

**MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

BERNARDO MAIA DE MELLO ALVES

**LEVANTAMENTO DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS DA
SUPERFÍCIE DE CONTROLE DE MÍSSEIS SUBSÔNICOS PELO MÉTODO
DE VÓRTICES**

**RIO DE JANEIRO
2023**

BERNARDO MAIA DE MELLO ALVES

LEVANTAMENTO DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS DA
SUPERFÍCIE DE CONTROLE DE MÍSSEIS SUBSÔNICOS PELO MÉTODO
DE VÓRTICES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Victor Santoro Santiago, D.Sc.

Rio de Janeiro

2023

©2023

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha

Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e do orientador.

Alves, Bernardo Maia de Mello.

LEVANTAMENTO DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS DA SUPERFÍCIE DE CONTROLE DE MÍSSEIS SUBSÔNICOS PELO MÉTODO DE VÓRTICES / Bernardo Maia de Mello Alves. – Rio de Janeiro, 2023.

209 f.

Orientador: Victor Santoro Santiago.

Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia, Engenharia Mecânica, 2023.

1. aerodinâmica. 2. método dos painéis. 3. método de vórtices. 4. método do avanço randômico. i. Santiago, Victor Santoro (orient.) ii. Título

BERNARDO MAIA DE MELLO ALVES

**LEVANTAMENTO DOS COEFICIENTES
AERODINÂMICOS DA SUPERFÍCIE DE CONTROLE
DE MÍSSEIS SUBSÔNICOS PELO MÉTODO DE
VÓRTICES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientador: Victor Santoro Santiago.

Aprovado em Rio de Janeiro, 02 de março de 2023, pela seguinte banca examinadora:

Prof. **Victor Santoro Santiago** - D.Sc. do IME - Presidente

Prof. **Francesco Scofano Neto** - D.Sc. do IME

Prof. **André Luiz Tenório Rezende** - D.Sc. do IME

Prof. **Gustavo César Rachid Bodstein** - Ph.D. da COPPE UFRJ

Rio de Janeiro
2023

Dedico este trabalho ao meu filho Breno que, em sua doce inocência, me motiva e me inspira. Sua simples existência já transforma meu mundo.

AGRADECIMENTOS

O desenvolvimento deste trabalho é fruto da colaboração, direta ou indireta, de diversas pessoas. A essas pessoas dirijo meus agradecimentos.

Aos meus pais, Márcio e Diana, agradeço pelo empenho e dedicação ao longo dos anos. Seus sacrifícios estão marcados em cada etapa de minha vida pessoal, acadêmica e profissional.

Agradeço à minha esposa Rosana pelo incentivo e pela compreensão. Seu apoio incondicional foi imprescindível para realização deste trabalho.

Ao meu filho Breno, ainda inconsciente das responsabilidades da vida, agradeço pela inspiração. Seus sorrisos ingênuos me motivam.

Agradeço ao meu orientador, Professor Santoro, pelo auxílio, pelo conhecimento compartilhado, pela disponibilidade e pela paciência.

Um agradecimento especial ao Maj. Achille Arantes Bassi, cujo conhecimento passado no âmbito dos fundamentos da computação científica teve influência inquestionável no desenvolvimento deste trabalho. Que seus familiares encontrem conforto e consolação ante sua partida trágica e precoce.

*A capacidade do Homem de voar expandiu as fronteiras para exploração e descobertas,
a beleza da aerodinâmica reside na sua capacidade de desvendar os mistérios do voo e
transformar o impossível em realidade.*

"Qualquer coisa que voa, voa pelas leis da física."

(Sir George Cayley, 1773-1857)

RESUMO

Neste trabalho é aplicado um modelo numérico para solução de escoamentos viscosos, incompressíveis e bidimensionais, em regime transiente, ao redor de corpos aerodinâmicos tipicamente utilizados em superfícies de controle de mísseis subsônicos. O modelo numérico implementa o método dos painéis em conjunto com o método dos vórtices, onde o corpo é discretizado em um polígono de painéis retos com distribuição linear de vorticidade, enquanto o campo de vorticidade é discretizado utilizando-se vórtices de Lamb. A solução potencial do método dos painéis é obtida considerando-se a condição de não-penetração na superfície do corpo estudado. As quantidades de vórtices nascentes por painel são obtidas com base na área de difusão. As variações das posições dos vórtices discretos no espaço relativas ao movimento convectivo são calculadas integrando-se no tempo, pelo método de Adams-Bashforth de 2ª ordem, as velocidades relativas ao movimento convectivo, obtidas pela influência de todos os vórtices da nuvem e também pela influência dos painéis. As variações da posição relativas ao movimento difusivo são obtidas por meio do Método do Avanço Randômico. São estudadas diferentes distribuições de vórtices nascentes por painel e seus impactos na convergência e no tempo computacional. É proposto ainda um método de discretização de geometrias poligonais, ou seja, que apresentam cantos vivos. O modelo numérico é validado obtendo-se os coeficientes aerodinâmicos para o aerofólio NACA0012 para vários ângulos de ataque. O método é então aplicado a um perfil típico de superfícies de controle de mísseis de cruzeiro subsônicos.

