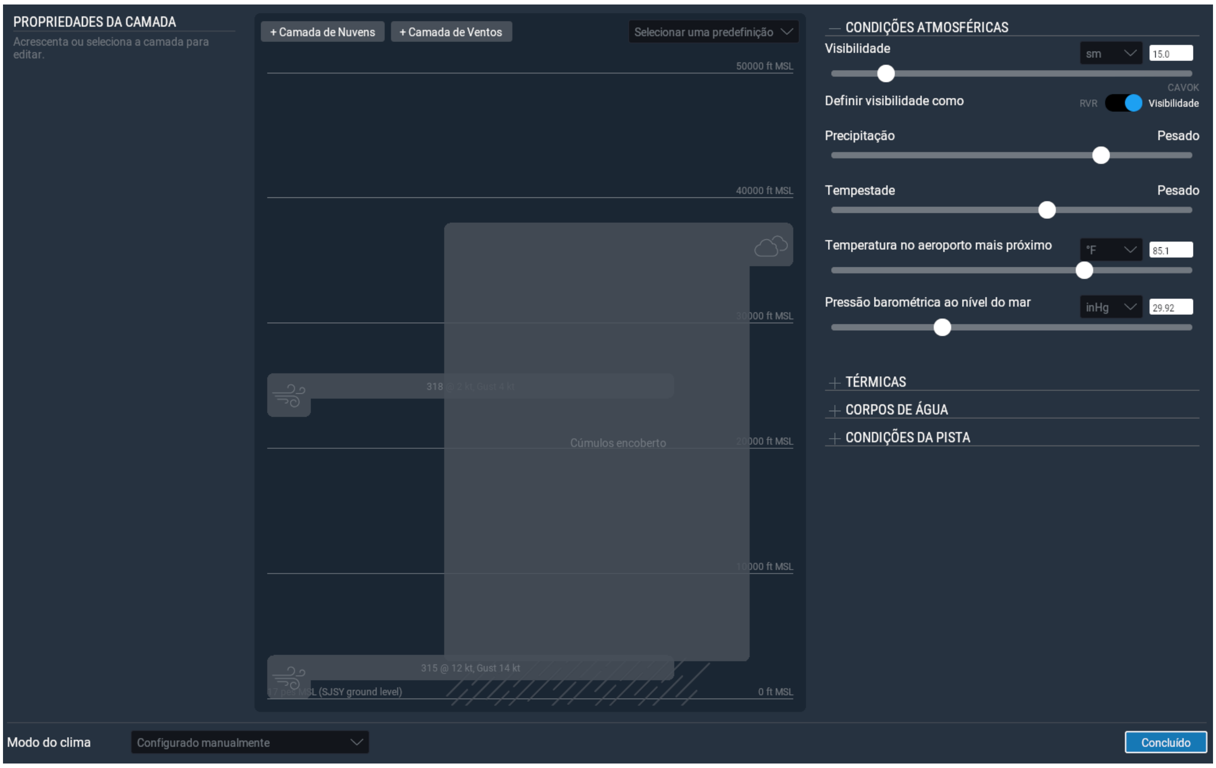

FIGURA 8.12 – Figura contendo o planejamento de uma simulação com precipitação e tempestade, realizado com o piloto automático *altitude hold*.

FIGURA 8.13 – Simulação da RPA Half Scale com o piloto automático *altitude hold*, sob condições adversas de temperatura, tempestade e precipitação.

Sob estas condições, o piloto automático, apesar de apresentar flutuações, comportamento característico de qualquer aeronave sob forte tempestade e chuva, conseguiu rastrear a referência e mantê-la satisfatoriamente, sem ocorrer a saturação na superfície de controle (de -16 a 16 graus), mesmo com a mudança de altitude comandada de 1000 para 1050 ft.

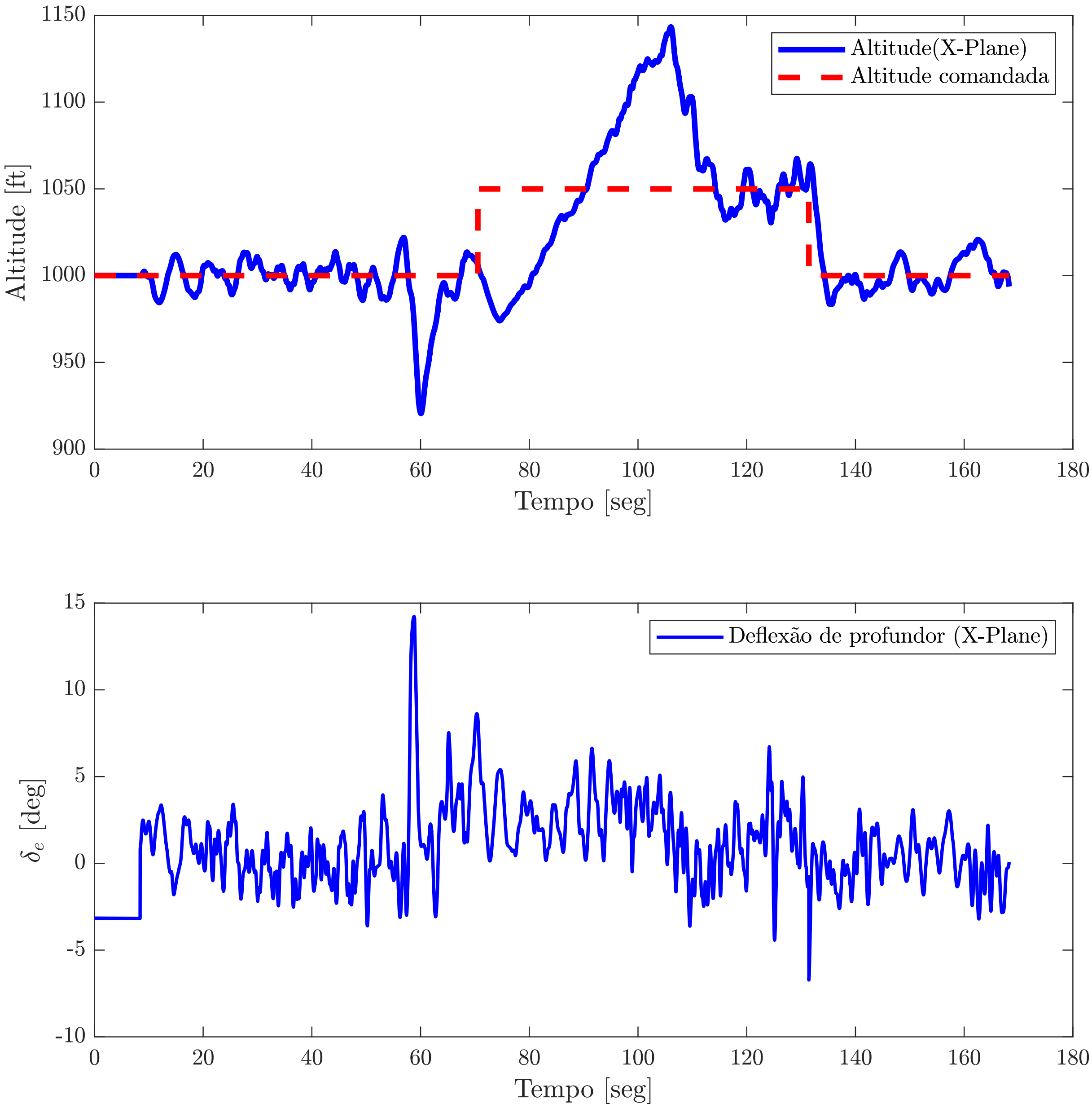

FIGURA 8.14 – Simulação da RPA Half Scale com o piloto automático *altitude hold* acoplado sob condição atmosférica adversa. A deflexão do profundor está com o sinal da convenção do X-Plane.

8.10 Simulação dos pilotos automáticos com o algoritmo de guiagem Waypoint Follower

Por fim, os pilotos automáticos de controle látero-direcional e longitudinal foram testados em conjunto com o algoritmo de guiagem *Waypoint Follower*, pertencente à biblioteca *UAV Toolbox* do SIMULINK©. Foi necessário realizar alguns ajustes na entrada e saída deste bloco, tendo em vista que neste o ângulo de guinada possui um domínio de -180 a 180 graus, enquanto que no SIMULINK© e no X-Plane o domínio é de 0 a 360 graus. Além disso, o algoritmo *Waypoint Follower* não admitia a entrada das posições em latitude, longitude e altitude. A solução encontrada foi de fazer a mudança de coordenadas das posições geodésicas para o sistema de coordenadas ECEF (*Earth-Centered Earth-Fixed*), em metros. A entrada de *lookahead distance* também teve que ser ajustada para 70 metros, para que a guiagem ao longo dos *waypoints* se tornasse satisfatória. Ao longo das simulações, verificou-se que a aeronave cumpria a missão de atingir os pontos pré-determinados, entretanto, não realizava um movimento suave. Então utilizou-se a estratégia de limitar o ângulo de rolamento comandado ϕ_c entre -3 e 3 graus, para que houvesse um caminho mais suave ao longo dos *waypoints*, visto que é desejável uma resposta mais lenta e suave para esta missão.

