

**MINISTÉRIO DA DEFESA  
EXÉRCITO BRASILEIRO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MAXIMILIANO BARBOSA DA SILVA**

**AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE UM SISTEMA MAGE: INTERCEPTAÇÃO  
E EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS DE SINAIS RADAR DE RUÍDO**

**RIO DE JANEIRO  
2022**

MAXIMILIANO BARBOSA DA SILVA

AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE UM SISTEMA MAGE:  
INTERCEPTAÇÃO E EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS DE SINAIS RADAR  
DE RUÍDO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciência em Engenharia Elétrica.

Orientador(es): José Antonio Apolinário Junior, D.Sc.  
Leandro Guimarães Figueroa Pralon, Dr.

Rio de Janeiro

2022

©2022

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmар ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do(s) autor(es) e do(s) orientador(es).

Barbosa da Silva, Maximiliano.

AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE UM SISTEMA MAGE: INTERCEPTAÇÃO E EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS DE SINAIS RADAR DE RUÍDO /

Maximiliano Barbosa da Silva. – Rio de Janeiro, 2022.

116 f.

Orientador(es): José Antonio Apolinário Junior e Leandro Guimarães Figueroa Pralon.

Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, Engenharia Elétrica, 2022.

1. Radar LPI/LPID. 2. MAGE. 3. Sinais estocásticos. 4. Análise tempo-frequência. 5. Extração de parâmetros. i. Apolinário Junior, José Antonio (orient.) ii. Guimarães Figueroa Pralon, Leandro (orient.) iii. Título

**MAXIMILIANO BARBOSA DA SILVA**

**AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE UM SISTEMA  
MAGE: INTERCEPTAÇÃO E EXTRAÇÃO DE  
PARÂMETROS DE SINAIS RADAR DE RUÍDO**

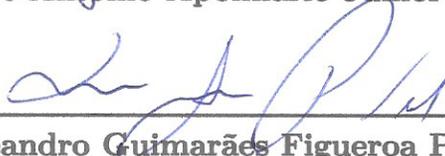
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciência em Engenharia Elétrica.

Orientador(es): José Antonio Apolinário Junior e Leandro Guimarães Figueroa Pralon.

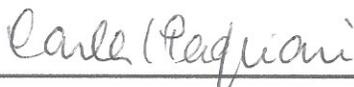
Aprovado em Rio de Janeiro, 16 de Dezembro de 2022, pela seguinte banca examinadora:



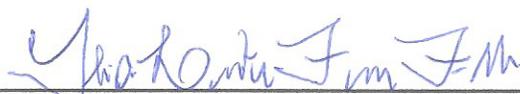
Prof. José Antonio Apolinário Junior - D.Sc. do IME - Presidente



Leandro Guimarães Figueroa Pralon - Dr. do CTEEx



Prof. Carla Liberal Pagliari - Ph.D. do IME



Ilidio Leite Ferreira Filho - D.Sc. da DSAM

Rio de Janeiro

2022

*À minha amada esposa, Josiane e ao nosso “pequeno-grande” Davi Oliver.*

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por me dar força para superar as dificuldades, mostrar o caminho nas horas incertas e me suprir em todas as minhas necessidades.

À minha amada esposa e amiga, Josiane, por todo o suporte emocional e material durante nossa jornada. Nosso príncipe Davi Oliver veio para nos trazer felicidade e motivação.

Aos meus orientadores, Prof. José Antonio Apolinário Junior e Major QEM Leandro Guimarães Figueroa Pralon, pelos ensinamentos e dedicação durante a realização deste trabalho.

Ao Instituto Militar de Engenharia e em especial à Seção de Engenharia Elétrica, pelo conhecimento científico transferido.

À Marinha do Brasil e em especial à Diretoria de Sistemas de Armas, pela oportunidade da realização de um sonho.

Aos meus colegas, Dr. Sergio Neves, CC (EN) Heitor e CT (EN) Rafael Serra, pelas valiosas discussões técnicas.

A todos aqueles que, de forma direta ou indireta, colaboraram para a realização desta dissertação, meu agradecimento.

*“Nós, porém, temos a mente de Cristo”.  
(1 Coríntios 2:16)*

## RESUMO

Em modernos ambientes de Guerra Eletrônica (GE), os radares de Baixa Probabilidade de Interceptação (LPI) e de Baixa Probabilidade de Identificação (LPID) se tornaram mais usuais, desafiando os sistemas de defesas a intensificar seus métodos de proteção. Dentre os radares considerados LPI/LPID na literatura, a tecnologia de radares de ruído, particularmente, vem ganhando notoriedade em pesquisa e desenvolvimento. Uma vantagem dessa tecnologia é a maior dificuldade dos sistemas eletrônicos de interceptação passiva; tais como os sistemas de Medidas de Apoio à Guerra Eletrônica (MAGE), em não somente interceptá-los, como também corretamente identificá-los com métodos convencionais. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é propor e avaliar, em um ambiente onde um sistema de MAGE esteja sendo empregado, métodos de interceptação e extração automática de parâmetros de duas formas de onda estocásticas possíveis de serem empregadas numa tecnologia de radar de ruído para vigilância. A etapa do processamento do sinal interceptado por um equipamento de MAGE é de suma importância para o objetivo final de identificação da plataforma emissora. Na literatura, apenas formas de onda consideradas LPI/LPID com modulação linear em frequência (ou que se aproximam dessa variação linear) foram avaliadas nesse quesito. Novas modulações aleatórias devem ser consideradas em um ambiente de GE no qual a tecnologia de radar de ruído vem ganhando espaço. Na corrida tecnológica, para cada melhoria num sistema de radar, espera-se melhoria num sistema de interceptação.

**Palavras-chave:** Radar LPI/LPID. MAGE. Sinais estocásticos. Análise tempo-frequência. Extração de parâmetros.

# ABSTRACT

In modern Electronic Warfare (EW) scenarios, Low Probability of Interception (LPI) and Low Probability of Identification (LPID) radars have become more common, challenging defense systems to intensify their methods of protection. Among the radars considered LPI/LPID in the literature, noise radar technology, in particular, has been gaining notoriety in research and development. An advantage of such technology is the greater difficulty of electronic passive interception systems, such as Electronic Support Measures (ESM) systems, in not only intercepting them but also correctly identifying with conventional methods. In this context, the objective of this work is to propose and evaluate, in an environment where an ESM system is being used, methods of interception and automatic extraction of parameters from two possible stochastic waveforms to be employed in a noise radar technology for surveillance. The stage of processing the signal intercepted by an ESM equipment is paramount for the final goal of identifying the emitting platform. In the literature, only waveforms considered LPI/LPID with linear frequency modulation (or that approach this linear variation) were evaluated in this regard. New random modulations must be considered in an EW scenario where noise radar technology is gaining ground. In the technology race, for every improvement in a radar system, improvement in an intercept system can be expected.

**Keywords:** LPI/LPID radar. ESM. Random signals. Time-frequency analysis. Parameter extraction.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Ação do radar LPI na redução de capacidade de interceptação de um sistema de MAGE. . . . .	20
Figura 1.2 – Esquema para definição do fator de distância $\xi = R_i/R_r$ . . . . .	21
Figura 1.3 – Diagrama em blocos ilustrando as principais contribuições. . . . .	23
Figura 2.1 – Temporização de um sistema radar pulsado. . . . .	25
Figura 2.2 – Ambiguidade em distância. . . . .	26
Figura 2.3 – Eco recebido de um alvo: (a) Antes da compressão de pulso; (b) Após a compressão de pulso. . . . .	27
Figura 2.4 – (a) Filtragem casada; (b) Resolução em distância obtida após a filtragem casada. . . . .	28
Figura 2.5 – Sinal de transmissão modulado linearmente em frequência: (a) Parte real da envoltória complexa; (b) Amplitude normalizada do espectro de frequências. . . . .	29
Figura 2.6 – Função ambiguidade de pulso único com modulação LFM. (a) Módulo da função ambiguidade 3D; (b) cortes da função ambiguidade para diferentes deslocamentos Doppler, assumindo o eixo de tempo ampliado. . . . .	31
Figura 2.7 – Função ambiguidade de pulso único com modulação aleatória. (a) Módulo da função ambiguidade 3D; (b) cortes da função ambiguidade para diferentes deslocamentos Doppler, assumindo o eixo de tempo ampliado. . . . .	33
Figura 2.8 – Sinal de transmissão FM Noise: (a) Parte real da envoltória complexa; (b) Amplitude normalizada do espectro de frequências. . . . .	34
Figura 2.9 – Densidade espectral de potência normalizada da envoltória complexa do sinal de transmissão FM Noise. Média simulada de 100 realizações independentes. . . . .	34
Figura 2.10 – Sinal de transmissão APCN com $\kappa = 0,25$ , $\alpha = 1$ , $\tau_s = 50 \mu s$ , e $\beta_{s_c} = 5$ MHz: (a) Parte real da envoltória complexa; (b) Amplitude normalizada do espectro de frequências. . . . .	35
Figura 2.11 – Sequência de autocorrelação da componente aleatória da forma de onda APCN, considerando $\alpha = 1$ , e diferentes valores de $\kappa$ . O eixo de delay foi ampliado. . . . .	37
Figura 2.12 – Função ambiguidade de pulso único com modulação APCN. (a) Módulo da função ambiguidade 3D; (b) cortes da função ambiguidade para diferentes deslocamentos Doppler, assumindo o eixo de tempo ampliado. Para simulação, foi utilizado $f_s = 10$ MHz. . . . .	38
Figura 2.13 – Cortes da função ambiguidade do APCN para diferentes deslocamentos Doppler, a fim de ilustrar a anomalia devido às componentes aleatórias. . . . .	38

Figura 2.14–SFM da forma de onda de ruído gaussiano branco, considerando 100 realizações independentes do sinal. . . . .	40
Figura 2.15–SFM da forma de onda APCN, como função de $\kappa$ , considerando 100 realizações independentes do sinal. . . . .	40
Figura 3.1 – Parâmetros intrapulso e interpulso estimados por um equipamento de MAGE. . . . .	42
Figura 3.2 – Diagrama em blocos simplificado de um receptor superheterodino digital MAGE. . . . .	44
Figura 3.3 – Equipamento de MAGE identificando uma plataforma emissora. . . . .	45
Figura 3.4 – Esquema ilustrativo da decomposição de sinal utilizando a STFT. Adaptado de MATLAB® R2020b. . . . .	46
Figura 3.5 – Resolução no tempo-frequência da STFT para diferentes componentes frequenciais de um sinal. . . . .	47
Figura 3.6 – Resolução no tempo-frequência da transformada de Wavelet para diferentes componentes frequenciais de um sinal. . . . .	48
Figura 3.7 – Resposta em frequência do par de filtros wavelet com $\omega_{corte} = \pi/2$ . . . . .	49
Figura 3.8 – Decomposição <i>Wavelet Packet</i> com 2 camadas. . . . .	50
Figura 3.9 – WVD de dois tons de 1,6 MHz e 0,8 MHz. . . . .	52
Figura 3.10–Representação de uma reta: (a) Espaço da imagem, (b) Espaço de Hough; e (c) Representação do arranjo acumulador. . . . .	58
Figura 4.1 – Diagrama em blocos apresentando a Metodologia A a partir de técnicas de processamento de imagens. Os parâmetros a serem extraídos são: largura de banda, frequência de operação, largura de pulso, intervalo de repetição de pulso e distância máxima não-ambígua. . . . .	62
Figura 4.2 – Diagrama em blocos ilustrando a Etapa 1 da Metodologia A. . . . .	63
Figura 4.3 – Obtenção da matriz <b>E</b> após decomposição T-F do sinal FM Noise: (a) Por meio da STFT; (b) Por meio da WPT. . . . .	64
Figura 4.4 – Obtenção da matriz <b>E</b> após decomposição T-F do sinal APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ : (a) Por meio da STFT; (b) Por meio da WPT. . . . .	64
Figura 4.5 – Sinal FM Noise $\tilde{x}(n)$ decomposto no T-F: (a) Antes da filtragem espacial; (b) Após filtragem espacial. . . . .	65
Figura 4.6 – (a) Sinal FM Noise interceptado; (b) Detecção no plano T-F. Notar os pontos com energia nula, aqueles onde os valores eram menores que o limiar $\eta$ . . . . .	66
Figura 4.7 – (a) Sinal APCN ( $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ ) interceptado; (b) Detecção no plano T-F. Notar os pontos com energia nula, aqueles onde os valores eram menores que o limiar $\eta$ . . . . .	66

Figura 4.8 – Conversão EC/PB. Sinal interceptado: FM Noise. Para uma observação mais detalhada, foi aplicado zoom na imagem. . . . .	67
Figura 4.9 – Conversão EC/PB. Sinal interceptado: APCN ( $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ ). Para uma observação mais detalhada, foi aplicado zoom na imagem. . . . .	67
Figura 4.10–Obtenção do comprimento do elemento estruturante linear durante o pré-processamento. Forma de onda analisada: FM Noise. . . . .	69
Figura 4.11–Operação morfológica de fechamento binário. Forma de onda: FM Noise.	69
Figura 4.12–Obtenção do comprimento do elemento estruturante linear durante o pré-processamento. Forma de onda analisada: APCN. . . . .	70
Figura 4.13–Operação morfológica de fechamento binário. Forma de onda: APCN. .	70
Figura 4.14–Parâmetros intrapulso e interpulso almejados da forma de onda FM Noise.	71
Figura 4.15–Detalhamento da obtenção das informações necessárias para a extração dos parâmetros. . . . .	72
Figura 4.16–Diagrama em blocos apresentando a abordagem para extração dos parâmetros da forma de onda FM Noise. Metodologia baseada em processamento de imagem. . . . .	72
Figura 4.17–Diagrama em blocos apresentando a abordagem para extração de parâmetros da forma de onda APCN. Metodologia baseada em processamento de imagem. . . . .	75
Figura 4.18–Histograma da transformada de Hough $[\mathbf{H}; \boldsymbol{\psi}; \boldsymbol{\rho}]$ obtido a partir da matriz de entrada $\mathbf{PB}_{fechada}$ . . . . .	75
Figura 4.19–Variação do número de picos efetivamente detectados em função de $n_p$ e $t_H$ . . . . .	76
Figura 4.20–Picos detectados a partir do histograma de Hough $[\mathbf{H}; \boldsymbol{\psi}; \boldsymbol{\rho}]$ . Para uma observação mais detalhada foi aplicado zoom na imagem. Número de pulsos interceptados: $N_p = 2$ . . . . .	78
Figura 4.21–Retas detectadas para os $N_p = 2$ pulsos interceptados pelo sistema de MAGE. Forma de onda: APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ . Para uma observação mais detalhada foi aplicado zoom na imagem. . . . .	78
Figura 4.22–Diagrama em blocos apresentando a abordagem da metodologia B tendo como base a integração não-coerente dos pulsos interceptados. Os parâmetros a serem extraídos são: largura de banda, frequência de operação, largura de pulso, intervalo de repetição de pulso e distância máxima não-ambígua. . . . .	79
Figura 4.23–Vetores de distribuição no tempo (a) e na frequência (b) a partir do conceito de integração do módulo do sinal interceptado. Forma de onda: FM Noise. . . . .	81

Figura 4.24–Vetores de distribuição no tempo (a) e na frequência (b) a partir do conceito de integração do módulo do sinal interceptado. Forma de onda: APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ . . . . .	81
Figura 4.25–Histograma da distribuição de probabilidade do vetor: (a) $\mathbf{a}_t$ e (b) $\mathbf{a}_w$ para diferentes níveis de SNR. Forma de onda analisada: FM Noise. . .	82
Figura 4.26–Histograma da distribuição de probabilidade do vetor: (a) $\mathbf{a}_t$ e (b) $\mathbf{a}_w$ para diferentes níveis de SNR. Forma de onda analisada: APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ . . . . .	82
Figura 4.27–Estimativas das PDF’s por meio do método “Kernel”. (a) Distribuição no tempo; (b) Distribuição na frequência. Forma de onda: FM Noise. . .	84
Figura 4.28–Estimativas das PDF’s por meio do método “Kernel”. (a) Distribuição no tempo; (b) Distribuição na frequência. Forma de onda: APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ . . . . .	84
Figura 4.29–Detalhamento dos parâmetros a serem estimados para: (a) Detecção do sinal no tempo, (b) Detecção no espectro. Forma de onda: FM Noise. . .	85
Figura 4.30–Detalhamento dos parâmetros a serem estimados para: (a) Detecção do sinal no tempo, (b) Detecção no espectro. Forma de onda: APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ . . . . .	85
Figura 4.31–Diagrama em blocos apresentando a abordagem para extração dos parâmetros de ambas as formas de ondas. Metodologia baseada na integração não-coerente dos pulsos interceptados. . . . .	87
Figura 5.1 – Desempenho dos estimadores da largura de banda $\beta_s$ . Forma de onda APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ . . . . .	92
Figura 5.2 – PSD apresentando o percentual de energia contida na largura de banda ( $\beta_s = 30$ MHz) de projeto de um sinal <i>chirp</i> . . . . .	92
Figura 5.3 – Desempenho dos estimadores da frequência de operação $f_0$ . Forma de onda APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ . . . . .	93
Figura 5.4 – Desempenho dos estimadores da largura de pulso $\tau_s$ . Forma de onda APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ . . . . .	93
Figura 5.5 – Desempenho dos estimadores do intervalo de repetição de pulso $I_{RP}$ . Forma de onda APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ . . . . .	94
Figura 5.6 – Estimadores das características da forma de onda APCN quando variando a aleatória em fase $\kappa$ e considerando $\alpha = 1$ . . . . .	95
Figura 5.7 – Desempenho dos estimadores da largura de banda $\beta_s$ . Forma de onda FM Noise. . . . .	97
Figura 5.8 – Desempenho dos estimadores da frequência de operação $f_0$ . Forma de onda FM Noise. . . . .	97
Figura 5.9 – Desempenho dos estimadores da largura de pulso $\tau_s$ . Forma de onda FM Noise. . . . .	98

Figura 5.10–Desempenho dos estimadores do intervalo de repetição de pulso $I_{RP}$ . Forma de onda FM Noise. . . . .	99
Figura 5.11–Extração dos parâmetros considerando diferentes quantidades de pulsos interceptados: (a) Forma de onda APCN; (b) Forma de onda FM Noise.	100

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Parâmetros do sistema de MAGE e do sistema radar utilizados na sintetização . . . . .	61
Tabela 5.1 – Melhores abordagens para extração dos parâmetros intrapulso e interpulso. Forma de onda: APCN considerando $\kappa = 0,5$ e $\alpha = 1$ . . . . .	94
Tabela 5.2 – Melhores abordagens para extração dos parâmetros intrapulso e interpulso. Forma de onda: FM Noise . . . . .	99
Tabela 5.3 – Melhor metodologia considerando diferentes métricas . . . . .	101

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APCN	<i>Advanced Pulse Compression Noise Radar</i>
ATF	Análise Tempo-Frequência
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
CFAR	<i>Constant False Alarm Rate Detection</i>
CNN	<i>Convolutional Neural Network</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>
DTFT	<i>Discrete Time Fourier Transform</i>
ESM	<i>Electronic Support Measures</i>
EW	<i>Electronic Warfare</i>
FIR	<i>Finite Impulse Response</i>
FMCW	<i>Frequency Modulation Continuous Wave</i>
FSK	<i>Frequency Shift Keying</i>
GE	Guerra Eletrônica
LFM	<i>Linear Frequency Modulation</i>
LPID	<i>Low Probability of Identification</i>
LPI	<i>Low Probability of Interception</i>
MAE	Medidas de Ataque Eletrônico
MAGE	Medidas de Apoio à Guerra Eletrônica
MPE	Medidas de Proteção Eletrônica
PDF	<i>Probability Density Function</i>
PSD	<i>Power Spectrum Density</i>
PSL	<i>Peak-Sidelobe</i>
PSK	<i>Phase Shift Keying</i>
RAF	<i>Radar Ambiguity Function</i>

SFM	<i>Spectral Flatness Measure</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
STFT	<i>Short Time Fourier Transform</i>
WPT	<i>Wavelet Packet Transform</i>
WSS	<i>Wide Sense Stationary</i>
WT	<i>Wavelet Transform</i>
WVD	<i>Wigner-Ville Distribution</i>

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
<b>2</b>	<b>SINAIS RADAR ESTOCÁSTICOS</b>	<b>24</b>
2.1	TERMINOLOGIA RADAR BÁSICA	24
2.1.1	AMBIGUIDADE EM DISTÂNCIA	24
2.1.2	RESOLUÇÃO EM DISTÂNCIA	25
2.1.3	COMPRESSÃO DE PULSO	26
2.2	SINAL MODULADOR DETERMINÍSTICO LINEAR EM FREQUÊNCIA	28
2.2.1	DESEMPENHO QUANTO À CAPACIDADE DE DETECÇÃO RADAR	29
2.3	SINAL MODULADOR ALEATÓRIO EM FREQUÊNCIA	31
2.3.1	DESEMPENHO QUANTO À CAPACIDADE DE DETECÇÃO RADAR	32
2.4	MODULAÇÃO LINEAR EM FREQUÊNCIA DE UM RADAR DE RUÍDO	34
2.4.1	DESEMPENHO QUANTO À CAPACIDADE DE DETECÇÃO RADAR	35
2.5	DESEMPENHO DAS FORMAS DE ONDA ESTOCÁSTICAS QUANTO À CAPACIDADE LPI/LPID	39
<b>3</b>	<b>MODELAGEM QUANTO À INTERCEPTAÇÃO E EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS</b>	<b>42</b>
3.1	MODELAGEM DE UM RECEPTOR DE UM SISTEMA MAGE	42
3.2	TÉCNICAS DE ANÁLISE TEMPO-FREQUÊNCIA	45
3.2.1	TRANSFORMADA DE FOURIER DE TEMPO CURTO	45
3.2.2	<i>WAVELET PACKET TRANSFORM</i>	47
3.2.3	DISTRIBUIÇÃO DE WIGNER-VILLE	51
3.3	TÉCNICAS DE EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS	53
3.3.1	OPERADOR MORFOLÓGICO DE FECHAMENTO BINÁRIO	53
3.3.2	TRANSFORMADA DE HOUGH	57
3.3.3	INTEGRAÇÃO NÃO-COERENTE DOS PULSOS INTERCEPTADOS	59
<b>4</b>	<b>METODOLOGIAS</b>	<b>61</b>
4.1	METODOLOGIA A: BASEADA EM PROCESSAMENTO DE IMAGENS	61
4.1.1	ETAPA 1: DECOMPOSIÇÃO T-F	62
4.1.2	ETAPA 2: FILTRAGEM ESPACIAL	64
4.1.3	ETAPA 3: DETECÇÃO NO PLANO T-F	65
4.1.4	ETAPA 4: CONVERSÃO DE ESCALA DE CINZA (EC) PARA PRETO E BRANCO (PB)	67
4.1.5	ETAPA 5: OPERAÇÃO MORFOLÓGICA DE FECHAMENTO BINÁRIO	68

4.1.6	ETAPA 6: EXTRAÇÃO DOS PARÂMETROS INTRAPULSO E INTERPULSO	70
4.1.6.1	FM NOISE . . . . .	71
4.1.6.2	APCN . . . . .	74
4.2	METODOLOGIA B: BASEADA NA INTEGRAÇÃO NÃO-COERENTE DOS PULSOS . . . . .	79
4.2.1	ETAPA 1: DECOMPOSIÇÃO T-F . . . . .	80
4.2.2	ETAPA 2: FILTRAGEM ESPACIAL . . . . .	80
4.2.3	ETAPA 3: DISTRIBUIÇÕES MARGINAIS . . . . .	80
4.2.4	ETAPA 4: ANÁLISE DOS HISTOGRAMAS . . . . .	81
4.2.5	ETAPA 5: DETECÇÃO . . . . .	84
4.2.6	ETAPA 6: EXTRAÇÃO DOS PARÂMETROS INTRAPULSO E INTERPULSO	85
<b>5</b>	<b>RESULTADOS . . . . .</b>	<b>89</b>
5.1	INDICADORES DE DESEMPENHO QUANTO À INTERCEPTAÇÃO E EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS . . . . .	89
5.2	APCN . . . . .	90
5.3	FM NOISE . . . . .	96
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>102</b>
6.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .	102
6.2	TRABALHOS FUTUROS . . . . .	104
6.3	ARTIGOS PUBLICADOS . . . . .	105
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>106</b>
	<b>A – FUNÇÃO AMBIGUIDADE DA FORMA DE ONDA APCN . . . . .</b>	<b>111</b>
	<b>B – DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA DA FORMA DE ONDA APCN . . . . .</b>	<b>114</b>
	<b>C – DISTRIBUIÇÃO DISCRETA DE WIGNER-VILLE . . . . .</b>	<b>115</b>

# 1 INTRODUÇÃO

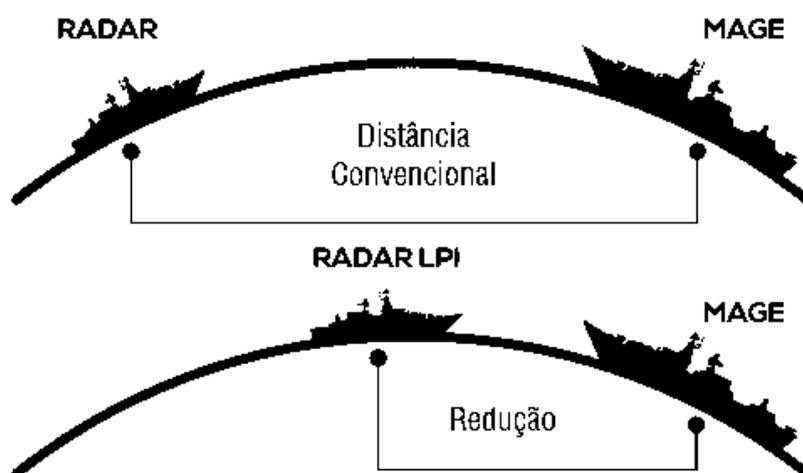
A terminologia formal militar define a Guerra Eletrônica (GE) como um conjunto de ações destinadas a controlar o espectro electromagnético, visando impedir ou reduzir seu uso efetivo pelas forças inimigas, bem como assegurar seu uso à própria Força e às forças amigas [1].

Na guerra naval, descobrir a posição da força inimiga é ter a chance de atacar primeiro, e talvez, incapacitá-la definitivamente. Na contrapartida, não ser descoberto pelo inimigo é ganhar tempo na missão, a qual nem sempre aponta para o engajamento direto entre forças. A solução para esse dilema é uma busca constante do aprimoramento da tecnologia no ambiente da GE. O domínio do espectro eletromagnético, na guerra naval, pode ser o fator determinante da vitória ou derrota de uma força.

Na última década, devido à rápida evolução tecnológica, o ambiente de GE observou a complexidade do espectro de radiofrequência tornar-se muito mais desafiadora. Os sistemas radar contemporâneos raramente são dispositivos de frequência única, a maioria tem várias funcionalidades e características que incluem diversidade de frequência, intervalo de repetição de pulso variável, alternância manual de polarização de onda eletromagnética, transmissão em uma faixa de frequência ou setor desejado, entre outros subterfúgios [1]. Atualmente, os sistemas radar têm que lidar com ameaças muito eficazes e avançadas. Essas ameaças variam desde sistemas de Medida de Apoio à Guerra Eletrônica (MAGE) ou em inglês, *Electronic Support Measures* (ESM), Mísseis Antirradiação, Receptores de Alerta Radar até sistemas de Ataque Eletrônico. Todos esses equipamentos são projetados para dificultar o uso irrestrito dos radares, a fim de degradar seu desempenho, por meio de interceptação, identificação, interferência, evasão ou destruição. Assim, para combater as Medidas de Ataque Eletrônico (MAE) os radares precisam camuflar suas emissões de receptores hostis.

As Medidas de Proteção Eletrônica (MPE) são um conjunto de ações que visam assegurar o uso efetivo do espectro eletromagnético, a despeito do emprego de MAE por forças amigas e inimigas [2]. Dentre os efeitos desejados, pode-se citar a redução da capacidade do inimigo em empregar equipamentos capazes de interceptar e identificar as emissões. Uma MPE anti-MAGE amplamente explorada são os radares enquadrados como de baixa probabilidade de interceptação (LPI, do inglês *Low Probability of Interception*). Um radar LPI é aquele cuja detecção por um receptor de interceptação passiva é dificultada devido à baixa potência, banda larga, variabilidade em frequência e flexibilidade de conformação do feixe de irradiação, como no caso de radares com varredura eletrônica ativa (*active phased array*). Um radar de Baixa Probabilidade de Identificação (LPID, do inglês *Low Probability of Identification*), por sua vez, é um radar cuja forma de onda

dificulta a acurácia na extração de seus parâmetros e uma correta identificação por parte de um receptor de interceptação passiva [3]. É importante notar que definir um radar LPI ou LPID necessariamente envolve a definição do receptor de GE correspondente. Isto é, o sucesso de um radar LPI e LPID é medido pela dificuldade do receptor de GE em detectar, extrair os parâmetros e identificar o emissor radar. A Figura 1.1 ilustra a ação de um radar LPI no aumento do tempo de decisão de um meio naval não-amigo, que utiliza um sistema de MAGE.

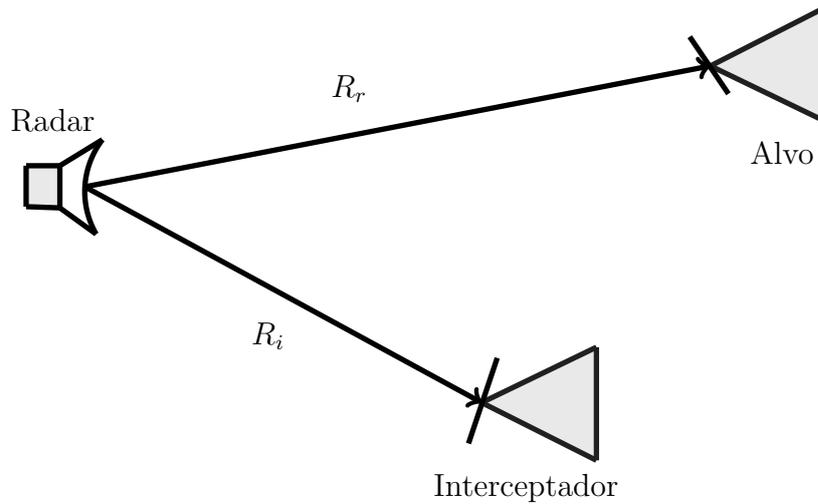


**Figura 1.1** – Ação do radar LPI na redução de capacidade de interceptação de um sistema de MAGE.

A característica LPI/LPID é considerada, atualmente, um importante requisito tático e vem sendo especificada para muitas plataformas militares que utilizam sistemas radar. Conforme mencionado anteriormente, um radar LPI tem características de projeto que o tornam de difícil detecção. Dessa forma, um radar LPI é capaz de detectar um alvo a uma distância maior que aquela em que um sistema de MAGE, é capaz de detectar o radar. Portanto, o principal atributo de um radar LPI é sua capacidade de “ver e não ser visto” ou de “detectar e não ser detectado” [4]. A definição de radar LPI pode ser feita a partir de um parâmetro denominado Fator de Distância. Seja  $R_r$  a distância máxima de detecção do radar e  $R_i$  a distância na qual o radar pode ser detectado por um sistema de MAGE, como mostra a Figura 1.2, define-se então o fator de distância, denotado por  $\xi$ , como [5]

$$\xi = \frac{R_i}{R_r}. \quad (1.1)$$

Se  $\xi > 1$ , o radar ainda pode ser detectado a uma distância maior que aquela a partir da qual deixa de detectar um alvo. Por outro lado, se  $\xi < 1$ , o radar ainda pode detectar um alvo a uma distância maior que aquela a partir da qual já deixa de ser detectado por um equipamento de MAGE. Este último tipo de radar é um radar LPI [3].



**Figura 1.2** – Esquema para definição do fator de distância  $\xi = R_i/R_r$ .

Na literatura, diversas formas de onda determinísticas que alcançam o objetivo de ser LPI são empregadas, tais como: transmissão contínua com modulação linear de frequência (FMCW, do inglês *Frequency Modulation Continuous Wave*), modulação binária por chaveamento de fase (BPSK, do inglês *Binary Phase Shift Keying*), modulação por chaveamento de frequência (FSK, do inglês *Frequency Shift Keying*) e códigos polifásicos: Frank, P1, P2, P3 e P4 [3].

Com relação aos sistemas de MAGE, avanços nas técnicas de detecção e identificação, permitem, atualmente, além da implementação de métodos tradicionais de análise no tempo e espectro de formas independentes, a visualização do sinal interceptado em três dimensões via análise tempo-frequência (ATF) [1]. Diversos métodos de decomposição do sinal em ATF são apresentados na literatura, incluindo a Transformada de Fourier de Tempo Curto (STFT, do inglês *Short Time Fourier Transform*), *Wavelet Packets* (WPT, do inglês *Wavelet Packet Transform*), e distribuição de Wigner-Ville (WVD, do inglês *Wigner-Ville Distribution*). Após a decomposição em tempo-frequência, são empregadas metodologias de extração dos parâmetros do sinal interceptado. Essa etapa é primordial para o processo de identificação do emissor, haja vista que a acurácia na estimação destes parâmetros irá possibilitar a correlação com os armazenados no banco de dados de emissores de GE, fim identificar a plataforma emissora.

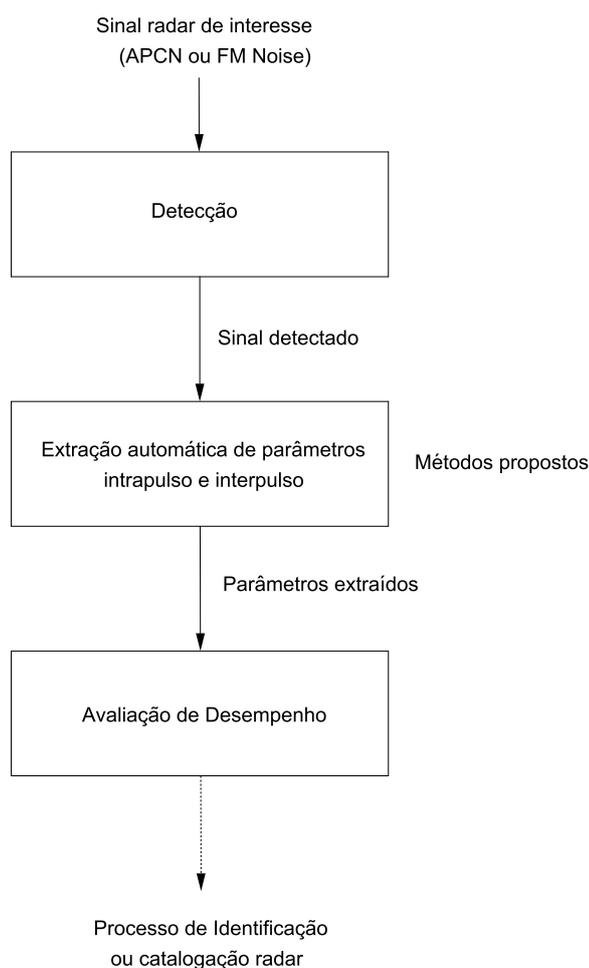
Tais progressos recentes na tecnologia MAGE, tornou possível identificar formas de ondas radar determinísticas consideradas LPI/LPID [6]; portanto, cientistas e projetistas radar vêm buscando por novas formas de onda que melhorem essas propriedades de tal forma a prevenir que os equipamentos de MAGE possam detectar, extrair os parâmetros e identificar o sinal transmitido pelo radar. Dentre os candidatos chamados de “radares

LPI/LPID modernos” [6,7], um que alcança este objetivo, é o radar que emprega tecnologia de transmissão de forma de onda estocástica (ou aleatória), conhecido como “Radar de Ruído”.

Radar de ruído se refere às técnicas e aplicações que utilizam sinais aleatórios como formas de onda de transmissão em sistemas radar que empregam compressão de pulso na sua cadeia de processamento do sinal recebido [6]. O conceito de radar de ruído apareceu pela primeira vez em meados de 1950 [8]. Os primeiros trabalhos que realizaram medidas de distância baseadas em formas de onda aleatória foram publicados por Richard Bourret em 1957 [9]. Dois anos após, em 1959, Horton pioneiramente descreveu o uso de formas de onda desta natureza para emprego em modulação em frequência [8]. Neste trabalho, Horton observou que a eliminação de ambiguidades em distância e velocidade poderia ser obtida através do uso de formas de onda aleatórias como sinal modulador e aplicação da correlação do sinal recebido com uma réplica do sinal transmitido no receptor. Radares de ruído têm a propriedade única de garantir alta resolução tanto em distância quanto em velocidade, além de uma excelente relação pico-lóbulo lateral. Tais sistemas também satisfazem importantes requisitos de sistemas militares como a baixa probabilidade de interceptação e identificação [10].

Em [11–15] são apresentadas técnicas de interceptação ATF de sinais determinísticos considerados LPI/LPID para extração dos parâmetros de modulação. Todavia, tal extração é efetuada apenas de maneira visual. A necessidade de interpretação humana dos resultados obtidos pela ATF limita a operação dos sistemas de MAGE em tempo não-real. Assim, foram propostos em [4, 16–18] métodos de extração automática, baseados em técnicas de processamento de imagens. Tais trabalhos consideraram apenas formas de onda determinísticas com modulação linear em frequência ou modulações que se aproximam dessa variação linear.

Nesse contexto, não foi proposto um método para extração dos parâmetros de formas de onda radar consideradas LPI/LPID com modulação aleatória, ou seja, radares de ruído [6,7]. Portanto, a principal contribuição deste trabalho é a proposta e avaliação de métodos para a extração automática de parâmetros intrapulso e interpulso de duas formas de onda radar consideradas LPI/LPID; a primeira com uma modulação aleatória em amplitude e também em frequência, mas acrescida de uma modulação determinística linear em frequência, doravante designada APCN [19–21], e a segunda, com modulação aleatória em frequência, doravante designada FM Noise [22–24]. A Figura 1.3 apresenta um diagrama em blocos com as principais contribuições.



**Figura 1.3** – Diagrama em blocos ilustrando as principais contribuições.

Este trabalho está organizado como a seguir: o Capítulo 2, apresenta o embasamento teórico e a análise do desempenho das duas formas de onda estocásticas, objeto de estudo deste trabalho. O Capítulo 3 aborda a modelagem de um receptor digital MAGE, apresenta diferentes transformadas tempo-frequência e detalha a teoria empregada para o processamento das imagens geradas pela transformadas T-F. No Capítulo 4, as diferentes metodologias para interceptação e extração de característica são detalhadas item a item. Em seguida, o Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos e a explanação da eficácia das metodologias desenvolvidas para um possível emprego em uma etapa do processamento de um sistema de MAGE. Por fim, no Capítulo 6, considerações finais são descritas e trabalhos futuros são propostos.

## 2 SINAIS RADAR ESTOCÁSTICOS

Este capítulo tem como objetivo apresentar o embasamento teórico que rege a modelagem de transmissão de sinais radar com modulação aleatória, i.e., radares de ruído. Mais especificamente, são abordadas as modelagens de duas formas de ondas de ruído amplamente conhecidas da literatura: APCN [19–21] e FM Noise [22–24]. Na Seção 2.1 são definidas algumas terminologias básicas de sistemas radar que serão exploradas neste trabalho. A seguir, na Seção 2.2, a forma de onda determinística com modulação linear em frequência é apresentada. Nessa seção, o seu desempenho quanto à capacidade de detecção radar é analisado. A descrição detalhada dessa forma de onda possibilitará um melhor entendimento das formas de ondas com modulação estocástica. Em seguida, na Seção 2.3, as características de um radar de ruído convencional são apresentadas e a análise do seu desempenho é realizada. Adicionalmente, nesta seção, a forma de onda FM Noise é descrita. Na Seção 2.4, a forma de onda APCN é detalhada quanto ao seu desempenho em detecção radar. Por fim, na Seção 2.5, são analisadas as características LPI/LPID de ambas formas de onda estocásticas.

### 2.1 Terminologia radar básica

Radares do tipo pulsado conseguem alcançar detecção em longo alcance, podem facilmente estimar a distância radial (ou *range*) e a velocidade de alvos, e alcançam boa resolução tanto em distância quanto em velocidade, sendo amplamente utilizados como radares de vigilância [25], objeto de aplicação dos sinais estocásticos avaliados neste trabalho. Assim, faz-se mister a definição de alguns termos básicos radar que serão explorados.

Nos sistemas do tipo pulsado as formas de onda de transmissão tem duração finita  $\tau_s$ , denominada largura de pulso. A Figura 2.1 apresenta a temporização de um sistema pulsado, onde observa-se que, durante a operação, os períodos de transmissão e recepção são distintos. O intervalo de repetição de pulso,  $I_{RP}$ , define o intervalo entre pulsos consecutivos.

#### 2.1.1 Ambiguidade em distância

Se o  $I_{RP}$  for muito curto, existe a possibilidade de se obter ecos provenientes de alvos correspondentes a pulsos de transmissão errados. Ecos recebidos após um intervalo que exceda o intervalo de repetição de pulso podem resultar em erros ou medidas de distâncias radiais incorretas. Sendo assim, após um pulso ser transmitido, um  $I_{RP}$  suficientemente

grande deve ser esperado antes que outro pulso seja transmitido para que os sinais refletidos em todos os objetos de interesse, presentes no volume a ser observado, sejam recebidos. Assim, defini-se a distância máxima não-ambígua como [25]

$$R_{unam_{max}} = c \frac{I_{RP}}{2}, \quad (2.1)$$

onde  $c$  é a velocidade de propagação da onda eletromagnética. Observa-se que uma ambiguidade em distância (estimação errônea da distância radial) ocorrerá sempre que um sinal refletido em um alvo, a uma distância superior a  $R_{unam_{max}}$ , tenha energia para ser detectado.

O efeito de localização de alvo acima da  $R_{unam_{max}}$  é apresentado na Figura 2.2, onde o eco recebido do Alvo 2, referente ao pulso Tx 1, retorna ao receptor após a transmissão do pulso Tx 2. Para este instante de tempo, há dois sinais retornando ao receptor que não é capaz de distinguir seus pulsos originais, resultando na posição aparente do Alvo 2, diferente da sua posição real.

### 2.1.2 Resolução em distância

Resolução em distância,  $\Delta R$ , é a capacidade do radar distinguir dois alvos próximos, entre si, em distância. Para que ocorra distinção de dois ou mais alvos, estes devem encontrar-se à uma distância, no mínimo, igual à distância que o pulso estende-se no espaço, dada por

$$R_{\tau_s} = c\tau_s. \quad (2.2)$$

Considerando o trajeto de ida e volta percorrido pelo pulso tem-se

$$\Delta R_{\tau_s} = \frac{R_{\tau_s}}{2} = \frac{c\tau_s}{2}. \quad (2.3)$$

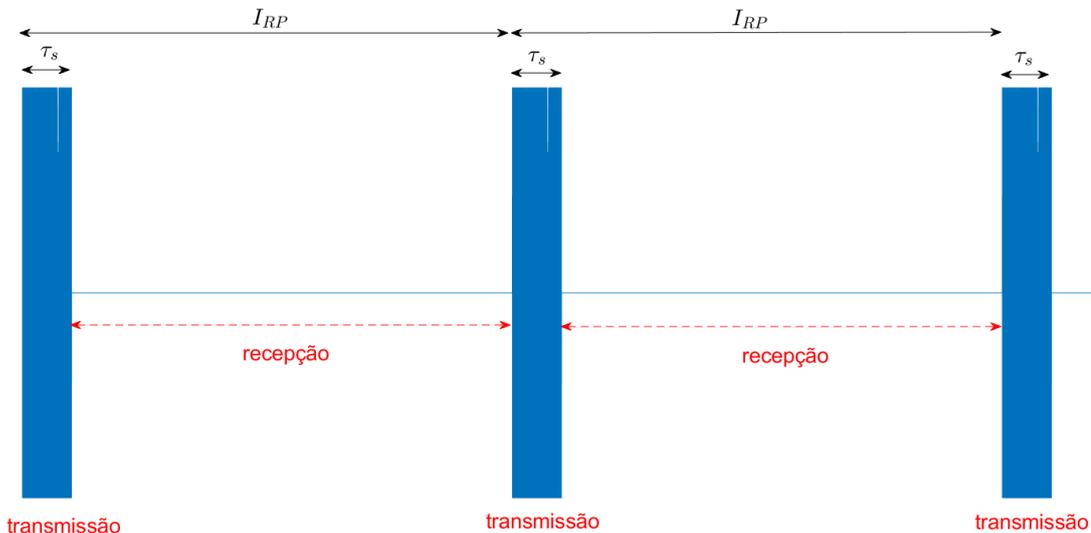
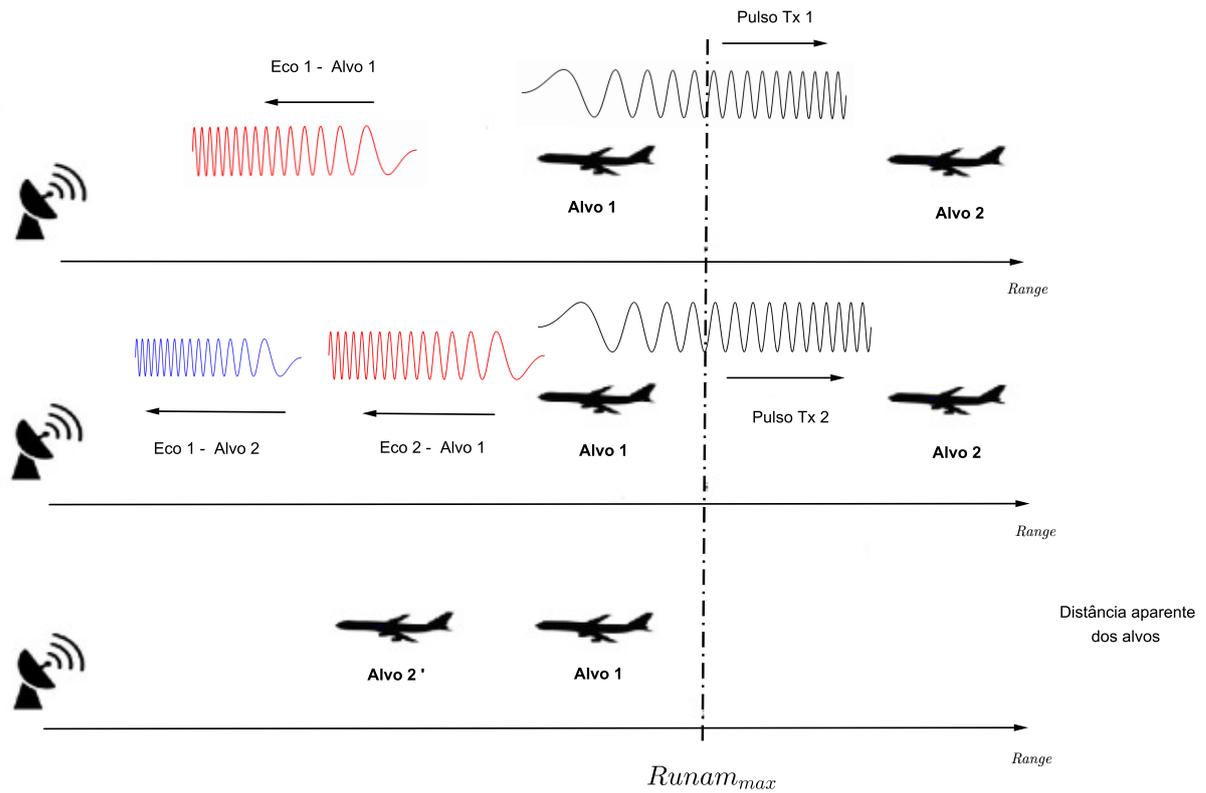


Figura 2.1 – Temporização de um sistema radar pulsado.



