

**MOVIMENTO DE CARGAS EM CAMPOS OSCILANTES,  
CONFINAMENTO MAGNÉTICO RESSONANTE E SEPARAÇÃO DE  
PARTÍCULAS CARREGADAS.**

VITOR LUIZ BASTOS DE JESUS, DSc  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Química de Nilópolis-RJ  
vitor@vdg.fis.puc-rio.br  
CT (EN) ALI KAMEL ISSMAEL JUNIOR  
Centro de Mísseis e Armas Submarinas da Marinha e  
ex-aluno de Iniciação Científica do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas  
alikamel@ig.com.br  
MÁRCIO PORTES ALBUQUERQUE, DSc  
Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas  
mpa@cbpf.br  
IVAN DOS SANTOS OLIVEIRA, DSc  
Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas  
ivan@cbpf.br  
EDUARDO CHAVES MONTENEGRO, DSc  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro  
ecmo@vdg.fis.puc-rio.br

### **Resumo**

Desde 1996, o grupo de Ressonância Magnética Nuclear do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) busca a observação experimental da Ressonância de Corrente Elétrica (RCE) e ecos de corrente [1]. Descreveremos os conceitos básicos da RCE e as tentativas de se observar o fenômeno não mais em um sólido condutor, mas aplicando à partículas carregadas submetidas a mesma configuração de campos magnéticos estático e circularmente polarizado. Estas tentativas foram feitas, inicialmente, em um setup simples, utilizando um feixe de elétrons de um tubo de raios catódicos e, posteriormente, um feixe de  $\text{He}^+$  produzido por um acelerador de baixa energia do laboratório Van de Graaff da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Este artigo mostra a evolução teórica e experimental do estudo deste fenômeno para um sistema de partículas carregadas, mostrando que uma possível aplicação seria o confinamento e a separação ressonantes de isótopos, como ilustramos a simulação no caso do isótopo  $^{235}\text{U}^{3+}$ , utilizado como combustível nuclear.

### **Abstract**

Since 1996, the Nuclear Magnetic Resonance Group from Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) accomplished a series of experiments trying to observe the Electrical Current Resonance (ECR) and current echoes [1,2]. We will describe the ECR's basic concepts and the experiments developed in order to observe this phenomenon not in a solid conductor, but applying to charged particles submitted to the same configuration of static and circular polarized magnetic fields. At first, in a setup using a electric beam in a Cathodic Ray Tube and, finally, using a charged particle beam of  $\text{He}^+$  produced by a low energy accelerator installed in the Van de Graaff Laboratory of Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). This article shows the theoretical and experimental evolution of ECR's study and the possibility of isotope's confinement and separation of charged particles, as the simulation in the case of  $^{235}\text{U}^{3+}$ , used in nuclear fuel.

## 1. Introdução

O fenômeno da ressonância de corrente elétrica (RCE) [1] pode ser entendido através da analogia com a descrição teórica do movimento de um elétron em um metal dada por Drude [3]:

$$\frac{\partial \vec{p}}{\partial t} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) - \frac{\vec{p}}{\tau} \quad (1)$$

Esta equação envolve a força de Lorentz e um termo de relaxação dependente das colisões do elétron com a rede cristalina do metal. Desta maneira,  $\tau$  é definido como o tempo de relaxação ou tempo médio entre duas colisões sucessivas do elétron com a rede cristalina. Esta equação descreve algumas das principais propriedades de transporte em metais [3].

A densidade de corrente elétrica  $\vec{J}$  pode ser relacionada ao momento linear do elétron, a partir da seguinte relação:

$$\vec{J} = -ne \vec{v} = -n \cdot \frac{e}{m_e} \cdot \vec{p} = -n \cdot \gamma \cdot \vec{p} \quad (2)$$

sendo  $m$  a massa do elétron,  $n$  a densidade eletrônica,  $\vec{v}$  a velocidade do elétron e  $\gamma$  a razão carga-massa.