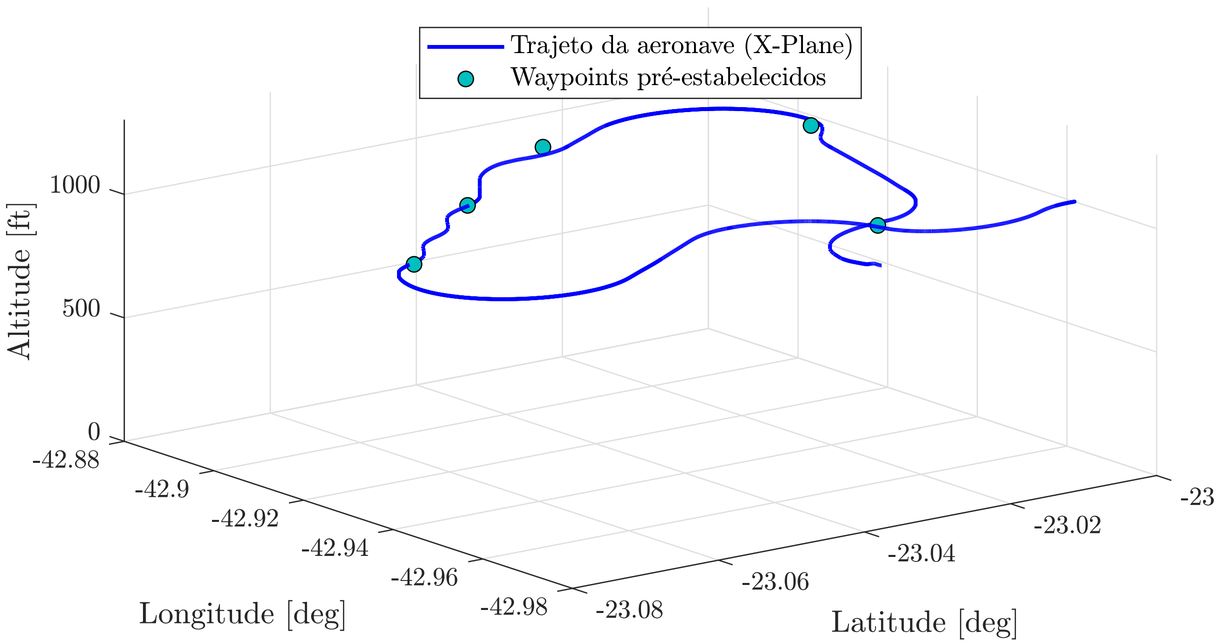

FIGURA 8.15 – Simulação da RPA Half Scale com pilotos automáticos longitudinais e látero-direcionais acoplados e sistema de guiagem.

TABELA 8.2 – Tabela contendo os waypoints definidos na missão de guiagem.

Waypoint	1	2	3	4	5
Latitude	23,0232^o S	23,0027^o S	23,0315^o S	23,0533^o S	23,0734^o S
Longitude	42,9556^o W	42,9073^o W	42,8944^o W	42,9131^o W	42,9339^o W

Na Fig. 8.16, pode-se verificar os *waypoints*, bem como os pontos que a aeronave percorreu durante a simulação contida em um perímetro de aproximadamente 35 km e área de 78 km^2.

FIGURA 8.16 – Mapa contendo os *waypoints* (em vermelho) e as posições da aeronave durante a simulação (em azul). Figura adaptada do site Google MyMaps©.

9 Conclusão

Neste Trabalho, foram obtidas as derivadas aerodinâmicas e a curva polar de arrasto da RPA Half-Scale, a partir de um modelo intermediário entre o método de vórtice *lattice* (AVL) e o método de elemento de pá (X-Plane). Observou-se uma boa aproximação em relação aos resultados de (SILVA, 2017) para C_{L_0}, C_{L_α}, C_{D_0} e C_{m_α}. No entanto, os valores de C_{m_0}, C_{m_q} e $C_{m_{\delta_e}}$ apresentaram desvios altos, de 53,7%, 221,7% e 42,27%, respectivamente. Além disso, cabe salientar que (SILVA, 2017) obteve o valor de $C_{m_{\dot{\alpha}}}$ no DATCOM, o que não foi obtido pelo AVL. Isto, de certa forma, interferiu na comparação, assim como a limitação do *software* DATCOM em estabelecer um modelo com cauda em V, configuração muito comum em RPAs.

O modelo matemático da aeronave foi implementado, com todas as suas considerações e simplificações expostas neste Trabalho. Com base no modelo linearizado da aeronave e no emprego de técnicas modernas de controle, projetou-se os sistemas de estabilidade longitudinais e látero-direcionais, e os pilotos automáticos de *altitude hold*, *pitch attitude hold*, *speed hold*, *roll angle hold* e *yaw angle hold*, de forma que todos forneceram bons resultados na planta da dinâmica não linear.

Foi realizada a integração entre o controle projetado no SIMULINK e a aeronave modelada em X-Plane por (SILVA, 2017), com comunicação entre os *softwares* via protocolo UDP através da biblioteca de (BITTAR, 2020). Com isso, realizou-se a simulação *software-in-the-loop* em tempo real do comportamento da aeronave, o que permitiu validar o piloto automático para etapas posteriores de projeto, sem a utilização de *hardware*. O bom funcionamento dos controles projetados, com manutenção do equilíbrio e estabilização da aeronave, evidenciou uma compatibilidade entre os modelos empregados e mostra que o procedimento adotado pode ser usado em uma etapa preliminar de projeto a fim de evitar custos e riscos envolvendo testes em *hardware*, pois permite a identificação de falhas e incoerências, aumentando assim a confiabilidade da fase inicial do projeto de um piloto automático.

Por fim, foi realizada a integração entre todos os sistemas de piloto automático projetados e o algoritmo de guiagem *Waypoint Follower*, do SIMULINK©. A missão contendo 5 *waypoints* em torno de um perímetro de aproximadamente 35 km foi cumprida satisfatoriamente pela aeronave, o que representa uma outra possibilidade de teste para o aumento de confiabilidade do piloto automático projetado.

É importante mencionar que a integração do modelo matemático com o simulador de voo possibilitou a correção de problemas que não tinham sido detectados anteriormente, como a necessidade de se estabelecer limites em algumas variáveis do projeto, implementar filtros na malha para evitar ruído, e rastrear lentamente o ângulo de guinada na missão de guiamento. Por este motivo, e tendo em vista o bom desempenho dos sistemas projetados, percebe-se que o procedimento adotado teve um comportamento satisfatório e apresenta potencial de ser aplicado na etapa preliminar do projeto de sistemas de controle para outras aeronaves.

9.1 Trabalhos Futuros

Ainda no *software-in-the-loop*, é possível incluir pilotos automáticos para outras fases de voo, tais como decolagem, aproximação e pouso. Também é interessante a inclusão de elementos que tornem o cenário mais realista, como por exemplo, mais simulações sob condições adversas elaboradas e o uso de *gain scheduling*. Além disso, pode-se incluir um algoritmo de guiagem dedicado à missão típica da aeronave.

Cumpridas estas etapas, é possível acrescentar confiabilidade aos sistemas projetados, realizando a simulação *hardware-in-the-loop* e, posteriormente, testes em voo na aeronave.

Referências

ANDERSON, J. D. **Fundamentals of Aerodynamics.** 6. ed. Boston: McGraw-Hill, 2016.

AYED, M. B.; ZOUARI, L.; ABID, M. Software in the loop simulation for robot manipulators. **Engineering, Technology & Applied Science Research**, v. 7, p. 2017–2021, 2017. Disponível em: <http://www.etasr.com/index.php/ETASR/article/view/1285>. Acesso em: 10 nov. 2020.

BERTIN, J.; CUMMINGS, R. **Aerodynamics for Engineers**. Pearson Education, 2013. ISBN 9780133379235. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=CcgvAAAAQBAJ>.

BITTAR, A. **MATLAB Central File Exchange - X-Plane Library.zip**. 2020. Disponível em: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/47516-x-plane-library-zip>.

DECEA. **Departamento de controle do espaço aéreo: DRONE.** 2020. Disponível em: <https://www.decea.gov.br/drone/>.

DRELA, M. **Flight Vehicle Aerodynamics.** Massachusetts: The MIT Press, 2014.

DRELA, M.; YOUNGREN, H. Avl 3.36 user primer. p. 37, 2017. Disponível em: <http://web.mit.edu/drela/Public/web/avl/avl_doc.txt>. Acesso em: 30 jul. 2020.

DU, Y. **Development of real-time flight control system for low-cost vehicle.** 2011. 134 p. Dissertação (MSc by Research Thesis) — Cranfield University, UK, 2011.

ELBIT SYSTEMS. **Hermes 900**. 2020. Disponível em: <https://elbitsystems.com/>.

GUIMARÃES NETO, A. B. **Notas de aula da disciplina de MVO-32 - Estabilidade e Controle de Aeronaves - ITA (Instituto Tecnológico de Aeronáutica)**. 2019.

GUIMARÃES NETO, A. B. **Notas de aula da disciplina de AB-266 - Controle e simulação de aeronaves - ITA (Instituto Tecnológico de Aeronáutica)**. 2020.

HOW, J. P. Mit aircraft stability and control 16.333, lecture note 12: Aircraft lateral autopilot. p. 37, 2004. Disponível em: <https://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-333-aircraft-stabilityand-control-fall-2004/lecture-notes/lecture 12.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2020.

ICAO. **REMOTELY PILOTED AIRCRAFT SYSTEM (RPAS).CONCEPT OF OPERATIONS (CONOPS) FOR INTERNATIONAL IFR OPERATIONS**. 2020. Disponível em: <https://www.icao.int/safety/UA/Documents/RPAS\%20CONOPS.pdf>.

KUROSE, J.; ROSS, K. **Computer Networking: A Top-Down Approach.** [S.l.]: Pearson Education, 2010. (Limited). ISBN 9780131365483.