Palavras-chave: aerodinâmica. método dos painéis. método de vórtices. método do avanço randômico.

ABSTRACT

In this work a numerical model for solving viscous, incompressible two-dimensional flows is applied, in a transient regime, around aerodynamic bodies used on anti-ship missile control surfaces. The numerical model implements the panel method together with the vortex method, where the body is discretized in a polygon of straight panels with linear vorticity distribution, while the vorticity field is discretized using Lamb vortices. The potential solution the panel method is obtained considering the non-penetration boundary condition on the surface of the studied body. The number of nascent vortices per panel is chosen based on the diffusion area. Variations in the positions of discrete vortices in space due to convective motion are calculated by integrating in time, by the second-order Adams-Bashforth method, the velocities for the convective motion, obtained by the influence of all cloud vortices and also influence of the panels. Displacements related to diffusive motion are obtained through the random walk method. Different distributions of nascent vortices by panel and their impacts on convergence and computational time are studied. A discretization method for polygonal geometries with sharp corners is also proposed. The numerical model is validated by obtaining the aerodynamic coefficients for NACA0012 airfoil for various angles of attack. The method then is applied to a typical airfoil used in subsonic cruise missile control surfaces.

Keywords: aerodynamics. panel method. vortex method. random walk method.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Configuração típica de um míssil subsônico com aletas do tipo <i>Folding-Fin</i> . Fonte: Página da Alamy. ¹	29
Figura 2 – Forças e momentos atuantes em um aerofólio. Fonte: adaptado de Gudmundsson(1).	30
Figura 3 – Distribuição assimétrica de pressão no intradorso e no extradorso para aerofólios simétricos e assimétricos. Fonte: Miller(2).	31
Figura 4 – Variação típica de C_L e C_D em função do ângulo de ataque α . Fonte: Airfoiltools.	31
Figura 5 – Características do escoamento no interior das camadas limites laminar e turbulenta e da região separada. Fonte: adaptado de Gudmundsson(1).	32
Figura 6 – Formação de bolha de separação no aerofólio. Fonte: adaptado de Gudmundsson(1).	33
Figura 7 – Tipos de estol e seus efeitos na curva $C_L \times \alpha$. Fonte: adaptado de Gudmundsson(1).	33
Figura 8 – Vórtice de Lamb (fonte: Santiago(3))	43
Figura 9 – Velocidade induzida no ponto P por uma folha de vorticidade (fonte: Katz e Plotkin, 2008)	44
Figura 10 – Nomenclatura para definição do problema de escoamento potencial (fonte: Katz e Plotkin, 2001)	46
Figura 11 – Potencial de velocidade próximo ao contorno (fonte: Katz e Plotkin, 2001).	48
Figura 12 – Nascimento de vórtices na superfície do painel. Fonte: Santiago(3)	50
Figura 13 – Variação do comprimento dos painéis ao longo do perímetro do aerofólio NACA0012 (normalizado em relação ao comprimento do menor painel). Fonte: acervo próprio.	52
Figura 14 – Variação da relação $L_i/\Delta l_i$ ao longo de um perfil NACA0012 discretizado em 250 painéis. Fonte: acervo próprio.	53
Figura 15 – Fluxograma do programa.	60
Figura 16 – Geometria discretizada do Perfil NACA0012.	61
Figura 17 – Detalhe da discretização utilizando painéis retos.	61
Figura 18 – Sistema de coordenadas para os painéis que compõem a linha média (fonte: adaptado de Katz e Plotkin, 2001).	62
Figura 19 – Distribuição de velocidade para aerofólio modelado por vórtices discretos.	64
Figura 20 – Distribuição do coeficiente de pressão para aerofólio modelado por vórtices discretos.	64
Figura 21 – Distribuição contínua de vorticidade (fonte: Katz e Plotkin, 2001).	65