Substituindo a equação (2) na equação (1) obtemos:

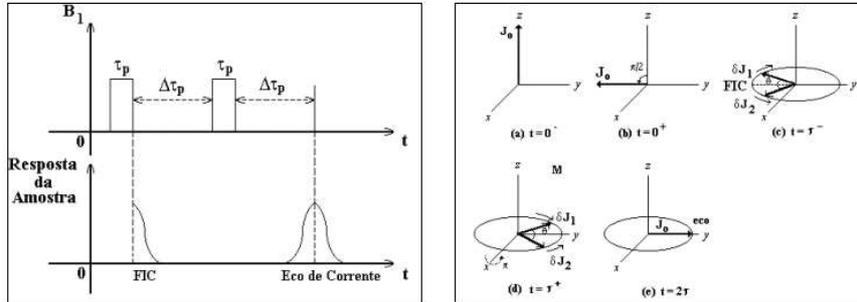
$$\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \frac{\vec{J} - \vec{J}_0}{\tau} + \gamma(\vec{B} \times \vec{J}) = 0 \quad (3)$$

$$\text{onde: } \vec{J}_0 = \sigma \cdot \vec{E} = \left( \frac{n \cdot e^2 \cdot \tau}{m_e} \right) \cdot \vec{E} \quad (4)$$

A equação (3) é a base da ressonância de corrente elétrica, pois ela descreve o comportamento da densidade de corrente elétrica quando submetida a qualquer configuração de campos magnéticos. Esta equação possui a mesma forma que as equações de Bloch [4], responsáveis pela descrição do movimento da magnetização nuclear quando submetida a um campo magnético arbitrário, mostradas abaixo:

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} + \frac{\vec{M} - \vec{M}_0}{\tau} + \gamma(\vec{B} \times \vec{M}) = 0 \quad (5)$$

Em particular, quando o campo magnético aplicado é uma combinação de um campo circularmente polarizado com um campo estático de alta intensidade, quando comparado com o valor da intensidade do campo magnético circularmente polarizado, temos o fenômeno da ressonância magnética nuclear (RMN). Se o campo circularmente polarizado é pulsado com características próprias da RMN pulsada teremos a formação dos chamados “ecos de spin” [5]. Apresentando as equações (3) e (5) a mesma forma, podemos afirmar que as soluções encontradas para a ressonância magnética nuclear, através das equações de Bloch, são rigorosamente iguais àqueles para a ressonância de corrente elétrica. Se utilizarmos os mesmos campos magnéticos juntamente com a técnica pulsada, a solução da equação (3) permite a existência dos *ecos de corrente*, similar aos “ecos de spin” na RMN pulsada. A figura 1 mostra como seria a formação dos ecos de corrente.



$\tau_p$  - Largura dos pulsos

$\Delta\tau_p$  - Intervalo entre os pulsos

FCD - Decaimento da Corrente Livre  
(Free Current Decay)

(a) Em  $t=0^-$  a densidade de corrente elétrica,  $J_0$ , está em equilíbrio ao longo da direção de  $z$ .

(b) Mostra a densidade de corrente imediatamente após o pulso  $\pi/2$ .

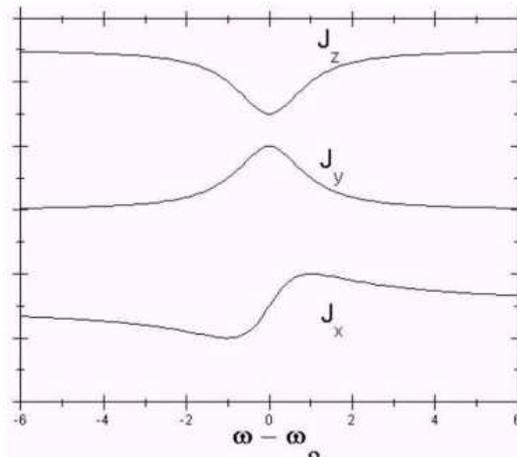
(c) Elementos de densidade de corrente,  $\delta J_1$  e  $\delta J_2$ , precessionam com um ângulo  $\theta$ , devido a inhomogeneidade do campo magnético estático, gerando o *FCD*.

(d) Mostra o efeito de um pulso  $\pi$  sobre os elementos  $\delta J_1$  e  $\delta J_2$ .

(e) Todos os elementos de densidade de corrente são refocalizados ao longo da direção  $y$ , formando o *eco de corrente*.

**Figura 1 – Formação dos ecos de corrente.**

Uma previsão do espectro final que obteríamos em relação à variação da frequência aplicada em relação à de ressonância, pode ser vista na figura 2.