**Figura 2.2** – Ambiguidade em distância.

Dada esta condição, os sinais refletidos nos alvos chegam ao receptor radar com uma diferença de tempo,  $\Delta\tau = R_{\tau_s}/c$ , não havendo superposição entre os pulsos recebidos. Observa-se, então que a resolução em distância é inversamente proporcional à duração do pulso transmitido.

### 2.1.3 Compressão de pulso

Diversos sistemas de radar empregam um filtro em sua recepção antes do processo de detecção. O objetivo desta filtragem é aumentar a relação sinal-ruído (SNR, do inglês *Signal-to-Noise Ratio*) associada a cada pulso na entrada do receptor, no instante relativo.

A envoltória complexa (ou banda base complexa) do sinal de saída do filtro receptor de um pulso  $\tilde{s}(t)$  é representada pelo sinal  $\tilde{y}(t)$ , dado por [26]

$$\tilde{y}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(\tau) \tilde{h}(t - \tau) d\tau = \tilde{s}(t) * \tilde{h}(t), \quad (2.4)$$

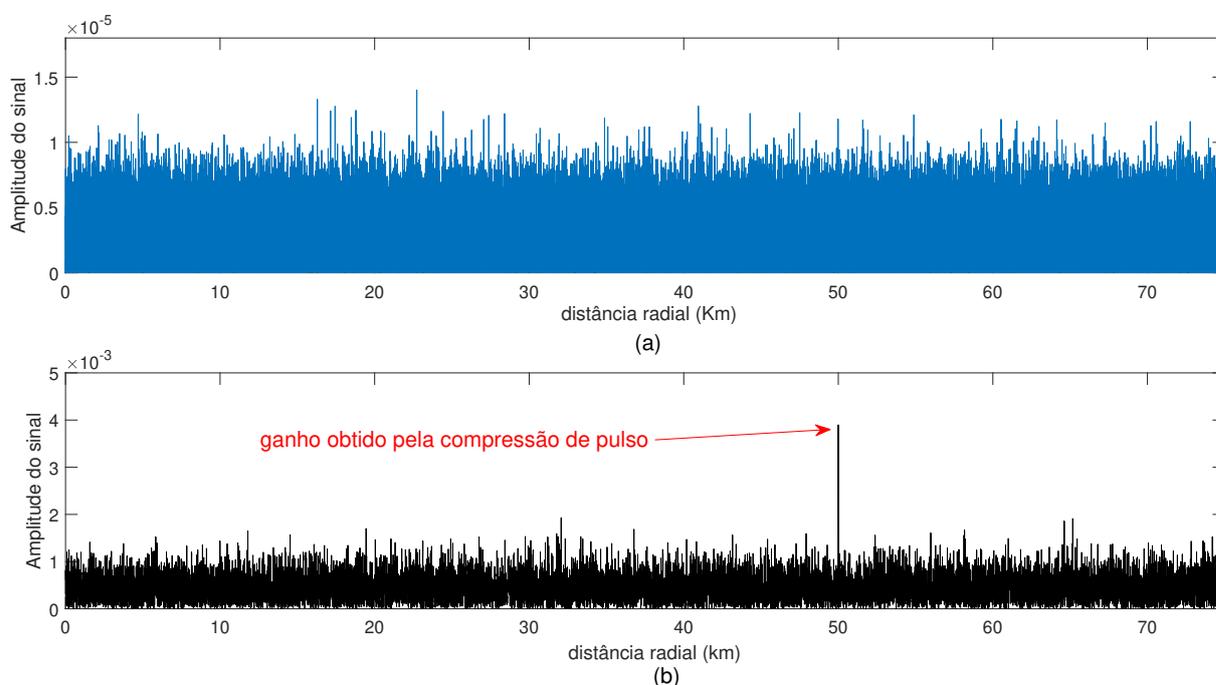
onde  $\tilde{h}(t)$  é a resposta ao impulso do filtro correlator. A resposta do filtro que maximiza a SNR na sua saída é dada por

$$\tilde{h}(t) = \tilde{s}^*(-t), \quad (2.5)$$

o qual recebe o nome de filtro casado.

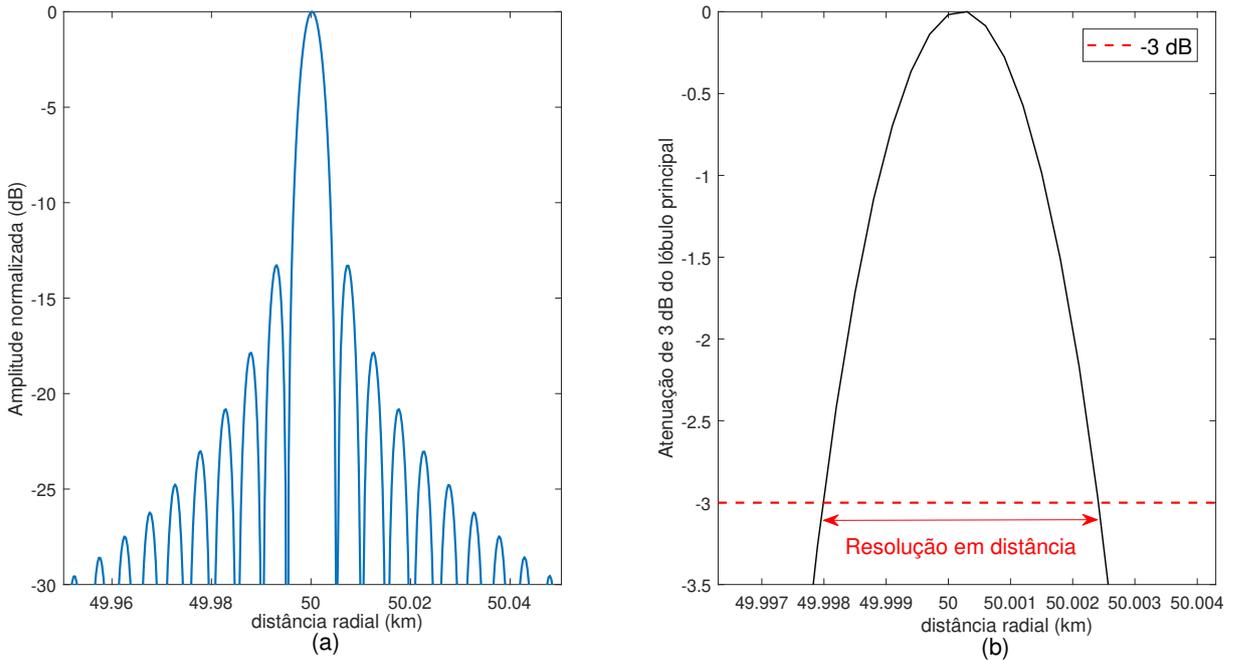
Em sistemas onde aplica-se filtragem casada, é necessário que uma réplica do sinal transmitido seja armazenada para ser empregada posteriormente na respectiva operação de correlação cruzada.

A Figura 2.3(a) apresenta o eco recebido de um alvo, a partir da reflexão de um pulso de transmissão radar; no entanto, este sinal retorna com uma potência muito baixa e ainda é contaminado com ruído térmico na cadeia de recepção do radar. Neste cenário, fica inviável a estimação da distância radial deste alvo. Contudo, após o procedimento de filtragem casada, o ganho na SNR torna possível observar um sinal intencional imerso em ruído, como é ilustrado na Figura 2.3(b). Neste exemplo, é fácil perceber o ganho obtido pela compressão de pulso para, num processo posterior de detecção, ser possível estimar a distância radial do sinal de interesse que está a 50 km.



**Figura 2.3** – Eco recebido de um alvo: (a) Antes da compressão de pulso; (b) Após a compressão de pulso.

É interessante salientar que, além de melhorar a SNR, a técnica de compressão de pulso provê uma melhora significativa na resolução em distância ao considerar a atenuação de 3 dB abaixo do pico do lóbulo principal da saída obtida após o processo de filtragem casada. Na literatura,  $\tau_{3\text{dB}}$  é denominado largura de pulso de saída do filtro casado [27]. A Figura 2.4(a), apresenta a saída do processo de correlação, na qual é possível observar o lóbulo principal e os lóbulos laterais, enquanto a Figura 2.4(b) ilustra a resolução em distância  $\Delta R_{\tau_{3\text{dB}}}$  obtida pela linha de 3 dB de atenuação do lóbulo principal.



**Figura 2.4** – (a) Filtragem casada; (b) Resolução em distância obtida após a filtragem casada.

## 2.2 Sinal Modulador Determinístico Linear em Frequência

A forma de onda transmitida com modulação linear em frequência (LFM, do inglês *Linear Frequency Modulation*), é comumente chamada de *chirp*, devido à sua analogia com o som gerado por uma senoide acústica com variação linear de frequência. Quando é utilizada a técnica de compressão de pulso na cadeia de recepção, o ganho de compressão obtido entre a SNR após a filtragem casada e a SNR na entrada da cadeia de recepção provê um desempenho de detecção a longo alcance.

Sinais analógicos modulados em frequência podem ser descritos por

$$s^{RF}(t) = \sqrt{P} \cos(2\pi f_0 t + \theta(t)); \quad 0 \leq t \leq \tau_s, \quad (2.6)$$

onde  $f_0$  é a frequência de operação e  $P$  é a potência do sinal. Na Equação (2.6), a fase modulada em frequência  $\theta(t)$  é dada por

$$\theta(t) = \mu \int_{-\infty}^t l(\alpha) d\alpha, \quad (2.7)$$

onde  $\mu$  é a constante de modulação e  $l(t)$  o sinal modulador.

Para o sinal *chirp*, o sinal modulador  $l(t)$  segue uma função linear do tempo

$$l(t) = 2\pi \left( t - \frac{\tau_s}{2} \right); \quad 0 \leq t \leq \tau_s. \quad (2.8)$$

Substituindo a Equação (2.8) em (2.7), e resolvendo a integral, podemos reescrever o sinal de transmissão real como

$$s^{RF}(t) = \sqrt{P} \cos \left( 2\pi f_0 t + 2\pi \mu \left( \frac{t^2}{2} - \frac{\tau_s t}{2} \right) \right); \quad 0 \leq t \leq \tau_s, \quad (2.9)$$

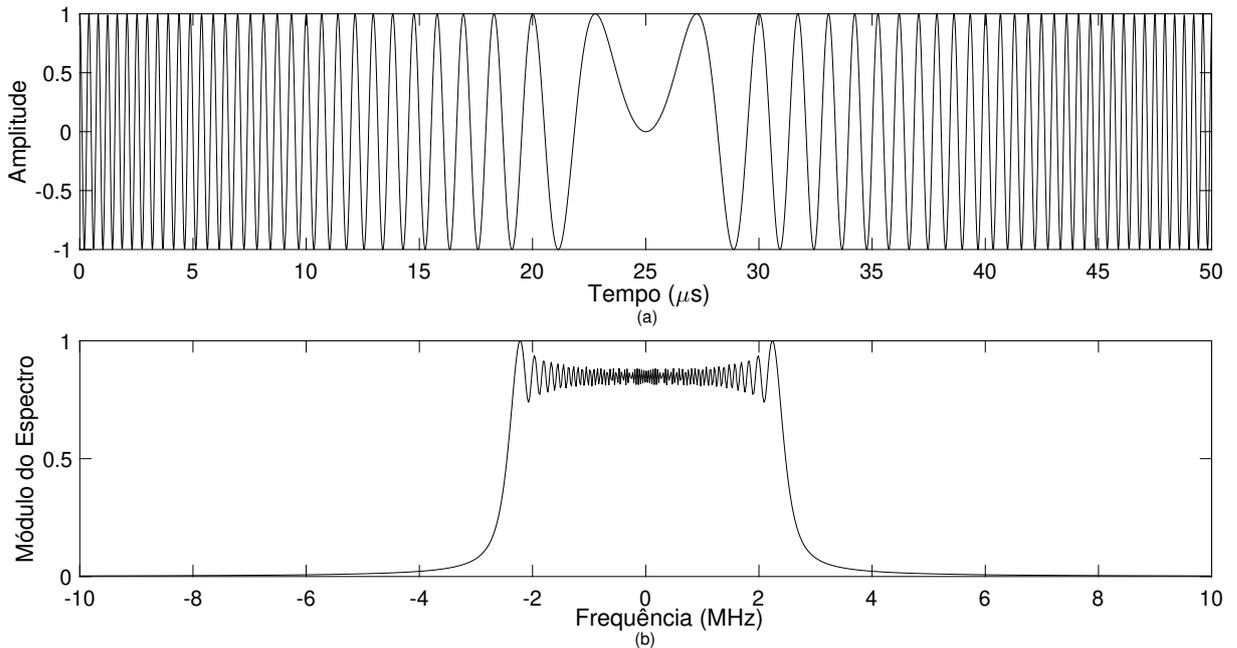
onde  $\mu = \beta_{sc}/\tau_s$  com  $\beta_{sc}$  sendo a largura de banda do sinal; a frequência instantânea do sinal varia de  $(f_0 - \beta_{sc}/2)$  à  $(f_0 + \beta_{sc}/2)$ .

É uma prática comum em sistemas radar implementar dois detectores síncronos, no qual um é  $90^\circ$  defasado do outro. Isso resulta em dois canais, em fase e em quadratura, que permite ao radar distinguir entre deslocamentos de frequência positivos e negativos [28]. Assim, utilizando a fórmula de Euler, o sinal  $s^{RF}(t)$ , pode ser representado em função da sua forma complexa [25]:

$$s^{RF}(t) = \Re \left\{ \tilde{s}(t) e^{j2\pi f_0 t} \right\}; \quad 0 \leq t \leq \tau_s, \quad (2.10)$$

onde  $\tilde{s}(t) = \sqrt{P} e^{j2\pi \left( \frac{\mu t^2}{2} - \frac{\mu \tau_s t}{2} \right)}$ , é a envoltória complexa do sinal com relação à frequência de operação de transmissão.

A componente real da envoltória complexa de um sinal de transmissão com modulação LFM é apresentada na Figura 2.5(a); a Figura 2.5(b) apresenta o módulo normalizado do espectro de frequências. Para tal apresentação, foram considerados  $\tau_s = 50 \mu s$  e  $\beta_{sc} = 5 \text{ MHz}$ .



**Figura 2.5** – Sinal de transmissão modulado linearmente em frequência: (a) Parte real da envoltória complexa; (b) Amplitude normalizada do espectro de frequências.

### 2.2.1 Desempenho quanto à capacidade de detecção radar

A Função Ambiguidade Radar (RAF, do inglês *Radar Ambiguity Function*) é usualmente empregada para avaliar o desempenho da forma de onda de transmissão quanto à detecção radar, a capacidade de distinguir alvos (em distância e velocidade), o

comportamento dos seus lóbulos laterais e o acoplamento *range*-Doppler. Ela é definida por [29]

$$\chi_{\tilde{s}}(\tau, f_D) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(t) \tilde{s}^*(t - \tau) e^{-j2\pi f_D t} dt, \quad (2.11)$$

onde  $f_D$  é o deslocamento Doppler sofrido pela frente de onda devido à reflexão do sinal por um alvo em movimento radial e  $\tau$  é uma variável temporal. Note que o retardo (ou delay)  $\tau$  é definido no intervalo  $-\tau_s \leq \tau \leq \tau_s$ .

A saída de um filtro casado, assumido de ganho unitário e projetado para atingir o pico em  $T_0$  (retardo de tempo esperado para estimar a distância do alvo), poderá ter o pico da correlação atenuado, deslocado em relação à referência  $T_0$  ou até mesmo eliminado, pela influência da velocidade radial entre radar e alvo.

Para um único pulso com modulação LFM, pode-se mostrar que o módulo da RAF é dada por [25]

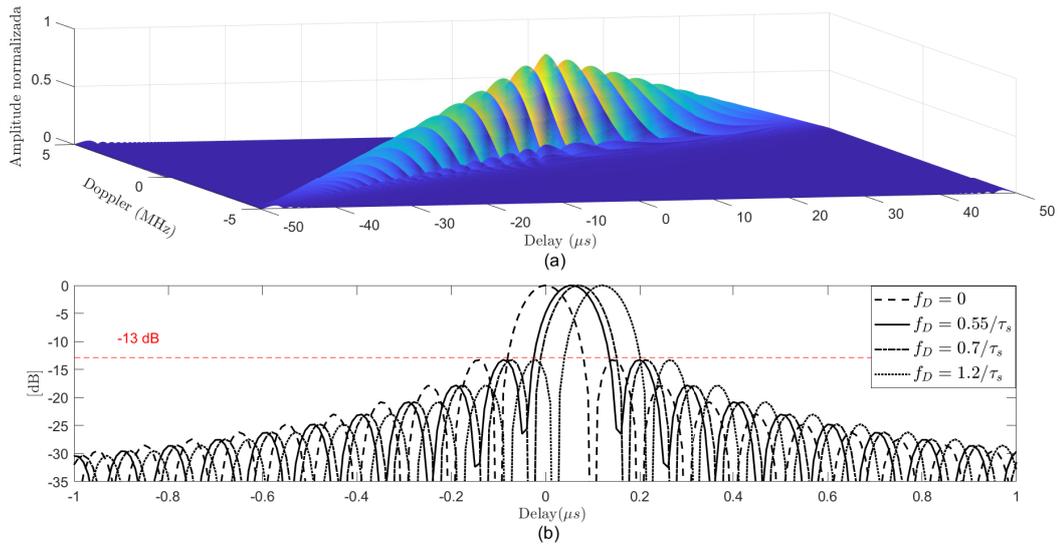
$$\chi_{\tilde{s}_c}(\tau, f_D) = \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_s}\right) \left| \frac{\sin \left[ \pi \underbrace{(f_D + \mu\tau)}_{\text{acoplamento}} (\tau_s - |\tau|) \right]}{\pi \underbrace{(f_D + \mu\tau)}_{\text{acoplamento}} (\tau_s - |\tau|)} \right|; \quad -\tau_s \leq \tau \leq \tau_s, \quad (2.12)$$

onde  $\mu = \beta_{sc}/\tau_s$ .

Uma inspeção mais apurada da Equação (2.12) descreve uma função “sinc” e é sabido que seu pico máximo ocorre quando o argumento da senoíde é nulo, ou seja,  $f_D + \mu\tau = 0$ . Resolvendo tal igualdade para  $\tau$ , o pico dessa RAF ocorre em  $\tau = -f_D/\mu$  que é claramente função da frequência Doppler; esta dependência é denominada acoplamento *range*-Doppler. Essa é uma vantagem significativa sobre uma forma de onda pulsada sem modulação LFM, na qual o filtro casado é habilitado apenas para fazer a correlação do sinal recebido com as réplicas no plano  $\tau = 0$ .

A filtragem casada de um sinal com modulação LFM pode correlacionar réplicas desse sinal para valores distintos ( $\tau \neq 0$ ). No entanto, o pico da autocorrelação avaliada em alguma frequência Doppler ocorrerá em um instante diferente de zero (referência assumida como  $T_0$ ), causando uma diminuição na amplitude de saída por um fator de (veja (2.12)):  $(1 - |\tau|/\tau_s)|_{\tau=-f_D/\mu}$ , ou seja,  $(1 - f_D/\beta_{sc})$ .

A capacidade do sinal ainda de se correlacionar com as réplicas devido ao desacoplamento causado pela frequência Doppler em  $\tau \neq 0$ , é conhecida como “tolerância Doppler”. A forma de onda projetada consegue obter uma correlação com o sinal de entrada no receptor, apesar de ter um erro de estimação da distância radial,  $\epsilon_R = -cf_D \tau_s/2\beta_{sc}$ , pois essa será estimada baseada no delay  $\tau$  referente à ocorrência do pico do lóbulo principal desviado. Ainda assim, este erro pode ser eliminado [25].



**Figura 2.6** – Função ambiguidade de pulso único com modulação LFM. (a) Módulo da função ambiguidade 3D; (b) cortes da função ambiguidade para diferentes deslocamentos Doppler, assumindo o eixo de tempo ampliado.

Podemos observar tal comportamento na Figura 2.6(b), onde são apresentados diferentes cortes Doppler ( $f_D = 0$ ,  $f_D = 0.55/\tau_s$ ,  $f_D = 0.7/\tau_s$  e  $f_D = 1.2/\tau_s$ ); ou seja, diferentes velocidades radiais entre radar e alvo. A saída do filtro casado apresenta o pico de correlação, considerado o lóbulo principal da função “sinc”, para diferentes frequências Doppler. Note também que os lóbulos laterais têm uma atenuação mínima de 13 dB. Ainda, a resolução em distância é calculada em função da largura de 3 dB do lóbulo principal,  $\tau_{3dB}$ , conforme detalhado na Subseção 2.1.3.

## 2.3 Sinal Modulador Aleatório em Frequência

A forma de onda estocástica é, como o nome já diz, aleatória por natureza, ou seja, é um processo não-determinístico. Assim, a identificação é mais difícil porque cada pulso sucessivo aparece como se não estivesse correlacionado com o outro, tornando o processo de identificação muito desafiador. Devido a isto, a forma de onda estocástica é uma MPE anti-MAGE.

Em sistemas de radar de ruído tradicionais, o sinal de transmissão é caracterizado por um processo estocástico  $s(t)$  [6] e diferentes funções-amostra de  $s(t)$  são transmitidas em intervalos distintos. Conseqüentemente, as saídas do filtro casado utilizado numa arquitetura de compressão de pulso, são todas caracterizadas por sinais estocásticos complexos. A análise adequada dos radares de ruído deve então envolver o uso de ferramentas probabilísticas.

Em especial, radares do tipo pulsado tem o sinal de transmissão limitado no tempo

por  $\tau_s$ , característica que é matematicamente representada pela função retangular  $rec_{\tau_s}(t)$ . Assim, o valor esperado sobre a Equação (2.11) é sobre a distribuição de  $\tilde{s}(t)$ , portanto [23]

$$E[\chi_{\tilde{s}}(\tau, f_D)] = \int_{-\infty}^{\infty} E[\tilde{s}(t) \tilde{s}^*(t - \tau)] rec_{\tau_s}(t) e^{-j2\pi f_D t} dt, \quad (2.13)$$

a qual pode ser reescrita como

$$E[\chi_{\tilde{s}}(\tau, f_D)] = E[\tilde{s}(t) \tilde{s}^*(t - \tau)] \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} rec_{\tau_s}(t) e^{-j2\pi f_D t} dt}_{\text{transformada de Fourier}}, \quad (2.14)$$

simplificando obtém-se

$$E[\chi_{\tilde{s}}(\tau, f_D)] = \tau_s R_{\tilde{s}}(\tau) \text{sinc}(f_D \tau_s), \quad (2.15)$$

onde  $R_{\tilde{s}}(\tau) = E[\tilde{s}(t) \tilde{s}^*(t - \tau)]$  é a função de autocorrelação do processo estocástico  $\tilde{s}(t)$  [30].

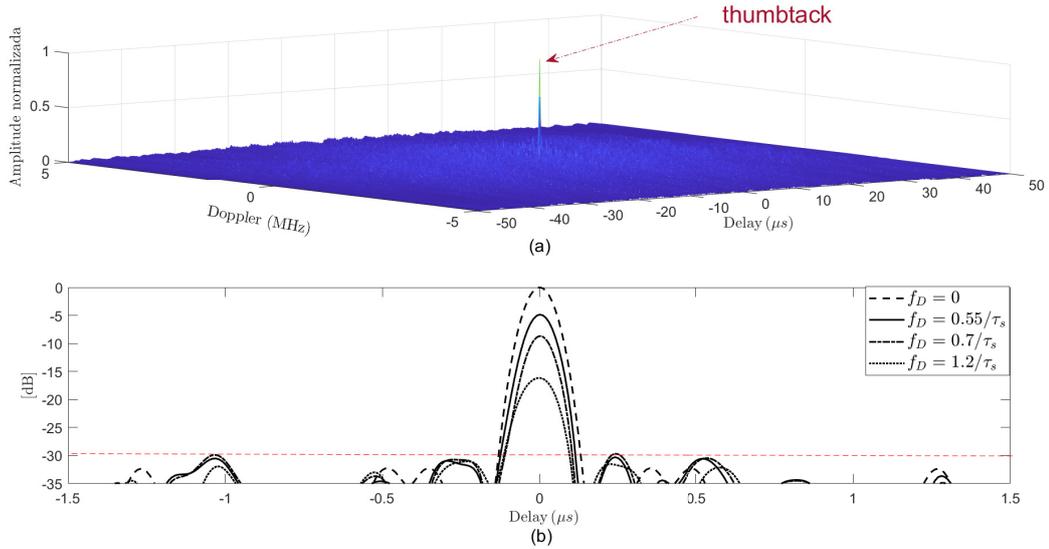
### 2.3.1 Desempenho quanto à capacidade de detecção radar

Em relação à detecção radar, em teoria, a forma de onda de ruído puro consegue atingir uma RAF com o formato “*thumbtack*” com um pico central único e nenhuma energia no restante do plano  $\tau \times f_D$ . Tal pico sugere excelente resolução para distinguir alvos em distância e em velocidade, além de uma excelente relação Pico-Lóbulo Lateral (PSL, do inglês *Peak-Sidelobe*). Assim, a Figura 2.7(a) apresenta a RAF 3D de um ruído; note o comportamento próximo a um *thumbtack* em  $f_D = 0$  e  $\tau = 0$ , e o espalhamento de energia praticamente desprezível no plano  $\tau \times f_D$ ; observe, ainda, que na Figura 2.7(b) o lóbulo principal apresenta uma excelente resolução temporal e a PSL próxima à -30 dB, valor este melhor do que a PSL de -13 dB de uma forma de onda LFM. Todavia, é possível notar que, para deslocamentos Doppler não-nulos ( $f_D \neq 0$ ), o pico da correlação foi drasticamente atenuado, impossibilitando uma filtragem casada eficiente para alvos com velocidade radial, o que sugere “tolerância Doppler” muito baixa, e desempenho inapropriado para detectar e estimar a distância de alvos com velocidade radial, como, por exemplo, em aplicações de vigilância. Com respeito a isto, a forma de onda aleatória tem um desempenho semelhante ao do caso de pulso único sem modulação LFM, conforme mencionado na Subseção 2.2.1.

Um tipo de forma de onda com modulação aleatória amplamente conhecida dentro do conceito de radar de ruído, é a FM Noise [22–24]. O sinal de transmissão tem uma portadora modulada em frequência caracterizada por um processo estocástico

$$s^{RF}(t) = \sqrt{P} \cos \left( 2\pi f_0 t + \mu_p \int_{-\infty}^t l(\alpha) d\alpha \right); \quad 0 \leq t \leq \tau_s, \quad (2.16)$$

onde  $\mu_p$  é a constante de modulação de fase e  $l(t)$  é o sinal modulador, caracterizado por um processo estocástico gaussiano estacionário em sentido amplo (WSS, do inglês *Wide*



**Figura 2.7** – Função ambiguidade de pulso único com modulação aleatória. (a) Módulo da função ambiguidade 3D; (b) cortes da função ambiguidade para diferentes deslocamentos Doppler, assumindo o eixo de tempo ampliado.

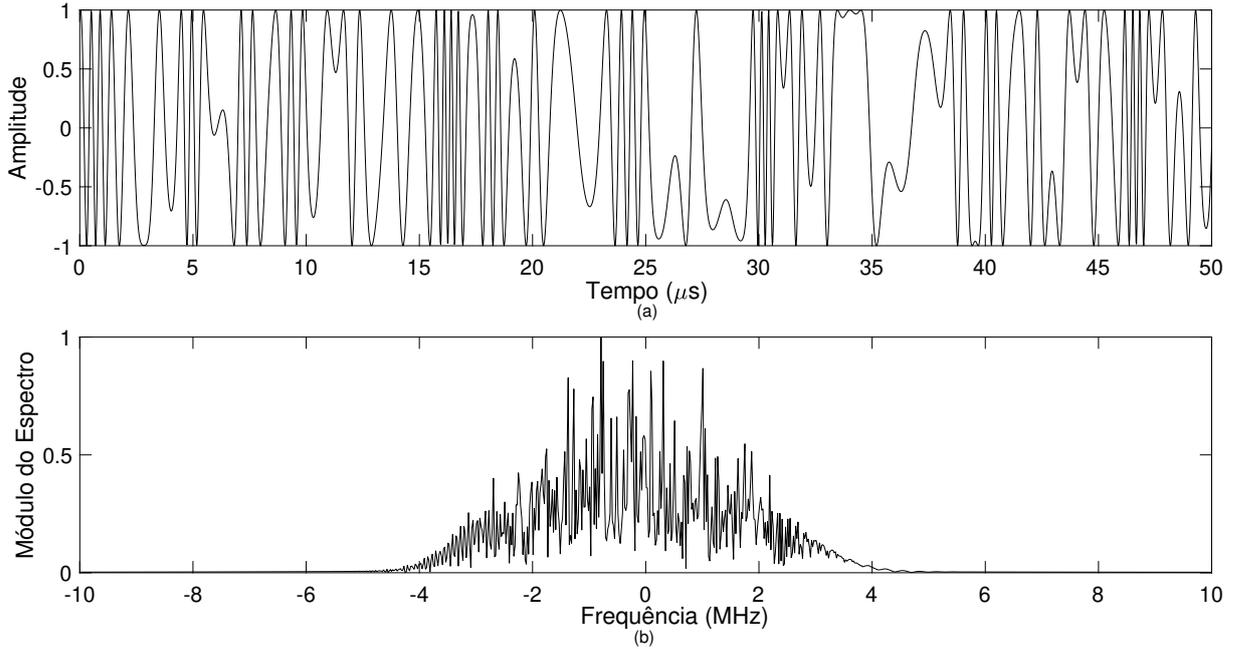
*Sense Stationary*), com potência unitária e densidade espectral de potência (PSD, do inglês *Power Spectral Density*) plana em uma faixa de frequência.

A PSD  $\Gamma_{\tilde{s}}(f)$  da envoltória complexa  $\tilde{s}(t)$ , com respeito à  $f_0$ , tem o formato de uma distribuição gaussiana quando a constante de modulação  $\mu_p$  for muito maior do que a largura de banda do sinal modulador  $l(t)$ . Satisfazendo essa necessidade de projeto, sua PSD é dada por [23]

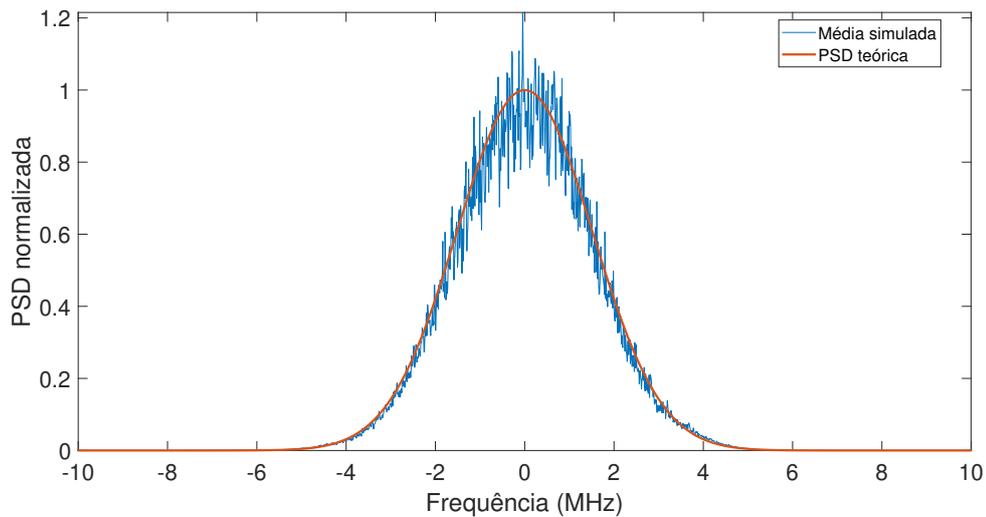
$$\Gamma_{\tilde{s}}(f) = \frac{\sqrt{2\pi}P}{\mu_p} \exp\left(-\frac{2\pi^2 f^2}{\mu_p^2}\right). \quad (2.17)$$

A componente real da envoltória complexa de uma função-amostra do sinal de transmissão FM Noise é apresentada na Figura 2.8(a), observe a aleatoriedade na modulação frequencial. A Figura 2.8(b) ilustra o módulo normalizado do espectro de frequências, enquanto a Figura 2.9, apresenta a PSD média de cem realizações independentes. Note que a média simulada se aproxima da descrição matemática definida pela Equação (2.17). Para tais ilustrações, foram considerados  $\tau_s = 50 \mu\text{s}$  e  $\beta_s = 5 \text{ MHz}$ .

É de importância destacar que, apesar da forma de onda FM Noise possuir uma RAF próxima a um *thumbtack* [23], foi mostrado em [24] que, mesmo aplicando tal forma de onda como sinal de transmissão radar, é possível detectar e estimar a distância de alvos com velocidade radial; existe, contudo, um aumento do custo computacional de processamento no receptor. A próxima seção apresenta outra forma de onda de transmissão que tem a capacidade de alcançar bom desempenho como sinal LPI/LPID e também no tocante à detecção de alvos com velocidade radial. Tal forma de onda é conhecida com “*Advanced Pulse Compression Noise Radar*” (APCN) [19–21].



**Figura 2.8** – Sinal de transmissão FM Noise: (a) Parte real da envoltória complexa; (b) Amplitude normalizada do espectro de frequências.



**Figura 2.9** – Densidade espectral de potência normalizada da envoltória complexa do sinal de transmissão FM Noise. Média simulada de 100 realizações independentes.

## 2.4 Modulação Linear em Frequência de um Radar de Ruído

Sinais de transmissão analógicos com modulação APCN são descritos por [19]

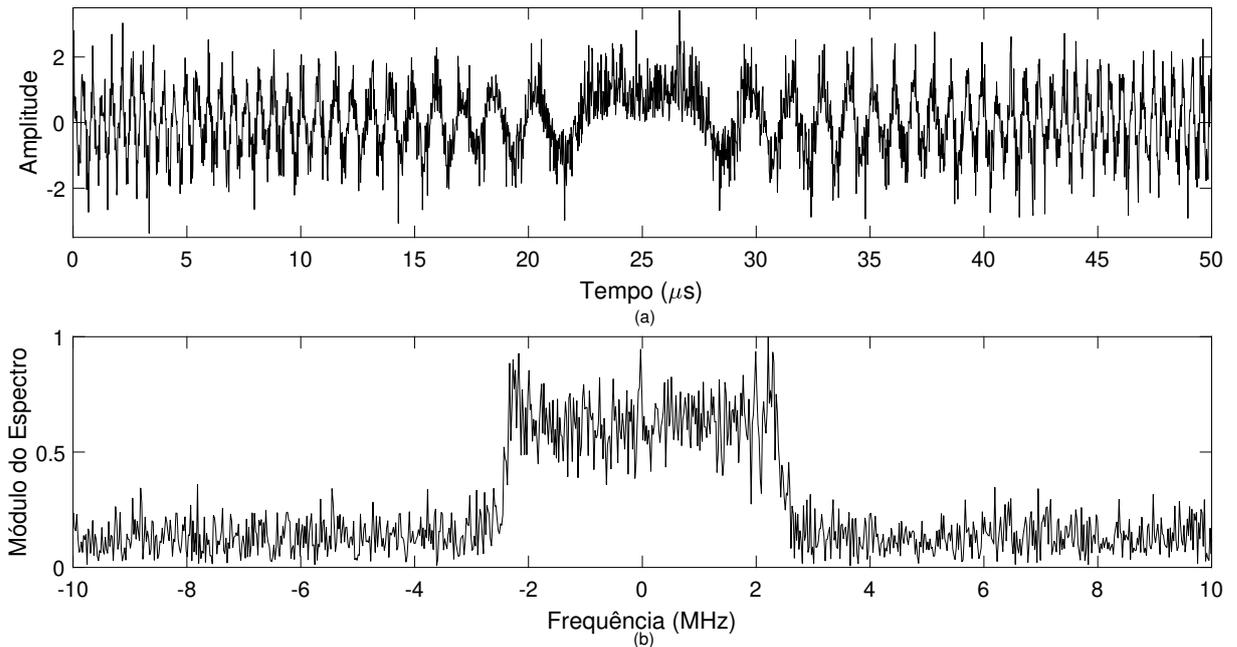
$$s^{RF}(t) = \sqrt{P} a(t) \cos(2\pi f_0 t + \kappa \phi(t) + \theta(t)); \quad 0 \leq t \leq \tau_s, \quad (2.18)$$

onde as amostras do processo estocástico  $a(t)$  são variáveis aleatórias com uma distribuição Rayleigh (parâmetro de escala  $\alpha$ ), enquanto  $\phi(t)$  possui amostras que são uniformemente distribuídas no intervalo  $(0, 2\pi]$ ;  $\theta(t)$  representa a fase determinística com modulação LFM. Por fim,  $0 \leq \kappa \leq 1$  é um fator de escala que altera a variância da aleatoriedade em

fase. Observe que a forma de onda APCN possui aleatoriedade tanto em fase quanto em amplitude.

A sua envoltória complexa com relação à frequência de operação pode ser escrita como  $\tilde{s}(t) = \tilde{s}_r(t) \tilde{s}_c(t)$ , onde  $\tilde{s}_r(t) = \sqrt{P} a(t) e^{j\kappa\phi(t)}$  é a componente aleatória, e  $\tilde{s}_c(t)$  é a envoltória complexa da componente determinística, com largura de banda  $\beta_{\tilde{s}_c}$ .

A partir de uma análise mais detalhada da Equação (2.18), com  $\kappa = 0$ ,  $\phi(t)$  é totalmente removido, ou seja, a forma de onda transmitida se reduz a apenas um *chirp* com uma amplitude aleatória. Assumindo  $\kappa = 1$ , o sinal de transmissão é reduzido a uma forma de onda puramente aleatória. A Figura 2.10(a) apresenta a componente real da envoltória complexa de uma função-amostra do sinal APCN, considerando aleatoriedade em amplitude ( $\alpha = 1$ ) e em fase ( $\kappa = 0,25$ ), nessa é possível notar uma semelhança com a variação linear em frequência, algo observado na Figura 2.5(a). Enquanto na Figura 2.5(b), o espectro de frequências é semelhante ao de um *chirp* com  $\beta_{\tilde{s}_c} = 5$  MHz. No entanto, o grau de aleatoriedade insere um *tradeoff* entre a largura de banda de projeto e a capacidade LPI/LPID dessa forma de onda, *tradeoff* este que analisamos em [31].



**Figura 2.10** – Sinal de transmissão APCN com  $\kappa = 0,25$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\tau_s = 50 \mu s$ , e  $\beta_{\tilde{s}_c} = 5$  MHz: (a) Parte real da envoltória complexa; (b) Amplitude normalizada do espectro de frequências.

#### 2.4.1 Desempenho quanto à capacidade de detecção radar

Com o intuito de analisar o desempenho da forma de onda APCN, é interessante observar o comportamento da sua RAF, assim como realizado com o sinal *chirp* e o sinal FM Noise. No entanto, poucos trabalhos na literatura abordaram a capacidade de detecção

radar, por meio de obtenção e análise da forma fechada geral de uma RAF APCN. A título de exemplo, pode-se mencionar que os autores em [19, 28, 32] investigaram, por simulações ou resultados experimentais, a sua performance, mas não derivaram sua RAF.

Assim, para derivar uma forma fechada geral, como realizado na Equação (2.15), temos [31]

$$E[\chi_{\tilde{s}}(\tau, f_D)] = E\left[a(t) a(t - \tau) e^{j\phi(t)} e^{-j\phi(t-\tau)}\right] \chi_{\tilde{s}_c}(\tau, f_D), \quad (2.19)$$

onde  $\chi_{\tilde{s}_c}(\tau, f_D)$  é dado pela Equação (2.12).

Assumindo que os processos estocásticos que caracterizam tanto a amplitude quanto a fase da componente aleatória  $\tilde{s}_r(t)$  são WSS e que suas funções-amostra são estatisticamente independentes umas das outras [30], é possível reescrever (2.19) como [31]

$$E[\chi_{\tilde{s}}(\tau, f_D)] = R_a(\tau) R_{e^{j\phi}}(\tau) \chi_{\tilde{s}_c}(\tau, f_D), \quad (2.20)$$

onde  $R_a(\tau)$  e  $R_{e^{j\phi}}(\tau)$  são as funções de autocorrelação dos processos estocásticos que caracterizam a amplitude e a fase, respectivamente.

Na tentativa de derivar a Equação (2.20), os autores em [33] consideraram apenas a componente aleatória em fase, e assumiram independência estatísticas entre as variáveis aleatórias  $e^{j\phi(t)}$  e  $e^{-j\phi(t-\tau)}$ . Todavia, assumir também aleatoriedade em amplitude possibilita obter a forma fechada geral, bem como avaliar sua performance em detecção e sua capacidade LPI/LPID [31].

A fim de validar o desenvolvimento teórico da RAF do APCN por meio de simulação, consideremos representações em tempo discreto  $\tilde{s}(n) = \tilde{s}(t)|_{t=nT}$ , onde  $n$  é o índice de tempo discreto e  $T = 1/f_s$ , com  $f_s$  sendo a frequência de amostragem. Assuma ainda que  $\tau = \bar{\tau}T$ , onde  $\bar{\tau}$  corresponde ao delay em tempo discreto (em número de amostras), e  $\tau_s = \bar{\tau}_s T$ .

É demonstrado no Apêndice A que a RAF de primeira ordem de uma forma de onda APCN é dada por

$$E[\chi_{\tilde{s}}(\bar{\tau}, f_D)] = R_{\tilde{s}_r}(\bar{\tau}) \chi_{\tilde{s}_c}(\bar{\tau}, f_D); \quad \bar{\tau} \leq |\bar{\tau}_s|, \quad (2.21)$$

com

$$\chi_{\tilde{s}_c}(\bar{\tau}, f_D) = \left(1 - \frac{|\bar{\tau}|}{\bar{\tau}_s}\right) \left| \frac{\sin\left[\pi\left(\frac{f_D}{f_s} + \frac{\mu}{f_s^2}\bar{\tau}\right)(\bar{\tau}_s - |\bar{\tau}|)\right]}{\pi\left(\frac{f_D}{f_s} + \frac{\mu}{f_s^2}\bar{\tau}\right)(\bar{\tau}_s - |\bar{\tau}|)}\right|; \quad \bar{\tau} \leq |\bar{\tau}_s|, \quad (2.22)$$

e

$$R_{\tilde{s}_r}(\bar{\tau}) = \alpha^2 \left(\frac{1 - \cos 2\kappa\pi}{4\kappa^2\pi}\right) + \left[2\alpha^2 - \alpha^2 \left(\frac{1 - \cos 2\kappa\pi}{4\kappa^2\pi}\right)\right] \delta(\bar{\tau}). \quad (2.23)$$

O impacto da Equação (2.23) na Equação (2.21) pode ser expresso como

$$R_{\tilde{s}_r}(\bar{\tau}) = \begin{cases} 2\alpha^2, & \text{se } \bar{\tau} = 0. \\ \alpha^2 \left(\frac{1 - \cos 2\kappa\pi}{4\kappa^2\pi}\right), & \text{se } \bar{\tau} \neq 0. \end{cases} \quad (2.24)$$

A Figura 2.11 apresenta, em dB, uma realização da sequência de autocorrelação da componente aleatória  $\tilde{s}_r(n)$ , considerando tanto aleatoriedade em amplitude quanto em fase. Nesta última é possível observar um pico em  $\bar{\tau} = 0$ , condizente com a Equação (2.24).