LAMINAR RESEARCH. **X-Plane Pro Certified**. 2020. Disponível em: <https://www.x-plane.com/pro/certified/>.

LONDONO, M. **Determination of Stability and Control Derivatives for a Modern Light Composite Twin Engine Airplane.** 2009. 124 f. Dissertação (Master of Science in Aerospace Engineering Thesis) — Embry-Riddle Aeronautical University, Daytona Beach, Florida, USA, 2009.

NELSON, R. **Flight Stability and Automatic Control**. WCB/McGraw Hill, 1998. (Aerospace Science & Technology). ISBN 9780071158381. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=Uzs8PgAACAAJ>.

O'HARA, F. Handling criteria. **The Journal of the Royal Aeronautical Society**, Cambridge University Press, v. 71, n. 676, p. 271–291, 1967.

OPAL-RT. **Software-in-the-loop**. 2020. Disponível em: <https://www.opal-rt.com/software-in-the-loop/>.

PFC. **Precision Flight Controls- MFD**. 2020. Disponível em: <https://flypfc.com/shop-/training-systems/fixed-wing-simulators/modular-flight-deck/mfd/>.

ROSKAM, J. **Airplane Design Part VI : Preliminary Calculation of Aerodynamic Thrust and Power Characteristics.** Lawrence, Kansas [USA]: DAR Corporation, 2000.

SANTOS, M. H. d. **Projeto e teste em bancada de um piloto automático para veículos aéreos não tripulados.** 2018. 150 f. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos-SP., 2018.

SHAKHATREH, H.; SAWALMEH, A.; AL-FUQAHA, A.; DOU, Z.; ALMAITA, E.; KHALIL, I.; OTHMAN, N.; KHREISHAH, A.; GUIZANI, M. Unmanned aerial vehicles (uavs): A survey on civil applications and key research challenges. **IEEE Access**, v. 7, 04 2018.

SILVA, W. R. **Plataforma hardware in the loop para teste de leis de controle de voo e desenvolvimento de unidade de navegação inercial**. 2017. 192 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — UFSM, Santa Maria-RS, 2017.

STEVENS, B.; LEWIS, F. **Aircraft Control and Simulation**. Wiley, 2003. ISBN 9780471371458. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=T0Ux6av4btIC>.

TANNER, R. R.; MONTGOMERY, T. D. **Stability and Control Derivative Estimates Obtained from Flight Data for the Beech 99 Aircraft.**: Nasa technical memorandum.

Dryden Flight Research Center Edwards, California, USA, 1979. (RR 95-02). Disponível em: <https://www.nasa.gov/centers/dryden/pdf/87908main_H-1081.pdf>. Acesso em: 07 ago. 2020.

Anexo A - Plantas de controle implementadas no SIMULINK/X-Plane

A.0.1 Planta contendo o piloto automático altitude hold, integrado ao X-Plane

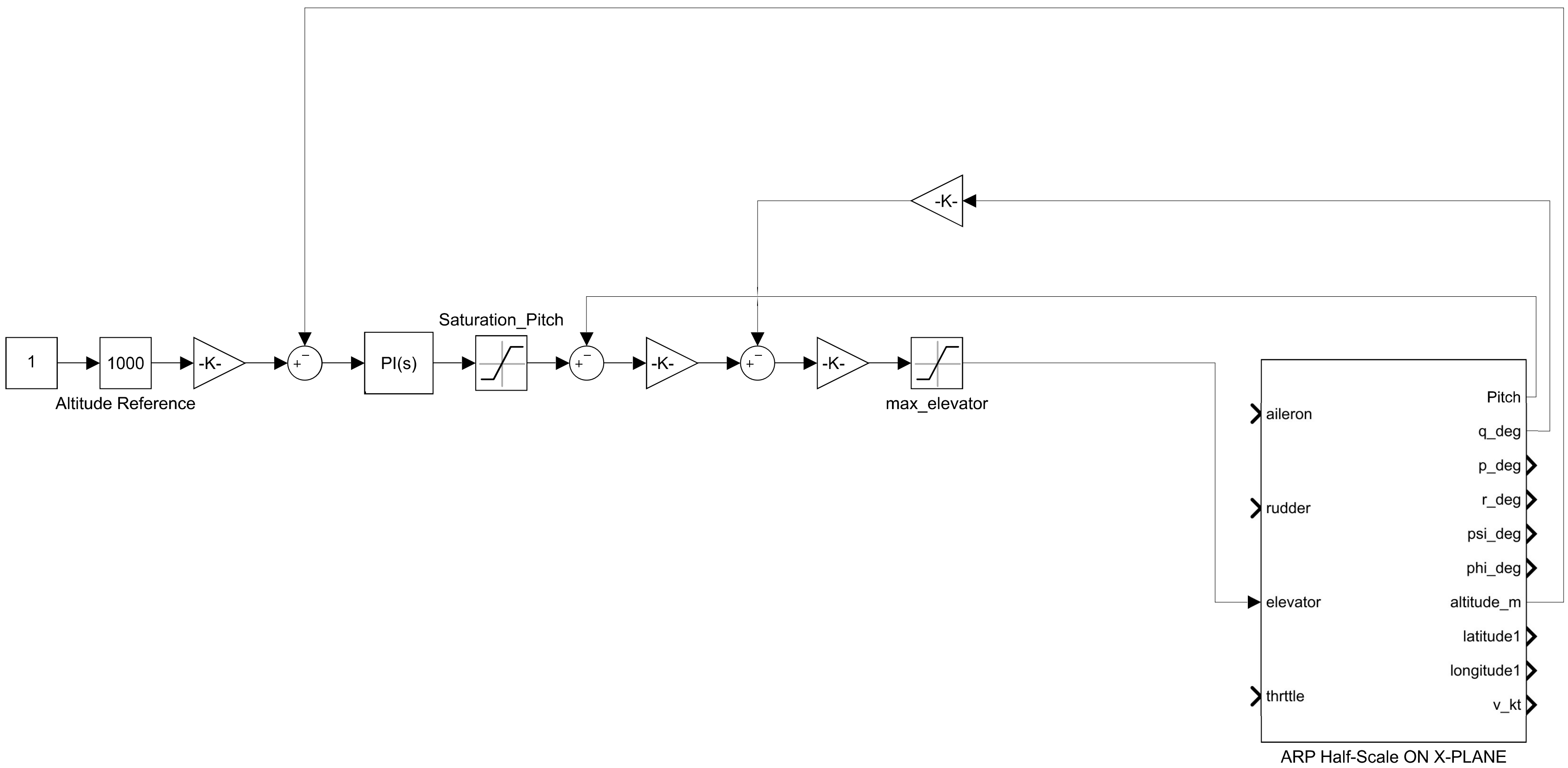

FIGURA A.1 – Planta contendo o piloto automático *altitude hold*, integrado ao X-Plane

A.0.2 Planta contendo o pilotos automáticos speed hold e altitude hold, integrados ao X-Plane

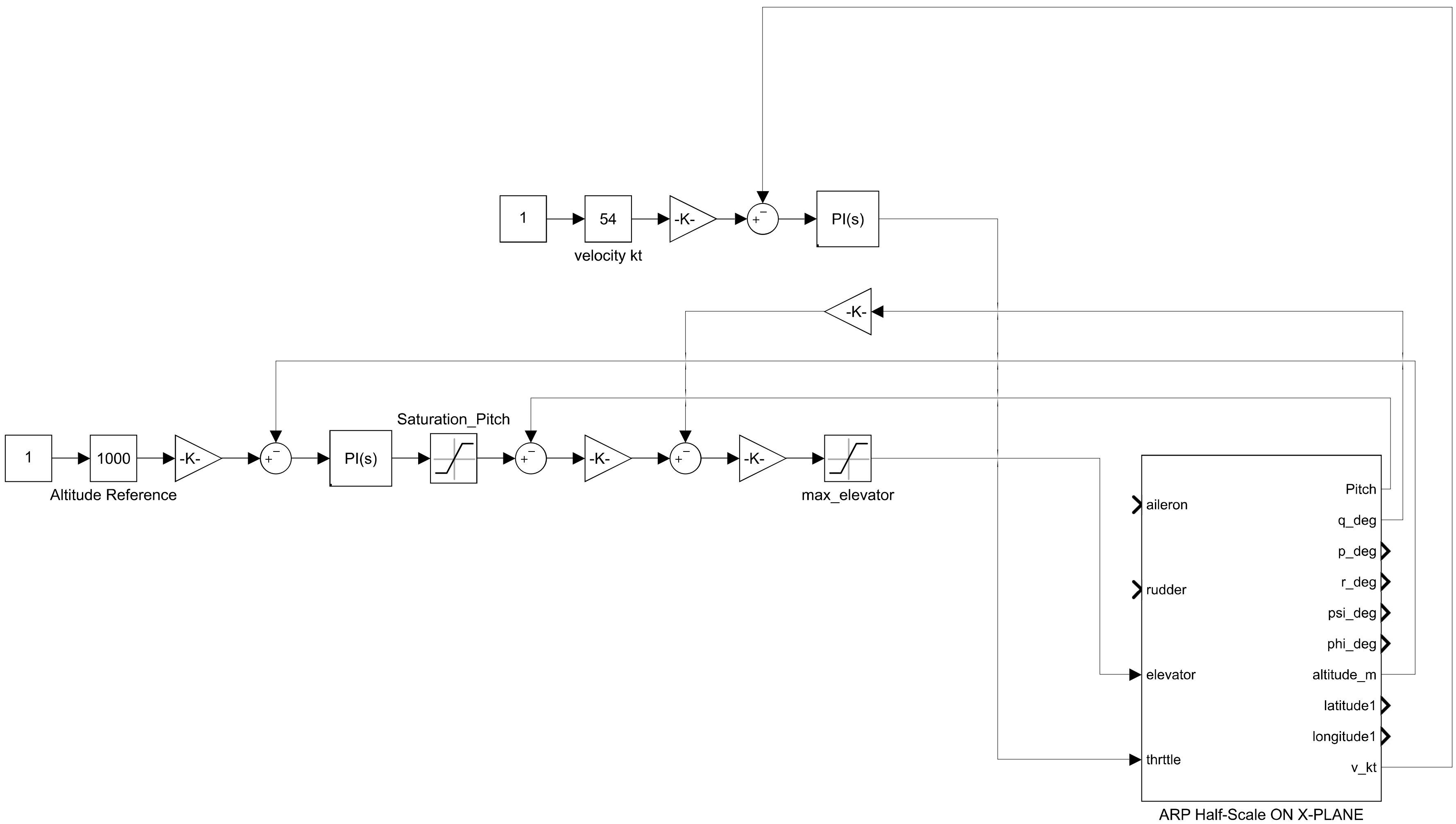

FIGURA A.2 – Planta contendo o pilotos automáticos *speed hold* e *altitude hold*, integrados ao X-Plane.