**Figura 2 - Espectro final esperado para a ressonância de corrente elétrica ( $J_x \Delta\omega$ )**

A RCE estimulou a idéia de se observar como seria o movimento de portadores de carga na ausência da rede cristalina, ou seja, no vácuo, para a mesma configuração de campo magnético. Poderíamos eliminar o tempo de relaxação dessas equações. Assim sendo teríamos uma nova solução para um feixe de partículas carregadas, supondo baixa densidade no feixe para que as partículas não

tenham interação entre si, que apresentasse efeitos não lineares ou ressonantes. Aqui, a idéia de utilizar campo magnético pulsado não é abordada.

Mostraremos agora, uma pequena abordagem teórica sobre a solução algébrica da equação de movimento de uma partícula carregada submetida a seguinte disposição de campos magnéticos estático e circularmente polarizado (para maiores detalhes ver referência [6,7]):

$$\mathbf{B} = B_0 \mathbf{k} + B_1 [\cos(\omega t) \mathbf{i} + \sin(\omega t) \mathbf{j}] \quad (5)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{2} Z \omega B_1 [\cos(\omega t) \mathbf{i} + \sin(\omega t) \mathbf{j}] + \frac{\omega}{2} B_1 [X \cos(\omega t) + Y \sin(\omega t)] \mathbf{k}. \quad (6)$$

sendo  $\mathbf{B}_0$  e  $\mathbf{B}_1$  os campos magnéticos estático e circularmente polarizado. O campo elétrico  $\mathbf{E}$  é gerado pela oscilação do campo magnético, através da Lei de Faraday.

As equações de movimento tornam-se

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= \gamma \left[ -\frac{1}{2} Z \omega B_1 \cos(\omega t) + \dot{Y} B_0 - \dot{Z} B_1 \sin(\omega t) \right] \\ \ddot{Y} &= \gamma \left[ -\frac{1}{2} Z \omega B_1 \sin(\omega t) - \dot{X} B_0 + \dot{Z} B_1 \cos(\omega t) \right] \\ \ddot{Z} &= \gamma \left[ \frac{1}{2} \omega B_1 (X \cos(\omega t) + Y \sin(\omega t)) + \dot{X} B_1 \sin(\omega t) - \dot{Y} B_1 \cos(\omega t) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

sendo  $\gamma = q/m$ , a razão carga-massa da partícula.

Utilizando o seguinte sistema de coordenadas girantes,

$$\begin{aligned} \mathbf{i} &= \mathbf{i}' \cos(\omega t) - \mathbf{j}' \sin(\omega t) \\ \mathbf{j} &= \mathbf{i}' \sin(\omega t) + \mathbf{j}' \cos(\omega t) \\ \mathbf{k} &= \mathbf{k}' \end{aligned}$$

onde os vetores unitários deste sistema de coordenadas giram em torno do eixo  $z$  com frequência  $\omega$ , podemos eliminar a dependência temporal explícita e assim, obter as novas equações de movimento nesse sistema de coordenadas:

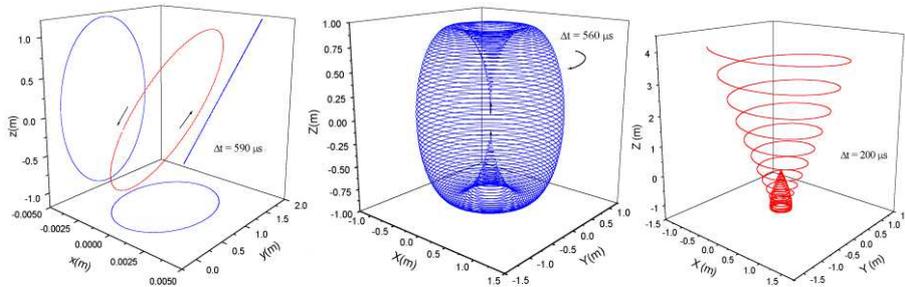
$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \gamma \left[ \dot{y} \left( B_0 + \frac{2\omega}{\gamma} \right) + x \omega \left( B_0 + \frac{\omega}{\gamma} \right) - \frac{z \omega B_1}{2} \right] \\ \ddot{y} &= \gamma \left[ \dot{z} B_1 - \dot{x} \left( B_0 + \frac{2\omega}{\gamma} \right) + y \omega \left( B_0 + \frac{\omega}{\gamma} \right) \right] \\ \ddot{z} &= -\gamma \left[ \dot{y} B_1 + \frac{x \omega B_1}{2} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