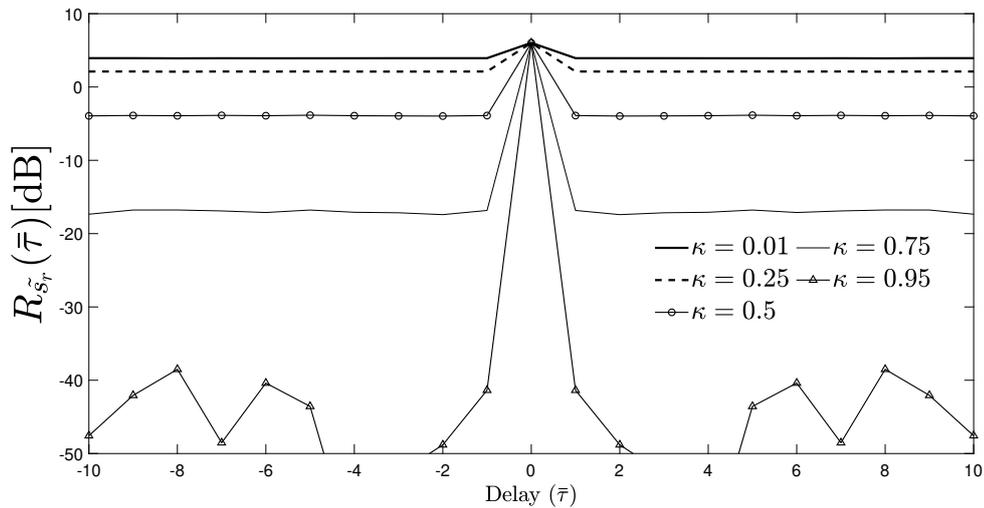
Uma inspeção mais detalhada da Equação (2.21) evidencia a presença de uma função “sinc” como resultado da saída da filtragem casada, cujo pico máximo ocorre em  $f_D/f_s + \mu \bar{\tau}/f_s^2 = 0$ . Esta função “sinc” é atenuada por um fator

$$L = H(1 - f_D/\beta_{s_c}), \text{ para } \bar{\tau} \neq 0, \quad (2.25)$$

com  $H = \alpha^2[1 - \cos(2\kappa\pi)]/4\kappa^2\pi$ , e amplificada por

$$A = 2\alpha^2, \text{ para } \bar{\tau} = 0. \quad (2.26)$$

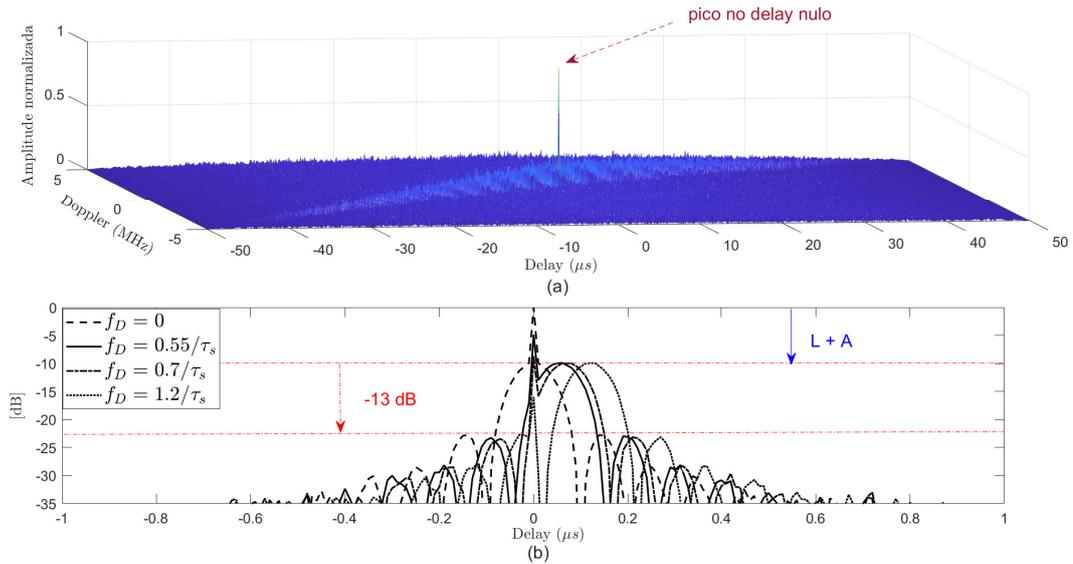
Adicionalmente, de modo análogo ao caso com modulação LFM, apresenta um erro de medição de distância na faixa de  $\epsilon_R = -cf_D \tau_s/2\beta_{s_c}$ , que pode ser eliminado.



**Figura 2.11** – Sequência de autocorrelação da componente aleatória da forma de onda APCN, considerando  $\alpha = 1$ , e diferentes valores de  $\kappa$ . O eixo de delay foi ampliado.

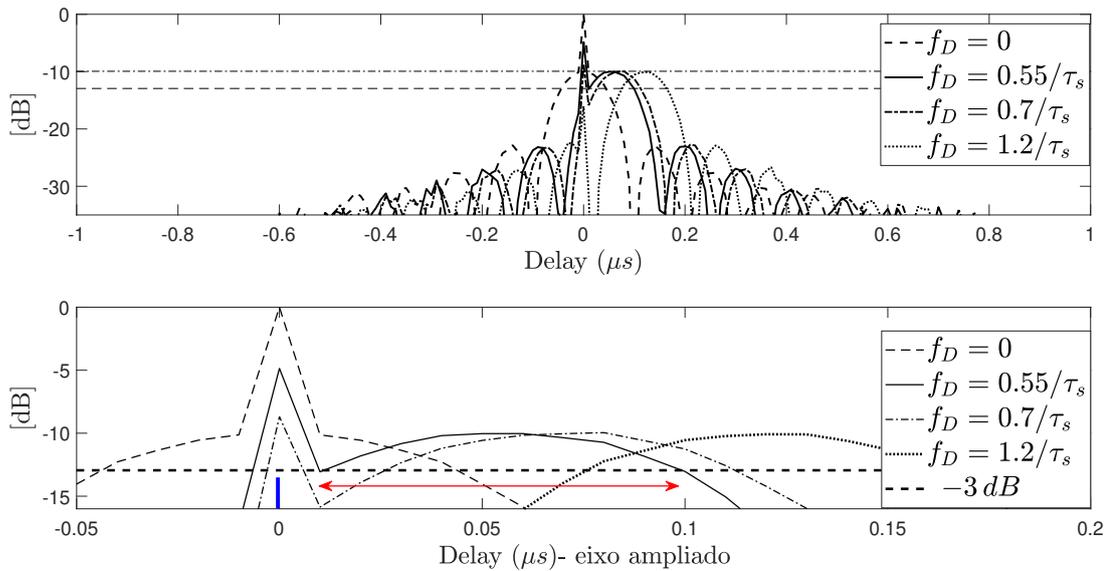
A Figura 2.12(a) apresenta a RAF 3D normalizada de uma forma de onda APCN ( $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ ), onde é possível observar o pico no delay nulo, conforme discutido anteriormente. A Figura 2.12(b) ilustra cortes de uma função ambiguidade normalizada para diferentes deslocamentos Doppler. Observe a atenuação do lóbulo principal das funções sinc, dado por  $L + A$ , para  $\bar{\tau} \neq 0$ . Além disso, observe que, como a atenuação é praticamente a mesma para todos os  $\bar{\tau} \neq 0$ , a PSL alcançada com a componente *chirp* é preservada, permanecendo próximo a 13 dB.

Contudo, é possível observar uma desvantagem relacionada às formas de onda APCN; algo que analisamos em [31]. O componente delta de Dirac na Equação (2.23) está sempre presente em  $\bar{\tau} = 0$ . Para alvos com velocidade radial baixa, como aplicações de



**Figura 2.12** – Função ambiguidade de pulso único com modulação APCN. (a) Módulo da função ambiguidade 3D; (b) cortes da função ambiguidade para diferentes deslocamentos Doppler, assumindo o eixo de tempo ampliado. Para simulação, foi utilizado  $f_s = 10$  MHz.

vigilância marítima ou terrestre, o pico devido a essa componente fica fora da resolução de 3 dB de largura do lóbulo principal da função “sinc”, mas ainda apresenta energia suficiente para definir outro alvo que não existe. Essa anomalia é ilustrada na Figura 2.13, onde a resolução de 3 dB do lóbulo principal é indicado pela seta dupla na cor vermelha e a anomalia e apresentada pelos picos centrados em  $\tau = 0$  (cor azul).



**Figura 2.13** – Cortes da função ambiguidade do APCN para diferentes deslocamentos Doppler, a fim de ilustrar a anomalia devido às componentes aleatórias.

Após o processo de detecção, a contribuição dessa componente aleatória pode levar a interpretações errôneas na detecção, como erro na estimação da distância radial ou

geração de alvos falsos. Em [31] apresentamos um método para eliminar essa anomalia e melhorar o desempenho no processo de detecção quando utilizando a forma de onda APCN.

## 2.5 Desempenho das formas de onda estocásticas quanto à capacidade LPI/LPID

Muitos trabalhos na literatura [7, 23, 34, 35] buscam definir métricas para avaliar adequadamente as características LPI/LPID de um sistema que usa forma de onda com modulação estocástica na transmissão. Apesar das diferentes abordagens, um senso comum dentro da comunidade é que as características acima mencionadas estão relacionadas ao seu grau de aleatoriedade.

Uma “ferramenta” para avaliar tal grau de aleatoriedade é o *Spectral Flatness Measure* (SFM). O SFM é definido como a razão entre a média geométrica e a média aritmética da PSD,  $\Gamma_{\bar{s}}(f)$ , da envoltória complexa do sinal  $s(t)$ , dado por [23]

$$SFM = \frac{\exp \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \ln \Gamma_{\bar{s}}(f) df \right]}{\int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{\bar{s}}(f) df}. \quad (2.27)$$

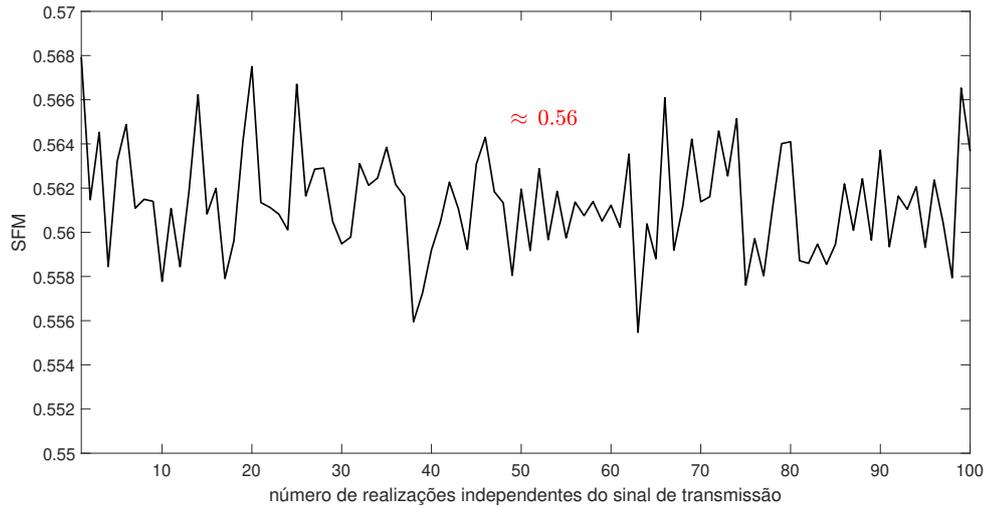
Valores de SFM próximos a 1 indicam um sinal aleatório, enquanto valores próximos a 0 evidenciam um sinal determinístico, como o caso de um sinal *chirp*. Ainda é essencial observar que SFM=1 só é alcançado em teoria, quando o valor esperado da PSD de um ruído gaussiano branco em todas as frequências é o mesmo; mas isso não é verdade para qualquer função-amostra do processo estocástico [36].

A Figura 2.14 apresenta o SFM de um sinal de ruído gaussiano branco. Observe que, para 100 realizações independentes desse, o SFM tem um valor próximo à 0,56, o maior grau de aleatoriedade alcançado [36]. Assim, sua capacidade LPI/LPID está na possibilidade de gerar diferentes funções-amostra a cada pulso transmitido bem como ser confundido com o ruído térmico nos receptores de GE menos sofisticados [23]. Como mencionado no Capítulo 1, definir tal capacidade necessariamente envolve a definição do receptor de GE correspondente.

Com relação ao sinal de transmissão APCN é demonstrado no Apêndice B que a forma fechada da PSD é dada por

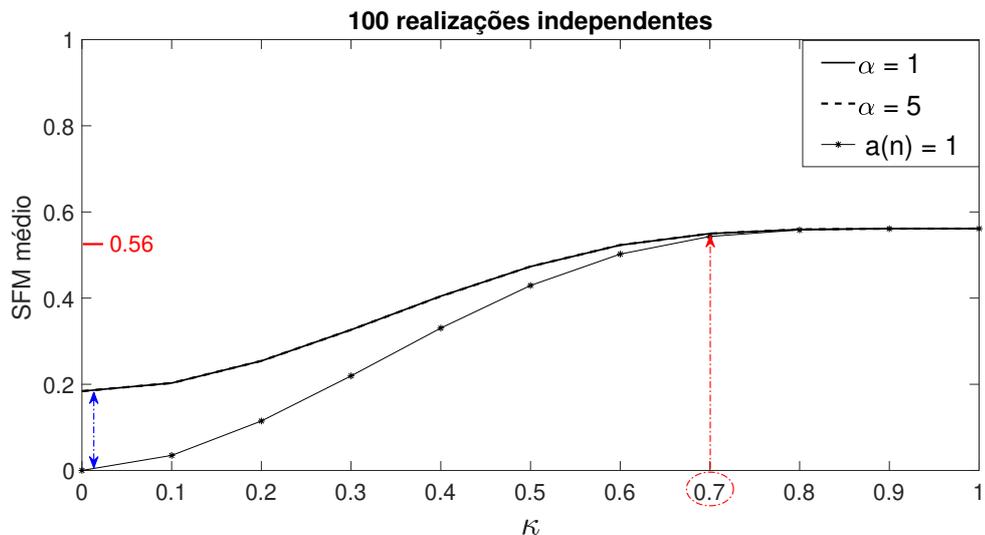
$$\Gamma_{\bar{s}}(\omega) = H \Gamma_{\bar{s}_c}(\omega) + (2\alpha^2 - H), \quad |\omega| \leq \pi, \quad (2.28)$$

onde  $\Gamma_{\bar{s}_c}(\omega)$  é a PSD de  $R_{\bar{s}_c}(\bar{\tau}) = \chi_{\bar{s}_c}(\bar{\tau}, 0)$ ,  $\omega$  é a frequência digital e  $H$ , como visto no Apêndice B, é dado por  $H = \alpha^2[1 - \cos(2\kappa\pi)]/4\kappa^2\pi$ .



**Figura 2.14** – SFM da forma de onda de ruído gaussiano branco, considerando 100 realizações independentes do sinal.

Conforme a Equação (2.28), a PSD depende, dentre outros fatores, do valor atribuído à variável  $\kappa$ , a qual mostramos em [31] que tem maior impacto na aleatoriedade do sinal de transmissão.



**Figura 2.15** – SFM da forma de onda APCN, como função de  $\kappa$ , considerando 100 realizações independentes do sinal.

A Figura 2.15 apresenta o SFM médio de um sinal APCN. Observe que, para 100 realizações independentes desse, considerando a amplitude determinística e constante  $a(n) = 1$ , o SFM inicia a partir de zero, e cresce gradativamente com o aumento de  $\kappa$ ; como observado em [34]. Contudo, quando  $a(n)$  também é caracterizado como um processo estocástico, o grau de aleatoriedade do sinal APCN aumenta, especialmente para valores de  $\kappa \leq 0,1$ , indicando um melhor desempenho LPI/LPID. Ainda, é possível observar que o SFM apresenta valor próximo à constante, em torno 0,56 para  $\kappa \geq 0,7$ , indicando o grau máximo de aleatoriedade que a forma de onda pode alcançar, maximizando assim,

sua característica LPI/LPID. Note, além disso, que para diferentes valores do parâmetro de escala  $\alpha$ , o comportamento do SFM permanece praticamente invariável [31].

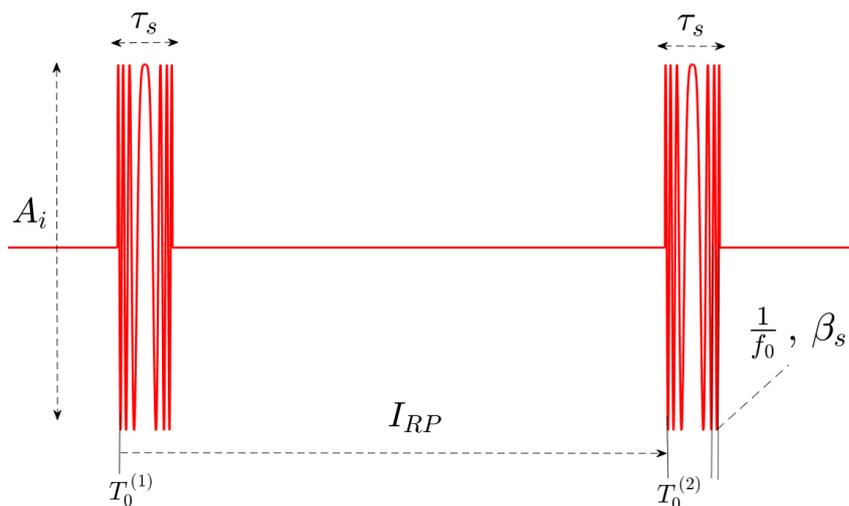
Em síntese, este capítulo apresentou o embasamento teórico que rege a modelagem de transmissão dos sinais radar de ruído: FM Noise e APCN. A análise de desempenho quanto à capacidade de detecção radar e capacidade LPI/LPID possibilitou verificar as nuances de cada forma de onda. O Capítulo 3 apresentará a modelagem de um sistema de MAGE quanto à interceptação e extração de parâmetros, com a finalidade de embasar o leitor quanto à teoria empregada nas diferentes análises tempo-frequência na interceptação de formas de ondas consideradas LPI/LPID na literatura. Ainda neste capítulo, será abordada a teoria quanto ao emprego de técnicas de extração de parâmetros.

### 3 MODELAGEM QUANTO À INTERCEPTAÇÃO E EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS

Este capítulo tem por finalidade apresentar os conceitos teóricos relativos às principais técnicas de análise tempo-frequência, amplamente empregadas na literatura, como uma “ferramenta” para a análise de sinais radar, etapa auxiliar para a abordagem de extração dos parâmetros intrapulso e interpulso deste trabalho. Na Seção 3.1, a modelagem de um receptor digital de um equipamento MAGE é apresentada desde a interceptação de um sinal até a sua conversão A/D. Em seguida, na Seção 3.2, são apresentadas as transformadas tempo-frequência e as peculiaridades de cada uma. Por fim, na Seção 3.3, são descritas algumas técnicas que serão utilizadas para a etapa de extração das características dos sinais.

#### 3.1 Modelagem de um receptor de um sistema MAGE

Um sistema de MAGE, para alcançar seu objetivo de identificação da fonte emissora, tem como uma de suas etapas de processamento do sinal a extração dos parâmetros intrapulso ( $\tau_s$ ,  $f_0$ ,  $\beta_s$ ) e interpulso de sinais radar, dentre os quais destacamos o intervalo de repetição de pulso ( $I_{RP}$  obtido por meio da estimação do tempo de chegada  $T_0$  entre pulsos sucessivos). Tais informações são inerentes à identidade do sinal enquanto a amplitude do sinal recebido  $A_i$  depende, entre outros fatores, da distância entre radar e MAGE. A Figura 3.1 ilustra os parâmetros almejados a serem medidos.



**Figura 3.1** – Parâmetros intrapulso e interpulso estimados por um equipamento de MAGE.

No espaço livre, a potência de um sinal radar interceptado por um equipamento de

MAGE é dada por [37]

$$P_I = \frac{P_t G_t G_i \lambda_0^2}{(4\pi)^2 R_I^2 L_T}, \quad (3.1)$$

onde  $P_t$  é a potência de pico de transmissão radar,  $G_t$  é o ganho de transmissão do sistema radar,  $G_i$  é o ganho de recepção do equipamento MAGE,  $\lambda_0$  é o comprimento da onda eletromagnética,  $R_I$  é a distância entre emissor radar e interceptador MAGE e  $L_T$  são as perdas totais: perda na linha de transmissão radar, perda por propagação atmosférica e perda na linha de recepção MAGE.

Normalmente, um sistema de MAGE possui um tempo de escuta maior que o intervalo de repetição de pulsos; portanto, pode realizar a estimação dos parâmetros com base em mais de um pulso interceptado. Assim, o sinal interceptado pode ser escrito como [38]

$$r^{RF}(t) = \sum_{i=1}^{N_p} A s_i^{RF}(t - T_0 - (i-1)I_{RP}), \quad (3.2)$$

onde  $s_i^{RF}(t)$  é o  $i$ -ésimo pulso de transmissão,  $A = \sqrt{P_I}$  considera ganhos e atenuações sofridos por este e  $N_p$  é o número de pulsos interceptados. Atualmente, segundo a literatura [39], é assumido que 6 pulsos são necessários para permitir a extração de parâmetros; mas, é provável que equipamentos de MAGE do futuro consigam usar menos pulsos por varredura radar. Assim, neste trabalho assumimos  $N_p = 2$ , número mínimo para extrair informações interpulso sem perda de generalidade.

O sinal recebido é encaminhado para a cadeia de RF do equipamento de MAGE e contaminado com o ruído térmico  $w(t)$ , o qual, conhecidamente, é gaussiano e plano na faixa de frequência do receptor (AWGN, do inglês *Additive White Gaussian Noise*). Sua potência é definida como

$$P_w = KT\beta_w F, \quad (3.3)$$

onde  $K$  é a constante de Boltzmann,  $T$  é a temperatura do sistema,  $\beta_w$  é a banda de ocupação do ruído no receptor e  $F$  é a figura de ruído do sistema.

Logo, o sinal real na saída do módulo RF é dado por

$$x(t) = r(t) + w(t) = \sum_{i=1}^{N_p} B s_i(t - T_0 - (i-1)I_{RP}) + w(t), \quad (3.4)$$

onde  $s_i(t)$  em radares de ruído, são funções-amostra do processo estocástico que caracteriza o sinal aleatório transmitido, considerados estatisticamente independentes das amostras do ruído térmico.  $B$  considera ganhos e atenuações introduzidos pela cadeia de RF, cascadeados aos ganhos e atenuações do sinal interceptado, considerados neste trabalho grandezas reais e invariantes no tempo.

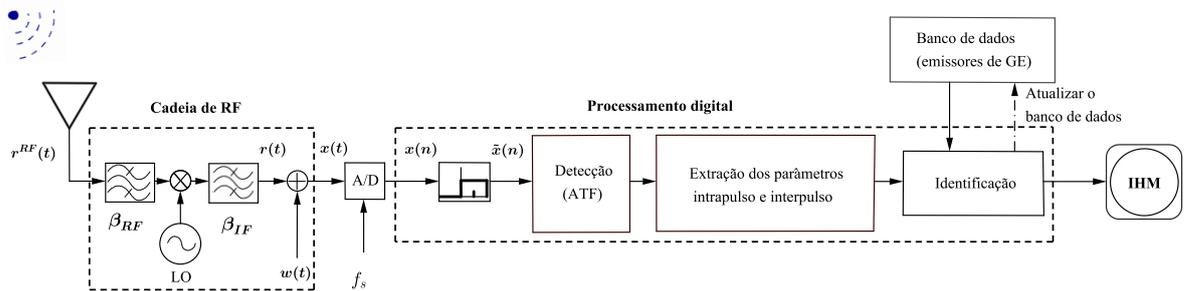
Para o processamento digital dos sinais, assumimos representações em tempo discreto  $x(n) = x(t)|_{t=nT}$ , onde  $n$  é o índice de tempo discreto e  $T = 1/f_s$ , com  $f_s$  sendo

a frequência de amostragem. Adicionalmente, a ATF sobre o sinal radar interceptado é realizada em sua versão analítica [1], isto é

$$\tilde{x}(n) = x(n) + j\mathcal{H}\{x(n)\}, \quad (3.5)$$

onde  $\mathcal{H}$  é a transformada de Hilbert. Desta forma  $\tilde{x}(n)$  possui espectro nulo para frequências negativas.

A Figura 3.2 ilustra o diagrama simplificado de um receptor digital (DRx) de um sistema de MAGE. Nesta figura, em suma, a cadeia de RF realiza um amplificação do sinal interceptado e converte a informação do sinal ora na faixa de frequência de GHz para MHz, a fim de ser possível fazer a conversão A/D com uma frequência de amostragem  $f_s$  na faixa de frequência de MHz. Já em tempo discreto, o processamento digital é efetuado com amostras complexas  $\tilde{x}(n)$ . O diagrama em blocos ilustra as etapas desde a recepção do sinal analógico até sua identificação e apresentação em uma Interface Homem-Máquina (IHM). Nesse diagrama, a etapa de desembaralhamento de pulsos [1] foi omitida, devido ao interesse de análise de apenas uma forma de onda interceptada, considerando o cenário apresentado na Figura 1.1.



**Figura 3.2** – Diagrama em blocos simplificado de um receptor superheterodino digital MAGE.

Ainda no diagrama em blocos da Figura 3.2, os parâmetros dos sinais radar interceptados são extraídos e correlacionados aos existentes em um grande banco de dados de emissores de GE (ou biblioteca eletrônica) contido no equipamento de MAGE. Nesse banco de dados, cada emissor (meios navais, aéreos ou terrestre) possui uma “impressão digital” dos seus diversos radares empregados, sendo então, possível, identificar a plataforma emissora [39], conforme ilustrado pela Figura 3.3. Caso não haja compatibilidade com nenhum modelo de radar existente na biblioteca eletrônica, é possível armazenar essa nova “impressão digital” radar para posterior análise visando a catalogação de um novo modelo.

Para que este objetivo final do equipamento de MAGE seja alcançado, é necessário ser realizada a etapa de detecção. Para os sinais radar aleatórios descritos nas Seção 2.3 e Seção 2.4, a detecção pode ser realizada via análise no tempo-frequência durante o processamento digital.

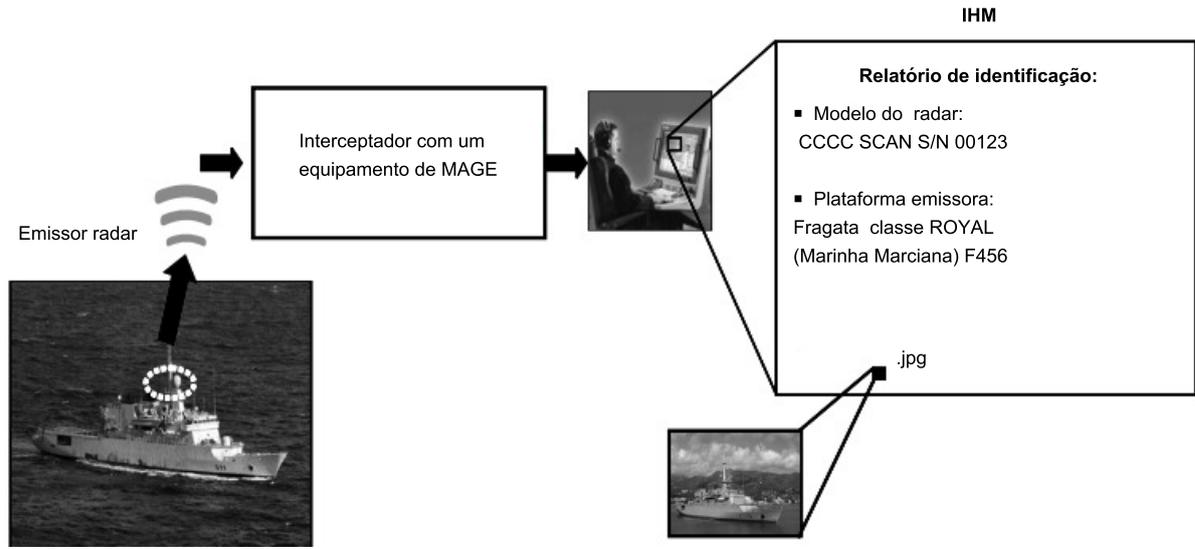


Figura 3.3 – Equipamento de MAGE identificando uma plataforma emissora.

## 3.2 Técnicas de Análise Tempo-Frequência

Em muitos ambientes de operação radar, a natureza de um sinal radar recebido exige o uso de alguma técnica de análise tempo-frequência, no qual informações de tempo e frequência são combinadas para caracterizar o comportamento não-estacionário desse sinal.

### 3.2.1 Transformada de Fourier de Tempo Curto

A transformada contínua de Fourier de tempo curto é definida como [40]

$$S_F(f, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) g(t - \tau) e^{-j2\pi ft} dt, \quad (3.6)$$

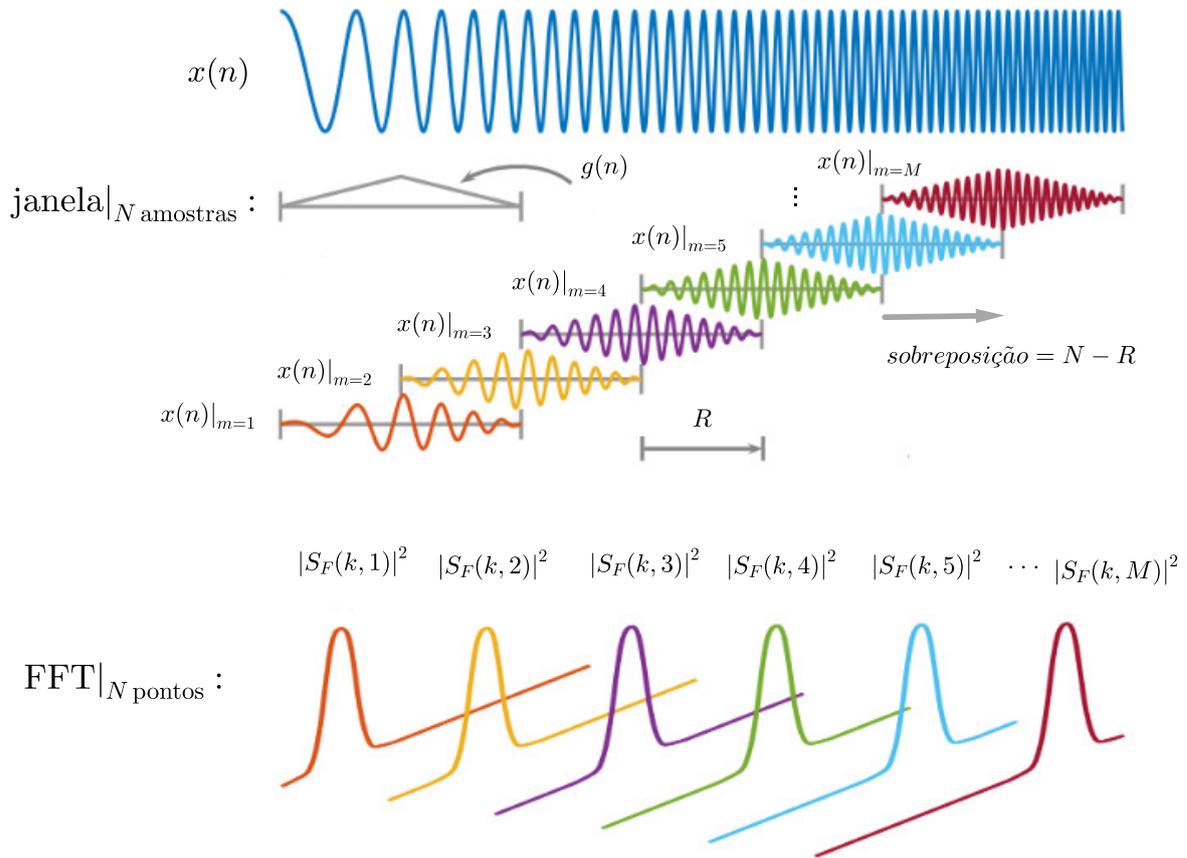
onde  $g(t)$  é uma janela que auxilia a obtenção do espectro de  $x(t)$  em torno do instante  $\tau$ .

No tempo discreto e no domínio da transformada discreta de Fourier (DTF, do inglês *Discrete Fourier Transform*),  $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j(\frac{2\pi k}{N})n}$ , definimos a STFT do sinal  $\tilde{x}(n)$  como [41]

$$S_F(k, m) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n + mR) g(n) e^{-j(\frac{2\pi k}{N})n}; \quad 0 \leq k \leq N - 1, \quad (3.7)$$

onde  $2\pi k/N$  é a  $k$ -ésima frequência discreta ( $\omega_k$ ),  $N$  é o número de pontos da FFT (implementação eficiente da DFT) assumido igual ao tamanho da janela,  $R$  é o tamanho do salto (existe neste caso uma superposição de  $N - R$  amostras), e  $g(n)$  é uma janela de tamanho  $N$  com amostras que começam em  $n=0$ , isto é,  $g(n)=0$  fora do intervalo  $0 \leq n \leq N - 1$ . Nesse trabalho, optou-se pelo uso da janela de Hamming, amplamente utilizada em sistemas de GE [1, 2, 25].

A Equação (3.7), pode ser interpretada fisicamente, como uma janela fixa e o sinal amostrado “saltando” de  $R$  amostras a cada FFT obtida da componente janelada. Há uma sobreposição de  $N - R$  amostras a cada processo. A Figura 3.4 ilustra essa explicação.

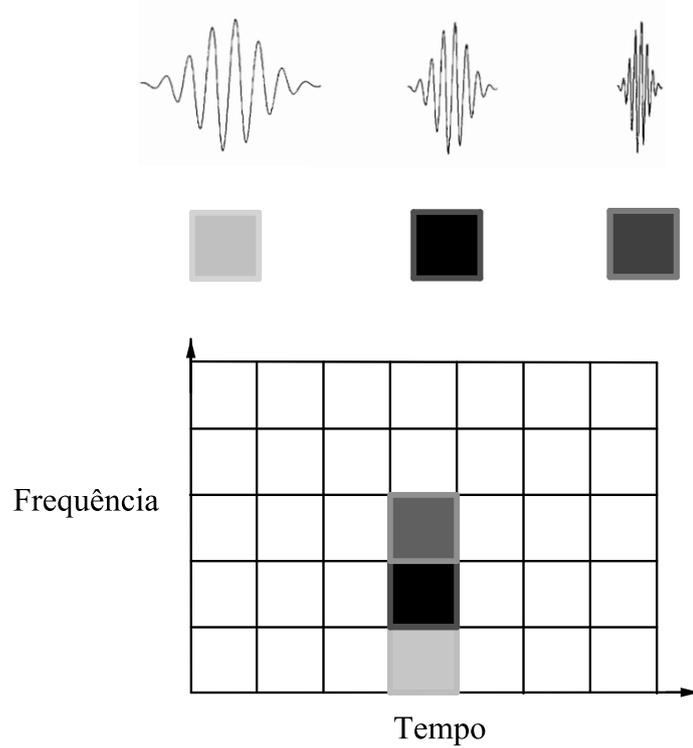


**Figura 3.4** – Esquema ilustrativo da decomposição de sinal utilizando a STFT. Adaptado de MATLAB® R2020b.

O comprimento  $N$  da janela  $g(n)$  introduz um *tradeoff* entre resolução no tempo e resolução na frequência, i.e., quanto menor o comprimento da janela, melhor é a resolução no tempo e pior a resolução na frequência e vice-versa. Então, a escolha da janela deve ser tal que as características espectrais da sequência sejam aproximadamente constantes durante sua duração. A Figura 3.5 ilustra três componentes frequenciais distintas de um sinal. Note que, como o tamanho da janela é fixa, a resolução em frequência será a mesma para todas as componentes.

Na maioria das aplicações da STFT, o interesse está na resposta em magnitude, sendo a exibição da magnitude quadrática  $|S_F(k, m)|^2$  usualmente referida como “espectrograma” [40].

A partir da implementação computacional da Equação (3.7) e tendo como referência a definição do espectrograma, obtém-se a matriz  $N \times M$  de distribuição tempo-frequência



**Figura 3.5** – Resolução no tempo-frequência da STFT para diferentes componentes frequenciais de um sinal.

dada por

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ |S_F(k, 1)|^2 & \cdots & |S_F(k, M)|^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

onde  $k$  é o  $k$ -ésimo ponto da amostragem em frequência,  $N$  é a quantidade de *bins* (frequências discretas), e  $M$  o total de segmentos no tempo “*tiles*”.

Para análises locais de sinais que variam no tempo, uma outra opção é a utilização de funções base “*wavelets*”, que oferecem a capacidade de multirresolução no diagrama tempo-frequência.

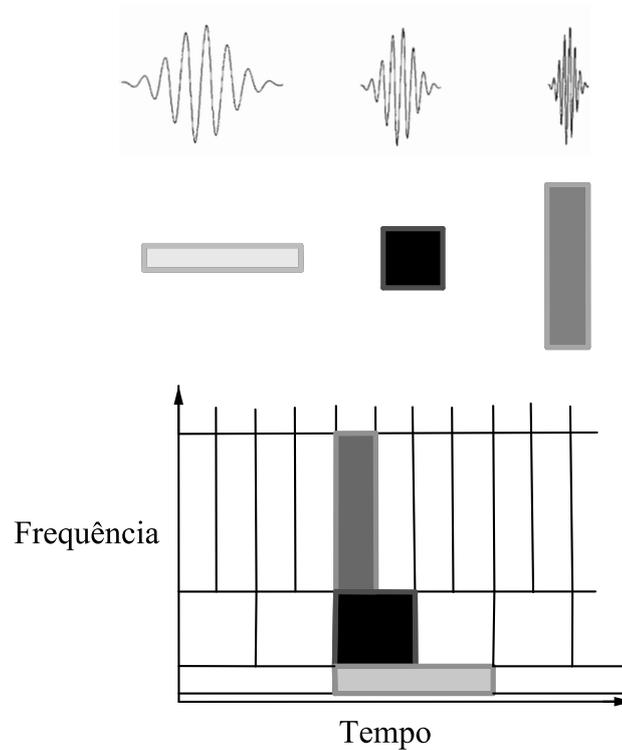
### 3.2.2 Wavelet Packet Transform

A transformada contínua de Wavelet (WT, do inglês *Wavelet Transform*) de um sinal  $x(t)$  é computada como [42]

$$S_W(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) h_{a,b}(t) dt, \quad (3.9)$$

onde  $h_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} h\left(\frac{t-b}{a}\right)$  é uma “wavelet mãe”, que translada de acordo com o deslocamento (salto)  $b$ , e  $a$  é o fator de escala, que estende ou comprime a wavelet. A WT divide o plano tempo-frequência em segmentos, onde a área de cada segmento representa

aproximadamente a energia contida na função (regiões retangulares na Figura 3.6). Essa resolução envolve um *tradeoff* diferente do que é utilizado na STFT. Em altas frequências, a WT tem uma resolução melhor no tempo (mais nítida), enquanto em baixas frequências a WT tem melhor resolução em frequência. O gráfico (Tempo × Frequência) na Figura 3.6 ilustra esse comportamento.



**Figura 3.6** – Resolução no tempo-frequência da transformada de Wavelet para diferentes componentes frequenciais de um sinal.

Ainda, a configuração ilustrada na Figura 3.6 gera sub-bandas de frequência com tamanhos diferentes, apresentando baixa resolução em frequência e não focando em resolver componentes de alta frequência.

Do ponto de vista de processamento de sinais, uma wavelet pode ser vista como um filtro passa banda [42]. Na análise de tempo-frequência, um filtro wavelet ocorre mais frequentemente em pares, sendo um filtro passa-baixa (LPF) e um filtro passa-alta (HPF), incluindo ainda um processo de *resample* relacionado com a largura de banda do filtro. Com o intuito de se obter um par de filtros que melhor se aproxime da segmentação perfeita entre tempo-frequência na decomposição do sinal, foi mostrado em [43, 44] que o par que minimiza a perda de energia entre a transição de sub-bandas é conhecido como “filtro sinc modificado”, sendo dado por [43, 45]

$$h_0(n) = \sqrt{\left(\frac{S}{2}\right)} \operatorname{sinc}\left(\frac{n+0.5}{C}\right) g(n) \quad \text{e} \quad h_1(n) = (-1)^n h_0(n), \quad (3.10)$$

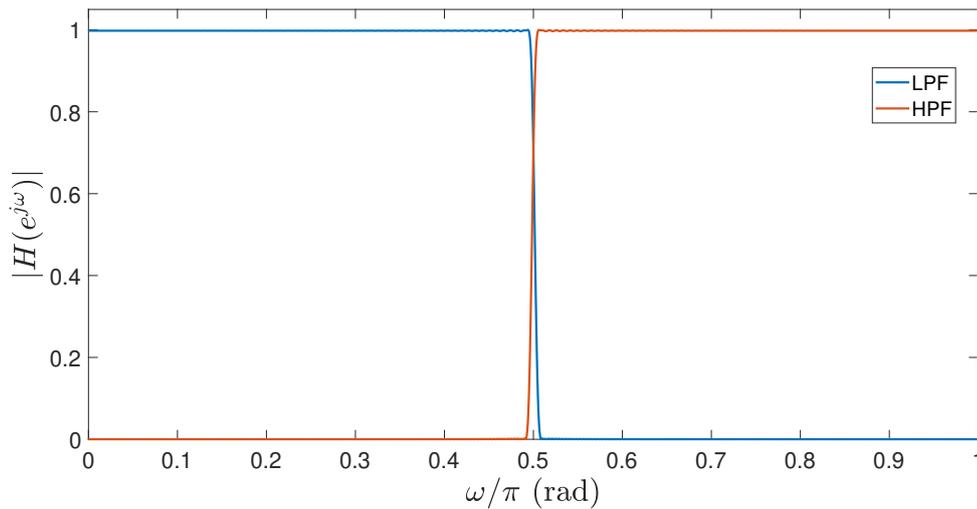
onde  $Q/2 \leq n \leq Q/2 - 1$ ,  $Q = 512$  é o número de coeficientes,  $C = 1.99375872328059$  é o

fator de compressão,  $S = 1.00618488680080$  é a variável de escala, e  $g(n)$  é uma janela de Hamming com o mesmo número de amostras de  $h_0(n)$ .

Observe ainda que a resposta em frequência de  $H_1(e^{j\omega})$  está relacionada com  $H_0(e^{j\omega})$  por

$$H_1(e^{j\omega}) = H_0(e^{j(\omega-\pi)}), \quad (3.11)$$

onde  $H_0(e^{j\omega})$  e  $H_1(e^{j\omega})$  são respectivamente LPF e HPF com  $\omega_{corte} = \pi/2$ . A Figura 3.7 apresenta o par de filtros implementados, de acordo com o detalhamento dos parâmetros.

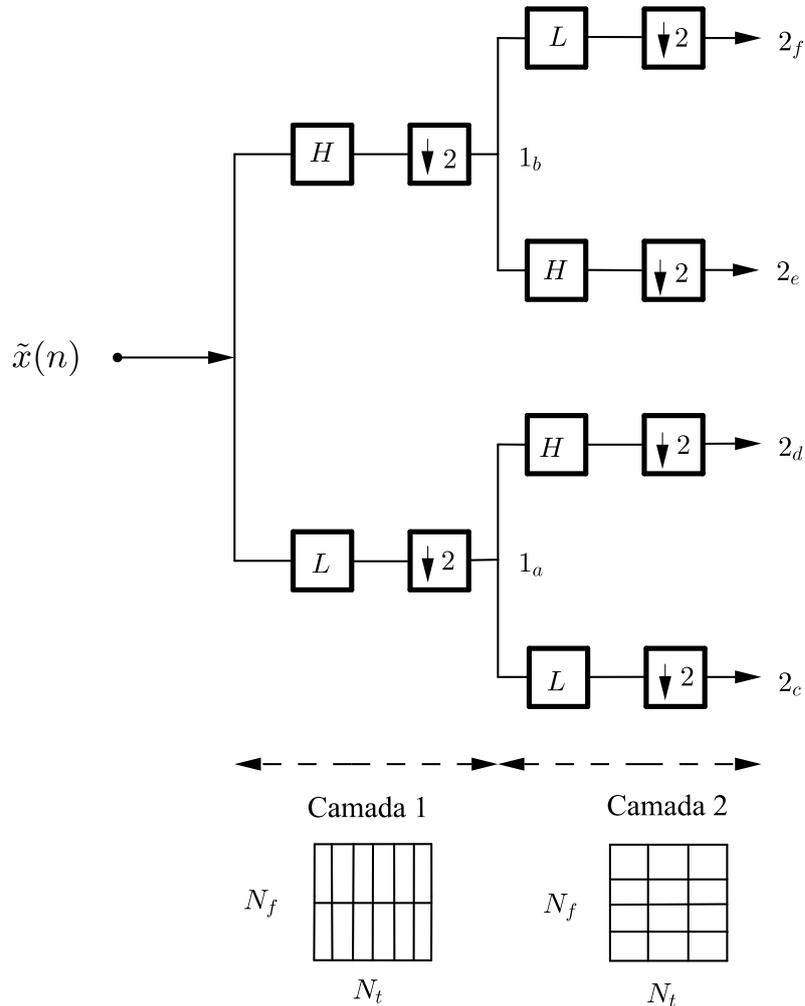


**Figura 3.7** – Resposta em frequência do par de filtros wavelet com  $\omega_{corte} = \pi/2$ .

A decomposição ortogonal wavelet de um sinal radar pode ser implementada utilizando um banco de filtros espelhados em quadratura tomando como base um par de filtros FIR (do inglês *Finite Impulse Response*) para dividir a energia do sinal de entrada em duas componentes ortogonais com relação à frequência. Arranjando o par de filtros em uma estrutura de árvore cheia, é possível decompor a forma de onda de tal forma que os segmentos tenham a mesma dimensão em cada camada, comumente conhecida como *Wavelet Packet Transform* (WPT) [42, 45]. Nesta estrutura, cada par de filtros divide o sinal de entrada em uma sub-banda de baixa frequência e uma de alta frequência, com uma faixa de transição centrada em  $\pi/2$ . Como, após a filtragem, cada sub-banda terá metade da banda de entrada, apenas metade das amostras são necessárias para satisfazer o critério de Nyquist; portanto, os sinais filtrados são decimados por um fator de 2.