A.0.3 Planta contendo o piloto automático roll angle hold, integrado ao X-Plane

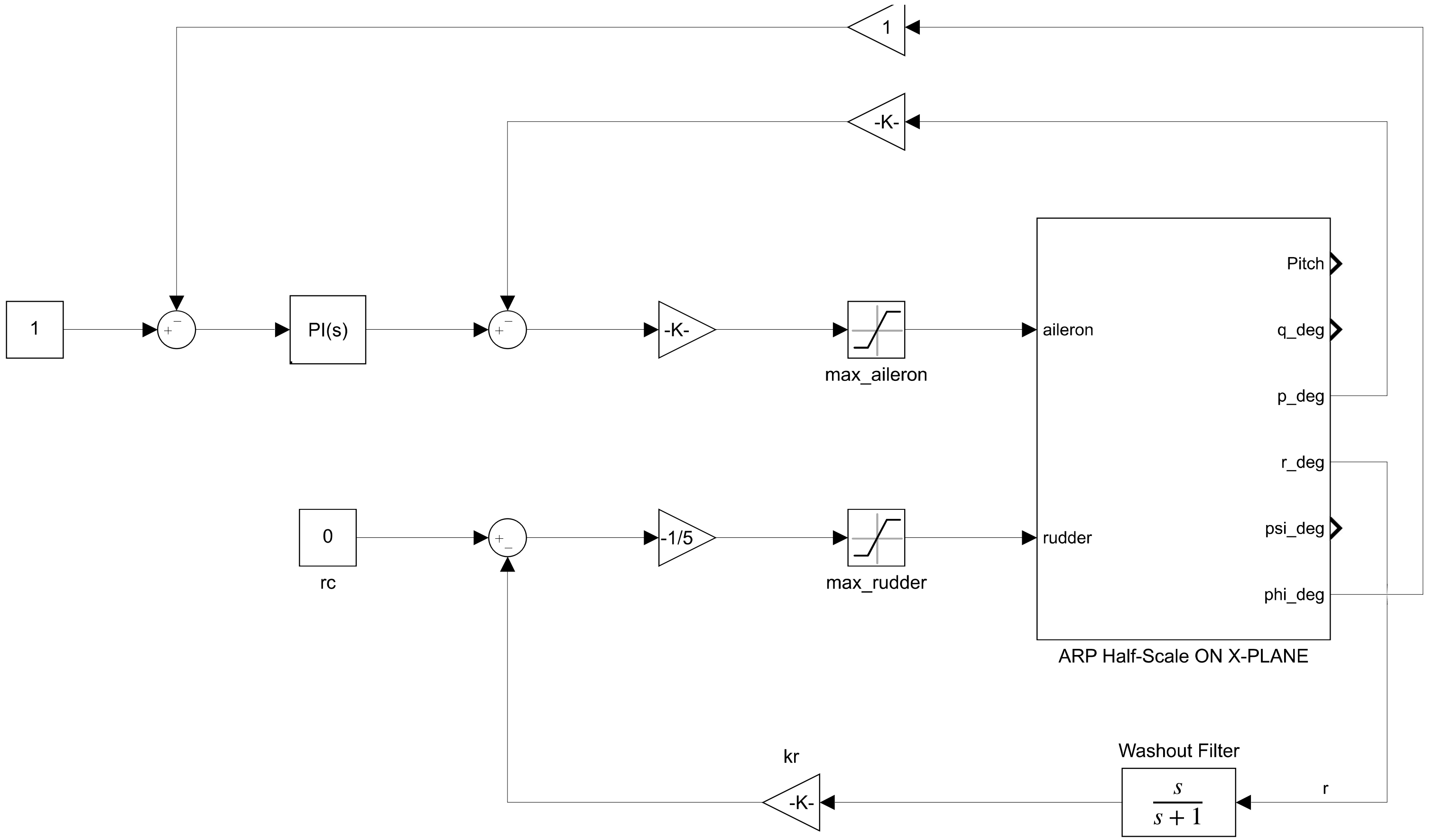

FIGURA A.3 – Planta contendo o piloto automático *roll angle hold*, integrado ao X-Plane

A.0.4 Planta do piloto automático yaw angle hold integrado ao X-Plane

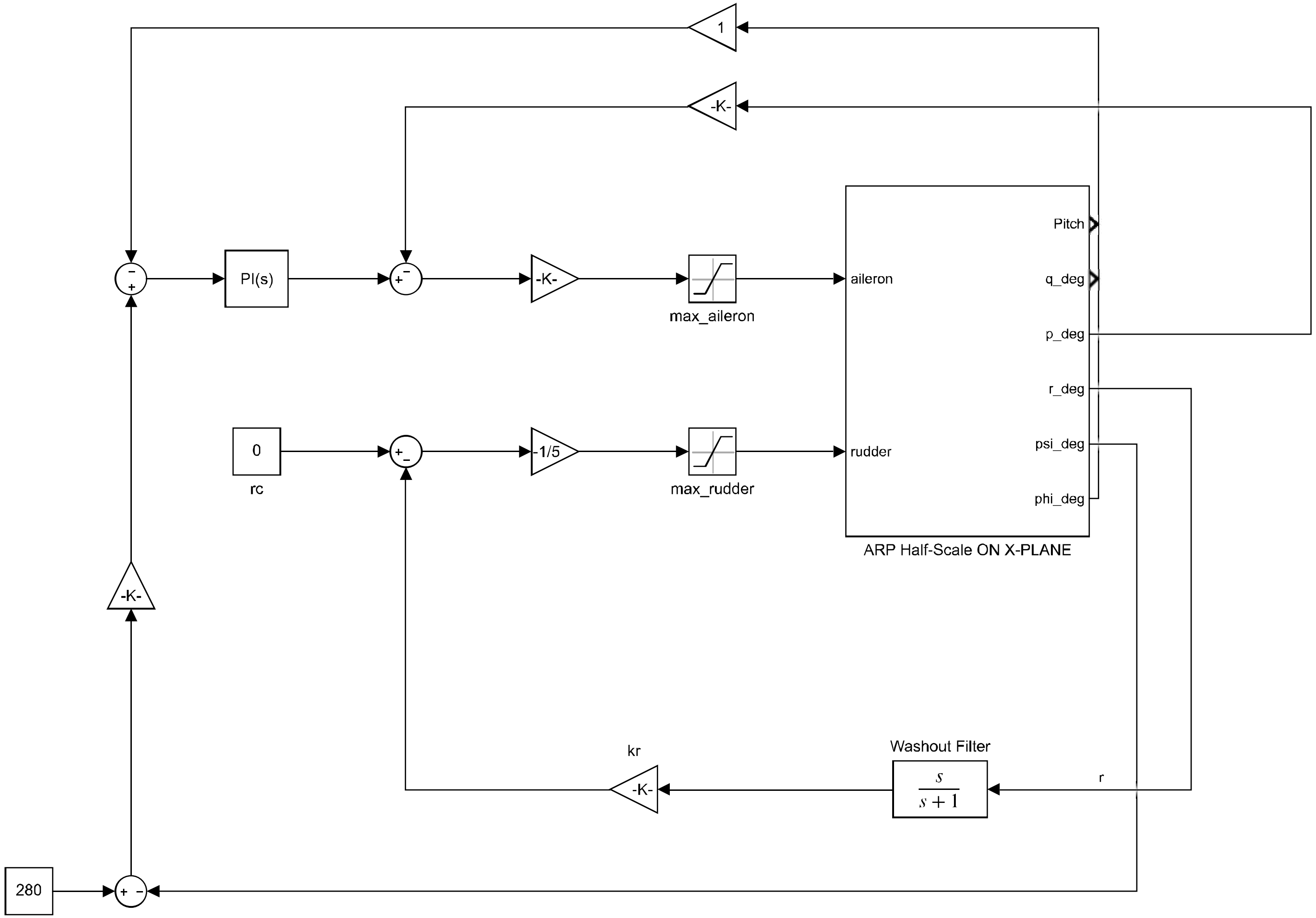

FIGURA A.4 – Planta do piloto automático *yaw angle hold* integrado ao X-Plane

A.0.5 Planta contendo todos os pilotos automáticos acoplados ao algoritmo de guiagem Waypoint Follower, integrados ao X-Plane