O conjunto de equações (8) possui uma analogia com o problema de três osciladores acoplados em um meio anisotrópico [6]. Utilizando cálculo matricial – maiores detalhes sobre esses cálculos podem ser vistos na referência [6] – chegamos às seguintes expressões da trajetória do feixe de partículas nas três dimensões, quando  $\omega = \omega_c$ , sendo  $\omega_c$  a frequência de ciclotron da partícula carregada em torno do campo magnético estático  $B_0$ , tendo como condição inicial um feixe incidente na direção  $z$ :

$$\begin{aligned} x(t) &\approx \frac{\sqrt{3} v_0}{3 \omega_c} \sin \left( \frac{\sqrt{3} \omega_1 t}{2} \right) - \frac{\omega_1 v_0}{2 \omega_c^2} \sin(\omega_c t) \\ y(t) &\approx -\frac{2 v_0}{3 \omega_1} \left[ \cos \left( \frac{\sqrt{3} \omega_1 t}{2} \right) - 1 \right] - \frac{\omega_1 v_0}{2 \omega_c^2} \cos(\omega_c t) \\ z(t) &\approx \frac{2 \sqrt{3} v_0}{3 \omega_1} \sin \left( \frac{\sqrt{3} \omega_1 t}{2} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

onde  $v_0$  é o módulo da velocidade inicial da partícula,  $\omega_c$  é a frequência de ciclotron da partícula e  $\omega_1 = \gamma B_1$ .

Quando a condição de ressonância é atingida, ou seja, a frequência de oscilação do campo oscilante é a mesma da frequência de ciclotron da partícula ( $\omega_c$ ), ela é confinada em uma região do espaço de volume aproximado de  $8v_0^3/(3\omega_c\omega_1^2)$ , onde  $v_0$  é o módulo da velocidade inicial da partícula.  $\omega_1 = qB_1/m$  é a frequência da partícula no campo  $B_1$  (magnitude do campo oscilante). A órbita da partícula obtida é uma curva fechada no referencial girante ou uma superfície fechada em um referencial de laboratório. Fora da ressonância, a partícula escapa desta “armadilha”. A simulação mostra a possibilidade de separação de partículas com razões carga-massa diferindo de 1%. Este resultado sugere um método ressonante para confinamento de partículas carregadas (ver pedido de patente [8]).



**Figura 3 – Temos respectivamente: Gráfico (1) - Trajetória da partícula ressonante no referencial girante com  $v_0 = 10^4$  m/s,  $\omega_c = 1,230$  MHz e  $\omega_1 = 12,30$  kHz. Gráfico (2) - Trajetória da partícula ressonante no referencial de laboratório no começo do movimento pouco antes de completar um ciclo. As setas indicam o sentido de movimento da partícula e Gráfico (3) - Trajetória de uma partícula não ressonante com uma relação carga-massa diferindo de 1% do gráfico (2).**

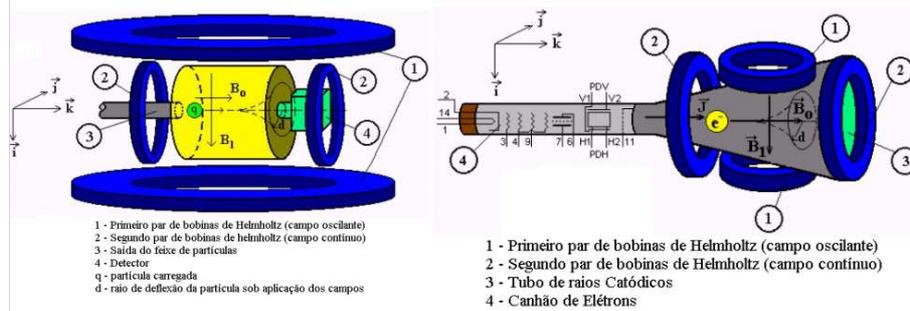
## 2. Resultados

### 2.1 – Primeira tentativa com um tubo de raios catódicos

Uma primeira tentativa de observar o efeito ressonante em um feixe de partículas carregadas seria observar a deflexão do feixe em relação a direção de incidência. Para isto escolhemos inicialmente um tubo de raios catódicos. As dificuldades serão descritas abaixo.