A Figura 3.8 ilustra uma estrutura em árvore WPT, com duas camadas. Note que, diferentemente da decomposição wavelet ilustrada na Figura 3.6, as sub-bandas ( $2c$ ,  $2d$ ,  $2e$ , e  $2f$ ) da camada 2 tem o mesmo número de amostras; uma boa resolução frequencial de componentes de alta frequência também pode ser obtida. Nesta figura,  $N_f = 2^{(Camada)}$  é o número de *bins* na frequência e  $N_t = 2^{(L-Camada)}$ , é o número de segmentos “*tiles*” no tempo, sendo  $L$  o número total de camadas dado por  $(\log_2 N_s)$ , onde

$N_s$  é o número de amostras do sinal de entrada na estrutura. Observe, ainda, que o sinal de entrada deve ser potência de 2; caso contrário, ele deverá ser completado com zeros.



**Figura 3.8** – Decomposição *Wavelet Packet* com 2 camadas.

Na Figura 3.8, é importante salientar que, na segunda camada, o par de filtros LPF (L) e HPF (H) foi invertido de tal forma que o topo da estrutura em árvore será a sub-banda que conterà as amostras de mais alta frequência do sinal. De fato, considerando um sinal de entrada banda passante (componentes frequenciais em torno de uma frequência central distante de  $\omega = 0$ ), a subamostragem da saída do filtro L na primeira camada expande a banda de baixas frequência para  $|\omega| \leq \pi$ . Por outro lado, a subamostragem da saída do filtro H, desloca para baixo a banda de alta frequência e a expande para a faixa completa  $|\omega| \leq \pi$  [41]. Assim, a sub-banda resultante da saída do ramo H da primeira camada terá suas componentes de mais alta frequência no nível DC ( $\omega = 0$ ). Por fim, essa sub-banda deverá ser filtrada por um filtro L, para obter suas componentes de mais alta frequência no topo da estrutura. Repare que a menos da primeira camada, a sub-banda mais ao topo e também a mais inferior de uma camada qualquer, sempre serão obtidas com um filtro L.

A saída de cada camada  $l$  que se deseja analisar forma uma matriz com dimensão  $(2^l \times N_s/2^l)$ , cujos elementos são complexos. Assim, a matriz energia obtida a partir da decomposição, de modo similar à STFT é o módulo ao quadrado de cada elemento, ou seja

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ |S_W(k, 1)|^2 & \cdots & |S_W(k, M)|^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

onde  $k$  é o  $k$ -ésimo *bin* de frequência e  $M$  é o total de segmentos no tempo.

### 3.2.3 Distribuição de Wigner-Ville

Sabemos que a PSD indica como a energia de um sinal é distribuída no domínio da frequência. Enquanto a transformada de Fourier é uma função linear de  $\tilde{x}(t)$ , uma distribuição derivada da PSD é denominada como quadrática ou bilinear.

A distribuição contínua de Wigner-Ville (WVD) é uma transformada bilinear de um sinal de entrada  $\tilde{x}(t)$ , definida como [40]

$$\begin{aligned} W_x(f, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{\tilde{x}\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \tilde{x}^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)}_{\text{autocorrelação instantânea}} e^{-j2\pi f\tau} d\tau \\ &\triangleq \int_{-\infty}^{\infty} X\left(f + \frac{F}{2}\right) X^*\left(f - \frac{F}{2}\right) e^{-j2\pi Ft} dF. \end{aligned} \quad (3.13)$$

A Equação (3.13) implica que a WVD pode ser obtida tanto analisando o sinal no domínio do tempo quanto no seu espectro. Essa relação mostra a simetria da distribuição entre esses domínios.

Devido sua não-linearidade [40], a WVD de um sinal composto por diferentes tons de frequência apresenta em sua decomposição no plano tempo-frequência tons de frequência não existentes no sinal original, chamados de termos cruzados. A fim de um melhor entendimento, suponha que expressemos um sinal  $\tilde{x}(t)$  complexo como a soma de dois tons, dado por

$$\tilde{x}(t) = \tilde{x}_1(t) + \tilde{x}_2(t). \quad (3.14)$$

Substituindo a Equação (3.14) na Equação (3.13), temos

$$W_x(f, t) = W_{11}(f, t) + W_{22}(f, t) + \underbrace{W_{12}(f, t)}_{\text{complexo}} + \underbrace{W_{21}(f, t)}_{\text{complexo}}, \quad (3.15)$$

onde

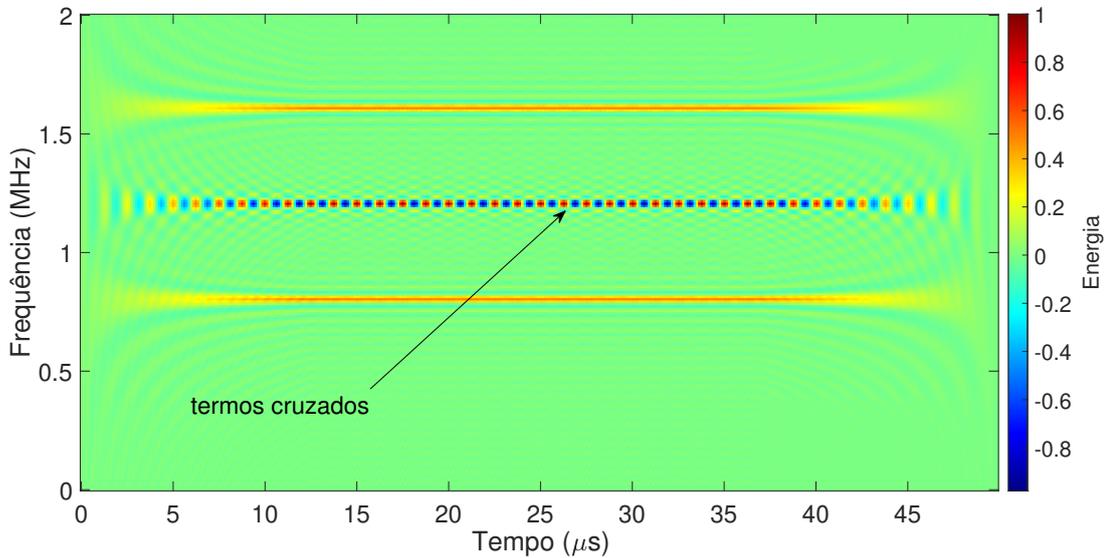
$$W_{12}(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} X_1\left(f + \frac{F}{2}\right) X_2^*\left(f - \frac{F}{2}\right) e^{-j2\pi Ft} dF, \quad (3.16)$$

é chamada de distribuição de Wigner-Ville cruzada e é complexa [40]. Entretanto,  $W_{21} = W_{12}^*$ , e portanto,  $W_{12}(f, t) + W_{21}(f, t)$  é real. Logo,

$$W_x(f, t) = W_{11}(f, t) + W_{22}(f, t) + 2\Re\{W_{12}(f, t)\}. \quad (3.17)$$

Observamos que a WVD da soma de dois sinais não é igual a soma da WVD de cada sinal, mas tem um termo adicional  $2\Re\{W_{12}(f, t)\}$ . Foi mostrado em [46] que esse termo apresenta um tom de frequência no meio do par componente do sinal  $\tilde{x}(t)$ , e sua magnitude pode ser duas vezes maior do que das componentes originais.

A Figura 3.9 apresenta a WVD para dois tons complexos de frequência de 1,6 MHz e 0,8 MHz, respectivamente, gerados com uma largura de pulso de  $\tau_s = 50 \mu s$ . Pode-se notar o surgimento de um tom na frequência de 1,2 MHz, devido ao termo cruzado.



**Figura 3.9** – WVD de dois tons de 1,6 MHz e 0,8 MHz.

É possível observar que, a partir da Equação (3.13), é necessário aplicar a transformada de Fourier no resultado da autocorrelação instantânea. Logo, para implementação computacional, a versão contínua da distribuição deve ser manipulada a fim de poder usar algoritmos FFT. É demonstrado no Apêndice C que a versão discreta da distribuição é dada por

$$W_x(k, m) = 2 \sum_{n=0}^{2N-1} f'_m(n) e^{-j\left(\frac{k\pi}{N}\right)n}, \quad (3.18)$$

onde  $k$  é o índice de frequência discreta,  $m$  é o índice de tempo discreto e  $N$  é o número de amostras do sinal limitado pela janela  $g(n)$ . A sequência “kernel”  $f'_m(n) = \tilde{x}(n+m) \tilde{x}^*(n-m) g(n) g(-n)$  é subdividida como

$$f'_m(n) = \begin{cases} f_m(n), & \text{se } 0 \leq n \leq N-1; \\ 0, & \text{se } n = N; \\ f_m(n-2N), & \text{se } N+1 \leq n \leq 2N-1. \end{cases} \quad (3.19)$$

A complexidade computacional do algoritmo é alta, da ordem de  $(N^2 \log_2 N)/m$  multiplicações. Note que esta é maior do que  $(N^2)/m$  multiplicações, enquanto a complexidade do algoritmo STFT é  $(N \log_2 N)/m$  multiplicações [29]. A escolha do número de amostras  $N$  afeta significativamente o custo computacional para a obtenção das componentes tempo-frequência, assim como a resolução no tempo e na frequência.

Somado a este fator, os termos cruzados são um problema inerente quanto se quer decompor um sinal com componentes multi-frequenciais.

Portanto, tendo em vista a análise de um número grande de amostras de um sinal  $\tilde{x}(n)$  interceptado devido ao tempo de escuta do receptor MAGE [1], a distribuição de WVD não se mostrou computacionalmente eficiente em relação às demais transformadas até aqui apresentadas.

### 3.3 Técnicas de Extração de Parâmetros

A partir do diagrama em blocos apresentado na Figura 3.2, a etapa seguinte à ATF é a extração de parâmetros. Na literatura, diversos trabalhos [3, 4, 16, 17] utilizaram as informações da matriz  $\mathbf{E}$  (Equação (3.8) ou (3.12)) e visualizaram o plano tempo-frequência como uma imagem 2D. Portanto, técnicas de processamento de imagem podem ser usadas na extração de parâmetros. Faz-se necessário, então, um embasamento teórico das principais “ferramentas” a serem empregadas.

#### 3.3.1 Operador Morfológico de fechamento binário

As definições aqui resumidas podem ser encontradas em [47]. A abordagem teórica desenvolvida é para o entendimento do operador morfológico de interesse no trabalho, sendo muito mais vasta a teoria de “Morfologia Matemática” aplicada ao processamento de imagem.

A morfologia matemática representa um ramo do processamento não-linear e permite processar imagens com objetivos de realce, segmentação, detecção de bordas, etc. A grande potencialidade da morfologia matemática reside na palavra *elemento estruturante*.

Elemento Estruturante (ES) é um conjunto completamente definido e conhecido (forma e tamanho) que é comparado, a partir de uma transformação, ao conjunto desconhecido da imagem. Na forma digital, o elemento estruturante  $\mathcal{B}$  é representado da seguinte forma

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{array}{ccc} \cdot & \bullet & \cdot \\ \cdot & (\bullet) & \cdot \\ \cdot & \bullet & \cdot \end{array} \right\}, \quad (3.20)$$

onde “( )” representa o ponto central (PC), “●” um pixel ativo e “.” um pixel inativo, quer dizer, que não interage com a imagem **I** a qual tem sua representação na forma digital como

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

onde “●” representa os pixels relevantes e “.” representa o fundo da imagem ou pixels irrelevantes.

Qualquer operador pode ser decomposto a partir de quatro classes fundamentais de operador, chamados de operadores elementares, que são a erosão, a dilatação, a abertura e o fechamento. A operação morfológica binária a ser utilizada neste trabalho é denominada fechamento binário, sendo uma combinação de dois desses operadores básicos.

O fechamento binário é um novo conjunto processado pelo ES e é uma operação de dilatação seguida de uma operação de erosão. Tal processo é denominado como conjunto fechado por  $\mathcal{B}$ . Assim, faz-se mister definir os operadores morfológicos de erosão e dilatação.

A erosão **ero** de uma imagem **I** pelo elemento estruturante  $\mathcal{B}$  é definida da seguinte maneira:

$$\mathbf{ero}^{\mathcal{B}}(\mathbf{I}) = \mathbf{I} \mathbf{ero} \mathcal{B}. \quad (3.22)$$

Segundo a Equação (3.22),  $\mathcal{B}$  deve deslizar sobre **I**.  $\mathcal{B}_i$ , que corresponde a  $\mathcal{B}$  centrado no pixel  $i$  de **I**, deve equiparar-se com a vizinhança de  $i$ , isto é, todos os pixels ativos de  $\mathcal{B}_i$  devem coincidir com os pixels relevantes “●” de **I** na vizinhança de  $i$ . Caso esta condição seja verificada, o ponto da imagem erodida resultante correspondente ao PC de  $\mathcal{B}_i$  será um pixel relevante. Caso contrário, será marcado como irrelevante. A fim de ilustrar visualmente, a erosão de **I** (representado na Equação (3.21)) por  $\mathcal{B}$  descrito pela Equação (3.20), observemos a análise do pixel  $i$  de **I**, apontado como “[ ]”:

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & [\bullet] & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \mathbf{ero} \left\{ \begin{array}{ccc} \cdot & \bullet & \cdot \\ \cdot & (\bullet) & \cdot \\ \cdot & \bullet & \cdot \end{array} \right\} = \left[ \left\{ \begin{array}{ccc} \cdot & \bullet & \cdot \\ \cdot & (\bullet) & \cdot \\ \cdot & \bullet & \cdot \end{array} \right\} \right] = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & [\cdot] & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Observe na Equação (3.23) que o pixel relevante “[●]” tornou-se um pixel irrelevante “[·]”, pois nem todos os pixels ativos “●” de  $\mathcal{B}$  coincidiram com os relevantes de **I**. Essa

operação é realizada continuamente e como resultado final, temos:

$$\mathbf{ero}^{\mathcal{B}}(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

O dual da operação morfológica binária de erosão é a dilatação  $\mathbf{dil}^{\mathcal{B}}$  binária. Esta é definida como

$$\mathbf{dil}^{\mathcal{B}}(\mathbf{I}) = \mathbf{I} \mathbf{dil} \mathcal{B}. \quad (3.25)$$

Na Equação (3.25),  $\mathcal{B}$  deve deslizar sobre  $\mathbf{I}$ . O significado é que  $\mathcal{B}_i$ , posicionado e centrado em cada pixel de  $i$  de  $\mathbf{I}$ , verifica uma possível interseção com a vizinhança de  $i$ . Caso seja verdadeiro, o ponto central na imagem resultado será um pixel relevante “•”. Caso contrário, ele será marcado como irrelevante “.”. Por exemplo, sejam o conjunto imagem  $\mathbf{I}$  e o elemento estruturante  $\mathbf{B}$  ilustrados como

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \bullet & \cdot & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \cdot & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathcal{B} = \left\{ \begin{array}{c} \cdot \\ (\bullet) \\ \bullet \end{array} \right\}. \quad (3.26)$$

Com intuito de ilustrar o processo, tomemos na Equação (3.27) o “[.]” o pixel  $i$  da imagem  $\mathbf{I}$ . Quando  $\mathcal{B}_i$  estiver centrado neste, observamos que ao menos um pixel relevante da imagem coincide com um pixel ativo do elemento estruturante; portanto, o pixel  $i$  antes irrelevante “[.]” se tornará pixel relevante “[•]”.

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & [.] & \bullet & \cdot & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \cdot & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \mathbf{dil} \left\{ \begin{array}{c} \cdot \\ (\bullet) \\ \bullet \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \cdot \\ (\bullet) \\ \bullet \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{c} \cdot \\ (\bullet) \\ \bullet \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{c} \cdot \\ (\bullet) \\ \bullet \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{c} \cdot \\ (\bullet) \\ \bullet \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{c} \cdot \\ (\bullet) \\ \bullet \end{array} \right\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & [•] & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \cdot & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Após o processo ser realizado continuamente, o resultado da dilatação de  $\mathbf{I}$  por  $\mathbf{B}$  será:

$$\mathbf{dil}^{\mathcal{B}}(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \bullet & \cdot & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \bullet & \bullet & \cdot \\ \cdot & \bullet & \cdot & \bullet & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$



Podemos constatar que o fechamento por um elemento estruturante preenche os buracos internos. Ressaltando-se que o conjunto final guarda o mesmo tamanho que o conjunto inicial. Tal propriedade é importante na etapa de extração de parâmetros, pois não se quer alterar a estrutura espacial externa da matriz  $\mathbf{E}$  quando projetada no plano 2D, ao ser tratada como uma imagem.

Como pôde ser visto até o momento, o princípio básico da morfologia matemática consiste numa operação entre o conjunto em teste e o elemento estruturante conhecido. O ponto crucial consiste em escolher o elemento estruturante adequado para o resultado desejado [4]. Neste trabalho, o elemento estruturante escolhido foi do tipo de segmento de reta ilustrado como

$$\mathcal{B}_l = \left\{ \begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \\ \bullet & (\bullet) & \bullet \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \right\}. \quad (3.33)$$

Além da forma, o tamanho do elemento estruturante, ou seja, dos seus pixels ativos “•” é um ponto importante a definir, pois ele deve satisfazer a operação de fechamento, mas não tão grande para desperdiçar esforço computacional do algoritmo, quando já se obteve o fechamento almejado. Semelhante ao procedimento realizado em [4], este trabalho irá definir o tamanho ideal do elemento estruturante.

### 3.3.2 Transformada de Hough

A transformada de Hough é um método para detectar formas geométricas, tais como retas em uma imagem binária [48]. Qualquer pixel preto em uma imagem tem infinitas retas que poderiam passar por esse, uma para cada inclinação possível. Cada uma delas pode ser representada por

$$y = ax + b, \quad (3.34)$$

onde as coordenadas do pixel envolvido são  $(x, y)$ , o coeficiente angular é  $a$ , e a intersecção da linha com o eixo  $y$  ocorre em  $y = b$ . Agora, se a Equação (3.34) é interpretada diferentemente, de modo que  $x$  e  $y$  são constantes e  $a$  e  $b$  são as coordenadas, a equação pode ser reorganizada como

$$b = -xa + y, \quad (3.35)$$

que é a equação da reta no espaço  $(a, b)$ . Logo, um simples ponto no espaço de imagem  $(x, y)$ , corresponde a uma linha reta nas coordenadas  $(a, b)$ .

Cada pixel (ponto) na imagem corresponde a uma família de retas no espaço  $(a, b)$ . Esse espaço é conhecido como de Hough.

Entretanto, a modelagem na Equação (3.35) é incapaz de fazer o mapeamento de retas verticais na imagem uma vez que, como  $a = dy/dx$ , a inclinação torna-se infinita. Há outra forma de representar a equação da reta no espaço de Hough que não tem esse

problema, a “forma normal” dada por [49]

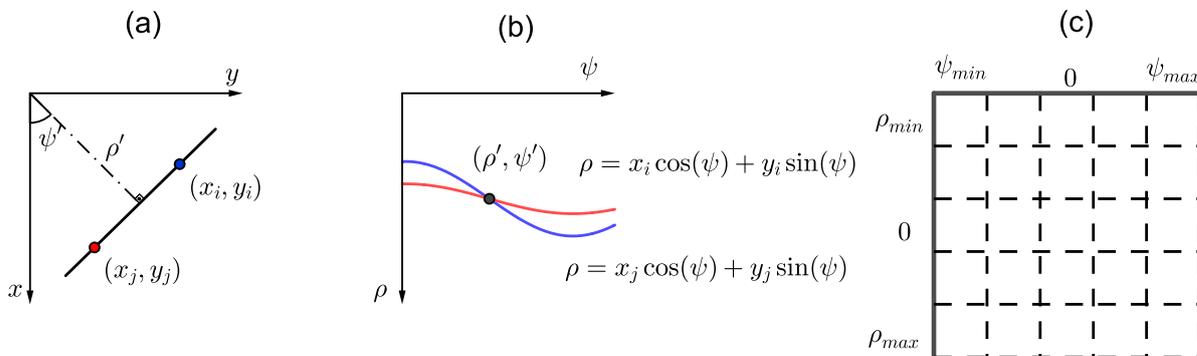
$$\rho = x \cos(\psi) + y \sin(\psi), \tag{3.36}$$

onde  $\rho$  é a distância da reta à origem do sistema cartesiano e  $\psi$  é o ângulo entre o eixo  $x$  e o segmento perpendicular à reta.

Ainda, conforme a Equação (3.36), têm-se as seguintes propriedades [4]:

- Um ponto no espaço da imagem corresponde a uma senoide no espaço de Hough;
- Um ponto no espaço de Hough corresponde a uma reta no espaço da imagem;
- Pontos pertencentes a uma mesma reta no espaço da imagem correspondem a curvas com o mesmo ponto em comum no espaço de Hough; e
- Pontos pertencentes a uma mesma curva no espaço de Hough correspondem a retas que passam por um mesmo ponto em comum no espaço de imagem.

A Figura 3.10 ilustra a estimação de uma reta no espaço da imagem “(a)” a partir do espaço de Hough “(b)”, sendo os parâmetros  $\psi'$  e  $\rho'$  obtidos pela interseção das duas senoídes. Além disso, em “(c)”, é possível observar o Arranjo Acumulador  $A(\rho, \psi)$  que será essencial para o entendimento do algoritmo a seguir.



**Figura 3.10** – Representação de uma reta: (a) Espaço da imagem, (b) Espaço de Hough; e (c) Representação do arranjo acumulador.

Com base nas propriedades descritas, o algoritmo da transformada de Hough é definido nos seguintes passos:

1. Quantizar o espaço de Hough,  $(\rho, \psi)$ , apropriadamente e definir  $A(\rho, \psi)$ , inicialmente zerado. Na quantização deste espaço tem-se  $\psi_{min} \leq \psi \leq \psi_{max}$ , com  $\psi$  variando em passos  $\Delta\psi$ , e  $\rho_{min} \leq \rho \leq \rho_{max}$ , com  $\rho$  variando em passos de  $\Delta\rho$ .
2. Para cada ponto,  $(x_i, y_i)$ , no espaço de imagem  $(x, y)$ , incrementar as células de  $A(\rho, \psi)$  que satisfaçam a Equação (3.36).

3. Inspeccionar  $A(\rho, \psi)$ . As células com valores mais altos correspondem a pontos colineares no espaço de imagem. Cada célula, definida por um par  $(\rho', \psi')$ , define uma reta no espaço de imagem, tal como  $\rho' = x \cos(\psi') + y \sin(\psi')$ .

O arranjo acumulador, obtido a partir dos dois primeiros passos do algoritmo apresentado, pode ser interpretado como um histograma  $[\mathbf{H}; \boldsymbol{\psi}; \boldsymbol{\rho}]$ , em que  $\mathbf{H}$  é a matriz de amplitudes do histograma. Seus elementos correspondem à quantidade de incrementos efetuados em cada célula do espaço de Hough quantizados no segundo passo do algoritmo,  $\boldsymbol{\psi}$  é o vetor de coeficientes angulares e  $\boldsymbol{\rho}$  é o vetor de distâncias, definidos conforme a quantização do espaço de Hough no primeiro passo do algoritmo. Uma vez obtido o histograma,  $[\mathbf{H}; \boldsymbol{\psi}; \boldsymbol{\rho}]$ , é necessário um procedimento para a obtenção de seus picos, que estão associados às retas presentes no espaço da imagem de acordo com o terceiro passo do algoritmo.

### 3.3.3 Integração não-coerente dos pulsos interceptados

Para sistemas de MAGE, a utilização da técnica de filtragem casada não é prática. Primeiro, a forma de onda de interesse não é exatamente conhecida, e segundo, o receptor tenta preservar as características de tempo, amplitude e frequência do sinal para que ele possa ter seus parâmetros extraídos e, por fim, identificado. Neste caso, o receptor pode consistir em um detector de envoltória seguido por um integrador não-coerente dos pulsos (análise do módulo do sinal interceptado).

Desta forma, várias amostras da envoltória de um sinal de radar interceptado podem ser adicionadas para aumentar a sensibilidade no processo de detecção. O desempenho de uma integração não-coerente é matematicamente difícil de ser determinada de forma exata [37]; todavia, existem aproximações convenientes utilizadas na literatura. Em sistemas que utilizam integração coerente, o ganho de integração é proporcional ao número de pulsos  $N_p$ , em dB,  $10 \log_{10}(N_p)$ . Esse ganho é reduzido no caso de uma integração não-coerente para aproximadamente  $5 \log_{10}(N_p) + 5,5$  dB. Por exemplo, para  $N_p = 100$  a SNR em uma integração coerente é  $10 \log_{10}(100) = 20$  dB maior que a SNR de entrada no receptor, enquanto em uma integração não-coerente a SNR de saída é aproximadamente  $5 \log_{10}(100) + 5,5 = 15,5$  dB maior do que a SNR de entrada.

Portanto, a perda de ganho de integração não-coerente da forma de onda interceptada é [37]

$$\text{Perda}_{(\text{MAGE})|_{\text{dB}}} \cong 10 \log_{10}(N_p) - (5 \log(N_p) + 5,5) = 5 \log_{10}(N_p) - 5,5. \quad (3.37)$$

Considere, agora, a etapa de detecção conforme a Figura 3.2. Devido à natureza aleatória do ruído térmico, utilizam-se ferramentas estatísticas para uma melhor análise do desempenho do detector tanto quanto uma forma de onda determinística é empregada

na transmissão ou quando uma forma de onda aleatória é utilizada. Uma das abordagens mais empregadas em problemas deste tipo é o teste de hipóteses [27].

Seja o vetor de observação complexo:  $\tilde{\mathbf{x}} = [x_0 \ x_1 \ \cdots \ x_{(N_s-1)}]^T$ , assumindo  $N_s$  amostras do sinal interceptado, conforme a Figura 3.2. As hipóteses  $H_0$  e  $H_1$  são descritas como [25]

$$\begin{aligned} H_0 &: \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{w}}; \\ H_1 &: \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{r}} + \tilde{\mathbf{w}}, \end{aligned} \tag{3.38}$$

onde  $\tilde{\mathbf{r}}$  é o vetor complexo do sinal de interesse interceptado e  $\tilde{\mathbf{w}}$  é o vetor complexo que caracteriza o ruído térmico.

Cada hipótese possui uma descrição probabilística associada às quais são aplicadas juntamente com um critério de decisão, caracterizando o processo de detecção. Na maioria dos sistemas de comunicação onde os erros são assumidos de igual importância e as probabilidades a priori são conhecidas, emprega-se o critério de menor probabilidade de erro na detecção. Todavia, em sistemas de GE, tanto as probabilidades a priori quanto o custo de cada tipo de erro são difíceis de serem determinados. Sendo assim, o critério de Neyman-Pearson, o qual não envolve tais variáveis e objetiva maximizar a probabilidade de detecção para uma dada probabilidade de falso alarme, com base no estabelecimento de um limiar, é comumente utilizado [27].

Com base na teoria apresentada e devido à característica inerente de um sistema de MAGE, o processo de detecção será baseado no estabelecimento de limiares.

Em resumo, foram apresentados neste capítulo os conceitos teóricos relativos às principais transformadas tempo-frequência empregadas para análise de sinais radar considerados LPI na literatura: STFT, WPT e distribuição de Wigner-Ville. Foram abordadas as peculiaridades de cada uma. Outrossim, o capítulo apresentou as técnicas de pré-processamento do sinal radar detectado a fim de possibilitar a extração acurada de suas características: operação morfológica de fechamento binário, transformada de Hough e integração não-coerente dos pulsos interceptados. O Capítulo 4 irá descrever duas metodologias para extração das informações radar. Uma dessas já empregada na literatura para análise de sinais radar determinísticos, mas aqui adaptada para sinais radar estocásticos, enquanto a outra foi aqui desenvolvida baseada na teoria de integração não-coerente dos pulsos.

## 4 METODOLOGIAS

Este capítulo visa descrever dois métodos de extração automática de parâmetros, aqui designados como A e B, definidos como:

- Método A: Adaptado da literatura para sinais radar estocásticos, caracteriza-se por uma técnica fundamentada no processamento da imagem formada pela decomposição T-F por meio das transformadas mencionadas na Seção 3.2.
- Método B: Aqui proposto, baseia-se no conceito da integração não-coerente do sinal interceptado apresentado na Subseção 3.3.3.

Na avaliação de ambos métodos, aos sinais simulados são somadas ruído térmico do sistema de MAGE.

Com o intuito de ampliar a discussão do trabalho, o cenário sintetizado teve como base a Figura 3.2 e foi desenvolvido utilizando-se o *software* MATLAB®, versão 9.9.0.1592791 (R2020b) *Update* 5. A Tabela 4.1, apresenta os parâmetros utilizados nas simulações.

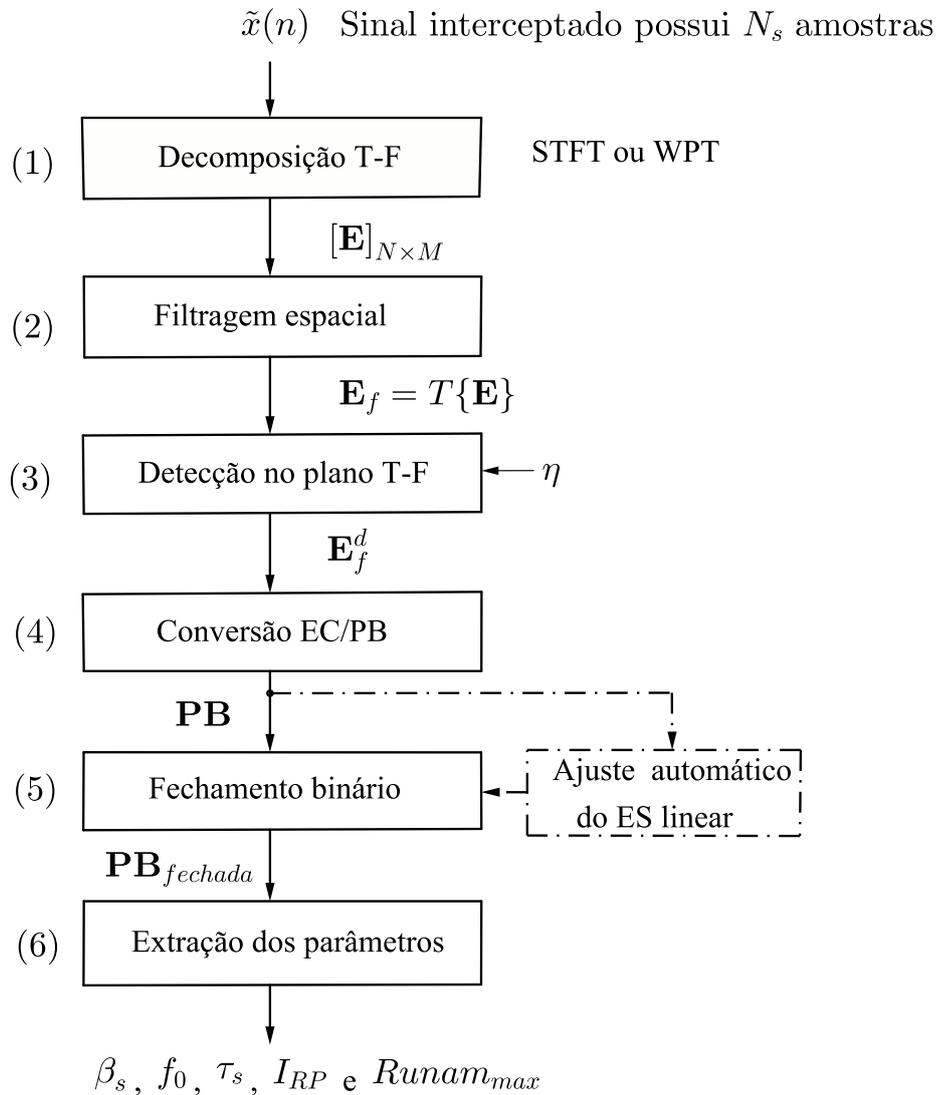
**Tabela 4.1** – Parâmetros do sistema de MAGE e do sistema radar utilizados na sintetização

Parâmetro	Variável	Valor	Unidade
Frequência de amostragem	$f_s$	500	MHz
Tempo de escuta do sistema de MAGE	$\Delta t$	1000	$\mu s$
Frequência central	$f_c$	1,6	MHz
Frequência do oscilador local	$f_{LO}$	9,2	GHz
Comprimento de onda	$\lambda_0$	0,0321	$m$
Largura do pulso de transmissão	$\tau_s$	50	$\mu s$
Intervalo de Repetição de Pulso	$I_{RP}$	500	$\mu s$
Largura de banda do sinal de transmissão radar	$\beta_s$	30	MHz
Potência de pico de transmissão radar	$P_t$	1	kW
Ganho de transmissão do sistema radar	$G_t$	33	dB
Ganho de recepção do sistema de MAGE	$G_i$	0	dB
Perdas totais do sistema recepção de MAGE	$L_T$	10	dB
Distância máxima não-ambígua	$Runam_{max}$	75	km
Número de pulsos interceptados pelo sistema de MAGE	$N_p$	2	adimensional
Constante de Boltzmann	$K$	$1,38 \times 10^{-23}$	Joule/Kelvin
Temperatura efetiva do ruído no sistema de MAGE	$T$	297,15	Kelvin
Banda de ocupação do ruído no sistema de MAGE	$\beta_w$	500	MHz
Figura de ruído do sistema de MAGE	$F$	6	dB

### 4.1 Metodologia A: Baseada em processamento de imagens

O diagrama em blocos A apresentado na Figura 4.1, descreve a visão geral da metodologia baseada em processamento de imagens. Esta é dividida em seis etapas, as

quais serão descritas a seguir.



**Figura 4.1** – Diagrama em blocos apresentando a Metodologia A a partir de técnicas de processamento de imagens. Os parâmetros a serem extraídos são: largura de banda, frequência de operação, largura de pulso, intervalo de repetição de pulso e distância máxima não-ambígua.

#### 4.1.1 Etapa 1: Decomposição T-F

Na Etapa 1, é obtida a matriz  $\mathbf{E}$  descrita pela Equação (3.8), quando da decomposição pela STFT, ou pela Equação (3.12), quando da decomposição pela WPT. No intuito de ter uma métrica de avaliação de extração de parâmetros utilizando as diferentes transformadas nas distintas metodologias mencionadas, foi padronizado que a dimensão da matriz  $\mathbf{E}$  obtida seja a mesma para ambas as transformadas.

Sendo assim, foi escolhida a “Camada” nove para a decomposição pela WPT, obtendo-se  $N = 2^9 = 512$  *bins* de frequência e  $M = 2^{(19-9)} = 1024$  segmentos no tempo, onde 19 é o número máximo de camadas para a quantidade de amostras do sinal interceptado. Logo a matriz  $\mathbf{E}$  tem dimensão  $512 \times 1024$ . Em relação à STFT, o tamanho da janela  $g(n)$  escolhida foi de  $N = 1024$  amostras, a partir da qual é possível obter 512 *bins* de frequência no intervalo  $0 \leq f \leq f_s/2$ , visto que o sinal  $\tilde{x}(n)$  é analítico e apenas a metade positiva do espectro tem informação, i.e.,  $0 \leq \omega \leq \pi$ . O número de segmentos da STFT no tempo utilizando o algoritmo FFT é dado por [50]

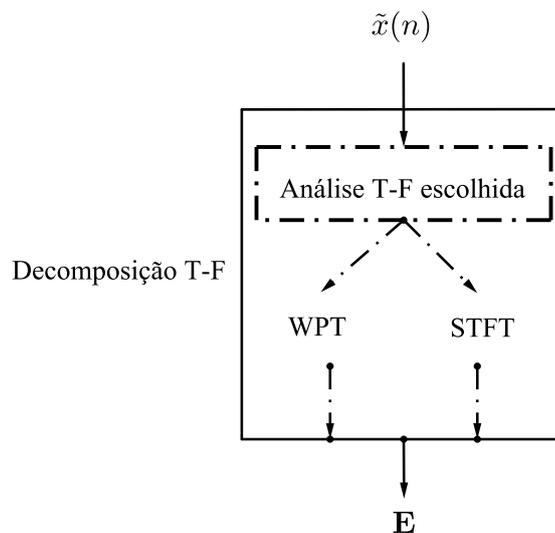
$$M = \left\lfloor \frac{N_s - L}{N - L} \right\rfloor, \quad (4.1)$$

onde  $N_s$  é o número de amostras do sinal de entrada,  $L$  é a sobreposição em número de amostras, e “ $\lfloor \ ]$ ” é operador de arredondamento para um número inteiro inferior mais próximo.

Como é desejado o mesmo número de linhas e colunas que a WPT, fixa-se  $M = 1024$  segmentos e obtém-se a sobreposição a partir de

$$L = \left\lceil \frac{MN - N_s}{M - 1} \right\rceil, \quad (4.2)$$

onde “ $\lceil \ ]$ ” é o operador de arredondamento para um número inteiro superior mais próximo. Assim, a sobreposição obtida é de 536 amostras a cada “salto”. A Figura 4.2, ilustra o procedimento para escolha da transformada utilizada na Etapa 1. Note que, independentemente de qual ATF seja escolhida, a matriz  $\mathbf{E}$  apresentará a mesma dimensão.



**Figura 4.2** – Diagrama em blocos ilustrando a Etapa 1 da Metodologia A.

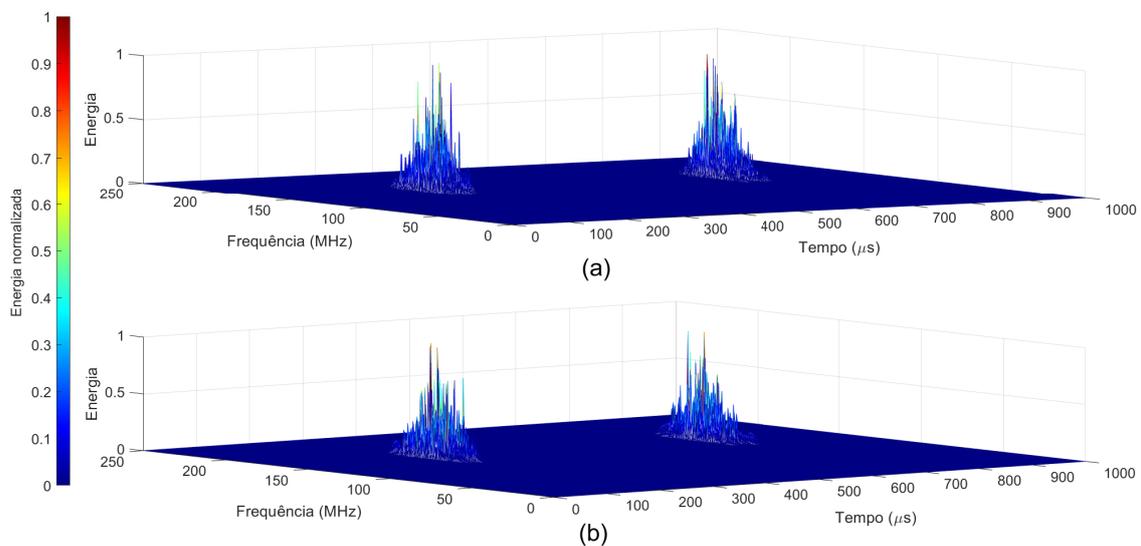
Com o intuito de ilustrar a Etapa 1, as Figuras 4.3(a) e 4.3(b), apresentam a decomposição T-F 3D utilizando a STFT e a WPT, respectivamente. O sinal interceptado

é uma forma de onda FM Noise, considerando  $N_p = 2$  pulsos e sem ruído na cadeia de recepção do MAGE. Enquanto as Figuras 4.4(a) e 4.4(b), ilustram a decomposição a partir de uma forma de onda APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ .

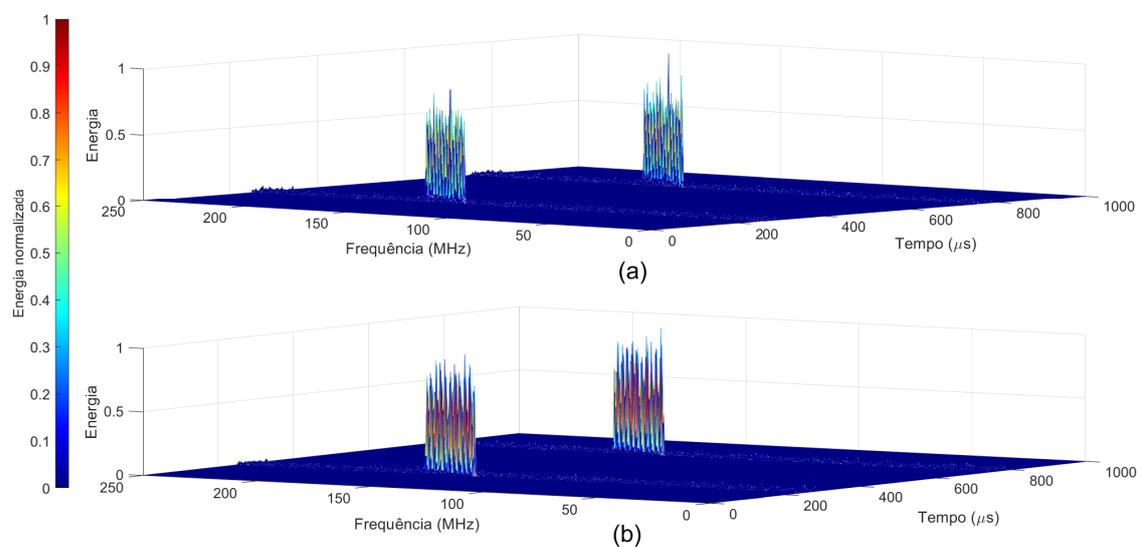
### 4.1.2 Etapa 2: Filtragem Espacial

Na Etapa 2, aplica-se um filtro espacial sobre  $\mathbf{E}$  (Equação (3.8) ou (3.12)) com o intuito de melhorar a SNR, obtendo-se  $\mathbf{E}_f$  como pode ser visto no diagrama da Figura 4.1.

Neste trabalho, o filtro espacial escolhido foi o de mediana com dimensão  $3 \times 3$ .

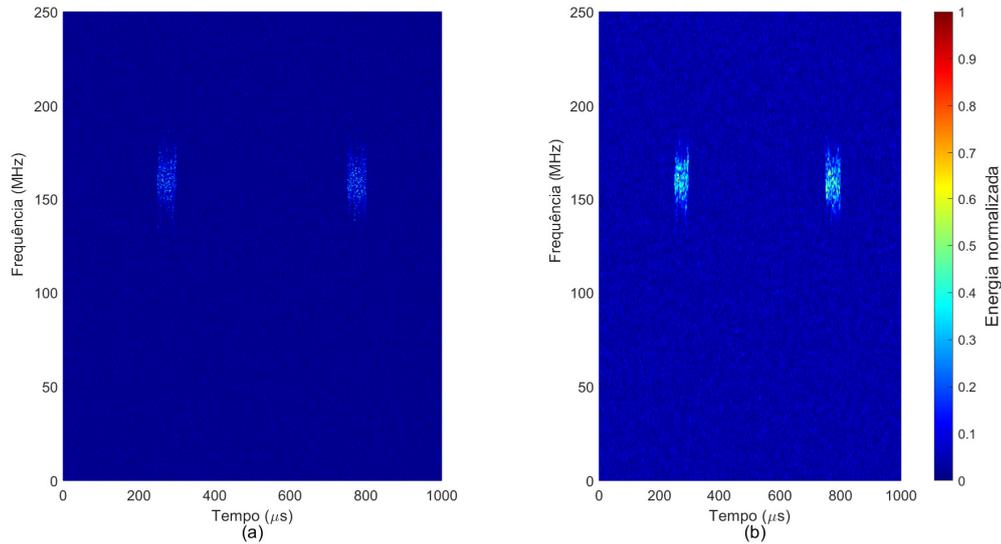


**Figura 4.3** – Obtenção da matriz  $\mathbf{E}$  após decomposição T-F do sinal FM Noise: (a) Por meio da STFT; (b) Por meio da WPT.



**Figura 4.4** – Obtenção da matriz  $\mathbf{E}$  após decomposição T-F do sinal APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ : (a) Por meio da STFT; (b) Por meio da WPT.

Este é um filtro digital não-linear, frequentemente usado para redução de ruído [48]. As Figuras 4.5(a) e 4.5(b), ilustram o processo de filtragem espacial sobre o sinal interceptado adicionado de AWGN na cadeia de recepção, quando, por exemplo, a forma de onda FM Noise for interceptada. Na Figura 4.5(b), é possível observar uma melhora na intensidade do sinal (realce) em comparação à 4.5(a).



**Figura 4.5** – Sinal FM Noise  $\tilde{x}(n)$  decomposto no T-F: (a) Antes da filtragem espacial; (b) Após filtragem espacial.