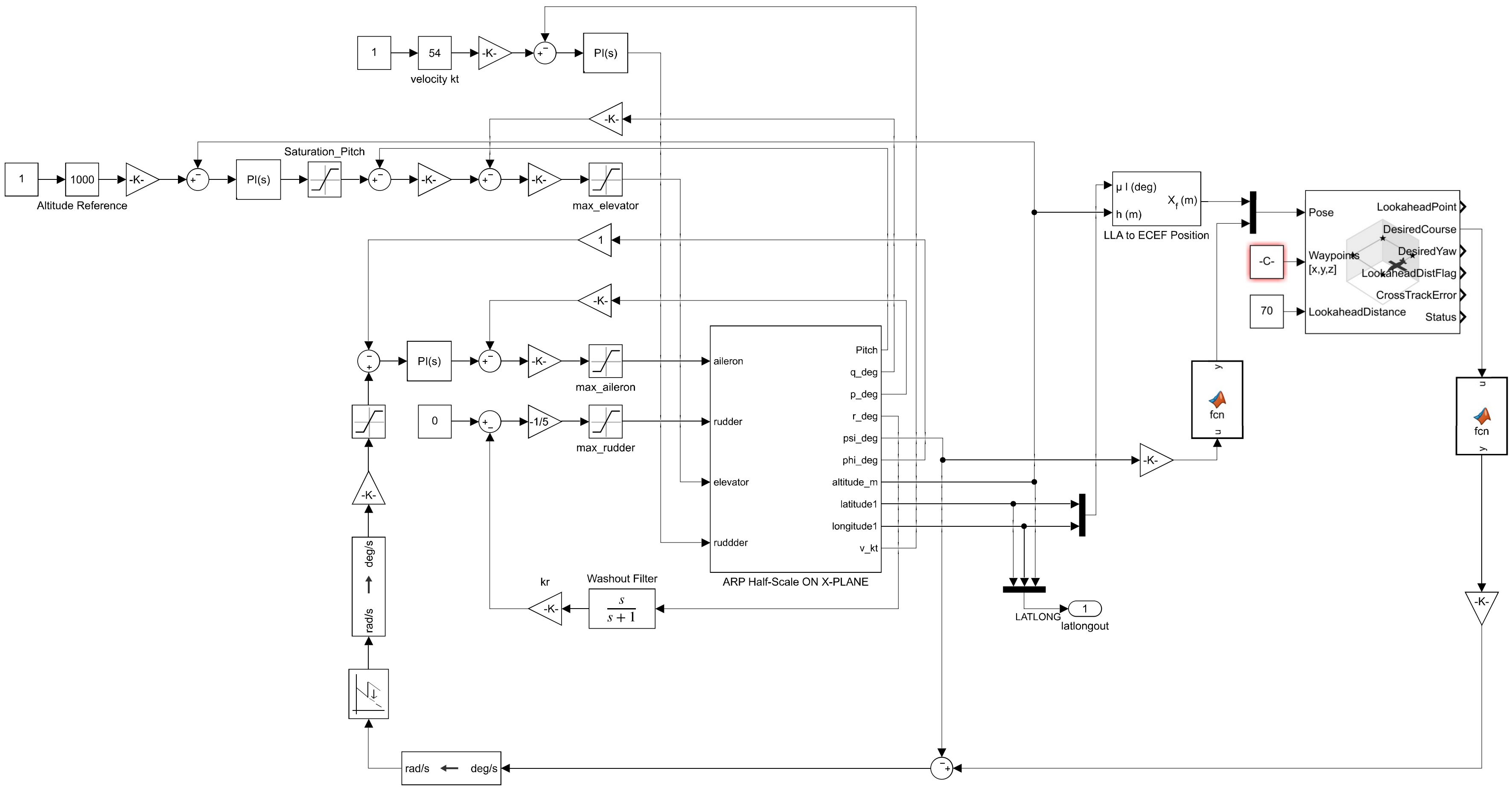

FIGURA A.5 – Planta contendo todos os pilotos automáticos acoplados ao algoritmo de guiagem *Waypoint Follower*, integrados ao X-Plane

A.0.6 Biblioteca de (BITTAR, 2020) para intercâmbio de dados entre o X-Plane e SIMULINK©

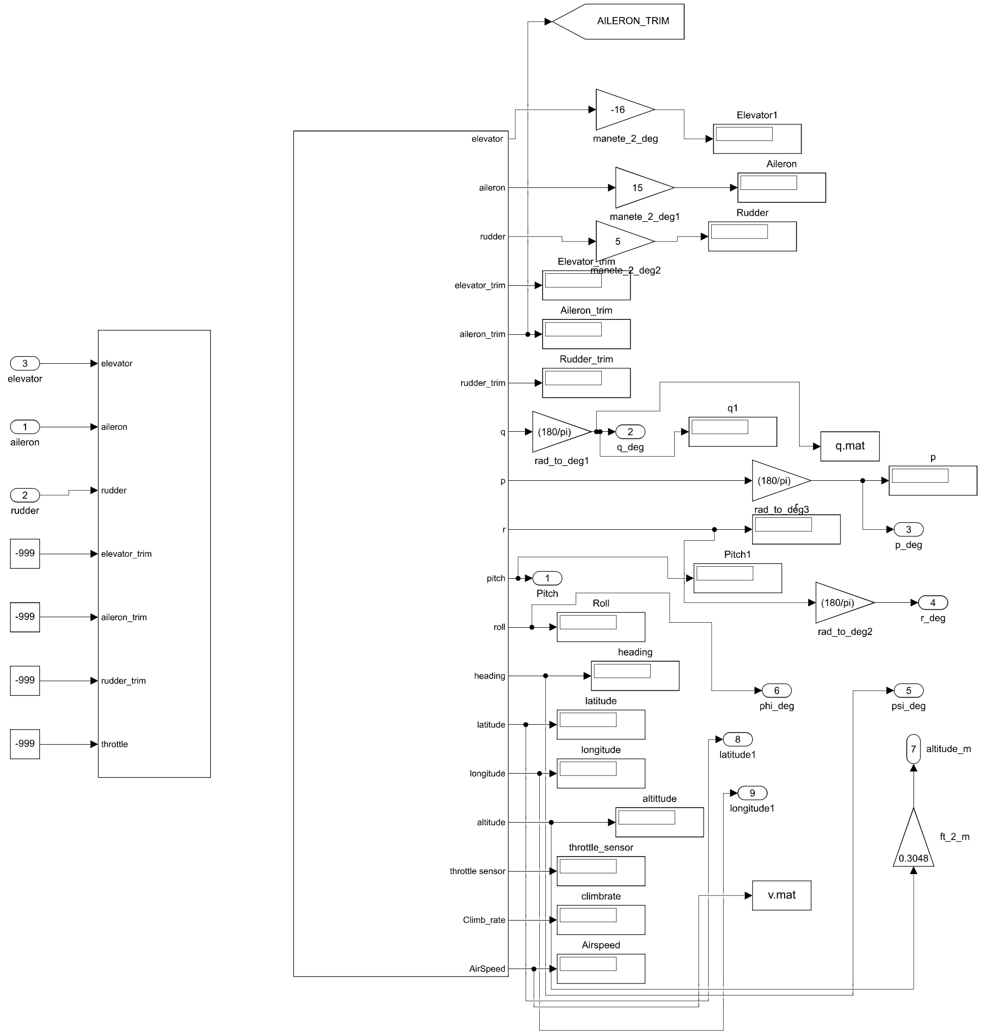

FIGURA A.6 – Biblioteca de (BITTAR, 2020) para intercâmbio de dados entre o X-Plane e SIMULINK©.