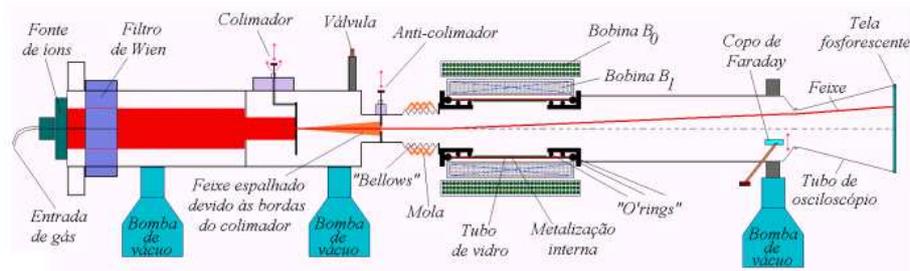
Neste experimento, construímos dois pares de bobinas de Helmholtz (um par para gerar o campo magnético estático e o outro para gerar o campo magnético oscilante, sendo arbitrado que um campo oscilante seria a composição de dois campos circularmente polarizados e opostos entre si) e as instalamos em um tubo de osciloscópio Tektronix V859/T503. Tentamos detectar o efeito ressonante através da observação da imagem do feixe na tela fosforescente do tubo, procurando medir o afastamento do mesmo em relação ao centro. Entretanto, esta montagem apresentou uma série de problemas. Tivemos indução de radiofrequência (RF) nas placas defletoras, acoplamento de impedância à altas frequências e ruídos de uma maneira geral. Tentamos medir alguma variação na corrente induzida nas placas defletoras do tubo, uma vez que na ressonância, a variação da corrente em  $z$ , iria desviá-la para

a direção das placas, porém não conseguimos medir variações consideráveis para atestar que havia ocorrido a ressonância. Os problemas mais críticos foram a falta de controle sobre a interação entre os elétrons do feixe e a grande dificuldade em obter bobinas de geração dos campos com baixa inhomogeneidade.



**Figura 4 – Respectivamente temos o dispositivo físico imaginado para detecção do efeito ressonante, como para o confinamento de isótopos e a configuração experimental para a primeira tentativa de observação em um feixe de elétrons.**

## 2.2 - Segunda tentativa utilizando um feixe de $\text{He}^+$ de baixa energia (6,5 keV)



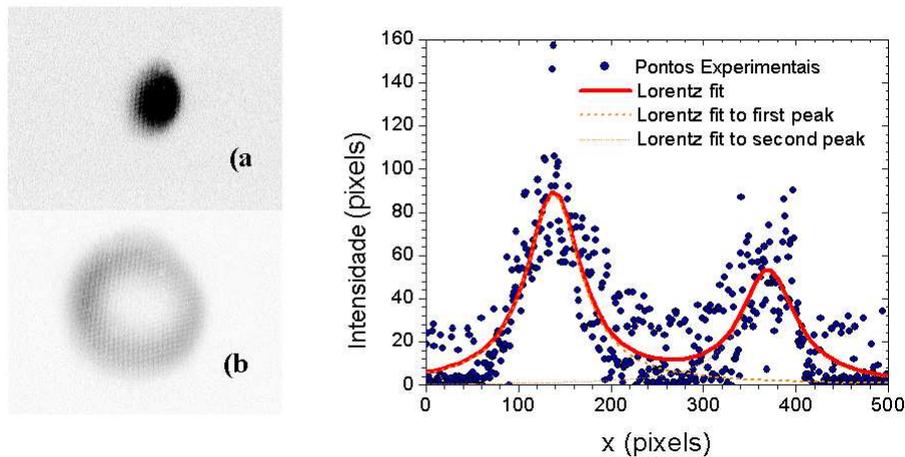
**Figura 5 – Segunda montagem experimental e a trajetória do íon na linha do acelerador e seus componentes.**