### 4.1.3 Etapa 3: Detecção no plano T-F

Nesta Etapa, é realizada a detecção no plano T-F. Em outros trabalhos que abordaram a extração automática de sinais radar determinísticos [4, 16–18], foi assumido que a etapa de detecção era apenas a visualização do sinal interceptado no plano T-F adicionado de ruído térmico. Eles não consideraram a teoria de detecção, mencionada na Subseção 3.3.3.

Todavia, aqui é considerada a detecção de um sinal intencional imerso no ruído térmico do receptor de MAGE sintetizado. Para tal foi escolhido o método de detecção com CFAR (do inglês *Constant False Alarm Rate*) [25]. Seu limiar de detecção  $\eta$  é obtido como

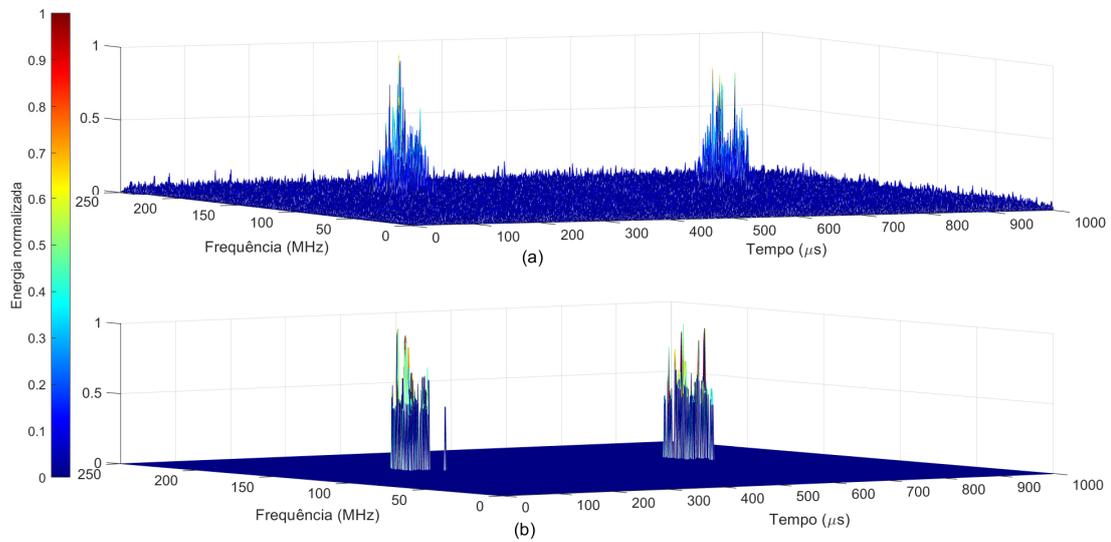
$$\eta = -[\bar{\mathbf{e}} \ln(P_{fa})], \quad (4.3)$$

com

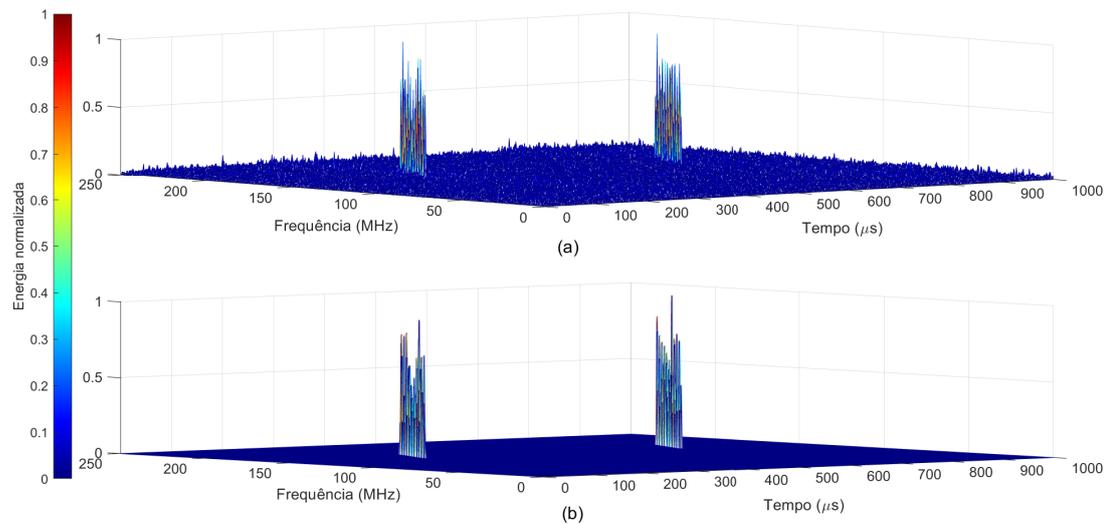
$$\mathbf{e} = \underbrace{\left[ \overline{\mathbf{E}_f(:, 1)} \quad \overline{\mathbf{E}_f(:, 2)} \quad \cdots \quad \overline{\mathbf{E}_f(:, M)} \right]^T}_{\text{vetor média nas linhas da matriz}} \quad \text{e} \quad \bar{\mathbf{e}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \overline{\mathbf{E}_f(:, m)}, \quad (4.4)$$

sendo a probabilidade de falso alarme  $P_{fa} = 10^{-5}$ . Observe então que  $\eta$  é ajustado conforme o nível médio do ruído térmico na entrada do receptor, e o processo de detecção é efetuado comparando o limiar com cada elemento de  $\mathbf{E}_f$ .

As Figuras 4.6(b) e 4.7(b), apresentam a detecção no plano T-F referente à Etapa 3, a partir da qual se obtém a matriz  $\mathbf{E}_f^d$  como saída. A transformada utilizada para essas ilustrações, assim como as seguintes que serão apresentadas neste capítulo, foi a STFT. No entanto, cabe destacar que, a fim de comparação, este trabalho abordará no Capítulo 5 a extração utilizando ambas as transformadas (STFT e WPT).



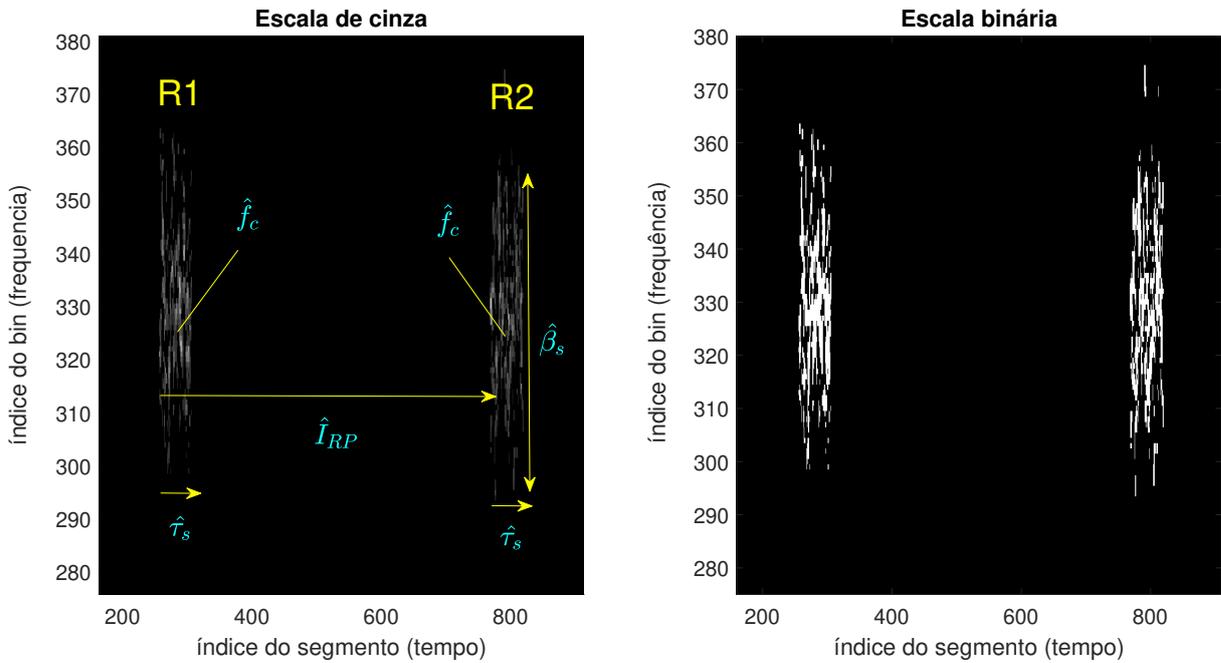
**Figura 4.6** – (a) Sinal FM Noise interceptado; (b) Detecção no plano T-F. Notar os pontos com energia nula, aqueles onde os valores eram menores que o limiar  $\eta$ .



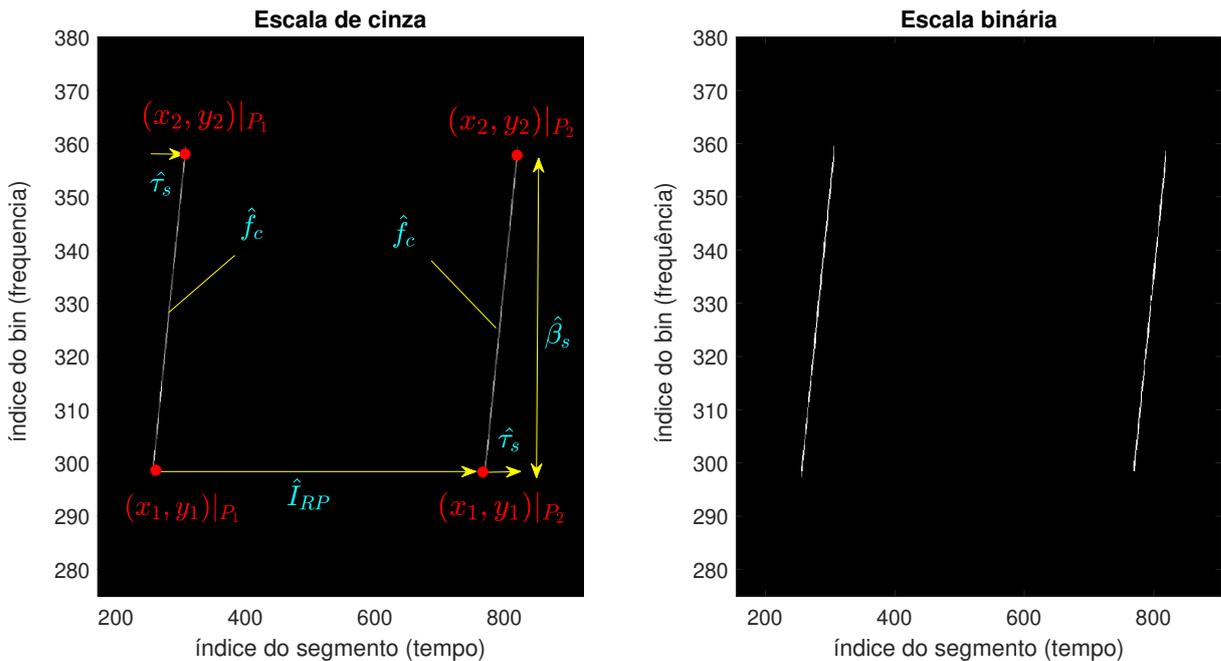
**Figura 4.7** – (a) Sinal APCN ( $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ ) interceptado; (b) Detecção no plano T-F. Notar os pontos com energia nula, aqueles onde os valores eram menores que o limiar  $\eta$ .

#### 4.1.4 Etapa 4: Conversão de escala de cinza (EC) para preto e branco (PB)

A partir da matriz  $\mathbf{E}_f^d$ , realiza-se a conversão de escala de cinza (EC) para preto e branco (PB) [51] para se obter a matriz  $\mathbf{PB}$  na Etapa 4. As informações de amplitude do sinal das Figuras 4.6(b) e 4.7(b), são convertidas em valores binários, onde o preto corresponde ao valor 0 e o branco ao valor 1; tal processo é ilustrado nas Figuras 4.8 e 4.9,



**Figura 4.8** – Conversão EC/PB. Sinal interceptado: FM Noise. Para uma observação mais detalhada, foi aplicado zoom na imagem.



**Figura 4.9** – Conversão EC/PB. Sinal interceptado: APCN ( $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ ). Para uma observação mais detalhada, foi aplicado zoom na imagem.

respectivamente. Após essa etapa de pré-processamento, obtém-se como saída a matriz **PB**.

Com relação à extração de parâmetros da forma de onda FM Noise ( $\beta_s$ ,  $f_c$ ,  $\tau_s$  e  $I_{RP}$ ), o objetivo é a obtenção das distâncias que limitam as regiões R1 e R2 no eixo do tempo e da frequência, respectivamente, assim como a distância horizontal entre essas. Além disso, é necessário obter o centro geométrico das regiões R1 e R2. A Figura 4.8, ilustra os parâmetros almejados a serem medidos. Na extração dos parâmetros da forma de onda APCN, entretanto, é possível observar uma componente linear na variação frequencial, comportamento este devido à componente *chirp* da mesma, segundo a Equação (2.18). Assim, conforme pode ser observado na Figura 4.9, o objetivo é obter as distâncias horizontais entre  $x_1$  e  $x_2$  do pulso  $P_1$ , assim como do pulso  $P_2$  e com isso estimar a largura de pulso  $\tau_s$  do sinal. Para estimar o intervalo de repetição de pulso  $I_{RP}$  é necessário obter a distância entre os pontos  $x_1|_{P_2}$  e  $x_1|_{P_1}$  referente à diferença de tempo de chegada de cada pulso interceptado. A largura de banda  $\beta_s$  a ser estimada é obtida pela distância vertical entre  $y_2$  e  $y_1$  do pulso  $P_1$ , assim como do pulso  $P_2$ . Por fim, para estimar a frequência central tem-se  $f_c = y_1 + 0.5(y_2 - y_1)$  para ambos os pulsos.

Durante a etapa de detecção, não é possível detectar todas as amostras do sinal radar interceptado, quando esse é do tipo FM Noise. Pela Figura 4.8, é fácil perceber que nem todos os pixels no interior da forma de onda FM Noise tem valor atribuído 1 (cor branca). Tal característica dificulta a extração dos parâmetros. Surge, então, a necessidade de se realizar um pré-processamento adicional sobre a imagem binária **PB** com o objetivo de utilizar alguma técnica de extração de informação sobre o resultado obtido. Esse pré-processamento é a operação morfológica de fechamento binário apresentada na Subseção 3.3.1.

#### 4.1.5 Etapa 5: Operação morfológica de fechamento binário

A partir da matriz **PB**, realiza-se na Etapa 4 um processo de operação morfológica de fechamento em escala binária, utilizando um elemento estruturante (ES) linear aqui denominado  $\mathcal{B}_l$ . A obtenção do seu tamanho ótimo é realizada de forma automática para cada SNR de entrada no receptor do MAGE.

Para o caso da forma de onda FM Noise, tal operação visa alterar a estrutura espacial das regiões R1 e R2 da Figura 4.8 para ser possível calcular os parâmetros  $\beta_s$ ,  $f_c$ ,  $\tau_s$ , e  $I_{RP}$ . A imagem  $\mathbf{PB}_{fechada}$  é obtida através da função do MATLAB (*Image Processing Toolbox*):

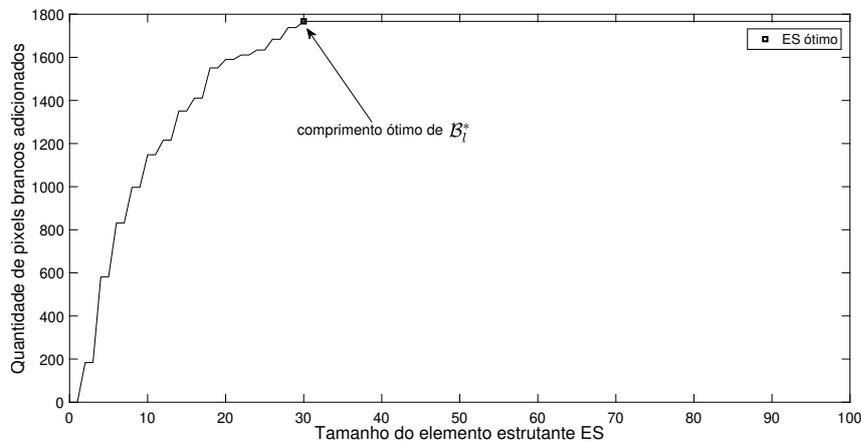
$$\mathbf{PB}_{fechada} = \text{close}(\mathbf{PB}, \mathcal{B}_l), \quad (4.5)$$

onde **PB** é a imagem binária de entrada, e  $\mathcal{B}_l$  é o ES, obtido através da função:

$$\mathcal{B}_l = \text{strel}(T_{\mathcal{B}_l}, C_{\mathcal{B}_l}, \varphi_{\mathcal{B}_l}), \quad (4.6)$$

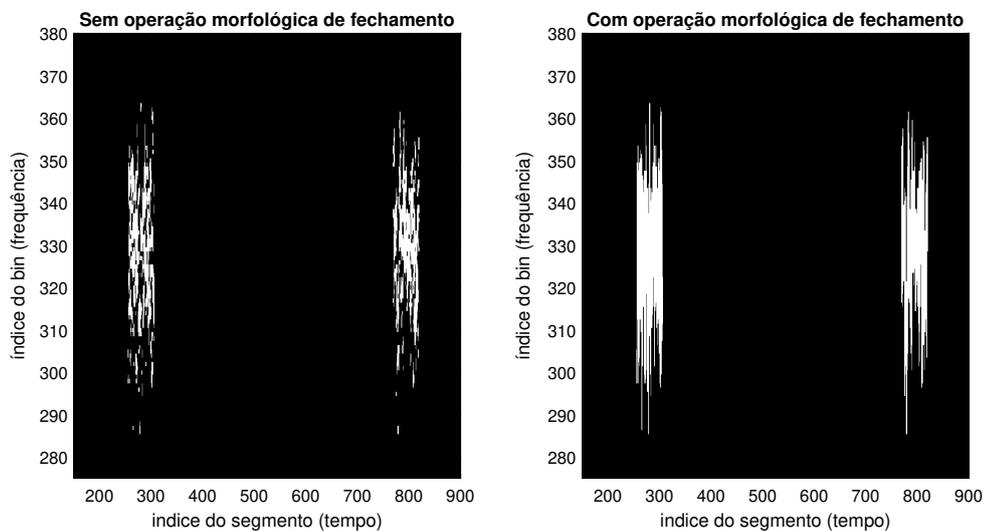
em que  $T_{\mathcal{B}_l}$  é o tipo do ES (aqui escolhido como segmento de reta),  $C_{\mathcal{B}_l}$  é o comprimento do ES e  $\varphi_{\mathcal{B}_l}$  é a sua inclinação, aqui escolhida como  $90^\circ$ .

Gera-se um algoritmo a fim de se obter o ajuste automático do comprimento do ES linear, aqui denominado  $\mathcal{B}_l^*$ . Esse comprimento é definido como o valor ao qual não há mais adição de pixels brancos no processo de fechamento da imagem  $\mathbf{PB}$ , ou seja, houve saturação da região que se deseja alterar a estrutura espacial. Para tal, esse valor é definido como o primeiro ponto de derivada nula (diferença nula entre amostras) na região de saturação dos pixels brancos. A Figura 4.10 ilustra o procedimento de obtenção. Neste exemplo, o valor obtido para o comprimento de  $\mathcal{B}_l^*$  foi de  $C_{\mathcal{B}_l^*} = 30$  amostras, considerando uma SNR de -8 dB.

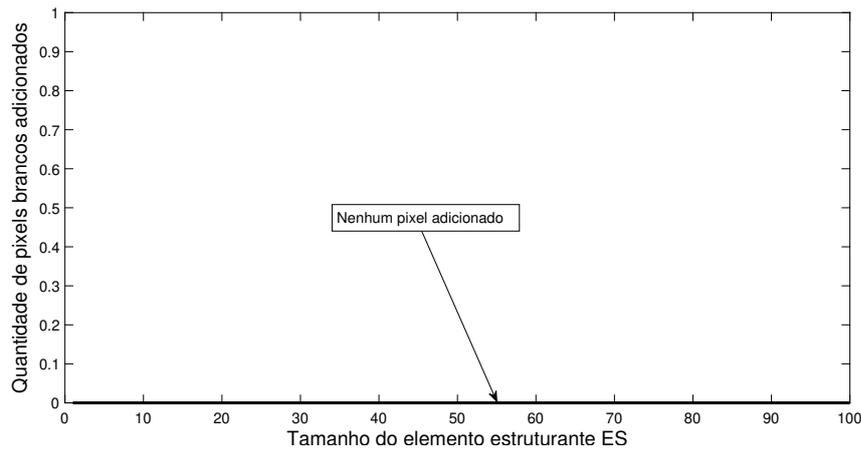


**Figura 4.10** – Obtenção do comprimento do elemento estruturante linear durante o pré-processamento. Forma de onda analisada: FM Noise.

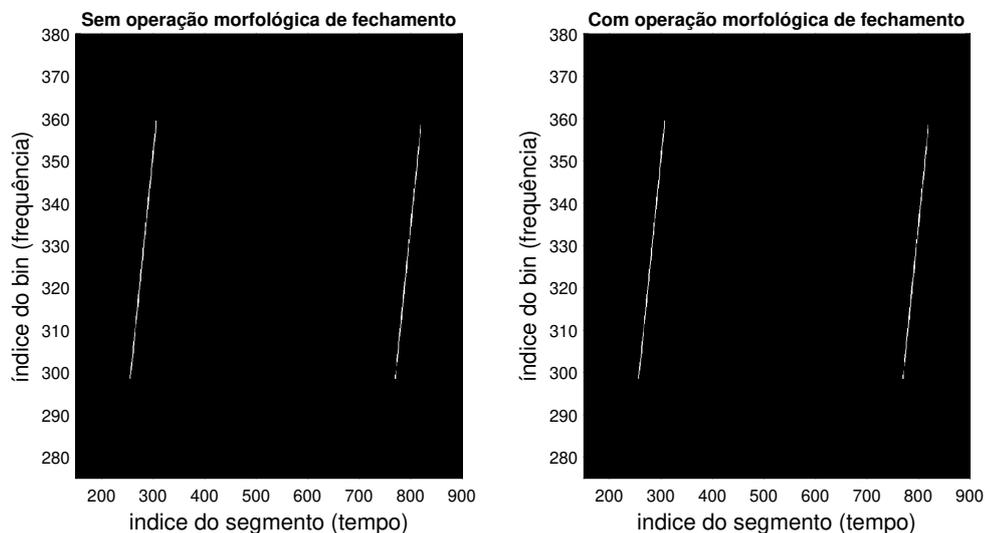
De posse de  $\mathcal{B}_l^*$ , aplica-se esse argumento como entrada na Equação (4.5), obtendo-se como resultado a matriz  $\mathbf{PB}_{fechada}$ . A Figura 4.11, ilustra as imagens antes e após o fechamento binário.



**Figura 4.11** – Operação morfológica de fechamento binário. Forma de onda: FM Noise.



**Figura 4.12** – Obtenção do comprimento do elemento estruturante linear durante o pré-processamento. Forma de onda analisada: APCN.



**Figura 4.13** – Operação morfológica de fechamento binário. Forma de onda: APCN.

O processo de ajuste automático do ES também foi aplicado sobre a imagem obtida pela interceptação da forma de onda APCN. Contudo, devido à sua característica híbrida, contando com uma componente determinística *chirp* e uma componente estocástica, após o processo de detecção 2D a componente linear sobressai, para o caso específico assumindo  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ ; desta forma, como pode ser observado na Figura 4.12, não foi necessário acrescentar nenhum pixel em sua estrutura espacial interna.

#### 4.1.6 Etapa 6: Extração dos parâmetros intrapulso e interpulso

Os sinais analisados no presente trabalho apresentam diferentes características no tempo e na frequência. A forma de onda FM Noise apresenta aleatoriedade em frequência. A forma de onda APCN, por outro lado, quando setados determinados valores de  $\kappa$  e  $\alpha$ , ainda apresenta a componente linear *chirp* em sua estrutura espectral, além de conter aleatoriedade em amplitude. Desse modo, técnicas distintas devem ser abordadas para

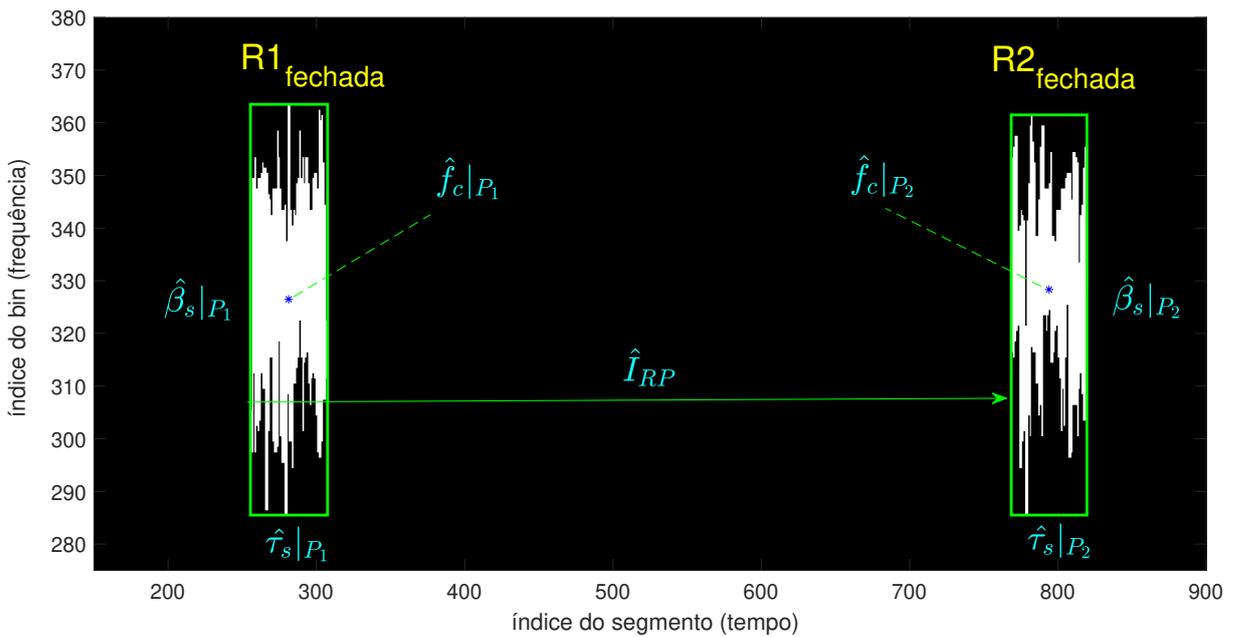
extrair os parâmetros almejados.

#### 4.1.6.1 FM Noise

No intuito de se desenvolver um procedimento para extrair os parâmetros dessa forma de onda, foi utilizada a função do MATLAB (*Image Processing Toolbox*)

$$[\mathbf{RP}] = \text{regionprops}(\mathbf{PB}_{\text{fechada}}). \quad (4.7)$$

Este algoritmo toma a posição mais externa entre adjacências 0 e 1 e esses segmentos são conectados para gerar o contorno em torno das regiões delimitadas por pixels brancos. Como saída, ele fornece um *structure array*  $[\mathbf{RP}]$  com medidas das propriedades geométricas das regiões encontradas. Este algoritmo é eficiente apenas para imagens binárias. O interesse nessa função é a obtenção do contorno de cada região  $R1_{\text{fechada}}$  e  $R2_{\text{fechada}}$ , definida pela cor verde, bem como o centro geométrico de cada, definido pela cor azul e símbolo “\*”, conforme pode ser observado na Figura 4.14.



**Figura 4.14** – Parâmetros intrapulso e interpulso almejados da forma de onda FM Noise.

Utilizando esta função, três tipos de matrizes do *structured array* foram selecionados a fim de se gerar um algoritmo próprio para extrair os parâmetros de forma automática; são estes: **Area**, o qual detalha a área encontrada de cada região com pixels brancos. **Centroid** definido pelos pares ordenados  $(x_c|P_1, y_c|P_1)$  e  $(x_c|P_2, y_c|P_2)$ , conforme pode-se observar na Figura 4.15 sendo indicados pelo símbolo “\*” na cor azul, e **BoundingBox** indicado pela região de contorno de  $R1_{\text{fechada}}$  e  $R2_{\text{fechada}}$  na cor verde. O diagrama em blocos exibido pela Figura 4.16 apresenta as informações extraídas de cada matriz do *structured array*, as quais serão detalhadas a seguir.

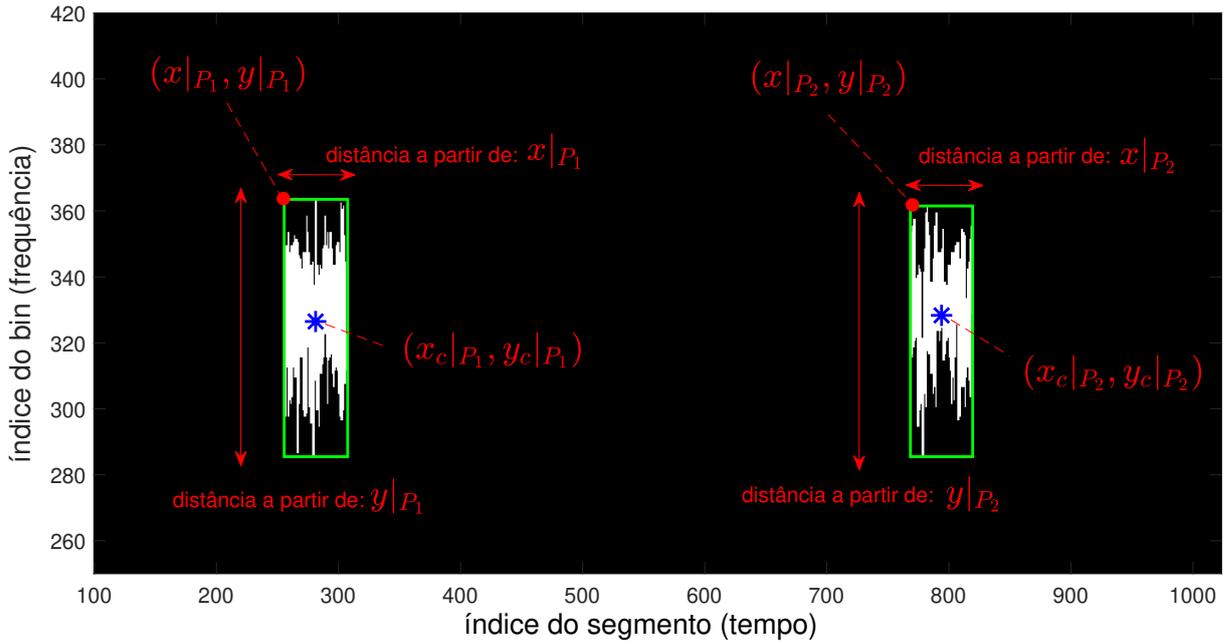


Figura 4.15 – Detalhamento da obtenção das informações necessárias para a extração dos parâmetros.

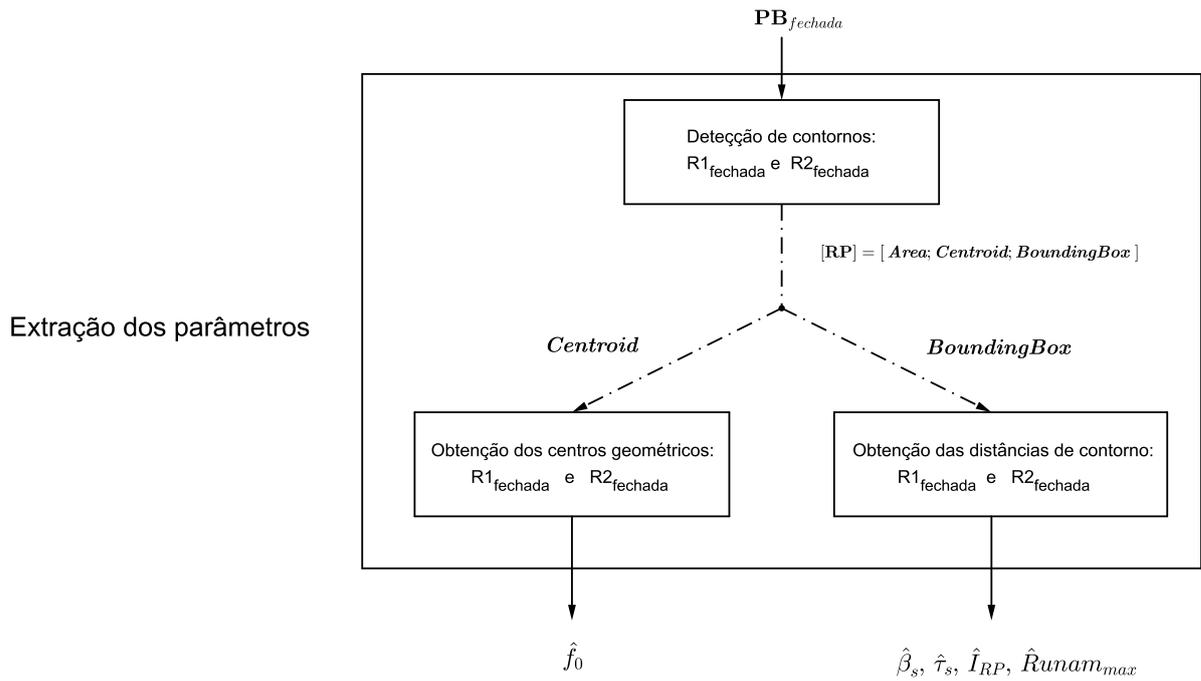


Figura 4.16 – Diagrama em blocos apresentando a abordagem para extração dos parâmetros da forma de onda FM Noise. Metodologia baseada em processamento de imagem.

- **Area:** Foi selecionado as  $N_P$  maiores áreas intencionais após o processo de detecção 2D. Isto minimiza a possibilidade de estimar de forma errônea áreas obtidas pela detecção de falsos alarmes.

- **Centroid:** Obtém-se uma matriz de pares ordenados do tipo:

$$\begin{bmatrix} x_c|_{P_1} & y_c|_{P_1} \\ \vdots & \vdots \\ x_c|_{P_i} & y_c|_{P_i} \end{bmatrix},$$

onde cada par ordenado representa o centro geométrico da região limitada com os pixels brancos e “ $i$ ” é o índice de número de pulsos analisados.

De posse desta matriz, a frequência central  $f_c$  da forma de onda FM Noise é estimada a partir das coordenadas “ $y$ ” do centro geométrico de cada região com pixel branco, conforme pode-se observar na Figura 4.15. Sendo obtida como

$$\hat{f}_c = \frac{1}{N_P} \sum_{i=1}^{N_P} \left( y_c|_{P_i} \frac{f_s}{2N} \right), \quad (4.8)$$

onde  $N$  é o número de *bins* de frequência e  $f_s$  é a frequência de amostragem.

A partir do conhecimento da frequência do oscilador local  $f_{LO}$  do equipamento de MAGE é possível então estimar a frequência de operação do radar como

$$\hat{f}_0 = \hat{f}_c + f_{LO}. \quad (4.9)$$

- **BoundingBox:** Obtém-se uma matriz com informações dos pares ordenados da borda superior esquerda de cada região delimitada, ilustrado pelo ponto simbolo “•” em vermelho na Figura 4.15. Adicionalmente, são fornecidas as distâncias horizontais e verticais a partir desse pixel, ilustrado através das setas na cor vermelha. Essa descrição pode ser escrita como

$$\begin{bmatrix} x|_{P_1} & y|_{P_1} & \text{Distância a partir de } x|_{P_1} & \text{Distância a partir de } y|_{P_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x|_{P_i} & y|_{P_i} & \text{Distância a partir de } x|_{P_i} & \text{Distância a partir de } y|_{P_i} \end{bmatrix}.$$

Por meio das informações fornecidas por essa matriz, foram desenvolvidos algoritmos para estimação dos demais parâmetros  $\beta_s$ ,  $\tau_s$  e  $I_{RP}$ . Pela comparação entre as Figuras 4.14 e 4.15, observamos que os parâmetros almejados estão relacionados como:

$$\hat{\beta}_s = \frac{1}{N_P} \sum_{i=1}^{N_P} \left( Dy|_{P_i} \frac{f_s}{2N} \right), \quad (4.10)$$

onde  $Dy|_{P_i}$  é a distância vertical da  $i$ -ésima região delimitada.

$$\hat{\tau}_s = \frac{1}{N_P} \sum_{i=1}^{N_P} \left( Dx|_{P_i} \frac{\Delta t}{M} \right), \quad (4.11)$$

onde  $Dx|_{P_i}$  é a distância horizontal da  $i$ -ésima região delimitada,  $M$  é a quantidade de segmentos no tempo e  $\Delta t$  é o intervalo temporal de escuta do receptor de MAGE.

Para estimar o  $I_{RP}$ , é necessário estimar a diferença entre tempo de chegada de  $N_p$  pulsos sucessivos; para isso foi gerado uma rotina de *loop* de tal forma que

$$\hat{I}_{RP} = \frac{\hat{I}_{RP|P_{(21)}} + \hat{I}_{RP|P_{(32)}} + \cdots + \hat{I}_{RP|P_{(i(i-1))}} + \cdots + \hat{I}_{RP|P_{(N_P(N_P-1))}}}{N_P - 1}, \quad (4.12)$$

onde  $\hat{I}_{RP|P_{(i(i-1))}} = (x|_{P_i} - x|_{P_{(i-1)}}) \frac{\Delta t}{M}$  é o  $i$ -ésimo intervalo de repetição de pulso estimado entre duas regiões sucessivas na imagem  $\mathbf{PB}_{fechada}$ .

A partir da estimação do  $I_{RP}$  é possível estimar a distância máxima não-ambígua  $\hat{R}_{unam_{max}} = c \hat{I}_{RP}/2$ . Entretanto, é de importância destacar que a estimação deste parâmetro não é utilizada para identificar o emissor, mas possibilita a utilização de MPE para se esconder em zonas cegas [25] criadas por  $\tau_s$  e  $I_{RP}$  contantes.

#### 4.1.6.2 APCN

A abordagem para extração das informações de um sinal APCN interceptado, é baseada na transformada de Hough apresentada na Subseção 3.3.2. Devido à sua componente determinística e conforme a Equação (2.28), a largura de banda  $\beta_s$  do sinal pode ser considerada a mesma que da sua componente *chirp*, i.e.,  $\beta_{s_c}$ , para determinados valores de  $\kappa$  e  $\alpha$ .

O primeiro passo para extração dos parâmetros, conforme pode ser visto no diagrama em blocos detalhado na Figura 4.17, corresponde à obtenção do histograma  $[\mathbf{H}; \boldsymbol{\psi}; \boldsymbol{\rho}]$  da transformada de Hough a partir da imagem  $\mathbf{PB}_{fechada}$ . Este histograma é obtido por meio da função do MATLAB (*Image Processing Toolbox*)

$$[\mathbf{H}; \boldsymbol{\psi}; \boldsymbol{\rho}] = \text{hough}(\mathbf{PB}_{fechada}), \quad (4.13)$$

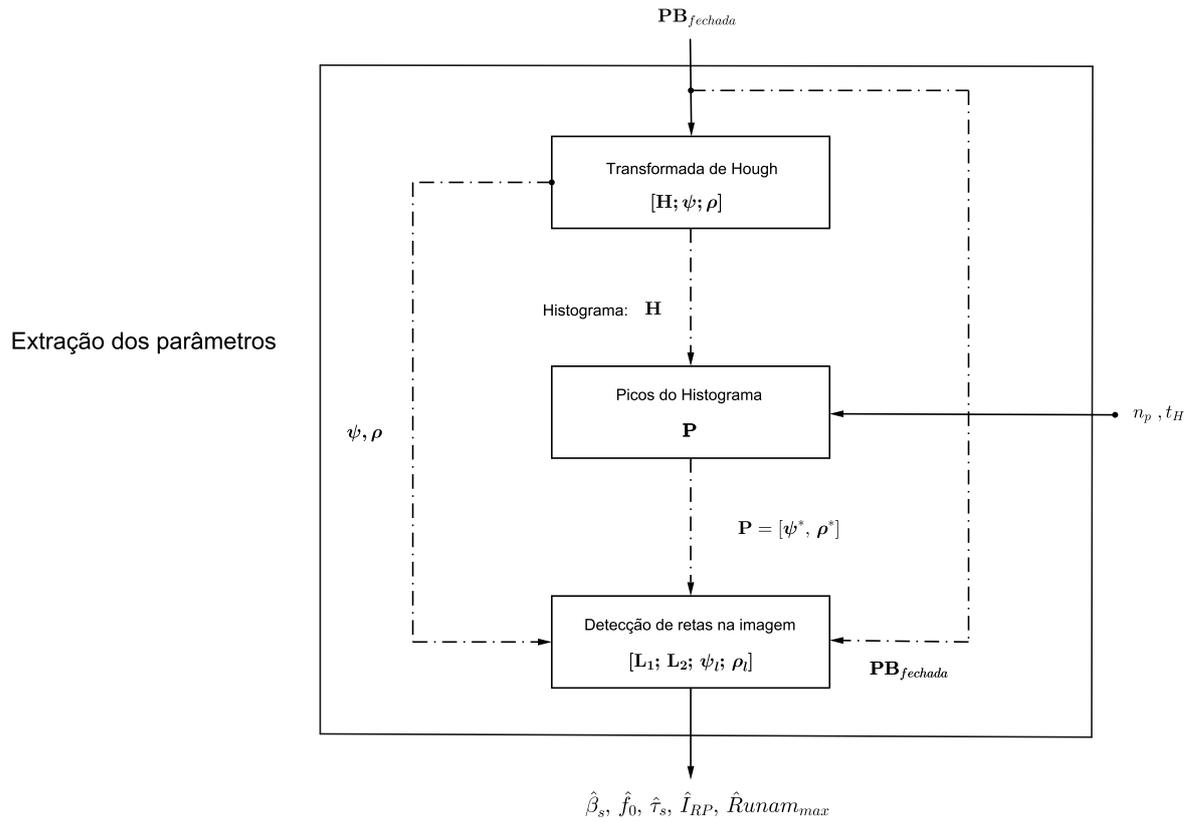
onde  $\mathbf{H}$  é a matriz de amplitude do histograma,  $\boldsymbol{\psi}$  é o vetor de coeficientes angulares no espaço de Hough e  $\boldsymbol{\rho}$  é o vetor de distâncias no espaço de Hough. A Figura 4.18, apresenta o histograma obtido a partir da matriz de entrada  $\mathbf{PB}_{fechada}$ .

A segunda parte, conforme detalhado no digrama da Figura 4.17, corresponde a obtenção dos picos do histograma  $[\mathbf{H}; \boldsymbol{\psi}; \boldsymbol{\rho}]$ . Estes são obtidos através da função

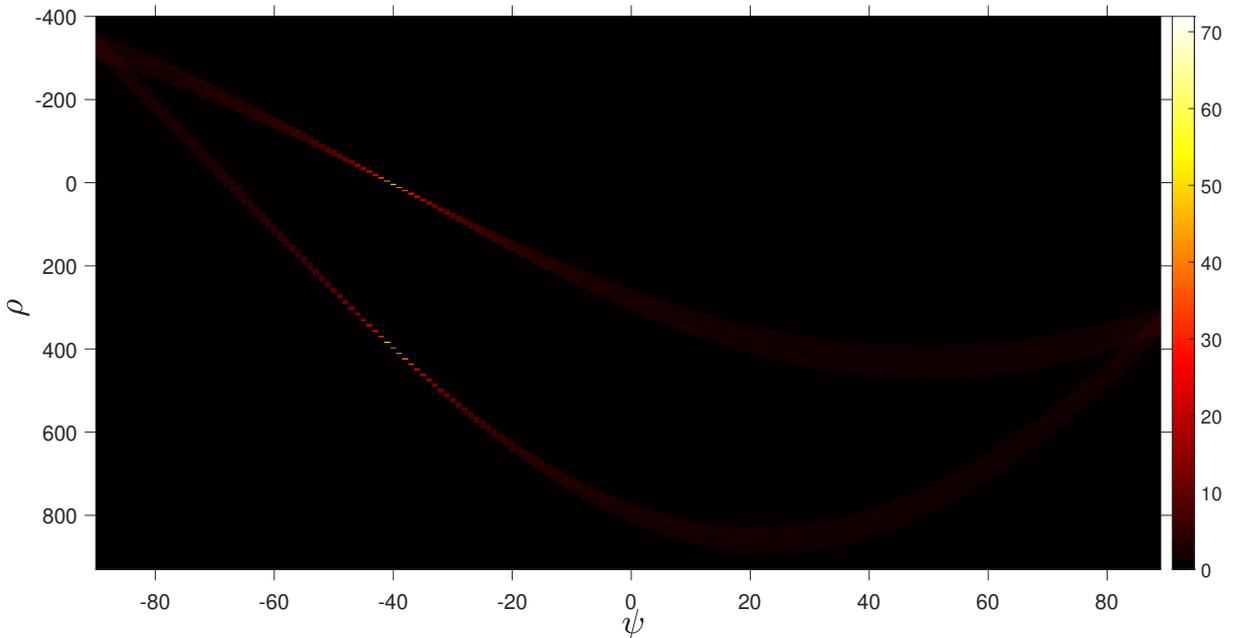
$$\mathbf{P} = \text{houghpeaks}(\mathbf{H}, n_p, t_H), \quad (4.14)$$

onde  $n_p$  é o número de picos de entrada que se deseja estimar,  $t_H$  é o limiar desejável para detectá-los no histograma de amplitude  $\mathbf{H}$ . Como saída, a função fornece uma matriz  $\mathbf{P}$  da ordem  $n_p^* \times 2$ , cuja forma é dada por

$$\mathbf{P} = [\boldsymbol{\rho}^* \quad \boldsymbol{\psi}^*] = \begin{bmatrix} \rho_1 & \psi_1 \\ \rho_2 & \psi_2 \\ \vdots & \vdots \\ \rho_{n_p^*} & \psi_{n_p^*} \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$



**Figura 4.17** – Diagrama em blocos apresentando a abordagem para extração de parâmetros da forma de onda APCN. Metodologia baseada em processamento de imagem.