Anexo B - Códigos utilizados no AVL

B.1 Código de entrada utilizado no AVL

```
Half Scale UAV
#=================================================
#Mach
0.1
#IYsym IZsym Zsym
0 0 0.0
#Sref Cref Bref
0.75 0.25 3
#Xref Yref Zref
0.0 0.0 0.0
#=================================================
BODY
Fuselage
#Nbody Bspace
15 1.0
BFILE
fuselagem.dat
#=================================================
SURFACE
Wing
#Nchord Cspace [ Nspan Sspace ]
10 1.0 34 1.0
YDUPLICATE
0.0
SCALE
1.0 1.0 1.0
TRANSLATE
0.0 0.0 0.0
```

```
ANGLE
0.0
SECTION
#Xle Yle Zle Chord Ainc Nspanwise Sspace
-0.09 0.0 0.19 0.15 0.0 10 0
NACA
5314
CDCL
#CL1         CD1         CL2         CD2         CL3         CD3
 -0.3960     0.02464     0.6288     0.00924      1.7455      0.02827
SECTION
#Xle Yle Zle Chord Ainc Nspanwise Sspace
-0.09 1.5 0.19 0.15 0.0 10 0
NACA
5314
CDCL
#CL1         CD1         CL2         CD2         CL3         CD3
 -0.3960     0.02464     0.6288     0.00924      1.7455      0.02827
#==================================================
SURFACE
Aileron Surface
#Nchord Cspace [ Nspan Sspace ]
10 1.0 34 1.0
YDUPLICATE
0.0
SCALE
1.0 1.0 1.0
TRANSLATE
0.0 0.0 0.0
ANGLE
0.0
SECTION
#Xle Yle Zle Chord Ainc Nspanwise Sspace
0.061 0.0 0.19 0.10 0.0 10 0
NACA
5314
CDCL
#CL1         CD1         CL2         CD2         CL3         CD3
 -0.3960     0.02464     0.6288     0.00924      1.7455      0.02827
```

```
CONTROL
#label gain Xhinge Xhvec Yhvec Zhvec SgnDup
Aileron 1.0 0.0000001 0.0 0.0 0.0 -1.0
SECTION
#Xle Yle Zle Chord Ainc Nspanwise Sspace
0.061 1.5 0.19 0.10 0.0 10 0
NACA
5314
CDCL
#CL1         CD1         CL2         CD2         CL3         CD3
 -0.3960     0.02464     0.6288     0.00924      1.7455      0.02827
CONTROL
#label gain Xhinge Xhvec Yhvec Zhvec SgnDup
Aileron 1.0 0.0000001 0.0 0.0 0.0 -1.0
#==================================================
SURFACE
Inverted V-Tail
#Nchord Cspace [ Nspan Sspace ]
10 1.0 34 1.0
YDUPLICATE
0.0
SCALE
1.0 1.0 1.0
TRANSLATE
0.0 0.0 0.0
ANGLE
0.0
SECTION
#Xle Yle Zle Chord Ainc Nspanwise Sspace
0.6661 0.0832 0.0657 0.12495 0.0 10 0
NACA
0012
CDCL
#CL1         CD1         CL2         CD2         CL3         CD3
-1.2265     0.05032     0     0.00689      1.2268      0.05032
SECTION
#Xle Yle Zle Chord Ainc Nspanwise Sspace
0.7660 0.5132 0.4055 0.075 0.0 10 0
NACA
```

```
0012
CDCL
#CL1         CD1         CL2         CD2         CL3         CD3
-1.2265     0.05032     0     0.00689      1.2268      0.05032
#==================================================
SURFACE
Rudder and elevator surface
#Nchord Cspace [ Nspan Sspace ]
10 1.0 34 1.0
YDUPLICATE
0.0
SCALE
1.0 1.0 1.0
TRANSLATE
0.0 0.0 0.0
ANGLE
0.0
SECTION
#Xle Yle Zle Chord Ainc Nspanwise Sspace
0.79105 0.0832 0.0657 0.12495 0.0 10 0
NACA
0012
CDCL
#CL1         CD1         CL2         CD2         CL3         CD3
-1.2265     0.05032     0     0.00689      1.2268      0.05032
CONTROL
#label gain Xhinge Xhvec Yhvec Zhvec SgnDup
Elevator 1.0 0 0.0 0.0 0.0 1.0
CONTROL
#label gain Xhinge Xhvec Yhvec Zhvec SgnDup
Rudder 1.0 0 0.0 0.0 0.0 -1.0
SECTION
#Xle Yle Zle Chord Ainc Nspanwise Sspace
0.841 0.5132 0.4055 0.075 0.0 10 0
NACA
0012
CDCL
#CL1         CD1         CL2         CD2         CL3         CD3
-1.2265     0.05032     0     0.00689      1.2268      0.05032
```

```
CONTROL
#label gain Xhinge Xhvec Yhvec Zhvec SgnDup
Elevator 1.0 0 0.0000001 0.0 0.0 1.0
CONTROL
#label gain Xhinge Xhvec Yhvec Zhvec SgnDup
Rudder 1.0 0 0.0000001 0.0 0.0 -1.0
```

B.2 Código da geometria da fuselagem utilizado no AVL

```
HalfScale fuselage
0.756  0.1
0.656  0.1
0.556  0.1
0.446  0.1
0.336  0.1
0.236  0.1
0.136  0.1
0.036  0.1
0      0.1
-0.1   0.1
-0.2   0.1
-0.3   0.1
-0.4   0.1
-0.5   0.1
-0.6   0.1
-0.7   0.1
-0.8   0.1
-0.9   0.1
-1.0   0.08
-1.124 0.0
-1    -0.08
-0.9  -0.1
-0.8  -0.1
-0.7  -0.1
-0.6  -0.1
-0.5  -0.1
-0.4  -0.1
-0.3  -0.1
```

```
-0.2  -0.1
-0.1  -0.1
0     -0.1
0.036 -0.1
0.136 -0.1
0.236 -0.1
0.336 -0.1
0.446 -0.1
0.556 -0.1
0.656 -0.1
0.756 -0.1
```

B.3 Código de testes utilizado no AVL

```

 ---------------------------------------------
 Run case  1:   -Cruise1-

 alpha        ->  alpha       =   -14
 beta         ->  beta        =   0.00000
 pb/2V        ->  pb/2V       =   0.00000
 qc/2V        ->  qc/2V       =   0.00000
 rb/2V        ->  rb/2V       =   0.00000
 Aileron      ->  Aileron     =   0.00000

 beta      =   0.00000     deg
 pb/2V     =   0.00000
 qc/2V     =   0.00000
 rb/2V     =   0.00000
 bank      =   0.00000     deg
 elevation =   0.00000     deg
 heading   =   0.00000     deg
 Mach      =   0.0819
 velocity  =   27.77    m/s
 density   =   1.1901     kg/m^3
 grav.acc. =   9.81000     m/s^2
 turn_rad. =   0.00000     m
 load_fac. =   1.00000
```

```
X_cg      =   0.00000     m
Y_cg      =   0.00000     m
Z_cg      =   0.00000     m
mass      =   15.0000     kg
Ixx       =   26.367     kg-m^2
Iyy       =   28.340    kg-m^2
Izz       =   2.767     kg-m^2
Ixy       =   0         kg-m^2
Iyz       =   0.497     kg-m^2
Izx       =   0.007     kg-m^2
visc CL_a =   0.00000
visc CL_u =   0.00000
visc CM_a =   0.00000
visc CM_u =   0.00000
```

Anexo C - Códigos utilizados no MATLAB

C.0.1 Função MAIN

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Trabalho de Graduação
% Function MAIN - main function
% Lucas Garcia de Sampaio Lobianco AER-20
% Esta função foi adaptada da utilizada no curso de MVO-32
%em 2019
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
clear all
close all
clc

% Global variables
global g
global aircraft
g = 9.80665;

% Aircraft configuration
aircraft = struct('S',0.75,'c',0.25,'b',3,'m',15,...
                  'Ixx',26.367,'Iyy',28.34,'Izz',2.767,...
                  'Ixz',0.007,'Iyz',0.497,'Ixy',0,...
                  'x_p',-0.94,'y_p',0,'z_p',0,'Tmax',142.2,...
                  'n_rho',0.8,'i_p_deg',0.0,...
                  't_p_deg',0.0,'dTdV',-4.4786);
psidot_deg_s_eq = 0.0;
```

```
trim_par = struct('V',27.77,'h',304.8,'gamma_deg',0.0,...
    'thetadot_deg_s',0,'psidot_deg_s',psidot_deg_s_eq);
 [~, a_inf, ~, ~] = atmosisa(trim_par.h);
              trim_par.Mach = trim_par.V/a_inf;
options = optimset('Display','iter','TolX',1e-10,'TolFun',1e
   -10);
% Trimmed condition flight
trim_output = struct('X_eq',zeros(12,1),'U_eq',zeros(4,1),...
    'Y_eq',zeros(8,1));
x_eq_0 = zeros(12,1);
x_eq_0(1) = trim_par.V;
x_eq = fsolve(@trim_function,x_eq_0,options,trim_par);
[~,X_eq,U_eq] = trim_function(x_eq,trim_par);
[~,Y_eq] = dynamics(0,X_eq,U_eq);
trim_output.X_eq = X_eq;
trim_output.U_eq = U_eq;
trim_output.Y_eq = Y_eq;
% Linear dynamic
[lin_output] = linearization(X_eq,U_eq,trim_par);
% Matrices
A = lin_output.A;
B = lin_output.B;
C = eye(length(A));
D = 0;
% Actuators dynamic
tau_e = 0.05;
tau_a = 0.05;
tau_r = 0.05;
% Augmented matrices
Aa = [A B(:,2:4)
    zeros(1,12) -1/tau_e 0 0
    zeros(1,12) 0 -1/tau_a 0
    zeros(1,12) 0 0 -1/tau_r];
Ba =[B(:,1) zeros(12,3)
    0 1/tau_e 0 0
    0 0 1/tau_a 0
    0 0 0 1/tau_r];
Ca = eye(length(Aa));
Da =0;
```