Nesta segunda tentativa utilizamos um feixe de íons de  $\text{He}^+$  colimado, de energia 6,5 keV, produzido por uma fonte tipo "Penning" que interage com os campos magnéticos circularmente polarizado e estático. Os módulos dos campos magnéticos usados no experimento foram 4,96 mT para o campo magnético estático ( $\omega_c = 38,15\pi$  kHz) e aproximadamente 0,093 mT para a amplitude do campo magnético circularmente polarizado. Estes campos foram produzidos por um solenóide (campo estático) e dois pares de bobinas retangulares em uma configuração tipo Helmholtz (campo circularmente polarizado) colocados em torno de um tubo de vidro, revestido internamente por duas camadas de filmes finos de aço e cobre. A região sobre a qual o campo ressonante foi aplicado, tinha 20 cm de comprimento. Um potencial de retardo de 4,0 kV foi aplicado para que o tempo de voo da partícula carregada, nesta região, fosse de aproximadamente 0,58  $\mu\text{s}$ . A detecção foi feita 1,90 m a frente, em uma tela fosforescente (deposição de sulfeto de zinco) adaptada ao final da linha do acelerador, como mostra a figura 5.

As imagens do feixe em diferentes configurações de campos magnéticos foram obtidas por uma câmara CCD. A figura 6(a) mostra a imagem do feixe sem campos magnéticos aplicados ( $B_0 = 0$  e  $B_1 = 0$ ), enquanto a figura 6(b) mostra a imagem do feixe correspondendo aos seguintes valores de campo,  $B_0 = 4,96$  mT e

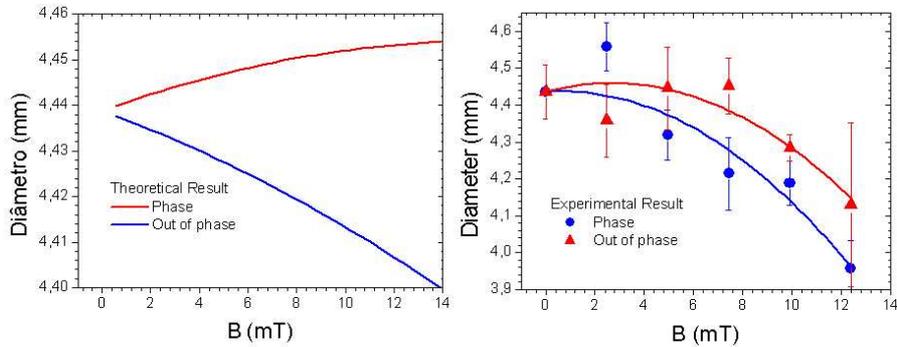
$B_1 = 0,10$  mT. O gráfico à direita, na figura 6, mostra a variação da intensidade do feixe mostrado na figura 6(b) ao longo de seu diâmetro. A dispersão em velocidades oriunda da fonte de íons provoca o alargamento da distribuição do círculo mostrado na figura 6(b), dificultando a resolução em nosso experimento. O valor da dispersão pode ser medido a partir da largura das gaussianas ajustadas.

Como o efeito procurado é extremamente pequeno, tomamos várias medidas para diferentes valores de intensidade de campo estático para dois casos específicos da frequência do campo circularmente polarizado, num total de 23 horas de medidas consecutivas. Os parâmetros referentes a estabilidade do feixe de  $\text{He}^+$  foram monitorados durante todo o tempo de medição. Poderíamos estar completamente em fase com o movimento do íon em torno do campo magnético estático ( $\omega = \omega_c$ ) ou completamente fora de fase ( $\omega = -\omega_c$ ). O análogo dessa variação no sentido de rotação do vetor campo magnético  $B_1$  mostra que no primeiro caso estaremos em fase com o movimento do íon em torno do campo, aumentando assim seu desvio em relação a direção de incidência, ou seja, seu diâmetro, ou completamente fora de fase com esse movimento, provocando um aumento significativamente menor quando comparado com o primeiro caso. Os gráficos da figura 7 mostram a variação da largura do feixe versus o módulo campo magnético estático  $B_0$ . O gráfico 7(a) mostra a predição teórica e o gráfico 7(b) mostra o resultado experimental quando a frequência do campo circularmente polarizado é colocada em fase ( $\omega = \omega_c$ ) e fora de fase ( $\omega = -\omega_c$ ). As barras de incerteza refletem a dispersão em velocidade em torno da velocidade inicial. A curvatura adicional nas curvas mostradas na figura 7(b) se deve ao fato de a bobina geradora do campo magnético estático ser um solenóide finito e conseqüentemente os efeitos de borda tornam a bobina uma lente focalizadora de íons. Na previsão teórica foi incluído este efeito de borda. Deve ser observado que o efeito focalizador é da mesma ordem de magnitude do efeito aqui investigado.