Figura 22 – Sistema de coordenadas solidário ao painel (fonte: adaptado de Katz e Plotkin, 2001).	66
Figura 23 – Distribuição do coeficiente de pressão ao longo do perfil para $\alpha = 5.0^\circ$	67
Figura 24 – Distribuição linear de vorticidade (fonte: adaptado de Katz e Plotkin, 2001).	68
Figura 25 – Campo de velocidade para aerofólio modelado por distribuição linear de vorticidade para $\alpha = 5.0^\circ$. Imagem obtida utilizando-se discretização com 180 painéis.	70
Figura 26 – Distribuição do coeficiente de pressão ao longo do perfil NACA 0012 para $\alpha = 5.0^\circ$	71
Figura 27 – Detalhe do coeficiente de pressão do aerofólio NACA 0012 para $\alpha = 5.0^\circ$	71
Figura 28 – Linhas de corrente do escoamento sobre o perfil NACA0012 para $\alpha = 5.0^\circ$	72
Figura 29 – Linhas de corrente para $\alpha = 25.0^\circ$ obtido pela solução do sistema de equações 4.36.	74
Figura 30 – Linhas de corrente para $\alpha = 25.0^\circ$ obtido pela solução do sistema de equações 4.18.	74
Figura 31 – Reflexão dos vórtices livres que se encontram no interior do corpo. NACA 0012 com $\alpha = 5.0^\circ$, $Re = 10000$, 180 painéis, $\delta t = 0.025$ s, $h/\sigma = 0.8$ e $t = 0.8$	76
Figura 32 – Características de dispersão dos vórtices após tratamento para os vórtices que cruzam parcialmente a superfície do corpo. NACA 0012 com $\alpha = 5.0^\circ$, $Re = 10000$, 180 painéis, $\delta t = 0.02$, $h/\sigma = 0.8$ e $t = 0.8$	77
Figura 33 – Características de dispersão dos vórtices após utilização de 5 subpainéis. NACA 0012 com $\alpha = 5.0^\circ$, $Re = 10000$, 180 painéis, $\delta t = 0.025$, $h/\sigma = 0.8$ e $t = 0.8$	78
Figura 34 – Evolução no tempo da nuvem de vórtices. Perfil NACA 0012 com $\alpha = 10.0^\circ$, $Re = 100000$, 180 painéis, $\delta t = 0.025$ e $h/\sigma = 0.8$	79
Figura 35 – Evolução no tempo dos coeficientes de sustentação e arrasto. Perfil NACA 0012 com $\alpha = 10.0^\circ$, $Re = 100000$, 180 painéis, $\delta t = 0.025$ e $h/\sigma = 0.8$	79
Figura 36 – Foguete com aletas do tipo <i>wrap-around</i> . Fonte: Crespo(4).	80
Figura 37 – Foguete com aletas do tipo <i>folding-fin</i>	80
Figura 38 – Míssil SS T-09 TS. Fonte: Crespo(4).	80
Figura 39 – Seção transversal média da superfície de controle do míssil SS T-09 TS.	81
Figura 40 – Segmento de reta discretizado pelo método proposto.	83
Figura 41 – Seção transversal média da superfície de controle do míssil SS T-09 TS.	84
Figura 42 – Convergência de c_p para $Re = 1.0 \times 10^4$ e $\alpha = 6^\circ$ para diferentes números de painéis.	86

Figura 43 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^4$ e $\alpha = 6^0$ para diferentes números de painéis.	87
Figura 44 – Convergência de c_p para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 6^0$ para diferentes números de painéis.	87
Figura 45 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 6^0$ para diferentes números de painéis.	88
Figura 46 – Convergência de c_p para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 6^0$ para diferentes números de painéis.	88
Figura 47 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 6^0$ para diferentes números de painéis.	89
Figura 48 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^4$, $\alpha = 6^0$ e 250 painéis para diferentes números de vórtices nascentes.	90
Figura 49 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$ e 250 painéis para diferentes números de vórtices nascentes.	90
Figura 50 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e 250 painéis para diferentes números de vórtices nascentes.	91
Figura 51 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 6^0$	92
Figura 52 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 15^0$	92
Figura 53 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 6^0$	93
Figura 54 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 15^0$	93
Figura 55 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 6^0$	94
Figura 56 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 15^0$	95
Figura 57 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 6^0$	95
Figura 58 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 15^0$	96
Figura 59 – Nuvem de vórtices de um escoamento ao redor do NACA0012 com $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 15^0$ utilizando-se a condição de Kutta na primeira iteração.	96
Figura 60 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$, $n = 250$ painéis.	97
Figura 61 – Distribuição dos vórtices nascentes ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com $L = 28$, conforme 3.44.	98
Figura 62 – Nuvem de vórtices de simulação de escoamento ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com $L = 28$, $Re = 10^6$ e $\alpha = 6^0$	99
Figura 63 – Distribuição dos vórtices nascentes ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com L variável, conforme 3.45.	99
Figura 64 – Nuvem de vórtices de simulação de escoamento ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com L variável, conforme 3.45, $Re = 10^6$ e $\alpha = 6^0$	100
Figura 65 – Distribuição dos vórtices nascentes ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com L variável, conforme 3.46.	100