```
X_eq = lin_output.X_eq;
U_eq = lin_output.U_eq;
% save matrices in matrizes.mat
save matrizes A B C D Aa Ba Ca Da X_eq U_eq lin_output aircraft g
 %Non linear simulation (Doublet input)
model = 'modelonaolinear_malhaaberta_elevator';
load_system(model);
simout = sim('modelonaolinear_malhaaberta_elevator',[0 50]);
T = simout.get('tout');
X = simout.get('yout').get('XY').Values.Data;
% Linear simulation (doublet input)
[T_lin,X_lin] = sim('modelolinear',[0 50]);
plot_long
%Non linear model (Doublet latero-directional input)
model = 'modelonaolinear_malhaaberta_lat';
load_system(model);
simout = sim('modelonaolinear_malhaaberta_lat',[0 50]);
T = simout.get('tout');
X = simout.get('yout').get('XY').Values.Data;
% Linear simulation (doublet input)
[T_lin,X_lin] = sim('modelolinear2',[0 50]);
plot_latdir
```

C.0.2 Função que calcula as forças e momentos aerodinâmicos

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Trabalho de Graduação
% Function aeroloads
% Lucas Garcia de Sampaio Lobianco AER-20
% Esta função foi adaptada da utilizada no curso de MVO-32 em 2019
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Inputs:
%          X - state variables vector
%          V             = X(1);
%          alpha_deg    = X(2);
%          q_deg_s      = X(3);
```

```
%          theta_deg    = X(4);
%          h            = X(5);
%          x            = X(6);
%          beta_deg     = X(7);
%          phi_deg      = X(8);
%          p_deg_s      = X(9);
%          r_deg_s      = X(10);
%          psi_deg      = X(11);
%          y            = X(12);
%
%          U - control variables vector
%          throttle   = U(1);
%          delta_e_deg = U(2);
%          delta_a_deg = U(3);
%          delta_r_deg = U(4);
%% Outputs:
%           F_aero_b - total aerodynamic force
%           M_aero_b - total aerodynamic momentum
%%
function [F_aero_b,M_aero_b] = aero_loads(X,U)
global aircraft;
b = aircraft.b;
c = aircraft.c;
S = aircraft.S;
[CD,CY,CL,Cl,Cm,Cn] = aero_databank(X,U);
V            = X(1);
alpha_deg    = X(2);
%q_deg_s      = X(3);
%theta_deg    = X(4);
h            = X(5);
%x            = X(6);
beta_deg     = X(7);
%phi_deg      = X(8);
%p_deg_s      = X(9);
%r_deg_s      = X(10);
%psi_deg      = X(11);
%y            = X(12);
%throttle   = U(1);
%delta_e_deg = U(2);
```

```
%delta_a_deg = U(3);
%delta_r_deg = U(4);
%rho = ISA(h);
[~,~,~, rho] = atmosisa(h);
qbar = rho*V^2/2;
% Aerodynamic forces
L = qbar*S*CL;
Y = qbar*S*CY;
D = qbar*S*CD;
C_alpha  = Tmat(2, alpha_deg*pi/180);
C_mbeta  = Tmat(3, -beta_deg*pi/180);
C_ba     = C_alpha*C_mbeta;
F_aero_b = C_ba*[-D; -Y; -L];
% Aerodynamic momenta
l = qbar*S*b*Cl;
m = qbar*S*c*Cm;
n = qbar*S*b*Cn;
M_aero_b = [l; m; n];
end
```

C.0.3 Função que calcula a forças e momento propulsivos

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Trabalho de Graduação
% prop_loads function
% Lucas Garcia de Sampaio Lobianco AER-20
% Esta função foi adaptada da utilizada no curso de
%MVO-32 em 2019
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Inputs:
%          X - state variables vector
%          V             = X(1);
%          alpha_deg    = X(2);
%          q_deg_s      = X(3);
%          theta_deg    = X(4);
%          h            = X(5);
%          x            = X(6);
%          beta_deg     = X(7);
```

```
%          phi_deg     = X(8);
%          p_deg_s     = X(9);
%          r_deg_s     = X(10);
%          psi_deg     = X(11);
%          y           = X(12);
%
%          U - control variables vector
%          throttle   = U(1);
%          delta_e_deg = U(2);
%          delta_a_deg = U(3);
%          delta_r_deg = U(4);
%% Outputs:
%           F_prop_b - total propulsive force
%           M_prop_b - total propulsive momentum
function [F_prop_b,M_prop_b,T_prop] = prop_loads(X,U)
global aircraft;
i_p_rad = aircraft.i_p_deg*pi/180;
t_p_rad = aircraft.t_p_deg*pi/180;
n_rho = aircraft.n_rho;
Tmax = aircraft.Tmax;
x_p = aircraft.x_p;
y_p = aircraft.y_p;
z_p = aircraft.z_p;
h = X(5);
%rho = ISA(h);
[~,~,~,rho] = atmosisa(h);
throttle = U(1);
% Transformation matrices
C_iota = Tmat(2, i_p_rad);
C_tau  = Tmat(3, t_p_rad);
% Propulsive force
C_b = C_iota*C_tau;
T_prop = throttle*(142.2+aircraft.dTdV*X(1));
%T_prop = throttle*Tmax*(X(1)/100)^0.7*(rho/1.225)^0.7;
F_prop_b = C_b.'*[T_prop; 0; 0];
% Propulsive Momentum
r_p = skew([x_p; y_p; z_p]);
M_prop_b = r_p*F_prop_b;
end
```

C.0.4 Função que calcula os coeficientes aerodinâmicos

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Trabalho de Graduação
% Function aerodatabank
% Lucas Garcia de Sampaio Lobianco AER-20
% Esta função foi adaptada da utilizada no curso de MVO-32
%em 2019
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Inputs:
%          X - state variables vector
%          V             = X(1);
%          alpha_deg    = X(2);
%          q_deg_s      = X(3);
%          theta_deg_s = X(4);
%          h            = X(5);
%          x            = X(6);
%          beta_deg     = X(7);
%          phi_deg      = X(8);
%          p_deg_s      = X(9);
%          r_deg_s      = X(10);
%          psi_deg      = X(11);
%          y            = X(12);
%
%          U - control variables vector
%          throttle   = U(1);
%          delta_e_deg = U(2);
%          delta_a_deg = U(3);
%          delta_r_deg = U(4);
%% Outputs:
%           CD - drag force coefficient
%           CY - lateral force coefficient
%           CL - lift force coefficient
%           Cl - rolling moment coefficient
%           Cm - pitching moment coefficient
%           Cn - directional moment coefficient

%%
function [CD,CY,CL,Cl,Cm,Cn] = aero_databank(X,U)
```

```matlab

global aircraft;
b = aircraft.b;
c = aircraft.c;
V             = X(1);
alpha_deg     = X(2);
q_deg_s       = X(3);
%theta_deg_s = X(4);
%h             = X(5);
%x             = X(6);
beta_deg      = X(7);
%phi_deg       = X(8);
p_deg_s       = X(9);
r_deg_s       = X(10);
%psi_deg       = X(11);
%y             = X(12);
%throttle   = U(1);
delta_e_deg = U(2);
delta_e_rad= deg2rad(delta_e_deg);
delta_a_deg = U(3);
delta_a_rad= deg2rad(delta_a_deg);
delta_r_deg = U(4);
delta_r_rad= deg2rad(delta_r_deg);
alpha_rad = deg2rad(alpha_deg);
beta_rad = deg2rad(beta_deg);
p_rad_s = p_deg_s*pi/180;
q_rad_s = q_deg_s*pi/180;
r_rad_s = r_deg_s*pi/180;
a = alpha_rad;
a = 10;
a = deg2rad(a);
% Coefficients for lift coefficient calculation
CL_0 = 0.38621;
%CL_0 = 0.334;
CL_alpha = -13.09*a.^5+22.53*a.^4+ 0.3483*a.^3....
    -6.129*a.^2-0.5985.*a+...
    5.562706;
%CL_alpha = 0.100356;
CL_q = 337.7*a.^5-76.72*a.^4+3.418*a.^3+ 1.426*a.^2+ ...
```

```
    -8.278.*a+6.369606;
%CL_q = 0;
CL_delta_e = -0.6706*a.^2-0.05371.*a+0.60684;
%CL_delta_e = 0;
CL = CL_0 +...
     CL_alpha*alpha_rad +...
     CL_q*(q_rad_s*c/(2*V)) +...
     CL_delta_e*(delta_e_rad);
% Coefficients for momentum coefficient calculation
Cm_0 = 0.02867;
Cm_alpha = -19910*a.^7+1319*a.^6+2345*a.^5-...
    80.66*a.^4-23.72*a.^3+...
    0.5362*a.^2-6.433.*a-0.917136;
Cm_q = -349.5*a.^4+40.4*a.^3+  8.546*a.^2 ...
    -2.639.*a-16.257801;
Cm_delta_e = 1.565*a.^2+0.06846.*a-1.8145;
Cm = Cm_0 +...
     Cm_alpha*alpha_rad +...
     Cm_q*(q_rad_s*c/(2*V)) +...
     Cm_delta_e*(delta_e_rad);
% Lift coefficient
% Coefficients for drag coefficient calculation
CD = -0.03382*CL.^8+0.1184*CL.^7-0.01715*...
    CL.^6-0.2748*CL.^5+...
   0.285*CL.^4 -0.07247*CL.^3+0.02957*CL.^2...
-0.009601*CL+0.029875;
a = -3;
a = deg2rad(a);
% Lateral force coefficient
CY_beta = 2.665e+04*a.^8-2416*a.^7-4077*a.^6+  319.9*a.^5+...
    71.53*a.^4-3.249*a.^3-0.3399*a.^2+ 0.01137.*a-0.432415;

CY_p = -14.44*a.^4+0.4454*a.^3+ 0.4142*a.^2+0.5065.*a
   -0.078149;
CY_r = 14.54*a.^5-4.915*a.^4-0.05127*a.^3-0.3992*a.^2+ ...
    0.1431.*a+0.137423;
CY_delta_a = -0.1354*a.^2-0.01663.*a+0.13918;
CY_delta_r = 0.3899*a.^2+0.01624.*a-0.398579;
CY = CY_beta*beta_rad + ...
```

```
      CY_p*(p_rad_s*b/(2*V)) + ...
      CY_r*(r_rad_s*b/(2*V)) + ...
      CY_delta_a*delta_a_rad + ...
      CY_delta_r*delta_r_rad;
% Rolling moment coefficient
Cl_beta = -7.2*a.^4+ 0.4672*a.^3+0.1519*a.^2-0.1201.*a -0.090458;
Cl_p = -16.83*a.^4+ 1.472*a.^3+ 0.9505*a.^2+0.1253.*a -0.663383;
Cl_r = -1.159*a.^3-0.1294*a.^2+ 1.349.*a+0.150549;
Cl_delta_a = -4.226*a.^4+ 0.249*a.^3+ 0.6223*a.^2+ 0.05467.*a ...
    -0.624439;
Cl_delta_r = 0.07299*a.^2+0.01478.*a-0.082089;
Cl = Cl_beta*beta_rad + ...
      Cl_p*(p_rad_s*b/(2*V)) + ...
      Cl_r*(r_rad_s*b/(2*V)) + ...
      Cl_delta_a*delta_a_rad + ...
      Cl_delta_r*delta_r_rad;
% Directional moment coefficient
Cn_beta = 6.921*a.^5-2.554*a.^4+0.2999*a.^3+ 0.1583*a.^2+...
    0.0231.*a+0.057901;
Cn_p = 4.816e+04*a.^9+ -7366*a.^8-1.106e+04*a.^7+1460*a.^6+ ...
    833.1*a.^5-90.55*a.^4-15.89*a.^3+1.103*a.^2-0.3267.*a...
    -0.011488;
Cn_r = -42.52*a.^4+2.667*a.^3+0.4557*a.^2-0.1438.*a-0.075367;
Cn_delta_a = -1145*a.^7+99.65*a.^6+155.7*a.^5-11.59*a.^4 -...
    2.036*a.^3 +0.1384*a.^2-0.2322.*a-0.067528;
Cn_delta_r = -0.1064*a.^2-0.01389.*a+0.10880;
Cn = Cn_beta*beta_rad + ...
      Cn_p*(p_rad_s*b/(2*V)) + ...
      Cn_r*(r_rad_s*b/(2*V)) + ...
      Cn_delta_a*delta_a_rad + ...
      Cn_delta_r*delta_r_rad;

end
```