**Figura 6 – Feixe de  $\text{He}^+$**  (a) A figura mostra a imagem do feixe sem campos magnéticos aplicados ( $B_0 = 0$  e  $B_1 = 0$ ). (b) A figura mostra a imagem do feixe correspondendo aos seguintes valores de campo,  $B_0 = 4.96$  mT e  $B_1 = 0.10$  mT.

O gráfico à direita mostra a variação da intensidade do feixe mostrado na figura (b) ao longo de seu diâmetro.



**Figura 7 – Gráficos mostrando a variação do diâmetro do feixe versus o campo magnético estático  $B_0$ . O gráfico à esquerda mostra a predição teórica e o gráfico à direita mostra o resultado experimental, quando a frequência do campo circularmente polarizado é colocada em fase ( $\omega = \omega_c$ ) e fora de fase ( $\omega = -\omega_c$ ). A mudança na forma da curva experimental se deve ao efeito focalizador do solenóide gerador do campo magnético estático.**

## Discussão

As medidas realizadas na segunda tentativa utilizando um feixe de íons de  $\text{He}^+$  mostram os resultados preliminares do efeito ressonante em um feixe de partículas carregadas submetidas a esta configuração de campos magnéticos. Não podemos afirmar que a RCE foi observada com estas medidas preliminares, em virtude de a incerteza em cada ponto medido não mostrar uma separação conclusiva que corrobore a previsão teórica. O efeito de borda do solenóide é muito intenso, focalizando e desviando o íon de sua trajetória original na mesma ordem de grandeza deste efeito, que é um efeito de segunda ordem, logo, de difícil medição nas condições descritas, sendo o grande desafio técnico para a observação da RCE e do confinamento ressonante.

## Conclusões

Para termos uma melhor definição deste efeito, algumas modificações e melhorias devem ser feitas na próxima montagem experimental. Primeiramente é necessário diminuir a velocidade do íon incidente para que o tempo de interação do mesmo com os campos magnéticos seja maior, aumentando assim o seu desvio em relação à trajetória original. A dispersão em velocidade deve ser reduzida para que a dispersão do círculo formado pelo desvio do feixe seja muito menor que o diâmetro do mesmo. A substituição de uma câmera CCD por um detector sensível a posição é de importância fundamental. Além disso, o alinhamento do campo magnético estático com a direção do feixe incidente deve ser aperfeiçoado.

Efetuada estas alterações, acreditamos que a observação da RCE e sua o confinamento de partículas possam ser comprovados e, principalmente, abrir a perspectiva de uma futura aplicação tecnológica.

**Referências**

- [1] I. S. Oliveira, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 139
- [2] I. S. Oliveira, A. P. Guimarães and X. A. da Silva, *Phys. Rev.* **E55** 2063 (1997)
- [3] N. W. Ashcroft, N. Mermin, *Solid State Physics* (Sounders College, Philadelphia, 1976), 1<sup>st</sup> ed.
- [4] F. Bloch, W.W. Hansen e M. Packard, *Phys. Rev.* **69** (1946) 127.
- [5] C.P. Slichter, *Principles of Magnetic Resonance*, 3<sup>rd</sup> ed., Springer-Verlag, Berlin (1990).
- [6] V.L.B. de Jesus, A.P. Guimarães e I.S. Oliveira, *J.Phys. B: At.Mol.Opt. Phys* **31** (1998) 2457.
- [7] V.L.B. de Jesus, *Tese de Doutorado*, CBPF (2000).
- [8] V.L.B. de Jesus, I.S. Oliveira, A.P. Guimarães e A. K. Issmael Jr., *Separador e Confinador Eletromagnético Ressonante de Isótopos*. Reivindicação de pedido de patente: INPI - numero PI 9705235, outubro de 1997 (em julgamento).