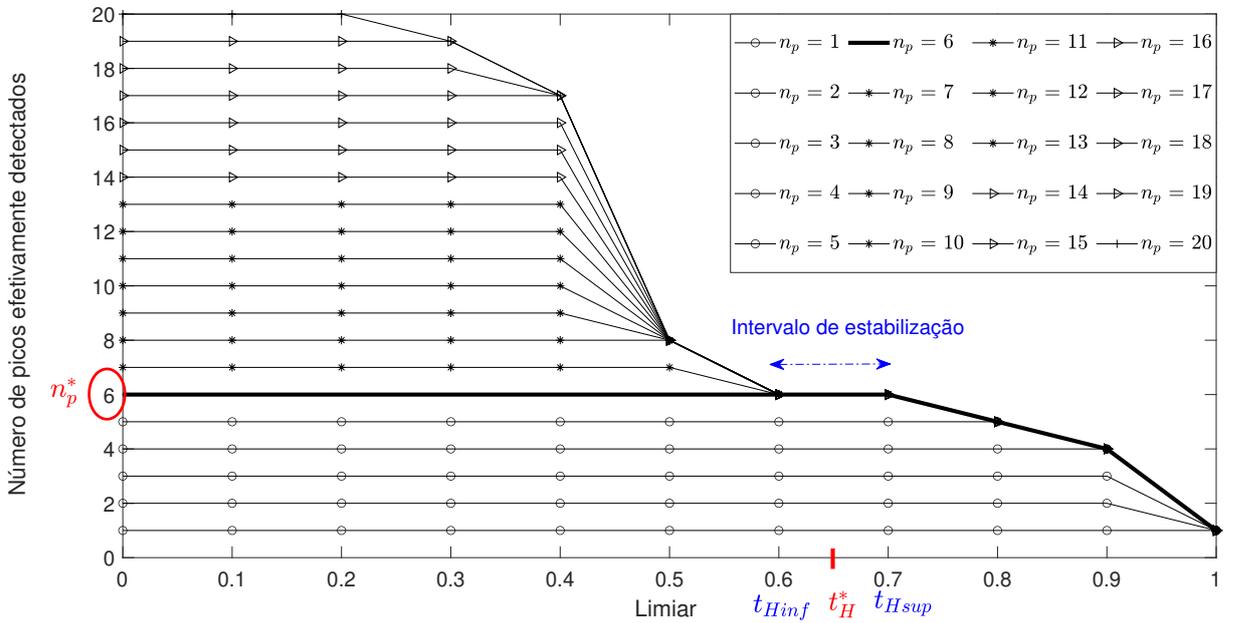
**Figura 4.18** – Histograma da transformada de Hough  $[\mathbf{H}; \psi; \rho]$  obtido a partir da matriz de entrada  $\mathbf{PB}_{fechada}$ .

onde  $n_p^*$  é o número de picos efetivamente detectados.

A partir de (4.14), é possível observar ser necessário definir o número de picos de entrada e estabelecer um limiar para tal. Assim, como realizado em [4], é efetuado o procedimento de ajuste automático para se obter  $n_p^*$  e  $t_H^*$ , conforme descrito a seguir:

- Gerar um vetor  $\mathbf{n}_p = [n_{p_1} \cdots n_{p_k}]^T$ , a fim de variar o  $n_p$  de entrada em (4.14);
- Para cada elemento de  $\mathbf{n}_p$  variar o vetor de limiar  $\mathbf{t}_H = [t_{H_1} \cdots t_{H_k}]^T$  entre  $[0 : 1]$ ; e
- Obter a matriz  $\mathbf{P}$  para cada rodada.

Este algoritmo descreve o comportamento da função descrita em (4.14), ilustrado pela Figura 4.19, onde é considerado  $N_p = 6$  pulsos para melhor visualização do procedimento. É possível observar que à medida que o limiar  $t_H$  cresce, as curvas têm um comportamento decrescente até o valor aqui definido como limiar inferior  $t_{Hinf}$ , a partir do qual se mantêm estabilizadas em um mesmo valor de  $n_p$ , aqui definido como  $n_p^*$ , permanecendo neste valor até o limiar superior  $t_{Hsup}$ , a partir do qual voltam a ter um comportamento decrescente. Define-se então os parâmetros  $n_p^*$  e  $t_H^*$  a partir do trecho onde as curvas permanecem estabilizadas com  $t_{Hinf} < t_H^* < t_{Hsup}$ . Neste procedimento  $t_H^*$  é arbitrado como  $t_H^* = 0.5(t_{Hinf} + t_{Hsup})$ . Nesse exemplo, o número de picos efetivamente detectados foi de  $n_p^* = 6$ .



**Figura 4.19** – Variação do número de picos efetivamente detectados em função de  $n_p$  e  $t_H$ .

De posse dos valores de  $n_p^*$  e  $t_H^*$ , é possível reescrever (4.14) como

$$\mathbf{P} = \text{houghpeaks}(\mathbf{H}, n_p^*, t_H^*), \quad (4.16)$$

e pela função “houghpeaks” otimizada, tem-se a obtenção dos picos detectados no histograma, conforme pode-se observar através da Figura 4.20, a qual foi ampliada para melhor

visualização. Note que foram detectados dois picos referentes aos  $N_p = 2$  interceptados assumidos neste trabalho, sem perda de generalidade.

A última etapa do pré-processamento para ser possível extrair os parâmetros de forma automática é a detecção das retas no espaço da imagem  $\mathbf{PB}_{fechada}$ , conforme pode ser visto no diagrama em blocos da Figura 4.17. Estas retas são obtidas por meio da função do MATLAB:

$$[\mathbf{L}] = \text{houghlines}(\mathbf{PB}_{fechada}, \boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{P}), \quad (4.17)$$

em que  $\mathbf{L}$  é um *structured array* da forma  $[\mathbf{L}_1; \mathbf{L}_2; \boldsymbol{\psi}_l; \boldsymbol{\rho}_l]$  onde

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} x_1|_{P_1} & y_1|_{P_1} \\ \vdots & \vdots \\ x_1|_{P_i} & y_1|_{P_i} \\ \vdots & \vdots \\ x_1|_{P_{N_p}} & y_1|_{P_{N_p}} \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

sendo  $x_1|_{P_i}$  e  $y_1|_{P_i}$  o  $i$ -ésimo par ordenado referente ao início da  $i$ -ésima reta detectada, bem como

$$\mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} x_2|_{P_1} & y_2|_{P_1} \\ \vdots & \vdots \\ x_2|_{P_i} & y_2|_{P_i} \\ \vdots & \vdots \\ x_2|_{P_{N_p}} & y_2|_{P_{N_p}} \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

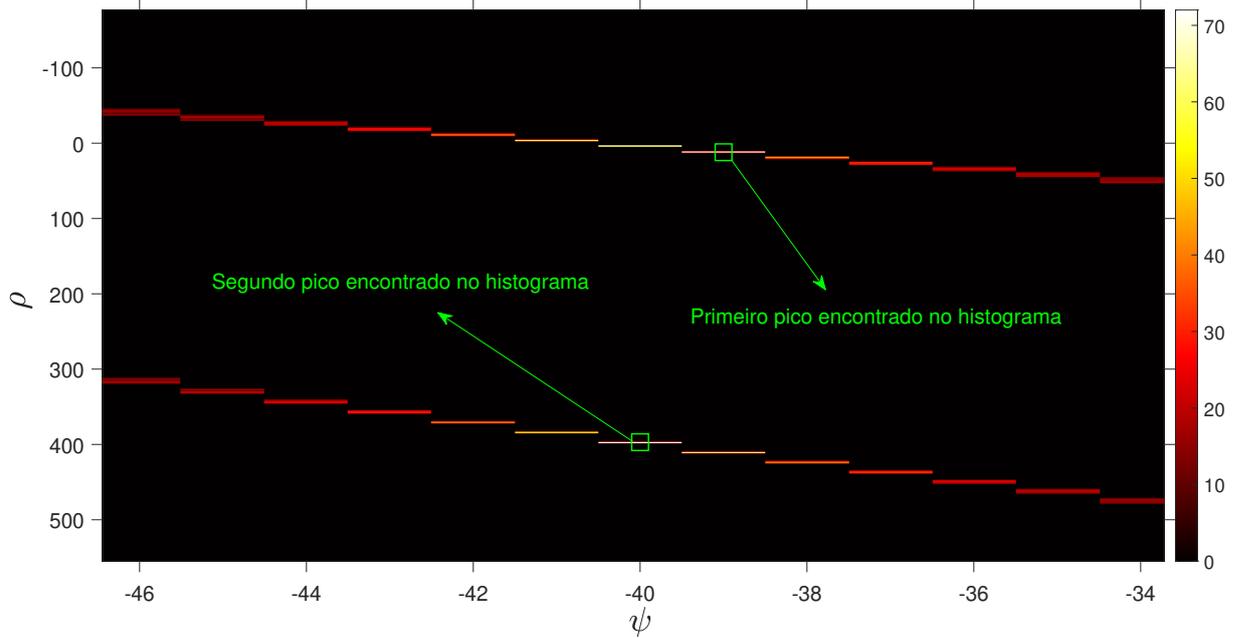
é a matriz que representa os pares ordenados do final da  $i$ -ésima reta detectada.

Além dessas matrizes, a função também fornece as matrizes  $\boldsymbol{\psi}_l$  e  $\boldsymbol{\rho}_l$  referentes aos coeficientes angulares e distâncias obtidas, no espaço de Hough. Porém, como a estimação dos parâmetros será realizada no espaço cartesiano da imagem, tais informações não serão utilizadas.

Finalmente, após todas as etapas do pré-processamento conforme descrito no diagrama em blocos detalhado da extração (Figura 4.17), estimam-se os parâmetros intrapulso e interpulso, relacionando-se as informações almejadas ilustradas pela Figura 4.9 com as informações obtidas no plano da imagem por meio do histograma de Hough (Figura 4.21). Tais relações são descritas como:

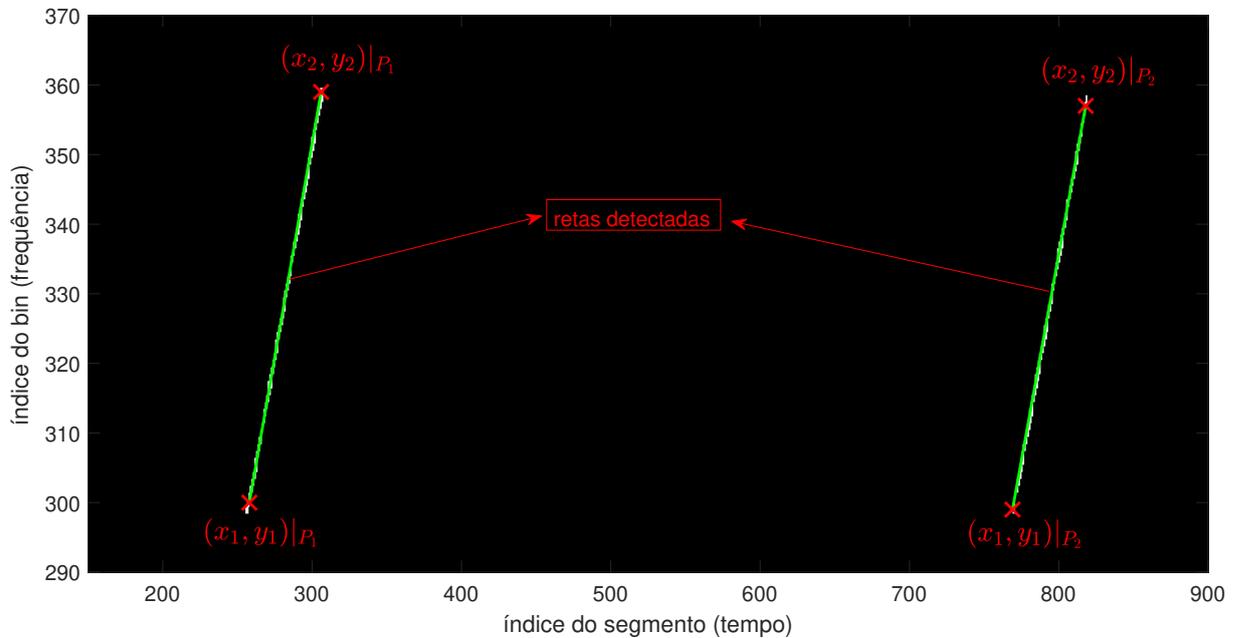
$$\hat{\beta}_s = \frac{1}{N_p} \left[ \sum_{i=1}^{N_p} (y_2|_{P_i} - y_1|_{P_i}) \frac{f_s}{2N} \right], \quad (4.20)$$

$$\hat{f}_c = \frac{1}{N_p} \left[ \sum_{i=1}^{N_p} (y_1|_{P_i} + 0.5 (y_2|_{P_i} - y_1|_{P_i})) \frac{f_s}{2N} \right], \quad \text{e} \quad \hat{f}_0 = \hat{f}_c + f_{LO}. \quad (4.21)$$



**Figura 4.20** – Picos detectados a partir do histograma de Hough  $[\mathbf{H}; \psi; \rho]$ . Para uma observação mais detalhada foi aplicado zoom na imagem. Número de pulsos interceptados:  $N_p = 2$ .

$$\hat{\tau}_s = \frac{1}{N_p} \left[ \sum_{i=1}^{N_p} (x_{2|P_i} - x_{1|P_i}) \frac{\Delta t}{M} \right]. \quad (4.22)$$



**Figura 4.21** – Retas detectadas para os  $N_p = 2$  pulsos interceptados pelo sistema de MAGE. Forma de onda: APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ . Para uma observação mais detalhada foi aplicado zoom na imagem.

Assim como no procedimento da forma de onda FM Noise, para estimar  $I_{RP}$  é

necessário estimar a diferença entre tempo de chegada de  $N_p$  pulsos sucessivos, de tal forma que

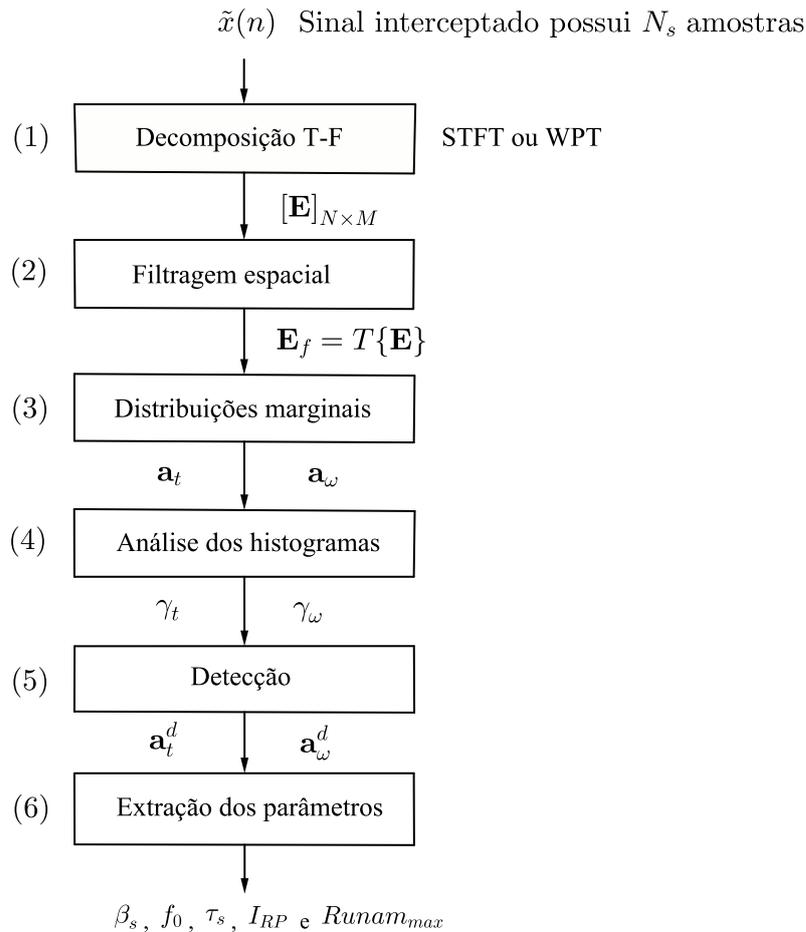
$$\hat{I}_{RP} = \frac{\hat{I}_{RP}|_{P_{(21)}} + \hat{I}_{RP}|_{P_{(32)}} + \cdots + \hat{I}_{RP}|_{P_{(i(i-1))}} + \cdots + \hat{I}_{RP}|_{P_{(N_P(N_P-1))}}}{N_P - 1}, \quad (4.23)$$

onde  $\hat{I}_{RP}|_{P_{(i(i-1))}} = (x_1|_{P_i} - x_1|_{P_{(i-1)}}) \frac{\Delta t}{M}$  é o  $i$ -ésimo intervalo de repetição de pulso estimado entre duas retas sucessivas detectadas na imagem  $\mathbf{PB}_{fechada}$ . E, para concluir,

$$\hat{R}unam_{max} = c \frac{\hat{I}_{RP}}{2}. \quad (4.24)$$

## 4.2 Metodologia B: Baseada na integração não-coerente dos pulsos

A segunda metodologia baseia-se no conceito de integração não-coerente dos pulsos interceptados tal como apresentado na Subseção 3.3.3.



**Figura 4.22** – Diagrama em blocos apresentando a abordagem da metodologia B tendo como base a integração não-coerente dos pulsos interceptados. Os parâmetros a serem extraídos são: largura de banda, frequência de operação, largura de pulso, intervalo de repetição de pulso e distância máxima não-ambígua.

### 4.2.1 Etapa 1: Decomposição T-F

O diagrama em blocos B apresentado na Figura 4.22 descreve a metodologia por meio do conceito de integração não-coerente dos pulsos interceptados a partir da matriz  $\mathbf{E}$  (Equação (3.8) ou (3.12)), obtida da ATF do sinal  $\tilde{x}(n)$ , análoga à descrita na Subseção 4.1.1.

### 4.2.2 Etapa 2: Filtragem espacial

Assim como a Etapa 1, esta também é análoga a apresentada na Subseção 4.1.2, sendo  $\mathbf{E}_f$  a matriz obtida como saída.

### 4.2.3 Etapa 3: Distribuições marginais

Nesta etapa, o conceito de integração não-coerente dos pulsos é utilizada de tal forma a obter a integração no tempo e no espectro do módulo ao quadrado (Energia) dos elementos complexos que compõem as matrizes obtidas como resultado das transformadas tempo-frequência. Assim, faz-se o uso do conceito das distribuições marginais das transformadas.

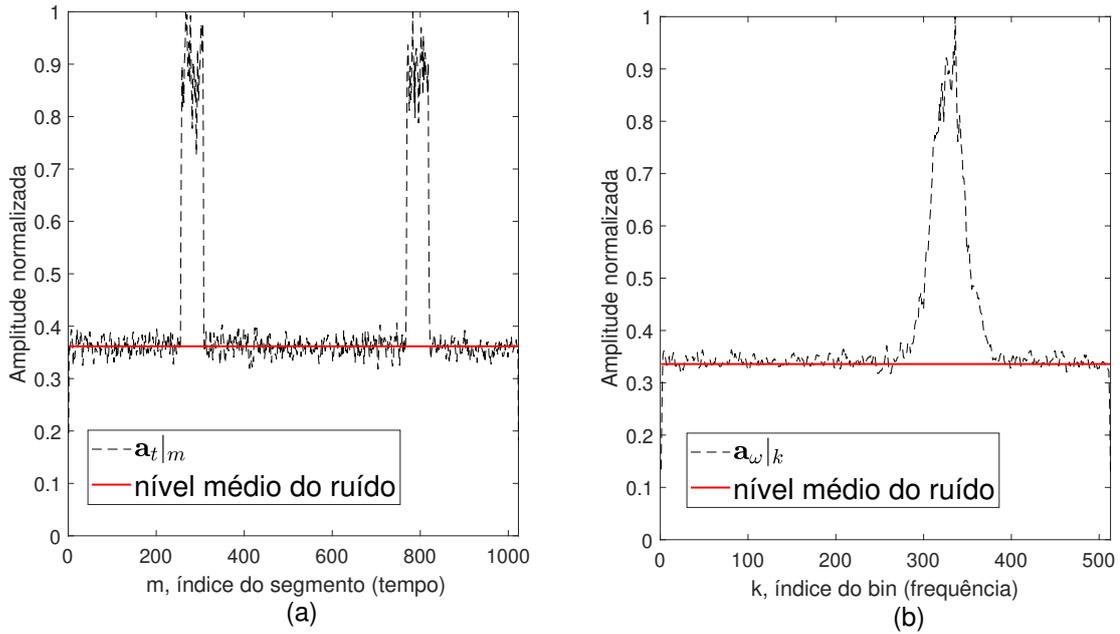
As distribuições marginais no tempo e na frequência, fornecem estimativas da energia instantânea e da PSD em cada sub-banda, respectivamente [40]. O vetor  $(M \times 1)$  distribuição marginal no tempo, obtido a partir dos elementos de  $\mathbf{E}_f$ ,  $E_f(k, m)$ , é dado por [38]

$$\mathbf{a}_t = \left[ \sum_{k=0}^{N-1} E_f(k, 1) \quad \cdots \quad \sum_{k=0}^{N-1} E_f(k, M) \right]^T. \quad (4.25)$$

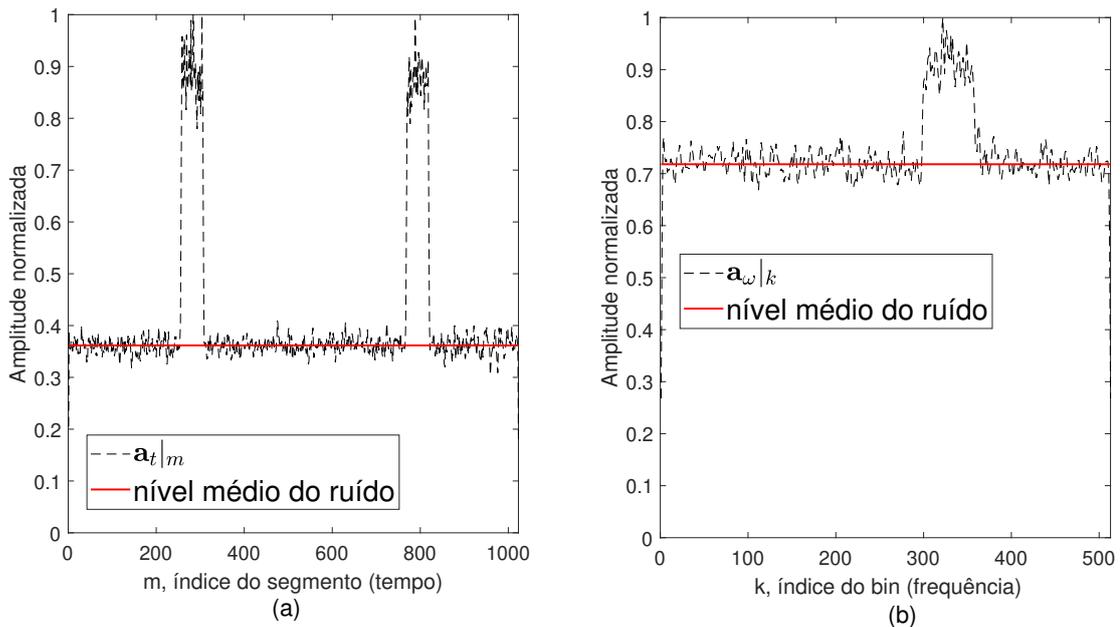
De maneira análoga, o vetor distribuição marginal na frequência  $(N \times 1)$  é aqui definido como

$$\mathbf{a}_\omega = \left[ \sum_{m=1}^M E_f(0, m) \quad \cdots \quad \sum_{m=1}^M E_f(N-1, m) \right]^T. \quad (4.26)$$

As Figuras 4.23 e 4.24, ilustram o comportamento dos vetores  $\mathbf{a}_t$  e  $\mathbf{a}_\omega$  obtidos após a integração, considerando uma SNR de -8 dB. Aqui, cabe observar a diferença da PSD entre amostras do vetor  $\mathbf{a}_\omega$  integrado para o FM Noise e o APCN. Pelas Figuras 4.23(b) 4.24(b), é nítida a diferença de nível da integração do ruído térmico para cada forma de onda. Tal comportamento por parte do APCN é devido à sua deficiência de confinamento espectral quando utilizando valores de  $\kappa > 0, 1$ , conforme foi mencionado na Seção 2.4. Assim, espalhamento espectral da função-amostra do processo estocástico que caracteriza o APCN soma-se à função-amostra do AWGN, aumentando consideravelmente o nível espectral do ruído.



**Figura 4.23** – Vetores de distribuição no tempo (a) e na frequência (b) a partir do conceito de integração do módulo do sinal interceptado. Forma de onda: FM Noise.

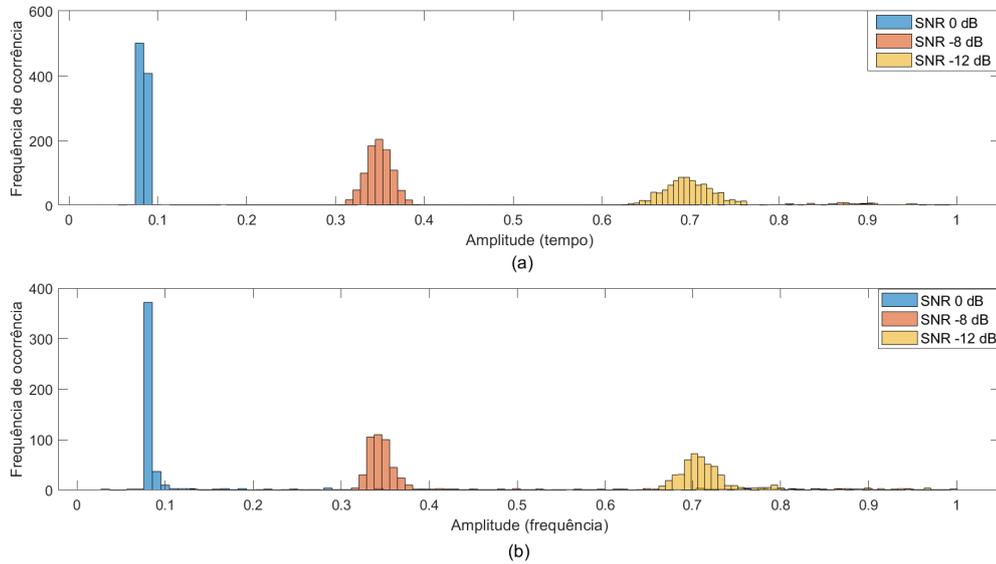


**Figura 4.24** – Vetores de distribuição no tempo (a) e na frequência (b) a partir do conceito de integração do módulo do sinal interceptado. Forma de onda: APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ .

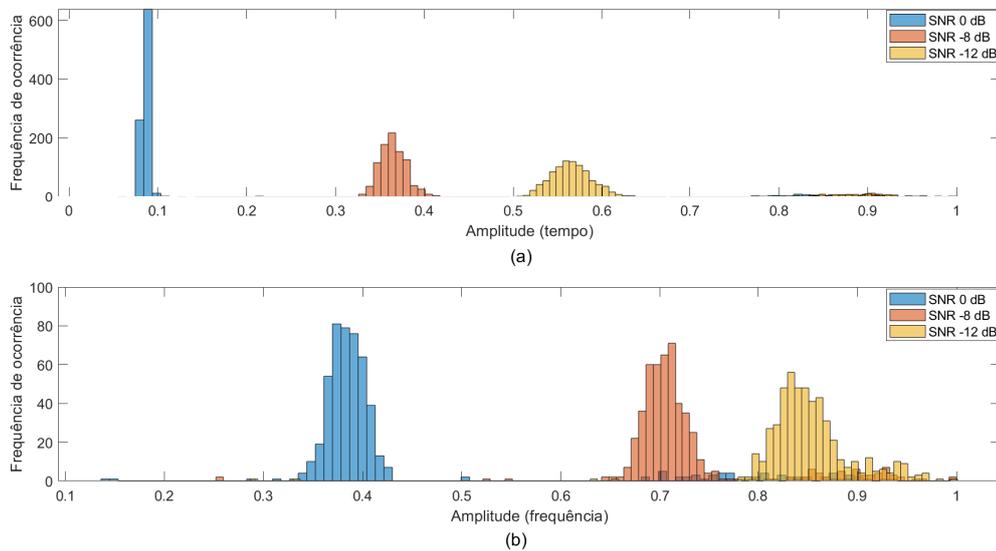
#### 4.2.4 Etapa 4: Análise dos histogramas

A Etapa 4 consiste na análise dos histogramas dos vetores das Equações (4.25) e (4.26) e na obtenção de limiares de detecção  $\gamma_t$  e  $\gamma_\omega$  para cada nível de SNR. Nessa análise, foi observado que para cada SNR a estimativa da função densidade de probabilidade (PDF, do inglês *Probability Density Function*) dos vetores  $\mathbf{a}_t$  e  $\mathbf{a}_\omega$  alteravam-se. Todavia, observou-se que sempre ocorriam duas modas (dois picos de frequência de ocorrência bem

separados), caracterizando uma distribuição bimodal. Esse comportamento é ilustrado na Figuras 4.25 e 4.26. Por exemplo, analisando a Figura 4.25(a) para a SNR de -8 dB (cor laranja) nota-se uma distribuição com uma moda entre as amplitudes de 0,3 a 0,4 e outra distribuição entre as amplitudes de 0,8 e 1.



**Figura 4.25** – Histograma da distribuição de probabilidade do vetor: (a)  $\mathbf{a}_t$  e (b)  $\mathbf{a}_\omega$  para diferentes níveis de SNR. Forma de onda analisada: FM Noise.



**Figura 4.26** – Histograma da distribuição de probabilidade do vetor: (a)  $\mathbf{a}_t$  e (b)  $\mathbf{a}_\omega$  para diferentes níveis de SNR. Forma de onda analisada: APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ .

Embora o histograma seja um bom indicativo da PDF de um vetor com amostras aleatórias  $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{N_a}]^T$ , ele não é uma função suave, uma propriedade que se pode esperar que qualquer PDF real tenha. O método de estimação não-paramétrica

“Kernel” [52], por sua vez, estima a PDF de  $\mathbf{a}$  por meio de uma função suave, aplicando uma densidade de probabilidade a cada amostra de  $\mathbf{a}$ , e então somam-se as curvas.

Define-se então a estimativa da PDF de um vetor  $\mathbf{a}$  como sendo [52]

$$\hat{f}(a) = \frac{1}{N_a h} \sum_{i=1}^{N_a} \mathcal{K}\left(\frac{a - a_i}{h}\right), \quad (4.27)$$

onde  $a_i$  são amostras aleatórias de  $\mathbf{a}$ ,  $N_a$  é o tamanho do vetor  $\mathbf{a}$  e  $\mathcal{K}(\bullet)$  é a função “Kernel” de suavização. A variável  $h$  é denominada parâmetro de suavização sendo dada por

$$h = \left(\frac{4}{3N_a}\right)^{\frac{1}{5}} \sigma, \quad (4.28)$$

com

$$\sigma = \frac{\text{mediana}\{|a_i - \text{mediana}(\mathbf{a})|\}}{0,6745}, \quad (4.29)$$

sendo o desvio mediano absoluto [52].

O histograma é um caso especial do estimador “Kernel” quando a função de suavização for uma distribuição de densidade uniforme entre  $[-1 : 1]$ , por isso o histograma não é uma estimação suave da PDF. Sendo assim, neste trabalho, utilizou-se o estimador “Kernel” como sendo uma distribuição normal (média nula e variância unitária).

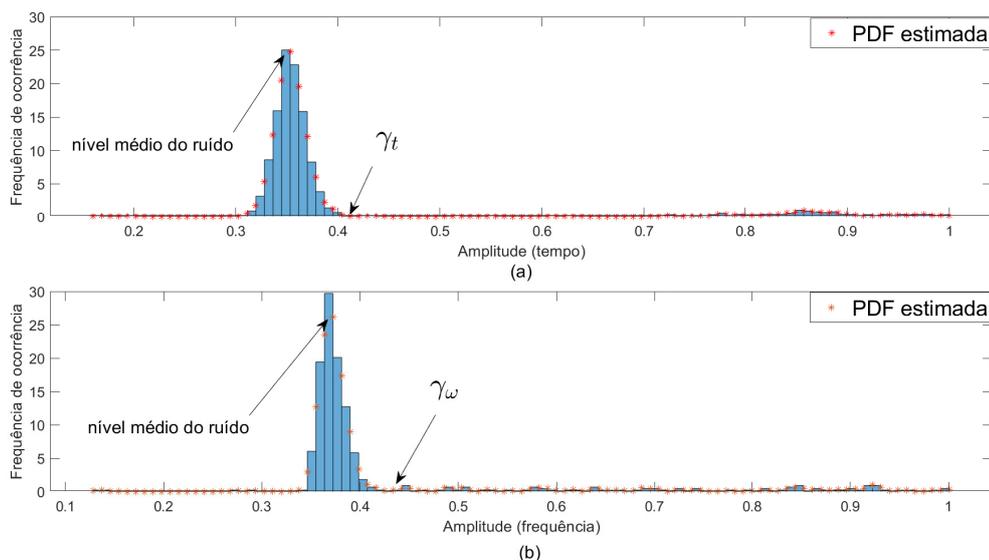
A implementação computacional da Equação (4.27) é realizada por meio da função do MATLAB (*Statistics and Machine Learning Toolbox*)

$$[\mathbf{f}, \mathbf{x}] = \text{ksdensity}(\mathbf{a}), \quad (4.30)$$

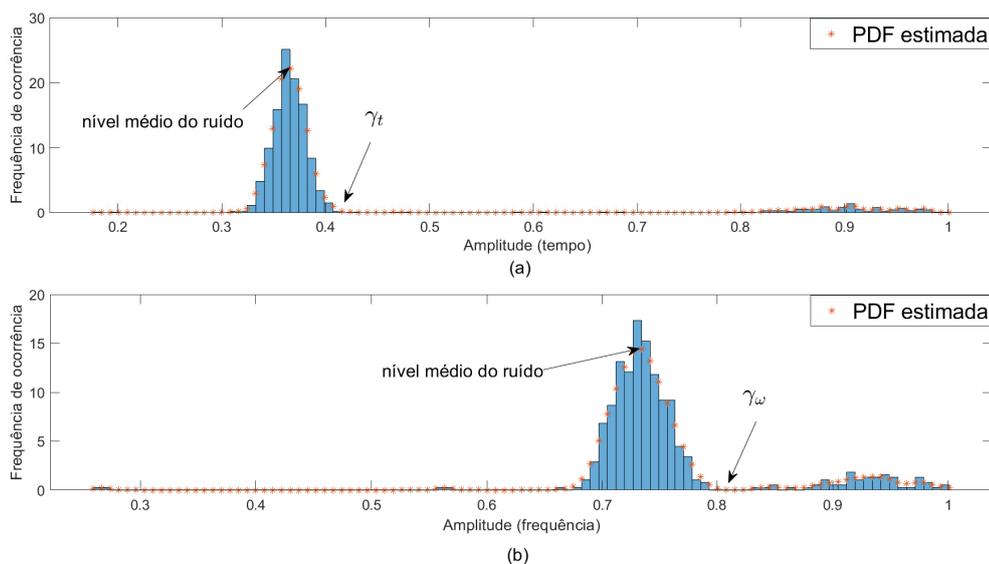
onde  $\mathbf{f}$  é a PDF estimada e  $\mathbf{x}$  é um vetor com cem pontos igualmente espaçados cobrindo a variação amostral de  $\mathbf{a}$ .

A partir das estimativa das PDF dos vetores  $\mathbf{a}_t$  e  $\mathbf{a}_\omega$  para cada SNR, definem-se os limiares de detecção por meio do seguinte procedimento:

1. Obtêm-se os níveis médios do ruído (moda global das PDF estimadas de  $\mathbf{a}_t$  e  $\mathbf{a}_\omega$ ), após o processo de integração dos  $N_p$  pulsos. As Figuras 4.23 e 4.24 apresentam os níveis médios do ruído a partir das PDF estimadas. As PDF são ilustradas pelo símbolo “\*” nas Figuras 4.27 e 4.28;
2. De posse do valor das modas globais, arbitram-se as dispersões em torno dessa moda, como sendo o primeiro ponto de derivada maior ou igual a zero;
3. Com os valores dos índices das amostras que caracterizam as dispersões, definem-se os limiares escalares  $\gamma_t$  e  $\gamma_\omega$ , no tempo e na frequência respectivamente. Nas Figuras 4.27 e 4.28 é possível conferir os limiares  $\gamma_t$  e  $\gamma_\omega$  obtidos, cujos valores serão detalhados na subseção seguinte.



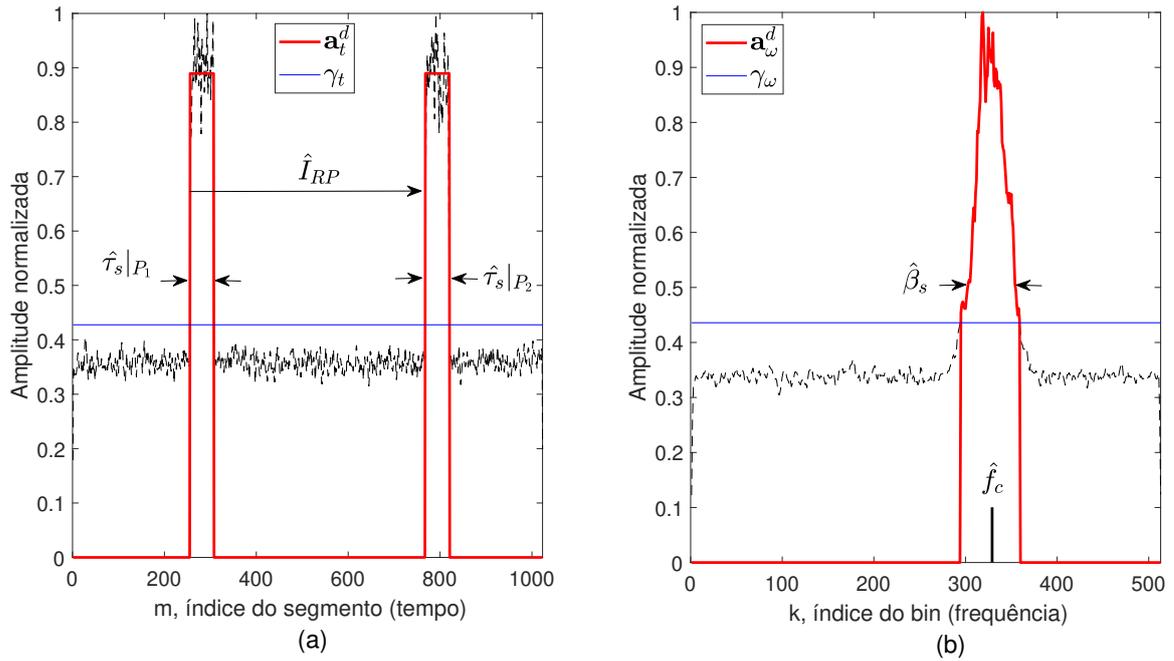
**Figura 4.27** – Estimativas das PDF’s por meio do método “Kernel”. (a) Distribuição no tempo; (b) Distribuição na frequência. Forma de onda: FM Noise.



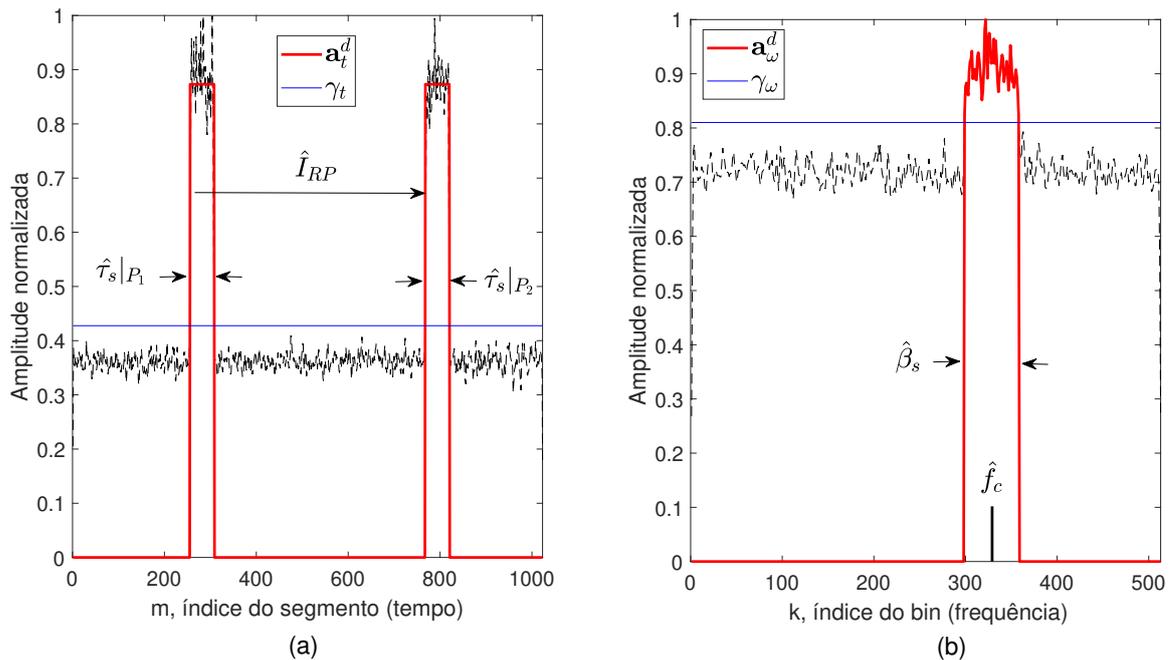
**Figura 4.28** – Estimativas das PDF’s por meio do método “Kernel”. (a) Distribuição no tempo; (b) Distribuição na frequência. Forma de onda: APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ .

### 4.2.5 Etapa 5: Detecção

De posse dos limiares no tempo e frequência, detecta-se o sinal no tempo:  $\mathbf{a}_t^d$ , e no espectro:  $\mathbf{a}_\omega^d$ . As Figuras 4.29 e 4.30, ilustram os vetores detectados e os parâmetros almejados a serem extraídos. Ainda nestas figuras, é possível observar os limiares utilizados:  $\gamma_t = 0,428$  e  $\gamma_\omega = 0,436$  para a forma de onda FM Noise e  $\gamma_t = 0,428$  e  $\gamma_\omega = 0,810$  para a forma de onda APCN.



**Figura 4.29** – Detalhamento dos parâmetros a serem estimados para: (a) Detecção do sinal no tempo, (b) Detecção no espectro. Forma de onda: FM Noise.



**Figura 4.30** – Detalhamento dos parâmetros a serem estimados para: (a) Detecção do sinal no tempo, (b) Detecção no espectro. Forma de onda: APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ .

#### 4.2.6 Etapa 6: Extração dos parâmetros intrapulso e interpulso

A partir dos vetores detectados ( $\mathbf{a}_t^d$  e  $\mathbf{a}_\omega^d$ ), estimam-se os parâmetros temporais intrapulso e interpulso conforme apresentado no diagrama em blocos na Figura 4.31, cuja explicação será feita a seguir:

- Estimaco dos parâmetros temporais interpulso e intrapulso: A partir do vetor  $\mathbf{a}_t^d$ , é realizada a identificao dos índices das bordas de subidas “s” e descidas “d” do vetor, na forma  $[s|_{P_i} \ d|_{P_i}]^T$ , onde  $s|_{P_i}$  e  $d|_{P_i}$  é o par de índices do  $i$ -ésimo pulso detectado. A partir disso, pode-se estimar a largura de pulso como

$$\hat{\tau}_s = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \tau_s|_{P_i}, \quad (4.31)$$

onde  $\tau_s|_{P_i} = \mathbf{t}(s|_{P_i}) - \mathbf{t}(d|_{P_i})$  e  $\mathbf{t}$  é o vetor de tempo de escuta com  $M$  segmentos relativo à decomposio T-F. O procedimento aqui descrito é detalhado na Figura 4.31.

O intervalo de repetio de pulso pode ser obtido a partir dos índices do tempo de subida de pulsos sucessivos, ou seja,

$$\hat{I}_{RP} = \frac{\hat{I}_{RP}|_{P_{(21)}} + \hat{I}_{RP}|_{P_{(32)}} + \cdots + \hat{I}_{RP}|_{P_{(i(i-1))}} + \cdots + \hat{I}_{RP}|_{P_{(N_p N_p - 1)}}}{N_p - 1}, \quad (4.32)$$

onde  $\hat{I}_{RP}|_{P_{(i(i-1))}} = \mathbf{t}(s|_{P_i}) - \mathbf{t}(s|_{P_{(i-1)}})$  é o intervalo de repetio de pulso obtido entre a diferena de tempo entre a  $i$ -ésima e  $(i - 1)$ -ésima borda de subida.

- Estimaco dos parâmetros intrapulso referente ao espectro. Nesse procedimento, para obter a estimaco da frequênciade operao radar e largura de banda, foi realizada uma abordagem diferente para as duas formas de ondas.