C.0.5 Função que retorna os valores das derivadas dos estados

```
% Trabalho de Graduação
% Function dynamics
% Lucas Garcia de Sampaio Lobianco AER-20
% Esta função foi adaptada da utilizada no curso de MVO-32 em
%2019
%% Inputs:
%         t - time instant
%         X - state variables vector
%         V             = X(1);
%         alpha_deg    = X(2);
%         q_deg_s      = X(3);
%         theta_deg    = X(4);
%         h            = X(5)
%         x            = X(6);
%         beta_deg     = X(7);
%         phi_deg      = X(8);
%         p_deg_s      = X(9);
%         r_deg_s      = X(10);
%         psi_deg      = X(11);
%         y            = X(12);
%
%         U - control variables vector
%         throttle   = U(1);
%         delta_e_deg = U(2)
%         delta_a_deg = U(3);
%         delta_r_deg = U(4);
%% Outputs:
%          Xdot - state variables derivatives
%          Y    - output variables
%%

function [Xdot, Y] = dynamics(t, X, U)

% Aircraft characteristics
global aircraft;
global g;
m = aircraft.m;
```

```
Ixx = aircraft.Ixx;
Iyy = aircraft.Iyy;
Izz = aircraft.Izz;
Ixz = aircraft.Ixz;
J_C_b = [Ixx 0 -Ixz;
          0   Iyy  0;
        -Ixz 0 Izz];
% State variables
V            = X(1);
alpha_deg    = X(2);
q_deg_s      = X(3);
theta_deg    = X(4);
h            = X(5);
x            = X(6);
beta_deg     = X(7);
phi_deg      = X(8);
p_deg_s      = X(9);
r_deg_s      = X(10);
psi_deg      = X(11);
y            = X(12);
% Control variables
%throttle  = U(1);
%delta_e_deg = U(2);
%delta_a_deg = U(3);
%delta_r_deg = U(4);
% Matrices
C_alpha = Tmat(2, alpha_deg*pi/180);
C_mbeta = Tmat(3, -beta_deg*pi/180);
C_ba    = C_alpha*C_mbeta;
C_psi   = Tmat(3, psi_deg*pi/180);
C_theta = Tmat(2, theta_deg*pi/180);
C_phi   = Tmat(1, phi_deg*pi/180);
C_bv    = C_phi*C_theta*C_psi;
% Aerodynamic forces and moments
[F_aero_b,M_aero_b] = aero_loads(X,U);
% Propulsive forces and moments
[F_prop_b,M_prop_b,T] = prop_loads(X,U);
% Dynamic equations of motion
V_b     = C_ba*[V; 0; 0];
```

```
g_b      = C_bv*[0; 0; g];
omega_b_deg_s = [p_deg_s; q_deg_s; r_deg_s];
omega_b_rad_s = (pi/180)*omega_b_deg_s;
V_b_dot              = 1/m*(F_aero_b + F_prop_b + m*g_b...
    - m*skew(omega_b_rad_s)*V_b);
omega_b_dot_rad_s2 = J_C_b\(M_aero_b + M_prop_b - ...
    skew(omega_b_rad_s)*J_C_b*omega_b_rad_s);
% Cinematic equation of motion
udot = V_b_dot(1);
vdot = V_b_dot(2);
wdot = V_b_dot(3);
u = V_b(1);
v = V_b(2);
w = V_b(3);
Vdot             = (u*udot + v*vdot + w*wdot)/V;
alphadot_rad_s = (u*wdot - w*udot)/(u^2 + w^2);
betadot_rad_s  = (V*vdot - v*Vdot)/(V*sqrt(u^2 + w^2));
alphadot_deg_s = alphadot_rad_s*180/pi;
betadot_deg_s  = betadot_rad_s*180/pi;
pdot_rad_s2    = omega_b_dot_rad_s2(1);
qdot_rad_s2    = omega_b_dot_rad_s2(2);
rdot_rad_s2    = omega_b_dot_rad_s2(3);
pdot_deg_s2    = pdot_rad_s2*180/pi;
qdot_deg_s2    = qdot_rad_s2*180/pi;
rdot_deg_s2    = rdot_rad_s2*180/pi;
e31      = [1; 0; 0];
K        = [e31 C_phi(:,2) C_bv(:,3)];
Phi_dot = K\omega_b_rad_s;
phidot_rad_s    = Phi_dot(1);
thetadot_rad_s = Phi_dot(2);
psidot_rad_s    = Phi_dot(3);
phidot_deg_s    = phidot_rad_s*180/pi;
thetadot_deg_s = thetadot_rad_s*180/pi;
psidot_deg_s    = psidot_rad_s*180/pi;
V_i   = C_bv.'*V_b;
xdot = V_i(1);
ydot = V_i(2);
zdot = V_i(3);
hdot = -zdot;
```

```
% Variable states derivatives
Xdot = [Vdot;
        alphadot_deg_s;
        qdot_deg_s2;
        thetadot_deg_s;
        hdot;
        xdot;
        betadot_deg_s;
        phidot_deg_s;
        pdot_deg_s2;
        rdot_deg_s2;
        psidot_deg_s;
        ydot];
% Output variables
[CD,CY,CL,Cl,Cm,Cn] = aero_databank(X,U);
Y = [T;
     CD;
     CY;
     CL;
     Cl;
     Cm;
     Cn];
end
```

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO	2. DATA	3. REGISTRO N°	4. N° DE PÁGINAS
TC	25 de novembro de 2020	DCTA/ITA/TC-073/2020	165

5. TÍTULO E SUBTÍTULO:

Desenvolvimento de modelo, ajuste de ganhos e *software-in-the-loop* para testes de piloto automático para uma aeronave remotamente pilotada.

6. AUTOR(ES):

Lucas Garcia de Sampaio Lobianco

7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES):

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA

8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR:

1. Aeronave Remotamente Pilotada. 2. ARP. 3. Autopilot. 4. RPA. 5. Remotely Piloted Aircraft. 6. Piloto Automático. 7. SAS. 8. Software-in-the-loop.

9.PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO:

Veículos pilotados remotamente; Simulação em software in-the-loop; Pilotos automáticos; Simulação; Engenharia aeronáutica.

10. APRESENTAÇÃO: **(X) Nacional ( ) Internacional**

ITA, São José dos Campos. Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica. Orientador: Prof. Dr. Mauricio Andrés Varela Morales; coorientador: Prof. Dr. Marcelo Knörich Zuffo. Publicado em 2020.

11. RESUMO:

Parte fundamental de uma Aeronave Remotamente Pilotada (RPA, *Remotely Piloted Aircraft*) é o conjunto formado por seus pilotos automáticos, visto o funcionamento intrinsecamente autônomo desse tipo de aeronave. A fim de reduzir custos e riscos associados a possíveis falhas no teste dessas malhas de controle em *hardware*, é interessante desenvolver um método que permita a verificação preliminar em *software*. Este Trabalho de Graduação propõe um modelo híbrido para a obtenção das derivadas aerodinâmicas de estabilidade e controle de uma aeronave remotamente pilotada, a partir do método de vórtice *lattice* implementado pelo *software* AVL (*Athena Vortex Lattice*) e da Teoria de elemento de pá empregada pelo simulador de voo X-Plane. Com isso, é possível estabelecer o modelo matemático não-linear da aeronave e linearizá-lo em torno de uma posição de equilíbrio. Em seguida, são determinadas leis para aumento de estabilidade de controle longitudinal e látero-direcional (SAS, *Stability Augmentation System*) e projetados pilotos automáticos de *altitude hold, pitch attitude hold, speed hold, roll angle hold* e *yaw angle hold*, com o uso de técnicas modernas de controle. Para validação do modelo não-linear dos sistemas projetados, é adotada uma simulação *software-in-the-loop* a partir da integração entre os controles em SIMULINK© e o simulador de voo X-Plane. À esse sistema também integra-se o algoritmo *Waypoint Follower*, do SIMULINK©, para a realização de uma missão que permita conferir confiabilidade aos pilotos automáticos desenvolvidos.

12. GRAU DE SIGILO:

(X) OSTENSIVO ( ) RESERVADO ( ) SECRETO