Conforme ilustrado pela Figura 2.9, a forma de onda FM Noise possui a PSD com o formato de uma distribuo gaussiana, a frequênciacentral  $f_c$  é, portanto, próxima à frequênciade pico espectral  $f_p$ . No entanto, de acordo com a Figura 2.10, tal assuno não pode ser efetuada para a forma de onda APCN. Essa tem um comportamento espectral com um formato próximo a um retângulo para produtos  $\beta_s \tau_s$  altos [25], mas com uma oscilao espectral acentuada nas bordas.

Assim sendo, para a forma de onda FM Noise, a frequênciacentral é extraída como:

$$\hat{f}_c = \hat{f}_p = \mathbf{f}(i_p), \quad (4.33)$$

onde  $i_p$  é o índice de maior energia obtida a partir da análise do vetor  $\mathbf{a}_\omega^d$  e  $\mathbf{f}$  é o vetor de frequênciade cujos elementos variam entre  $0 \leq f \leq f_s/2$ , com  $N$  bins de frequênciade obtidos pela decomposio T-F.

Para a estimaco de  $\beta_s$ , foi utilizado um procedimento que considera a poro do espectro que contém 90% da energia em torno da frequênciade pico  $f_p$ , usualmente empregado para projetar a banda de excurso frequencial de sinais radar estocásticos [22, 23]. A largura de banda é então estimada como

$$\hat{\beta}_s = \hat{f}_{max} - \hat{f}_{min}, \quad (4.34)$$

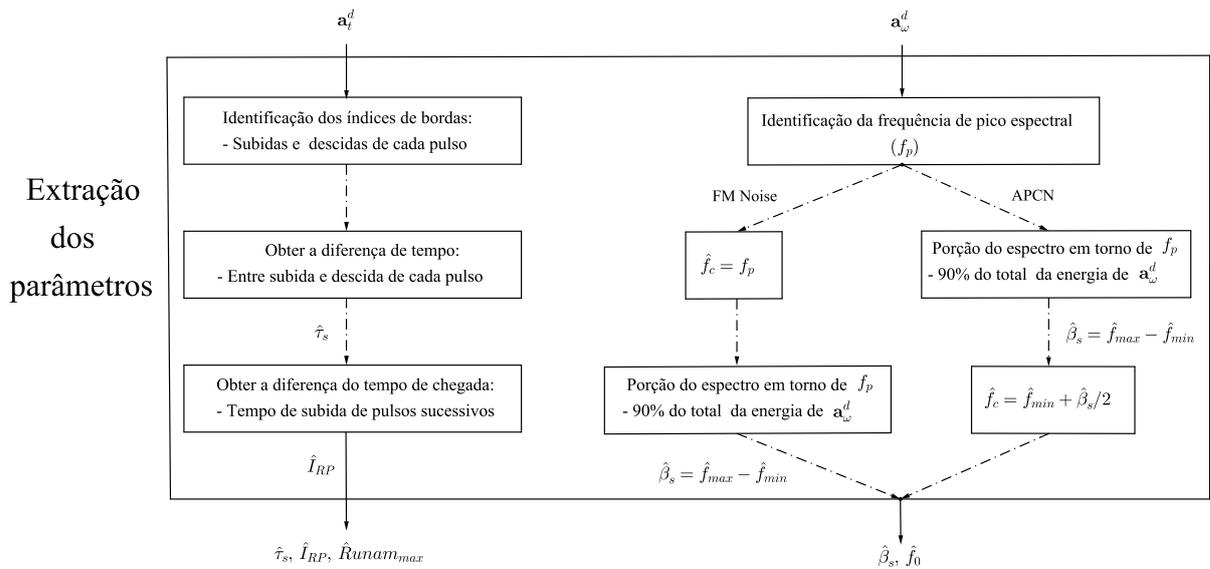
onde  $\hat{f}_{max}$  e  $\hat{f}_{min}$  são as frequências máxima e mínima obtidas após computar 90% da energia do vetor  $\mathbf{a}_\omega^d$  em torno de  $f_p$ .

A abordagem para a extração da largura de banda para a forma de onda APCN é análoga à descrita acima; entretanto, a extração de  $f_c$  difere, conforme apresentado no diagrama em blocos da Figura 4.31. O espectro da forma de onda APCN pode ter a componente frequencial de maior energia (referente ao índice  $i_p$ ) não sendo a frequência central  $f_c$ , como pôde ser observado na Figura 4.30(b); estima-se, então,  $f_{max}$  e  $f_{min}$  e define-se a frequência central como

$$\hat{f}_c = \hat{f}_{min} + \frac{\hat{\beta}_s}{2}. \quad (4.35)$$

Tanto para a forma de onda FM Noise quanto APCN, estima-se a frequência de operação radar como

$$\hat{f}_0 = \hat{f}_c + f_{LO}. \quad (4.36)$$



**Figura 4.31** – Diagrama em blocos apresentando a abordagem para extração dos parâmetros de ambas as formas de ondas. Metodologia baseada na integração não-coerente dos pulsos interceptados.

Neste capítulo foram apresentadas as duas metodologias (designadas como A e B) desenvolvidas para extração dos parâmetros intrapulso e interpulso de sinais radar de ruído. A partir de ambos os métodos foi possível gerar uma “impressão digital” da forma de onda radar interceptada. Tal “impressão digital” é utilizada para auxiliar o processo de identificação do modelo radar. Enquanto o método A (baseado em processamento de imagens) fornece as características conjuntas de tempo e espectro, o método B (baseado na integração não-coerente dos pulsos interceptados) possibilita a extração dos parâmetros temporais e espectrais isoladamente, em virtude de utilização do conceito das distribuições marginais de tempo e frequência.

O Capítulo 5 apresentará a avaliação dos resultados obtidos quanto à interceptação e extração de parâmetros de ambas as formas de onda. Tal avaliação se baseará na capacidade de extrair os parâmetros por parte do equipamento de MAGE, com determinado erro percentual aceitável segundo a literatura [2, 4, 16, 18], além de analisar a existência de polarização dos estimadores.

## 5 RESULTADOS

A abordagem sobre uma forma de onda APCN projetada com uma largura de banda de  $\beta_s = 30$  MHz e  $\kappa = 0,5$ , tal como em [20], sugere que um receptor de interceptação passiva não tem a possibilidade de extrair as características desta forma de onda, ou seja, explorá-la. Entretanto, apesar da sugestão, tal trabalho não abordou a extração das características desta forma de onda estocástica. Neste capítulo, os resultados das metodologias A e B com base nas distintas ATFs apresentadas na Seção 3.2 são comparados de tal forma a mostrar que é possível extrair as características da forma de onda APCN para uma posterior identificação desse radar. O capítulo compara ainda a aplicação da metodologia A e B utilizando diferentes análises tempo-frequência na extração de características da forma de onda FM Noise, apresentando a eficácia das metodologias num sistema MAGE contra uma forma de onda com modulação estocástica a ser empregada numa tecnologia de radar de ruído.

### 5.1 Indicadores de desempenho quanto à interceptação e extração de parâmetros

Em [4, 16, 18], para verificar a eficiência das metodologias propostas para extração automática de características de sinais radar determinísticos considerados LPI/LPID, o erro relativo percentual é considerado um indicador de desempenho, sendo este definido como

$$e(\%) = \left| \frac{\text{valor real} - \text{valor estimado}}{\text{valor real}} \right| \times 100, \quad (5.1)$$

a partir do qual, para uma observação do experimento num *ensemble*, obtém-se o erro relativo percentual médio.

Nesta abordagem, uma margem de até 10% nas estimativas dos parâmetros pode ser considerada aceitável no contexto de equipamentos de MAGE [4]. Os sistemas de MAGE convencionais, por exemplo, apresentam valores típicos de erros de medidas de parâmetros da ordem de 10% para medidas de frequências [2]. Além disso, em [18], margens de erro próximas a esse valor são consideradas também razoáveis. Em [16], a tolerância assumida é de  $\pm 1$  MHz para frequência de operação e largura de banda e  $\pm 1 \mu s$  para o período de modulação, mas deixa subjetividade, pois não referencia se tal tolerância é aceitável por algum equipamento MAGE. Por outro lado, em [17], a métrica de avaliação é baseada no tempo de extração dos parâmetros e na probabilidade de estimar o fator de modulação da forma de onda com modulação LFM determinística. Diante do exposto, foi assumido neste trabalho a margem de 10% como um limite superior.

Além do erro relativo percentual médio (erro no *ensemble*), outro indicador de desempenho utilizado para a avaliação dos estimadores, é a polarização (ou acurácia) definida como [53]

$$p_{\vartheta} = E(\hat{\vartheta}) - \vartheta, \quad (5.2)$$

onde  $\vartheta$  é o parâmetro real e  $\hat{\vartheta}$  é o estimador. A partir da Equação (5.2) e assumindo um número finito de observações do experimento, definimos a polarização normalizada como

$$p = \frac{\bar{\hat{\vartheta}} - \vartheta}{\vartheta}, \quad (5.3)$$

onde

$$\bar{\hat{\vartheta}} = \frac{1}{\text{ENS}} \sum_{i=1}^{\text{ENS}} \hat{\vartheta}_i, \quad (5.4)$$

é a média empírica de “ENS” observações da variável aleatória  $\hat{\vartheta}$ . Valores de  $p$  próximos a zero indicam um estimador despolarizado (acurado), enquanto valores próximos à -1 ou 1 indicam um estimador polarizado.

## 5.2 APCN

---

**Algoritmo 1:** Pseudocódigo apresentando a análise realizada a partir da estimação dos parâmetros intrapulso e interpulso. Forma de onda: APCN

---

Escolha a transformada T-F: STFT ou WPT;

Inicializar variáveis;

**for**  $SNR = -15:0$  **do**

Inicializar variáveis alocadas a cada SNR;

**for**  $ens = 1:100$  **do**

• Gerador de forma de onda radar APCN  $\rightarrow s(n)$  real;

• Interceptador MAGE:

Análise tempo-frequência:  $\tilde{x}(n) = \tilde{s}(n) + \tilde{w}(n) \rightarrow \mathbf{E}$ ;

Extração dos parâmetros : Metodologia A ou B

$$\left[ \hat{\beta}_s^{(ens)} \quad \hat{f}_0^{(ens)} \quad \hat{\tau}_s^{(ens)} \quad \hat{I}_{RP}^{(ens)} \quad \hat{R}_{unam_{max}}^{(ens)} \right]^T;$$

**end**

Obter matriz dos estimadores para cada SNR:

$$\mathbf{\Upsilon} = \left[ \hat{\beta}_s \quad \hat{f}_0 \quad \hat{\tau}_s \quad \hat{I}_{RP} \quad \hat{R}_{unam_{max}} \right];$$

Avaliar desempenho:

$$\mathbf{e}_{ensemble}(\%) \text{ e } \mathbf{P};$$

**end**

---

O pseudocódigo apresentado no Algoritmo 1 ilustra uma visão geral de como é realizada a avaliação de desempenho quanto à interceptação e extração de características da forma de onda estocástica APCN, o qual será detalhado a seguir:

1. Na *ens*-ésima rodada da análise T-F utilizando-se, por exemplo, a STFT, transforma-se o sinal analítico  $\tilde{x}(n) = \tilde{s}(n) + \tilde{w}(n)$  no tempo, em uma versão tempo-frequência (matriz  $\mathbf{E}$ ) para uma SNR fixa;
2. Aplica-se, por exemplo, a metodologia A (baseada em processamento de imagem) sobre a matriz  $\mathbf{E}$  e obtém-se um vetor composto da estimativa dos parâmetros intrapulso e interpulso  $\left[ \hat{\beta}_s^{(ens)} \quad \hat{f}_0^{(ens)} \quad \hat{\tau}_s^{(ens)} \quad \hat{I}_{RP}^{(ens)} \quad \hat{R}_{unam_{max}}^{(ens)} \right]^T$ ;
3. Realizam-se os procedimentos listados nos itens 1 e 2 repetidamente considerando um *ensemble* de cem (100) rodadas independentes de geração de funções-amostra do sinal aleatório interceptado e do ruído térmico;
4. A partir da observação do experimento no *ensemble* obtêm-se a matriz

$$\mathbf{\Upsilon}_{STFT}^A = \left[ \hat{\beta}_s \quad \hat{f}_0 \quad \hat{\tau}_s \quad \hat{I}_{RP} \quad \hat{R}_{unam_{max}} \right],$$

a qual cada coluna é composta do vetor de estimação de um parâmetro específico;

5. Avalia-se o desempenho da metodologia A tendo como base a transformada STFT por meio dos dois indicadores apresentados nas Equações (5.1) e (5.3), ou seja:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{ensemble}(\%)_{STFT}^A &= \left[ \overline{e(\%)_{\hat{\beta}_s}} \quad \overline{e(\%)_{\hat{f}_0}} \quad \overline{e(\%)_{\hat{\tau}_s}} \quad \overline{e(\%)_{\hat{I}_{RP}}} \quad \overline{e(\%)_{\hat{R}_{unam_{max}}}} \right]^T, \\ \mathbf{P}_{STFT}^A &= \left[ p_{\hat{\beta}_s} \quad p_{\hat{f}_0} \quad p_{\hat{\tau}_s} \quad p_{\hat{I}_{RP}} \quad p_{\hat{R}_{unam_{max}}} \right]^T, \end{aligned}$$

onde  $\overline{e(\%)}$  é o erro relativo percentual médio e  $p$  é a polarização normalizada, ambas quantidades grandezas reais e escalares;

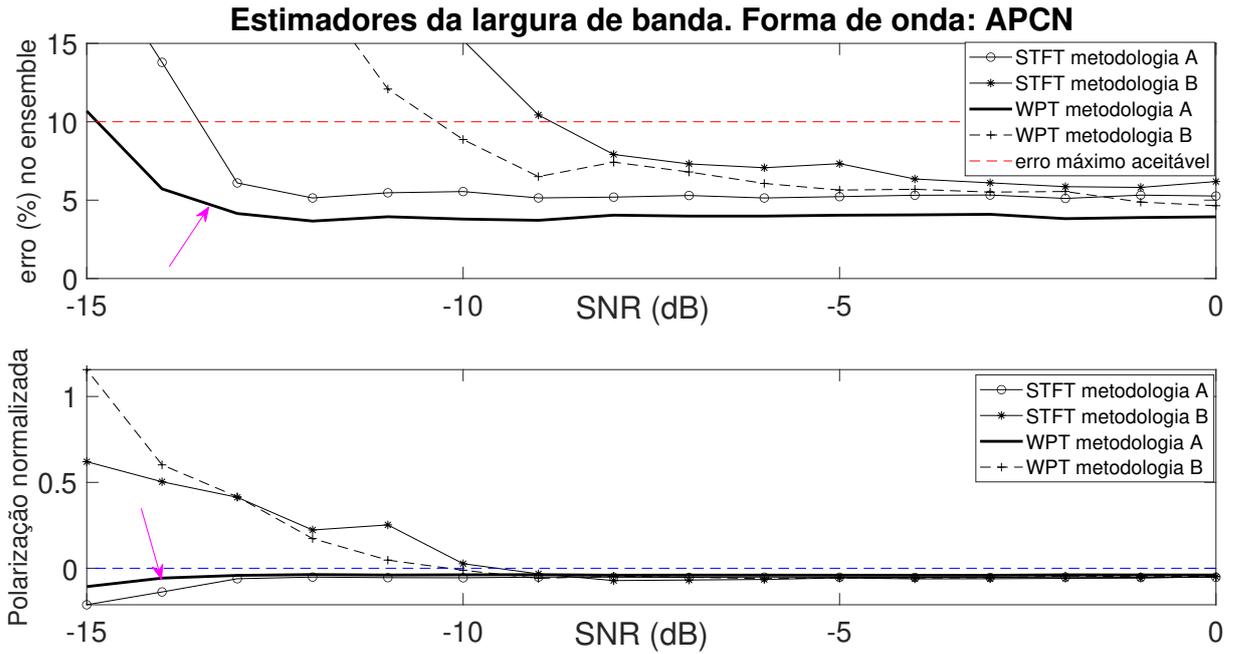
6. Repetem-se os procedimentos listados nos itens 1, 2, 3, 4 e 5, mas aplicando-se a metodologia B (baseada na integração não-coerente dos pulsos interceptados); e
7. Todos os procedimentos listados no itens 1, 2, 3, 4, 5 e 6 são realizados semelhantemente, no entanto, considerando agora a transformada WPT.

Com o entendimento do detalhamento de como é realizada a avaliação do desempenho quanto à extração de características das formas de ondas estocásticas, as diferentes abordagens são aqui comparadas sendo escolhida a melhor para cada parâmetro. Cabe salientar que a definição de uma melhor abordagem, segundo a extração de um dado parâmetro específico,  $\beta_s$ ,  $f_0$ ,  $\tau_s$ , ou  $I_{RP}$  é de interesse prático em uma metodologia de processamento aplicada a sistemas de MAGE [39].

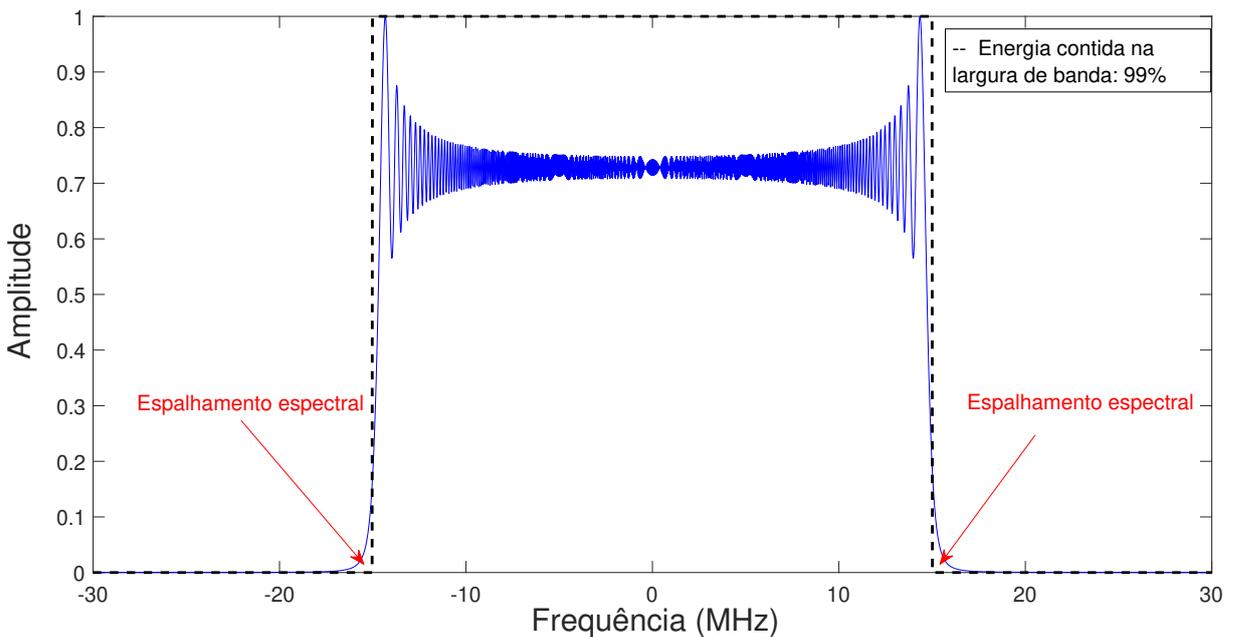
A Figura 5.1, apresenta o resultado obtido para estimação da largura de banda  $\beta_s$ , após a realização de todos os procedimentos ilustrados no Algoritmo 1 e detalhados do item 1 ao 7 da Seção 5.2. Nessa figura, como é possível observar com a indicação da seta (cor roxa), a melhor abordagem para extração foi a metodologia A tendo como base

a decomposição T-F por meio da WPT. Entretanto, todas as abordagens apresentaram a capacidade de estimar  $\beta_s$  no limite de erro máximo aceitável, para SNR de até -8 dB.

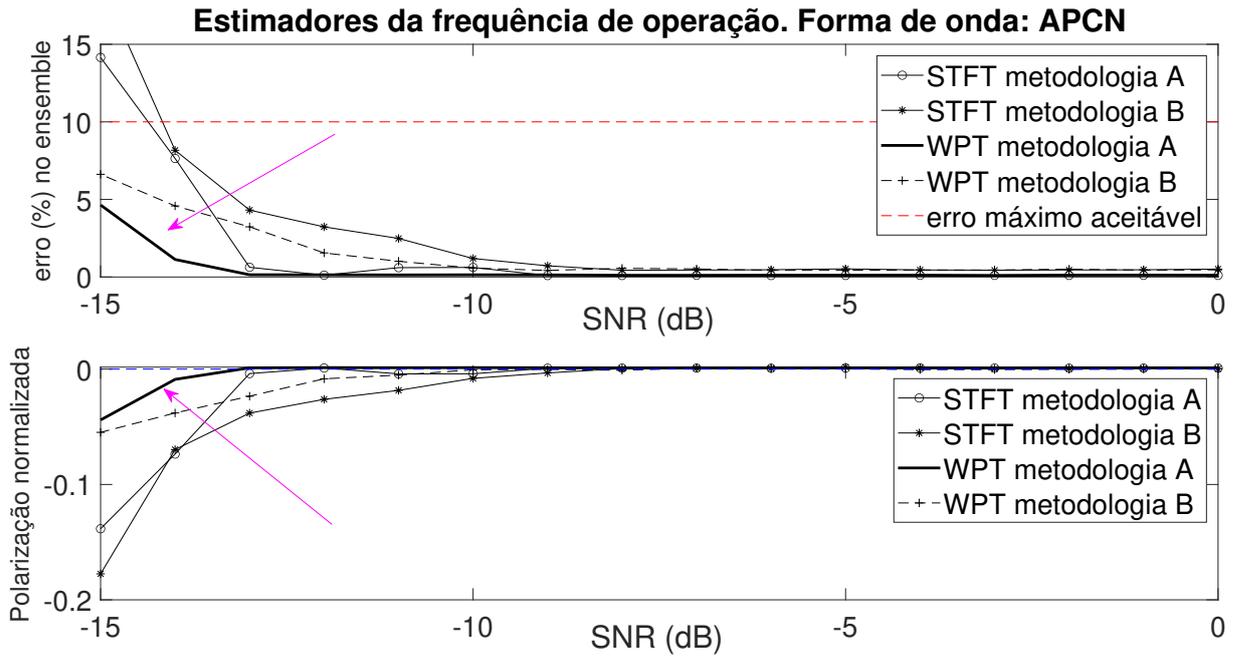
A largura de banda do APCN  $\beta_s$  pode ser considerada igual à largura de banda da sua componente *chirp*, i.e.,  $\beta_{sc}$ , conforme detalhamos em [31]. Para produtos  $\beta_s \tau_s$  altos, o espectro de um *chirp* é próximo a um retângulo e seu espalhamento espectral é mínimo, como observado na Figura 5.2.



**Figura 5.1** – Desempenho dos estimadores da largura de banda  $\beta_s$ . Forma de onda APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ .

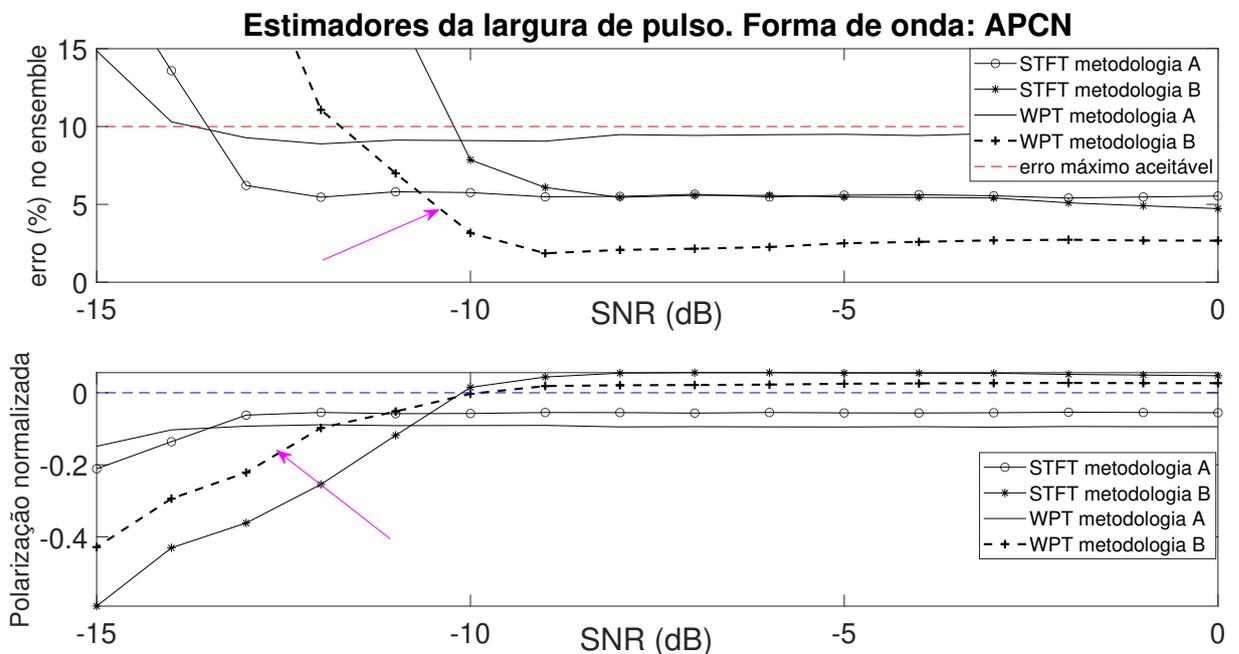


**Figura 5.2** – PSD apresentando o percentual de energia contida na largura de banda ( $\beta_s = 30$  MHz) de projeto de um sinal *chirp*.



**Figura 5.3** – Desempenho dos estimadores da frequência de operação  $f_0$ . Forma de onda APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ .

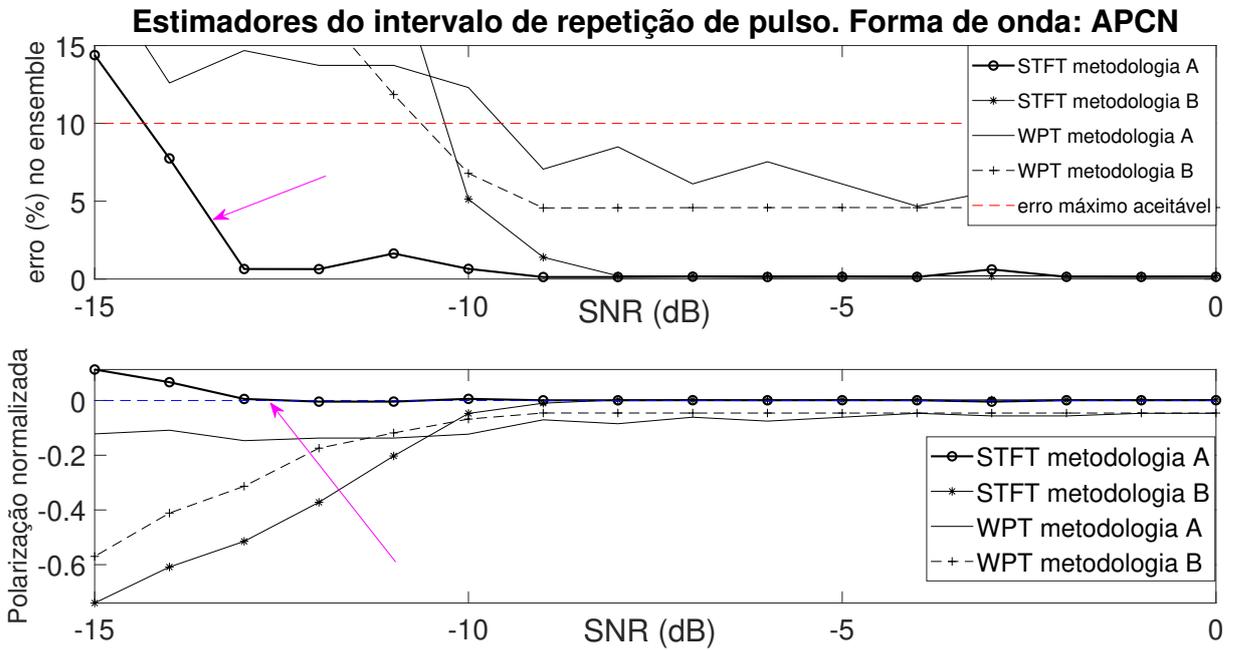
Para extração da frequência de operação  $f_0$ , a melhor abordagem também foi a metodologia A com base na transformada WPT, conforme ilustrado na Figura 5.3, indicado pela seta na cor roxa.



**Figura 5.4** – Desempenho dos estimadores da largura de pulso  $\tau_s$ . Forma de onda APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ .

Na extração da característica temporal  $\tau_s$ , a melhor abordagem observada foi a metodologia B tendo como base a transformada WPT. Todavia, salienta-se que foi possível

extrair a informação intrapulso temporal para SNR's de até -10 dB. O resultado da estimação é apresentado na Figura 5.4.



**Figura 5.5** – Desempenho dos estimadores do intervalo de repetição de pulso  $I_{RP}$ . Forma de onda APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ .

Entretanto, conforme pode-se observar na Figura 5.5 para a estimação do intervalo de repetição de pulso  $I_{RP}$ , a abordagem que apresentou melhor resultado tanto quanto no erro percentual quanto no desempenho de despolarização foi a metodologia A utilizando a decomposição T-F STFT.

No Algoritmo 1, é possível observar a estimação da distância máxima não-ambígua. Essa é diretamente proporcional à estimação do  $I_{RP}$  pela Equação (2.1), por isso aqui não ilustrada graficamente.

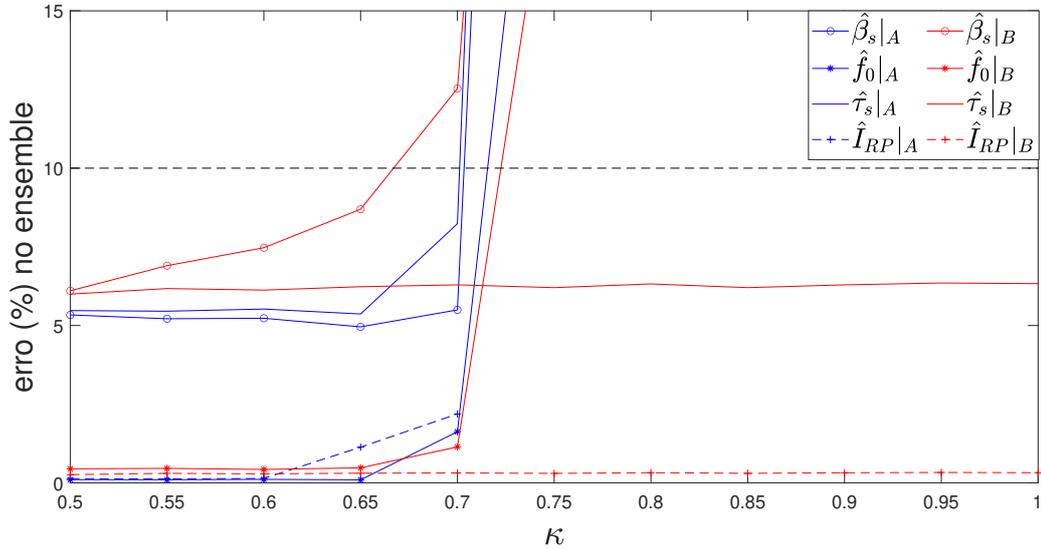
No intuito de se ter uma visão geral, a Tabela 5.1 apresenta o resumo das melhores abordagens.

**Tabela 5.1** – Melhores abordagens para extração dos parâmetros intrapulso e interpulso. Forma de onda: APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$

Parâmetro	Variável	Melhor abordagem na extração
Largura de banda	$\beta_s$	WPT e metodologia A
Frequência de operação	$f_0$	WPT e metodologia A
Largura de pulso	$\tau_s$	WPT e metodologia B
Intervalo de repetição de pulso	$I_{RP}$	STFT e metodologia A
Distância máxima não-ambígua	$Runam_{max}$	STFT e metodologia A

Assim, contrariando a sugestão apresentada em [20], quando do emprego radar de uma forma de onda APCN considerando  $\kappa = 0,5$  e  $\alpha = 1$ , um sistema de MAGE

que emprega as abordagens de extração automática de parâmetros apresentadas neste trabalho, tem a capacidade de detectar o sinal, extrair suas características e possivelmente identificar o radar. Portanto, uma forma de onda radar APCN que objetiva alcançar a capacidade de tolerância Doppler ( $\kappa = 0,5$ ) não se mostrou com característica LPI/LPID contra um interceptador MAGE que empregue as metodologias aqui desenvolvidas.



**Figura 5.6** – Estimadores das características da forma de onda APCN quando variando a aleatória em fase  $\kappa$  e considerando  $\alpha = 1$ .

A Figura 5.6, apresenta a extração dos parâmetros intrapulso e interpulso para uma família de formas de onda radar APCN quando considerados diferentes valores de  $\kappa$ , assumindo  $\alpha = 1$  e uma SNR fixa de  $-3$  dB na cadeia de recepção do MAGE. Os parâmetros extraídos na cor azul são relativos à abordagem utilizando à metodologia A, enquanto na cor vermelha à metodologia B. Observa-se então, que nenhuma das metodologias conseguiu estimar todos os parâmetros dentro do limite de erro aceitável, quando  $\kappa \geq 0,7$ , condizendo com o comportamento de aleatoriedade máxima ilustrado na Figura 2.15. A metodologia B conseguiu extrair as informações temporais ( $\tau_s$  e  $I_{RP}$ ) dentro do limite aceitável de erro, devido à abordagem isolada de extração no tempo e no espectro. Ressalta-se, contudo, que apenas tais parâmetros não são o suficiente para gerar uma “impressão digital” da forma de onda interceptada, a fim de ser possível a identificação do radar [39].

Desta forma, radares de ruído que possam empregar uma forma de onda de transmissão APCN setando o fator de escala em fase  $\kappa$  para valores maiores ou iguais à  $0,7$ , são, com base nos resultados encontrados neste trabalho considerados LPID. Contudo, como abordamos em [31], a respeito do *tradeoff* entre a capacidade LPI/LPID, confinamento espectral e capacidade de tolerância Doppler, se um radar de ruído for utilizado nesta configuração ( $\kappa \geq 0,7$ ) para fazer frente a um sistema de MAGE, o radar perderá em desempenho de detecção, algo primordial num emprego de busca e vigilância.

### 5.3 FM Noise

Semelhantemente à explanação desenvolvida na Seção 5.2, o Algoritmo 2 ilustra uma visão geral de como é realizada a avaliação de desempenho quanto à interceptação e extração de características da forma de onda estocástica FM Noise, cujo detalhamento é análogo ao explicado do Item 1 ao Item 7 na Seção 5.2.

---

**Algoritmo 2:** Pseudocódigo apresentando a análise realizada a partir da estimação dos parâmetros intrapulso e interpulso. Forma de onda: FM Noise

---

Escolha a transformada T-F: STFT ou WPT;

Inicializar variáveis;

**for**  $SNR = -15:0$  **do**

    Inicializar variáveis alocadas a cada SNR;

**for**  $ens = 1:100$  **do**

        • Gerador de forma de onda radar FM Noise  $\rightarrow s(n)$  real;

        • Interceptador MAGE:

            Análise tempo-frequência:  $\tilde{x}(n) = \tilde{s}(n) + \tilde{w}(n) \rightarrow \mathbf{E}$ ;

            Extração dos parâmetros : Metodologia A ou B

$$\left[ \hat{\beta}_s^{(ens)} \quad \hat{f}_0^{(ens)} \quad \hat{\tau}_s^{(ens)} \quad \hat{I}_{RP}^{(ens)} \quad \hat{R}_{unam_{max}}^{(ens)} \right]^T ;$$

**end**

    Obter matriz dos estimadores para cada SNR:

$$\mathbf{\Upsilon} = \left[ \hat{\beta}_s \quad \hat{f}_0 \quad \hat{\tau}_s \quad \hat{I}_{RP} \quad \hat{R}_{unam_{max}} \right] ;$$

    Avaliar desempenho:

$$\mathbf{e}_{ensemble}(\%) \text{ e } \mathbf{P};$$

**end**

---

Analisando os resultados obtidos, a partir da Figura 5.7, observamos a estimação da largura de banda  $\beta_s$  considerando as distintas abordagens. Apenas a metodologia B (baseada na integração não-coerente dos pulsos interceptados) foi capaz de estimá-la na faixa de tolerância aceitável.

Tal resultado é explicado, pois na metodologia A, baseada em processamento de imagem, a estimação foi feita sobre a imagem binária, com perda da informação de amplitude do sinal de interesse. O espalhamento espectral da forma de onda FM Noise, diferente do espalhamento do sinal APCN (discutido na Seção 5.2), impossibilitou a estimação na tolerância aceitável.

A Figura 5.8 apresenta o resultado quanto a extração da frequência de operação  $f_0$ . A melhor abordagem obtida foi por meio da metodologia A usando a transformada WPT. Não obstante, é possível verificar que todas as abordagens alcançaram uma estimação com erro menor do que 2% para SNR de até -15 dB, relação esta considerada baixa em um ambiente de operação MAGE [39]. Outro aspecto interessante é a característica

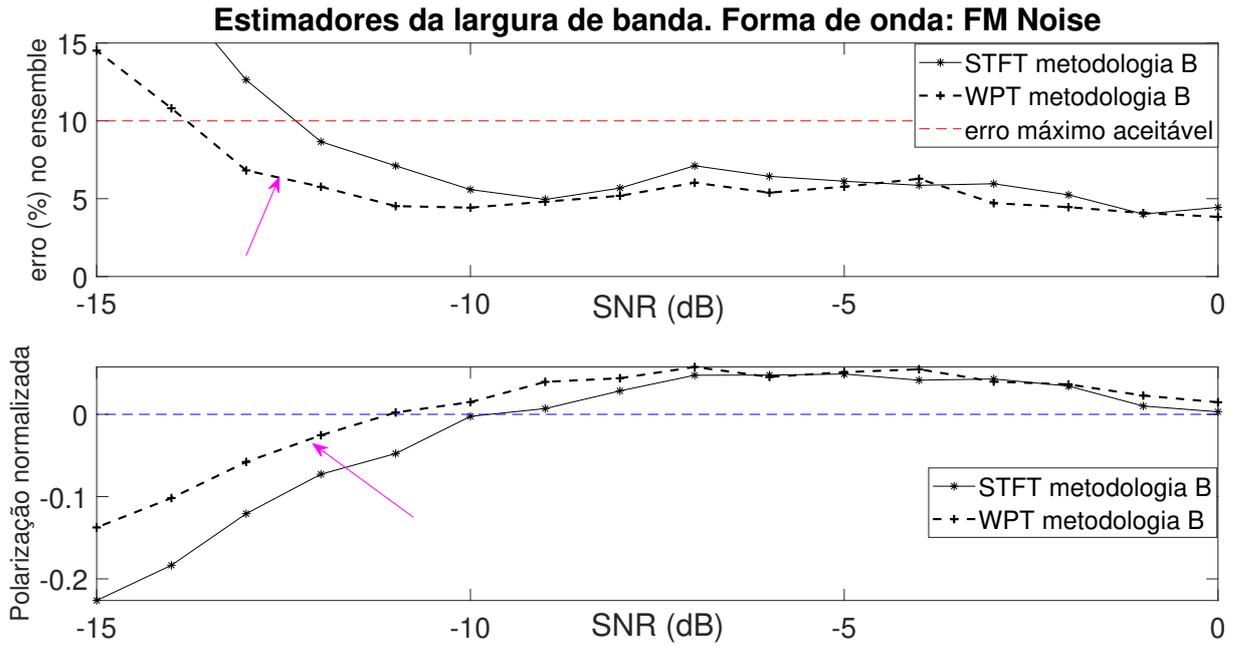


Figura 5.7 – Desempenho dos estimadores da largura de banda  $\beta_s$ . Forma de onda FM Noise.

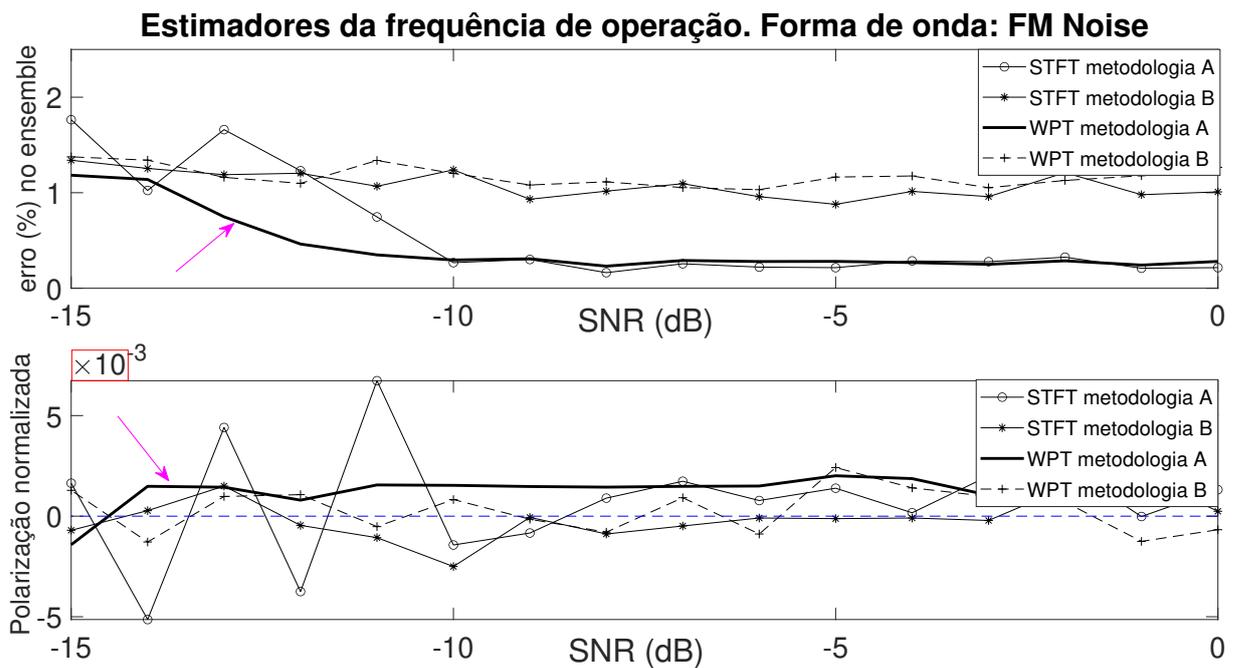
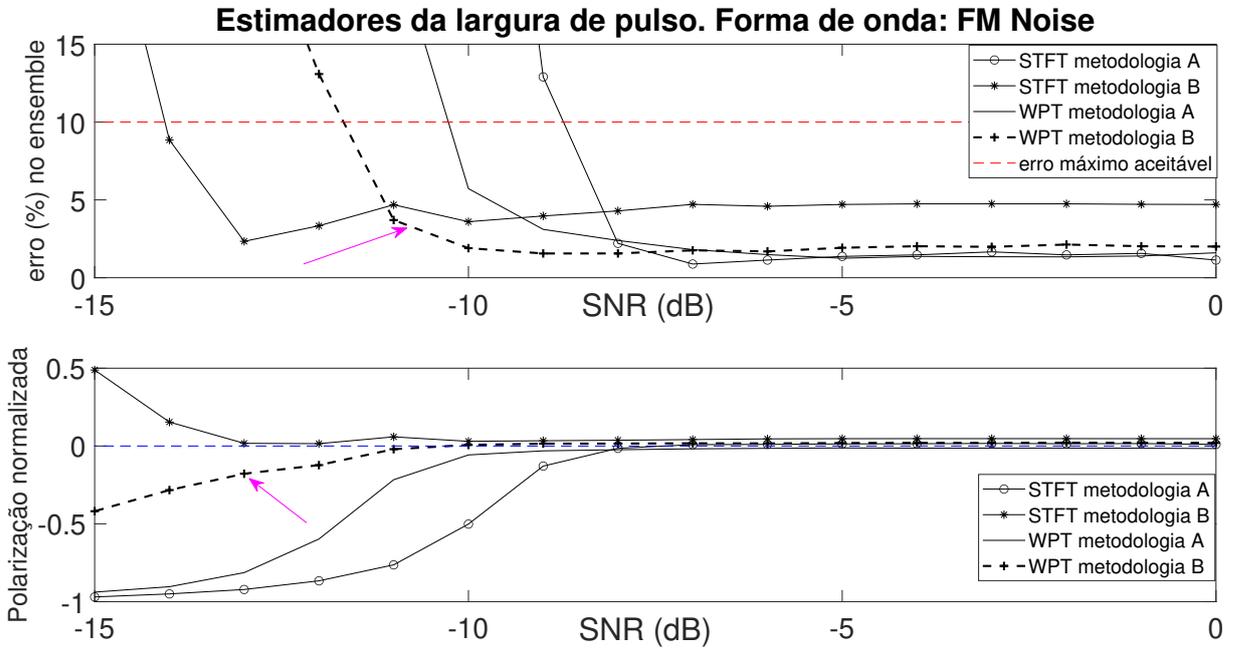


Figura 5.8 – Desempenho dos estimadores da frequência de operação  $f_0$ . Forma de onda FM Noise.

de despolarização dos estimadores, haja vista que a maior oscilação ficou em torno de 0,005; valor que pode ser considerado desprezível quando analisando um número finito de amostras em detrimento à abordagem teórica cujo valor esperado é aplicado em número infinito.

Analisando o desempenho quanto à extração do parâmetro temporal largura de pulso  $\tau_s$ , a melhor abordagem foi utilizando a metodologia B junto da análise tempo-

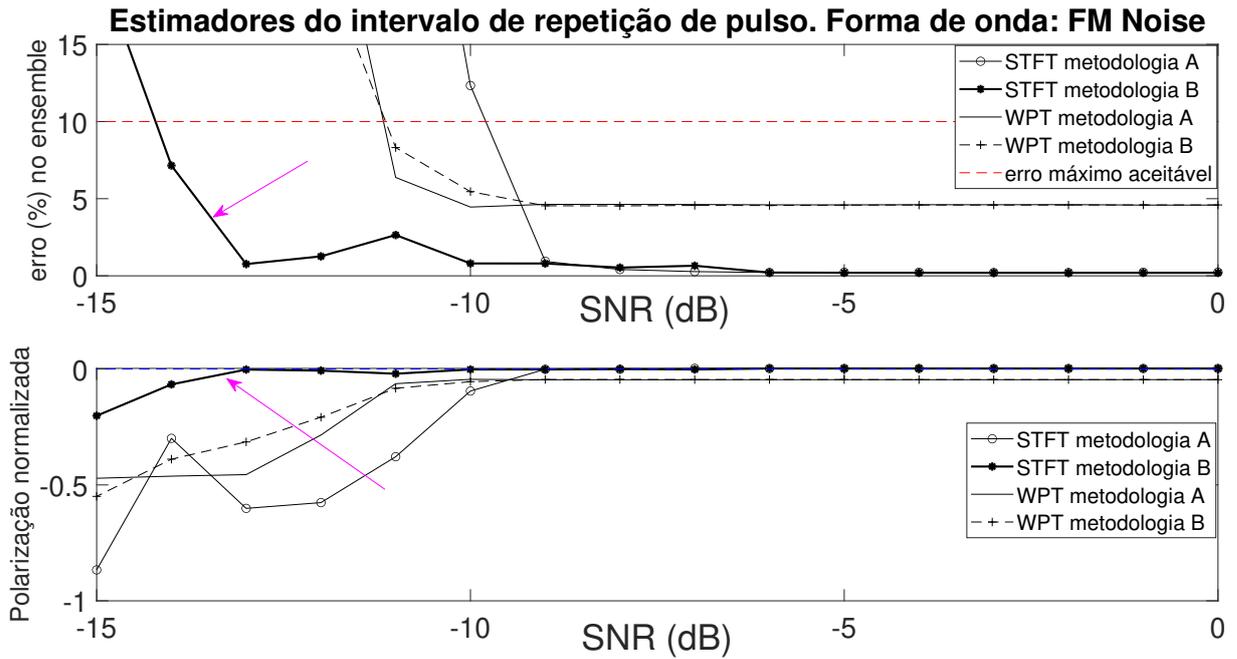
frequência WPT. Nessa análise, apesar de a metodologia B com a STFT ter alcançado estimação até -14 dB contra -11 dB da primeira, o erro da metodologia B com decomposição WPT foi sempre menor, além de ter um melhor desempenho quanto a despolarização para diferentes SNR's. A Figura 5.9 ilustra os resultados obtidos.



**Figura 5.9** – Desempenho dos estimadores da largura de pulso  $\tau_s$ . Forma de onda FM Noise.

Por fim, a última análise é a respeito da estimação do intervalo de repetição de pulso  $I_{RP}$ . Conforme ilustrado na Figura 5.10, o melhor resultado foi obtido utilizando a transformada STFT para analisar o sinal interceptado no T-F e aplicar a metodologia B para extrair as suas características de forma automática. E, para concluir pela Equação (2.1), a estimação de  $R_{unam_{max}}$  segue a mesma abordagem quanto à estimação de  $I_{RP}$ .

Assim como na Seção 5.2, a Tabela 5.2 apresenta o resumo das melhores abordagens. Portanto, com base nos resultados apresentados e tomando como referência sistema MAGE que possa empregar as metodologias aqui desenvolvidas, uma forma de onda FM Noise não se mostrou com características LPI/LPID.



**Figura 5.10** – Desempenho dos estimadores do intervalo de repetição de pulso  $I_{RP}$ . Forma de onda FM Noise.

**Tabela 5.2** – Melhores abordagens para extração dos parâmetros intrapulso e interpulso. Forma de onda: FM Noise

Parâmetro	Variável	Melhor abordagem na extração
Largura de banda	$\beta_s$	WPT e metodologia B
Frequência de operação	$f_0$	WPT e metodologia A
Largura de pulso	$\tau_s$	WPT e metodologia B
Intervalo de repetição de pulso	$I_{RP}$	STFT e metodologia B
Distância máxima não-ambígua	$Runam_{max}$	STFT e metodologia B

Pela Tabela 5.1 e Tabela 5.2 observa-se então que a metodologia A se mostrou melhor na acurácia de extração dos parâmetros do sinal APCN, enquanto a metodologia B apresentou melhores resultados para o FM Noise. Entretanto, temos que ter em mente que sistemas MAGE necessitam operar muito rápido, devido ao tempo crítico para missões [17]. Assim, após rodar cem realizações independentes do experimento para cada metodologia, conforme descrito nos Algoritmos 1 e 2, o tempo médio de processamento para uma única realização foi de:

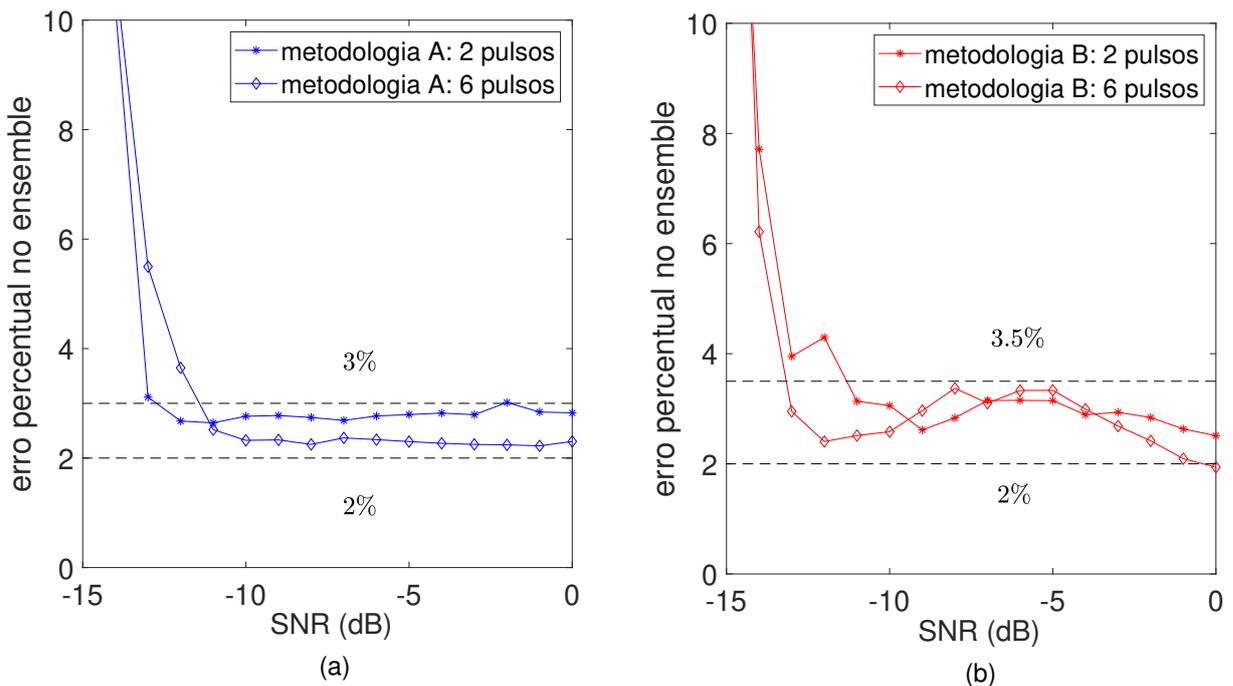
- Metodologia A: 1,5103 segundos; e
- Metodologia B: 0,0924 segundos.

Observando, então, que a Metodologia A leva 1,4179 segundos, 1634% a mais de tempo para uma estimativa dos parâmetros. Tais valores foram obtidos utilizando o software MATLAB®, versão 9.9.0.1592791 (R2020b) Update 5, instalado em Microsoft®

Windows 10 Home Single Language, processador Intel® Core i5-7200U, 2,50 GHz, com 8 GB de memória RAM.

Com relação à eficácia das abordagens desenvolvidas neste trabalho, em [4, 16, 18], a extração dos parâmetros baseada em processamento de imagem de formas de onda determinísticas foram alcançadas para SNR até -9, -8 e -6 dB, respectivamente. Desta forma, os resultados das metodologias A e B para interceptação e extração automática dos parâmetros de formas de onda estocásticas (radares de ruído) podem ser considerados promissores num emprego em sistema MAGE com receptor digital.

Uma análise adicional foi efetuada, considerando uma quantidade de pulsos maior do que o mínimo para extração das características interpulso, i.e.,  $N_p = 2$ . Assim, com base nos resultados apresentados nas Tabela 5.1 e Tabela 5.2, foi escolhida para o experimento, a metodologia A na extração dos parâmetros da forma de onda APCN e a metodologia B para a forma de onda FM Noise. Nesse experimento, foram considerados  $N_p = 6$  pulsos interceptados.



**Figura 5.11** – Extração dos parâmetros considerando diferentes quantidades de pulsos interceptados: (a) Forma de onda APCN; (b) Forma de onda FM Noise.

A Figura 5.11(a) apresenta a comparação do erro percentual obtido na geração da “impressão digital” para diferentes níveis de SNR. Os resultados mostram que apesar do aumento de 2 para 6 pulsos não houve diminuição significativa no erro médio. Em ambas quantidades de pulsos interceptados, a faixa de erro ficou entre 2% e 3% para SNR menor do que -10 dB. Contudo, o tempo médio de processamento para uma única realização aumentou de 1,5103 segundos para 5,0461 segundos. Com relação à FM Noise, um comportamento semelhante também foi observado, ficando a faixa de erro entre 2%

e 3.5% para SNR's menores do que -10 dB. O tempo de processamento para geração de uma “impressão digital” aumentou de 0,0924 segundos para 0,1988 segundos.

A Tabela 5.3 apresenta um resumo geral das melhores metodologias empregadas para gerar a “impressão digital” de ambas as formas de ondas radar de ruído. Utilizando como métrica os indicadores de desempenho erro percentual e polarização, o método A apresentou os melhores resultados para a forma de onda APCN; por outro lado, o método B mostrou ter melhor desempenho para a forma de onda FM Noise. Com relação à métrica tempo de processamento, a utilização do método B sobressaiu-se.

**Tabela 5.3** – Melhor metodologia considerando diferentes métricas

Métrica	Forma de onda APCN	Forma de onda FM Noise
Erro percentual e polarização	Metodologia A	Metodologia B
Tempo de processamento	Metodologia B	Metodologia B

Recentemente [54–58], estão sendo realizados estudos de emprego de redes neurais convolucionais (CNN, do inglês *Convolutional Neural Network*) em imagens obtidas por meio da decomposição T-F para classificar diferentes tipos de modulação de sinais radar determinísticos (LFM, BPSK, FSK e códigos polifásicos) considerados LPI/LPID. Entretanto, nenhum trabalho, até o momento, considerou modulações aleatórias na classificação, algo que deve ser considerado em um ambiente de GE no qual a tecnologia de radar de ruído vem ganhando notoriedade em pesquisas e desenvolvimento (veja [59]). Todavia, apenas o reconhecimento da modulação empregada por um sinal radar interceptado não é o suficiente para identificar o modelo do radar e, por conseguinte, a plataforma emissora, pois diferentes modelos de radar podem empregar a mesma modulação.

## 6 CONCLUSÃO

Neste capítulo são explanadas as considerações finais na Seção 6.1 e sugeridos trabalhos futuros na Seção 6.2.

### 6.1 Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo propor e avaliar métodos de interceptação e extração automática de parâmetros de duas formas de onda com modulação estocástica, designadas como APCN e FM Noise. Tais formas de onda podem ser empregadas numa tecnologia de radar de ruído para vigilância e fazer frente a um sistema de interceptação passiva de Medidas de Apoio à Guerra Eletrônica (MAGE).

Com o intuito de prover um embasamento teórico que pudesse melhorar a compreensão dos resultados apresentados, o trabalho foi iniciado definindo alguns conceitos básicos de radar, destacando os principais parâmetros do sinal de transmissão relevantes para o sistema de interceptação. Em seguida, os sinais radar de interesse, foram descritos e analisados quanto à capacidade de detecção radar e característica de *Low Probability of Interception* (LPI) e *Low Probability of Identification* (LPID). Neste ponto algumas nuances a respeito da forma de onda APCN foram mais exploradas.

A arquitetura de um sistema MAGE com receptor digital foi exibida e sua modelagem matemática detalhada. A partir daí, foi possível descrever as técnicas de análise tempo-frequência para transformar o sinal interceptado. Técnicas de extração de parâmetros por meio de processamento de imagens foram descritas em seguida, assim como a teoria de detecção que um equipamento de MAGE poderia utilizar no seu processador.

Duas metodologias para extração automática dos parâmetros intrapulso e interpulso foram propostas. A primeira (metodologia A), baseada no processamento de imagem obtida pela transformada tempo-frequência, teve cada etapa detalhadamente descrita, visando-se extrair os parâmetros de interesse, isto tanto para a forma de onda APCN quanto para a forma de onda FM Noise. A segunda (metodologia B), baseada na integração não-coerente dos pulsos interceptados, também teve cada etapa minuciosamente detalhada.

Os resultados obtidos para o cenário simulado, tendo como base referências da literatura nas quais a forma de onda radar APCN ( $\kappa = 0,5$ ) foi definida como LPI [19–21], mostraram que, independentemente das metodologias propostas, foi possível detectar o sinal interceptado e, além disso, identificar suas características de operação para diferentes níveis de SNR. Desta forma tal forma de onda radar não pode ser caracterizada como LPI/LPID contra um MAGE que empregue as metodologias. Tal afirmação é feita, pois,

em um ambiente real, a distância que a onda eletromagnética radar percorre até o MAGE é metade da distância para o processamento do eco radar dessa plataforma, contrariando assim a definição estabelecida a partir da Equação (1.1).

Nessa configuração, foi mostrado que a forma de onda APCN tem a capacidade de detectar e estimar a distância de alvos em movimento devido à sua tolerância Doppler, apesar de não ser LPI/LPID. Para fazer frente ao MAGE, foi necessário aumentar o nível de aleatoriedade da família de formas de onda APCN: considerando  $\kappa \geq 0,7$ , a família de formas de onda APCN pode ser considerada LPID, pois não foi possível estimar os parâmetros na faixa de tolerância aceitável, segundo a literatura. Por outro lado, nessa configuração de aleatoriedade,  $\kappa \geq 0,7$ , a forma de onda perde em capacidade de detecção radar e confinamento espectral de projeto, inserindo um *tradeoff* em sua aplicação. Todos os resultados foram obtidos considerando também aleatoriedade em amplitude ( $\alpha = 1$ ), o que foi mostrado em [31] que aumenta o nível de decorrelação entre cada pulso transmitido (função-amostra do processo estocástico que caracteriza o sinal radar).

Para validar os métodos propostos para interceptação e extração de características de radares de ruído, do tipo FM Noise, tal forma de onda também foi submetida ao processamento, e bons resultados quanto à interceptação e extração dos seus parâmetros foram obtidos para diferentes níveis de SNR. Contudo, apenas a metodologia baseada na integração não-coerente dos pulsos interceptados conseguiu estimar a largura de banda na tolerância aceitável.

Foi verificado que ambas as formas de onda estocásticas não são LPI contra um MAGE que possa utilizar as metodologias aqui propostas. As definições de um sinal LPI e LPID são limítrofes na literatura, mas equipamentos de MAGE habitualmente analisam a potência de pico de radares, que geralmente utilizam potência na faixa de kW, passíveis de serem detectados mesmo para SNR baixas, como mostrado neste trabalho. Todavia, a característica LPID está relacionada com a capacidade de um sistema MAGE em explorar a forma de onda e extrair suas características para poder identificá-la dentre outras, ou mesmo gerar uma nova modulação não existente em seu banco de dados.

Do ponto de vista da acurácia em extração das características, a metodologia A apresentou melhores resultados para o sinal APCN, enquanto a metodologia B para a forma de onda FM Noise. Porém, como foi apresentado na Seção 5.3, para um processamento em tempo real, a metodologia A apresentou tempo muito superior para exibição dos resultados. Entretanto, esta última pode ser utilizada para uma abordagem diferente de sinais radar de vigilância (geralmente pulsados) como, por exemplo, formas de onda CW (do inglês *Continuous Wave*), o que não pode ser dito em relação à metodologia B, devido à sua característica em detectar as bordas de subida e descida do sinal intencional.

Conclui-se que os resultados obtidos pelas metodologias A e B para interceptação e extração automática dos parâmetros de formas de onda estocásticas, i.e., radares de ruído

de vigilância, podem ser considerados promissores num emprego em um sistema MAGE com receptor digital, fazendo esse frente a tecnologia radar de ruído em desenvolvimento. Como é sabido, a corrida tecnológica no ambiente de GE é constante e, para cada melhoria num sistema de radar, espera-se melhoria num sistema de interceptação.

## 6.2 Trabalhos Futuros

Neste trabalho a extração das características radar de formas de onda com modulação estocásticas, teve como base parâmetros intrínsecos de projeto radar: largura de pulso, intervalo de repetição de pulso, largura de banda e frequência de operação. O intuito foi criar uma “impressão digital” do sinal interceptado para ser possível identificar a plataforma radar emissora. Assim, como trabalho futuro, sugere-se para maximizar a probabilidade de identificação das formas de ondas estocásticas aqui investigadas, assim como outras com modulações determinísticas, utilizar técnicas de aprendizado de máquina em imagens obtidas por meio da decomposição T-F para classificar as diferentes modulações. De posse da “impressão digital” e de uma acurada classificação das modulações ser possível um equipamento de MAGE identificar formas de ondas estocásticas dentre as convencionais (LFM, BPSK, FSK e códigos polifásicos).

Outra sugestão de trabalho, mas agora pela visão de projeto radar, seria implementar um radar que seja possível transmitir formas de onda APCN e FM Noise com transmissão CW e um receptor que seja apto a detectar ecos de alvos de interesse, considerando esse tipo de transmissão. Isto tornaria o processo de detecção por um sistema MAGE, muito mais desafiador, pois a potência de pico de transmissão radar seria na faixa de Watts ao contrário de kW. No entanto, tal sugestão insere uma limitação quanto à aplicação radar de vigilância, devido à necessidade de antenas de transmissão e recepção separadas e a deficiência de radares CW em detectar e estimar distância e velocidade de alvos a longo alcance.

### 6.3 Artigos publicados

1. “Slow-Moving Target Detection Performance of an LPI APCN Waveform in Surveillance Applications”, Proceedings of the 23rd International Radar Symposium (IRS 2022). Disponível em <<https://ieeexplore.ieee.org/document/9905033>> DOI: 10.23919/IRS54158.2022.9905033
2. “Extração de Parâmetros Intrapulso e Interpulso de um Radar com Modulação Aleatória em Frequência”, Anais do XL Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrT2022). Disponível em <<https://biblioteca.sbtt.org.br/articles/3587>> DOI: 10.14209/sbtt.2022.1570815596

## REFERÊNCIAS

- 1 MARTINO, A. D. *Introduction to Modern EW Systems*. 2nd. ed. [S.l.]: Artech House, 2018. ISBN 978-1-63081-513-4.
- 2 NERI, F. *Introduction to Electronic Defense Systems*. 3rd. ed. [S.l.]: Artech House, 2018. ISBN 978-1-63081-534-9.
- 3 PACE, P. *Detecting and Classifying Low Probability of Intercept Radar*. 2nd. ed. [S.l.]: Artech House, 2009. ISBN 978-1-59693-234-0 Cover.
- 4 FIGUEIRÊDO, R. *Abordagens para Análise e Extração de Características de Radares LPI*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, UFRJ, 2019.
- 5 LIU, G.; GU, H.; SU, W.; SUN, H. The analysis and design of modern low probability of intercept radar. In: *2001 CIE International Conference on Radar Proceedings (Cat No.01TH8559)*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 120–124.
- 6 KULPA, K. *Signal Processing in Noise Waveform Radar*. [S.l.]: Artech House, 2013. ISBN 13: 978-1-60807-661-1.
- 7 GALATI, G.; PAVAN, G.; PALO, F. D.; STOVE, A. Potential applications of noise radar technology and related waveform diversity. In: *2016 17th International Radar Symposium (IRS)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–5.
- 8 HORTON, B. M. Noise-modulated distance measuring systems. *Proceedings of the IRE*, v. 47, n. 5, p. 821–828, 1959.
- 9 LUKIN, K. A.; NARAYANAN, R. M. Historical overview and current research on noise radar. In: *2011 3rd International Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar (APSAR)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–2.
- 10 SURENDER, S. C.; NARAYANAN, R. M. UWB noise-OFDM netted radar: Physical layer design and analysis. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 47, n. 2, p. 1380–1400, 2011.
- 11 GUPTA, A.; RAI, A. A. B. Feature extraction of intra-pulse modulated LPI waveforms using STFT. In: *2019 4th International Conference on Recent Trends on Electronics, Information, Communication Technology (RTEICT)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 742–746.
- 12 SHYAMSUNDER, M.; SUBBARAO, K.; REGIMANU, B.; TEJA, C. K. Estimation of modulation parameters for LPI radar using quadrature mirror filter bank. In: *2016 IEEE Uttar Pradesh Section International Conference on Electrical, Computer and Electronics Engineering (UPCON)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 239–244.
- 13 STEVENS, D. L.; SCHUCKERS, S. A. Detection and parameter extraction of low probability of intercept radar signals using the Hough transform. *Global Journal of Researches in Engineering*, v. 15, n. 6, p. 9–25, 2016. ISSN 0975-5861.

- 14 GAU, J. Y. *Analysis of Low Probability of Intercept (LPI) Radar Signals Using the Wigner Distribution*. Dissertação (MSc) — Naval Postgraduate School, 2002.
- 15 JARPA, P. *Quantifying the Differences in Low Probability of Intercept Radar Waveforms Using Quadrature Mirror Filtering*. Dissertação (MSc) — Naval Postgraduate School, 2002.
- 16 GUNER, K. K.; GULUM, T. O.; ERKMEN, B. FPGA-based Wigner–Hough transform system for detection and parameter extraction of LPI radar LFM CW signals. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 70, p. 1–15, 2021.
- 17 ERDOGAN, A. Y.; GULUM, T. O.; DURAK-ATA, L.; YILDIRIM, T.; PACE, P. E. FMCW signal detection and parameter extraction by cross Wigner–Hough transform. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 53, n. 1, p. 334–344, 2017.
- 18 GULUM, T. O.; PACE, P. E.; CRISTI, R. Extraction of polyphase radar modulation parameters using a Wigner-Ville distribution - Radon transform. In: *2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1505–1508.
- 19 GOVONI, M. A.; LI, H.; KOSINSKI, J. A. Range-Doppler resolution of the linear-FM noise radar waveform. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 49, n. 1, p. 658–664, 2013.
- 20 GOVONI, M. A.; LI, H.; KOSINSKI, J. A. Low probability of interception of an advanced noise radar waveform with linear-FM. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 49, n. 2, p. 1351–1356, 2013.
- 21 GOVONI, M. A.; ELWELL, R. A. Radar spectrum spreading using Advanced Pulse Compression Noise (APCN). In: *2014 IEEE Radar Conference*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1471–1475.
- 22 PRALON, L.; POMPEO, B.; FORTES, J. M. Stochastic analysis of random frequency modulated waveforms for noise radar systems. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, IEEE, v. 51, n. 2, p. 1447–1461, 2015. ISSN 00189251.
- 23 PRALON, L.; BELTRÃO, G.; BARRETO, A.; COSENZA, B. On the analysis of PM/FM noise radar waveforms considering modulating signals with varied stochastic properties. *Sensors*, v. 21, n. 5, p. 1–27, 2021. ISSN 14248220.
- 24 BELTRÃO, G.; PRALON, L.; BARRETO, A.; ALAEE-KERAHROODI, M.; SHANKAR, M. R. B. Subpulse processing for unambiguous Doppler estimation in pulse-Doppler noise radars. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, v. 57, n. 6, p. 3813–3826, 2021. ISSN 15579603.
- 25 RICHARDS, M. A. *Fundamentals of Radar Signal Processing*. 3rd. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 2022. ISBN 978-1-260-46871-7.
- 26 TURIN, G. An introduction to matched filters. *IRE Transactions on Information Theory*, v. 6, n. 3, p. 311–329, 1960.
- 27 PRALON, L. *Modelagem probabilística de sinais em radares de ruído que utilizam pulsos senoidais modulados em frequência*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PUC-Rio, 2012.

- 28 GOVONI, M.-A. *Linear Frequency Modulation of Stochastic Radar Waveform*. Tese (PhD) — Stevens Institute of Technology, 2011.
- 29 BOASHASH, B. *Time-Frequency Signal Analysis and Processing: A comprehensive reference*. 2nd. ed. [S.l.]: Elsevier, 2016. ISBN 978-0-12-398499-9.
- 30 POPOULIS, A.; PILLAI, S. U. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. [S.l.]: Boston, MA, McGraw-Hill, 1991.
- 31 BARBOSA, M.; PRALON, L.; APOLINÁRIO, J. Slow-moving target detection performance of an LPI APCN waveform in surveillance applications. In: *2022 23rd International Radar Symposium (IRS)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 147–152.
- 32 GOVONI, M. A.; SILVIOUS, J.; CLARK, J.; OVERMAN, C. Initial experimental results using the noise correlation radar. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS (SPIE). *Radar Sensor Technology XVII*. [S.l.], 2013. v. 8714, p. 871407.
- 33 WANG, T.; HUAN, H.; FENG, C.; TAO, R. Chirp noise waveform aided fast acquisition approach for large Doppler shifted TTANDC system. In: *2015 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–6.
- 34 GALATI, G.; PAVAN, G.; PALO, F. D. Noise radar technology: Pseudorandom waveforms and their information rate. In: *2014 15th International Radar Symposium (IRS)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6.
- 35 SAVCI, K.; GALATI, G.; PAVAN, G. Low-PAPR waveforms with shaped spectrum for enhanced low probability of intercept noise radars. *Remote Sensing*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 13, n. 12, p. 2372, 2021.
- 36 MADHU, N. Note on measures for spectral flatness. *Electronics Letters*, IET, v. 45, n. 23, p. 1195–1196, 2009.
- 37 WILEY, R. G. *ELINT: The Interception and Analysis of Radar Signals*. [S.l.]: Artech House, 2006. ISBN 1-58053-925-4.
- 38 BARBOSA, M.; PRALON, L.; PAGLIARI, C.; APOLINÁRIO, J. Extração de parâmetros intrapulso e interpulso de um radar com modulação aleatória em frequência. In: *XL Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrT)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 25–28.
- 39 ROBERTSON, S. *Practical ESM Analysis*. [S.l.]: Artech House, 2019. 370 p. ISBN 978-1-63081-528-8.
- 40 COHEN, L. *Time-Frequency Analysis*. [S.l.]: Prentice Hall, 1995. ISBN 0135945321.
- 41 OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, W. R. *Discrete-Time Signal Processing*. 3rd. ed. [S.l.]: Pearson, 2014. ISBN 978-1-292-02572-8.
- 42 VAIDHYANATHAN, P. *Multirate Systems and Filter Banks*. [S.l.]: Prentice Hall, 1993. ISBN 0-13-605718-7.
- 43 FARRELL, T.; PRESCOTT, G. A method for finding orthogonal wavelet filters with good energy tiling characteristics. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 47, n. 1, p. 220–223, 1999.

- 44 FARRELL, T.; PRESCOTT, G. A nine-tile algorithm for LPI signal detection using QMF filter bank trees. In: *Proceedings of MILCOM '96 IEEE Military Communications Conference*. [S.l.: s.n.], 1996. v. 3, p. 974–978 vol.3.
- 45 NEVES, S. R.; OLIVEIRA, A. de; SERRA, R.; SEGADILHA, L. E.; MONTEIRO, F.; LOPEZ, J.-M. Using wavelet packets to analyze FM LPI radar signals. In: *2016 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–4.
- 46 CAPPELLINI, V.; CONSTANTINIDES, A. Interference terms in the Wigner distribution. *Digital Processing 84*, Elsevier, 1984.
- 47 FACON, J. *Morfologia Matemática: Teoria e Exemplos*. [S.l.]: Editora Universitária Champagnat da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 1996.
- 48 GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E. *Digital Image Processing*. 2nd. ed. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2008. ISBN 0-13-168728-x.
- 49 DUDA, R. O.; HART, P. E. Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures. *Communications of the ACM*, ACM New York, NY, USA, v. 15, n. 1, p. 11–15, 1972.
- 50 SMITH, J. O. *Spectral Audio Signal Processing*. [S.l.]: W3K, 2011.
- 51 OTSU, N. A threshold selection method from gray-level histograms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 9, n. 1, p. 62–66, 1979.
- 52 BOWMAN, A. W.; AZZALIN, A. *Applied Smoothing Techniques for Data Analysis The Kernel Approach with S-Plus Illustrations*. [S.l.]: Oxford University Press, 1997. ISBN 0 19 852396 3.
- 53 TRESS HARRY L.V. BELL, K.; TIAN, Z. *Detection, Estimation, and Modulation Theory Part I*. 2nd. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2013. ISBN 978-0-470-54296-5.
- 54 JIANG, W.; LI, Y.; LIAO, M.; WANG, S. An improved LPI radar waveform recognition framework with LDC-Unet and SSR-Loss. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 29, p. 149–153, 2022.
- 55 QUAN, D.; TANG, Z.; WANG, X.; ZHAI, W.; QU, C. LPI radar signal recognition based on dual-channel CNN and feature fusion. *Symmetry*, v. 14, n. 3, 2022. ISSN 2073-8994.
- 56 WAN, J.; YU, X.; GUO, Q. LPI radar waveform recognition based on CNN and TPOT. *Symmetry*, v. 11, n. 5, 2019. ISSN 2073-8994.
- 57 MA, Z.; HUANG, Z.; LIN, A.; HUANG, G. LPI radar waveform recognition based on features from multiple images. *Sensors*, v. 20, n. 2, 2020. ISSN 1424-8220.
- 58 KONG, S.-H.; KIM, M.; HOANG, L. M.; KIM, E. Automatic LPI radar waveform recognition using CNN. *IEEE Access*, v. 6, p. 4207–4219, 2018.

- 
- 59 SAVCI, K.; STOVE, A. G.; PALO, F. D.; ERDOGAN, A. Y.; GALATI, G.; LUKIN, K. A.; LUKIN, S.; MARQUES, P.; PAVAN, G.; WASSERZIER, C. Noise radar—overview and recent developments. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, v. 35, n. 9, p. 8–20, 2020.
- 60 GARCIA, A. L. *Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering*. 3rd. ed. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2008. ISBN 13: 978-0-13-147122-1.
- 61 KOTZ, S.; DORP, J. R. V. *Beyond Beta: Other Continuous Families of Distributions with Bounded Support and Applications*. [S.l.]: World Scientific, 2004.
- 62 STANKOVIC, L. J.; STANKOVIC, S. On the Wigner distribution of discrete-time noisy signals with application to the study of quantization effects. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 42, n. 7, p. 1863–1867, 1994. ISSN 19410476.
- 63 SUN, M.; LI, C.; SEKHAR, L.; SCLABASSI, R. A Wigner spectral analyzer for nonstationary signals. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 38, n. 5, p. 961–966, 1989.

## APÊNDICE A – FUNÇÃO AMBIGUIDADE DA FORMA DE ONDA APCN

Para derivar corretamente a RAF da forma de onda APCN, é necessário definir as propriedades estocásticas da sua componente aleatória  $\tilde{s}_r(n)$ . Primeiramente, analisemos o processo estocástico  $a(n)$ , quanto à sua sequência de autocorrelação. Para um processo estocástico WSS real, tendo variáveis aleatórias com uma distribuição de Rayleigh, i.e.,  $p(a) = (a/\alpha^2) e^{-\frac{a^2}{2\alpha^2}}$ ,  $a \geq 0$ , sua função média e variância são dadas por [60]

$$m_a = E[a(n)] = \alpha \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \text{ e} \quad (\text{A.1})$$

$$\sigma_a^2 = E[(a(n) - m_a)^2] = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \alpha^2. \quad (\text{A.2})$$

Note que processos estocásticos WSS, apresentam média e variância independentes do índice de tempo  $n$  [41]. Além disso, a sequência de autocorrelação de um processo estocástico WSS quando o “lag” é nulo  $\bar{\tau} = 0$  (similaridade da variável aleatória com ela mesma) é denominado valor médio quadrático do processo estocástico, sendo dado por [41]

$$R_a(\bar{\tau} = 0) = E[a^2(n)], \quad (\text{A.3})$$

onde  $E[a^2(n)] = m_a^2 + \sigma_a^2$ . Então para  $\bar{\tau} = 0$ , pode-se reescrever (A.3) como

$$R_a(\bar{\tau}) = m_a^2 + \sigma_a^2 \delta(\bar{\tau}). \quad (\text{A.4})$$

Analisando agora a sequência de autocorrelação para  $\bar{\tau} \neq 0$ , assumimos que as variáveis aleatórias do processo  $a(n)$  nos índices “ $n$ ” e “ $n - \bar{\tau}$ ” são estatisticamente independentes; assim, pode-se escrever [41]

$$E[a(n) a(n - \bar{\tau})] = E[a(n)] E[a(n - \bar{\tau})] = m_a m_a = m_a^2. \quad (\text{A.5})$$

A partir das Equações (A.4) e (A.5), definimos a sequência de autocorrelação devido à amplitude aleatória como

$$R_a(\bar{\tau}) = \begin{cases} m_a^2 + \sigma_a^2, & \text{se } \bar{\tau} = 0. \\ m_a^2, & \text{se } \bar{\tau} \neq 0, \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

ou numa forma compacta, como

$$R_a(\bar{\tau}) = m_a^2 + \sigma_a^2 \delta(\bar{\tau}) = \frac{\pi}{2} \alpha^2 + \left(2\alpha^2 - \frac{\pi}{2} \alpha^2\right) \delta(\bar{\tau}), \quad (\text{A.7})$$

onde  $\delta(\bar{\tau})$  é a sequência delta de Dirac.

Investiguemos, agora, a sequência aleatória complexa  $e^{j\kappa\phi(n)}$ . Semelhante à abordagem para a sequência  $a(n)$  real, a relação apresentada na Equação (A.3) também é válida [41]; logo, é possível escrever

$$\begin{aligned} R_{e^{j\phi}}(\bar{\tau}) &= \text{E} \left[ e^{j\kappa\phi_1} e^{-j\kappa\phi_2} \right] + \left( 1 - \text{E} \left[ e^{j\kappa\phi_1} e^{-j\kappa\phi_2} \right] \right) \delta(\bar{\tau}) \\ &= \text{E} \left[ e^{j\kappa(\phi_1 - \phi_2)} \right] + \left( 1 - \text{E} \left[ e^{j\kappa(\phi_1 - \phi_2)} \right] \right) \delta(\bar{\tau}), \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

onde  $\phi_1$  e  $\phi_2$  são variáveis aleatórias do processo  $\phi(n)$  avaliadas nos índices “ $n$ ” e “ $n - \bar{\tau}$ ”, respectivamente.

A variável aleatória  $\Phi = \kappa(\phi_1 - \phi_2)$  possui uma distribuição triangular entre  $(-2\kappa\pi, 2\kappa\pi)$ . Além disso, note que  $\text{E} \left[ e^{j\Phi} \right]$  é a função característica de  $\Phi$ , dada por [61]

$$\text{E} \left[ e^{j\Phi} \right] = M_{\Phi}(v = 1) = \frac{-2 \left[ (b - c)e^{jd} - (b - d)e^{jc} + (c - d)e^{jb} \right]}{(b - d)(c - d)(b - c)}, \quad (\text{A.9})$$

onde  $d = -2\kappa\pi$ ,  $b = 2\kappa\pi$ , e  $c = 0$ .

Expandindo a Equação (A.9) e substituindo os termos  $d, b$  e  $c$ , obtemos

$$\begin{aligned} M_{\Phi}(v = 1) &= \frac{-2 \left[ (2\kappa\pi)e^{-j2\kappa\pi} - (4\kappa\pi) + (2\kappa\pi)e^{j2\kappa\pi} \right]}{(4\kappa\pi)(2\kappa\pi)(2\kappa\pi)} \\ &= \frac{2 - e^{-j2\kappa\pi} - e^{j2\kappa\pi}}{4(\kappa\pi)^2} \\ &= \frac{1}{4(\kappa\pi)^2} \left[ 2 - \left( e^{j2\kappa\pi} + e^{-j2\kappa\pi} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

A relação de Euler define

$$\cos 2\kappa\pi = \frac{e^{j2\kappa\pi} + e^{-j2\kappa\pi}}{2}. \quad (\text{A.11})$$

Desta forma, utilizando a relação definida na Equação (A.11) em (A.10), obtemos

$$\text{E} \left[ e^{j\kappa(\phi_1 - \phi_2)} \right] = \frac{1 - \cos 2\kappa\pi}{2(\kappa\pi)^2}. \quad (\text{A.12})$$

Substituindo a Equação (A.12) em (A.8), obtém-se então a sequência de autocorrelação da componente aleatória em fase

$$R_{e^{j\phi}}(\bar{\tau}) = \frac{1 - \cos 2\kappa\pi}{2\kappa^2\pi^2} + \left( 1 - \frac{1 - \cos 2\kappa\pi}{2\kappa^2\pi^2} \right) \delta(\bar{\tau}). \quad (\text{A.13})$$

Finalmente, considerando (A.7) e (A.13), a RAF é dada por [31]

$$\text{E} \left[ \chi_{\bar{s}}(\bar{\tau}, f_D) \right] = R_{\bar{s}_r}(\bar{\tau}) \chi_{\bar{s}_c}(\bar{\tau}, f_D); \quad \bar{\tau} \leq |\bar{\tau}_s|, \quad (\text{A.14})$$

com

$$\chi_{\tilde{s}_c}(\bar{\tau}, f_D) = \left(1 - \frac{|\bar{\tau}|}{\bar{\tau}_s}\right) \left| \frac{\sin \left[ \pi \left( \frac{f_D}{f_s} + \frac{\mu}{f_s^2} \bar{\tau} \right) (\bar{\tau}_s - |\bar{\tau}|) \right]}{\pi \left( \frac{f_D}{f_s} + \frac{\mu}{f_s^2} \bar{\tau} \right) (\bar{\tau}_s - |\bar{\tau}|)} \right|; \quad \bar{\tau} \leq |\bar{\tau}_s|, \quad (\text{A.15})$$

e  $R_{\tilde{s}_r}(\bar{\tau}) = R_a(\bar{\tau}) R_{ej\phi}(\bar{\tau})$ , que pode ser simplificado para

$$R_{\tilde{s}_r}(\bar{\tau}) = \alpha^2 \left( \frac{1 - \cos 2\kappa\pi}{4\kappa^2\pi} \right) + \left[ 2\alpha^2 - \alpha^2 \left( \frac{1 - \cos 2\kappa\pi}{4\kappa^2\pi} \right) \right] \delta(\bar{\tau}). \quad (\text{A.16})$$

## APÊNDICE B – DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA DA FORMA DE ONDA APCN

A PSD  $\Gamma_{\tilde{s}}(\omega)$  de sinais estocásticos em tempo discreto é definida como a Transformada de Fourier em Tempo Discreto (DTFT, do inglês *Discrete Time Fourier Transform*) de sua sequência de autocorrelação [41] que, por sua vez, é dada pelo plano zero-Doppler da RAF do APCN; i.e.:

$$R_{\tilde{s}}(\bar{\tau}) = \text{E} [\chi_{\tilde{s}}(\bar{\tau}, 0)], \quad (\text{B.1})$$

onde

$$\text{E} [\chi_{\tilde{s}}(\bar{\tau}, f_D)] = R_{\tilde{s}_r}(\bar{\tau}) \chi_{\tilde{s}_c}(\bar{\tau}, f_D); \quad \bar{\tau} \leq |\bar{\tau}_s|.$$

Para o corte-Doppler nulo na RAF, i.e.,  $f_D = 0$  temos  $\omega_D = 2\pi f_D/f_s = 0$ . Podemos então, obter a PSD a partir da aplicação da DTFT no produto entre a Equação (A.16) (referente à autocorrelação da componente aleatória  $\tilde{s}_r(n)$ ) e o corte zero-Doppler da RAF da componente *chirp*, i.e., assim  $\chi_{\tilde{s}_c}(\bar{\tau}, 0)$

$$\Gamma_{\tilde{s}}(\omega) = \mathcal{F} \{R_{\tilde{s}_r}(\bar{\tau}) \chi_{\tilde{s}_c}(\bar{\tau}, 0)\}. \quad (\text{B.2})$$

Substituindo a Equação (A.16) em (B.2) obtemos

$$\mathcal{F} \{H \chi_{\tilde{s}_c}(\bar{\tau}, 0)\} + (2\alpha^2 - H) \mathcal{F} \{\delta(\bar{\tau})\} * \Gamma_{\tilde{s}_c}(\omega), \quad (\text{B.3})$$

onde  $*$  e  $\mathcal{F}\{\cdot\}$  são o operador convolução e o operador DTFT, respectivamente,  $H = \alpha^2[1 - \cos(2\kappa\pi)]/4\kappa^2\pi$ , e  $\Gamma_{\tilde{s}_c}(\omega)$  é a PSD de  $R_{\tilde{s}_c}(\bar{\tau}) = \chi_{\tilde{s}_c}(\bar{\tau}, 0)$ .

Expandindo a Equação (B.3), e sabendo que  $\mathcal{F} \{\delta(n)\} = 1$ , obtém-se

$$\Gamma_{\tilde{s}}(\omega) = H \Gamma_{\tilde{s}_c}(\omega) + (2\alpha^2 - H) \underbrace{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Gamma_{\tilde{s}_c}(\varsigma) d\varsigma}_1, \quad (\text{B.4})$$

que pode ser reduzida em

$$\Gamma_{\tilde{s}}(\omega) = H \Gamma_{\tilde{s}_c}(\omega) + (2\alpha^2 - H), \quad |\omega| \leq \pi. \quad (\text{B.5})$$

## APÊNDICE C – DISTRIBUIÇÃO DISCRETA DE WIGNER-VILLE

A versão em tempo discreto e frequência digital contínua  $\omega$  da WVD é escrita como [3]

$$W_x(\omega, m) = 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{x}(n+m) \tilde{x}^*(n-m) e^{-j2\omega n}, \quad (\text{C.1})$$

onde  $\omega$  é a frequência digital (contínua) e  $m$  é o índice em tempo discreto. Foi mostrado por [62] que, realizando um janelamento  $g(n)$  dos dados, é possível reduzir os termos cruzados; tal modificação recebeu o nome de distribuição pseudo-WVD (PWVD). A PWVD em tempo discreto é dado por [3]

$$W_x(\omega, m) = 2 \sum_{n=-N+1}^{N-1} \tilde{x}(n+m) \tilde{x}^*(n-m) g(n) g(-n) e^{-j2\omega n}, \quad (\text{C.2})$$

onde a janela  $g(n)$  é uma janela real com tamanho  $2N$ , a fim de limitar o sinal.

Definindo  $f_m(n) = \tilde{x}(n+m) \tilde{x}^*(n-m) g(n) g(-n)$ , como uma sequência denominada como “kernel”, a Equação (C.2) torna-se

$$W_x(\omega, m) = 2 \sum_{n=-N+1}^{N-1} f_m(n) e^{-j2\omega n}. \quad (\text{C.3})$$

A escolha de  $N$  (usualmente potência de 2) afeta grandemente o custo computacional, assim como a resolução T-F. Um grande valor de  $N$  fornece alta resolução no plano T-F, pois influencia na resolução em frequência em (C.3). Quando a variável contínua  $\omega$  é amostrada em  $N$  pontos, um grande valor de  $N$  também fornece mais amostras de saída da transformada. O número máximo de pontos de frequência  $N$  é limitado por [63]

$$N \leq \frac{N_s + 1}{2}, \quad (\text{C.4})$$

onde  $N_s$  é o número de amostras do sinal a ser transformado. Uma vez que o número  $N$  seja definido a função “kernel” pode ser gerada.

Para implementação computacional por meio de algoritmos FFT, defini-se  $\omega_k = k\pi/2N$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots, 2N-1$ , como a frequência digital discreta. E, para utilizar a definição padrão da DFT [41], a sequência “kernel” necessita ter seus índices modificados e, como é simétrica  $f_m(n) = f_m^*(-n)$  [29],  $f_m(n)$  precisa ser computada apenas para  $n \geq 0$ .

Finalmente, escrevendo a PWVD no formato de uma DFT e utilizando a sequência “kernel”  $f_m(n)$ , tem-se [3]

$$W_s(m, k) = 2 \sum_{n=0}^{2N-1} f'_m(n) e^{-j(\frac{\pi k}{N})n}, \quad (\text{C.5})$$

onde  $m$  é o índice em tempo discreto e  $k$  o índice em frequência discreta. Como são utilizados  $2N$  amostras a sequência é subdividida como

$$f'_m(n) = \begin{cases} f_m(n), & \text{se } 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0, & \text{se } n = N \\ f_m(n - 2N), & \text{se } N + 1 \leq n \leq 2N - 1. \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

Devido à simetria da sequência “kernel”, os valores obtidos a partir da Equação (C.5) serão sempre números reais.