Figura 66 – Nuvem de vórtices de simulação de escoamento ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com L variável, conforme 3.46, $Re = 10^6$ e $\alpha = 6^0$	101
Figura 67 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $n = 250$ painéis.	101
Figura 68 – Relação entre tempo computacional e número de vórtices a nuvem para $Re = 1.0 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$, $n = 250$ painéis e $\delta_n = \sigma_0 = 0.005$	102
Figura 69 – Relação entre tempo computacional e número de vórtices a nuvem para $Re = 1.0 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$, $n = 250$ painéis e $\delta_n = \sigma_0 = 0.002$	103
Figura 70 – Relação entre tempo computacional e número de vórtices na nuvem para $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^0$, $n = 250$ painéis e $\delta_n = \sigma_0 = 0.05$	104
Figura 71 – C_l e c_d para $L = 1$ vórtice nascente por painel, $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^0$, $n = 250$ painéis e $\delta_n = \sigma_0 = 0.05$	105
Figura 72 – C_l e c_d para $L = 2$ vórtices nascentes por painel, $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^0$, $n = 250$ painéis e $\delta_n = \sigma_0 = 0.05$	105
Figura 73 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$	107
Figura 74 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$	107
Figura 75 – Coeficiente de pressão (c_l). $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$	107
Figura 76 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$	107
Figura 77 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1,7 \times 10^5$, $\alpha = 8^0$	108
Figura 78 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^0$	108
Figura 79 – Coeficiente de pressão (c_l). $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^0$	108
Figura 80 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^0$	108
Figura 81 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^0$	109
Figura 82 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^0$	109
Figura 83 – Coeficiente de pressão (c_l). $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^0$	109
Figura 84 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^0$	109
Figura 85 – Coeficiente de sustentação c_l	111
Figura 86 – Coeficiente de arrasto c_d	111
Figura 87 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$	114
Figura 88 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$	114
Figura 89 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$	114
Figura 90 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$	114
Figura 91 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$	114
Figura 92 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$	115
Figura 93 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$	115
Figura 94 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$	115
Figura 95 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$	115
Figura 96 – Campo vetorial da velocidade de escoamento na região do bordo de fuga da aleta do míssil SS T-09 TS. $Re = 10^6$, $\alpha = 0^0$	116

Figura 97 – Coeficiente de sustentação para o perfil da susuperfície de controle do míssil SS T-09 TS para diferentes números de Reynolds.	117
Figura 98 – Coeficiente de arrasto para o perfil da susuperfície de controle do míssil SS T-09 TS para diferentes números de Reynolds.	118
Figura 99 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.3$	126
Figura 100 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.3$	126
Figura 101 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.3$	126
Figura 102 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.3$	127
Figura 103 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.3$	127
Figura 104 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.3$	128
Figura 105 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.3$	128
Figura 106 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.3$	128
Figura 107 – Esteira. $Re = 1. \times 10^5$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.3$	129
Figura 108 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.3$	129
Figura 109 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.3$	130
Figura 110 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.3$	130
Figura 111 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.3$	130
Figura 112 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.3$	131
Figura 113 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.3$	131
Figura 114 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.3$	132
Figura 115 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.3$	132
Figura 116 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.3$	132
Figura 117 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.3$	133
Figura 118 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.3$	133
Figura 119 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^0$ e $t = 3.3$	134
Figura 120 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^0$ e $t = 3.3$	134
Figura 121 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^0$ e $t = 3.3$	134
Figura 122 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^0$ e $t = 3.3$	135
Figura 123 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^0$ e $t = 3.3$	135
Figura 124 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 10^0$ e $t = 3.3$	136
Figura 125 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 10^0$ e $t = 3.3$	136
Figura 126 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 10^0$ e $t = 3.3$	136
Figura 127 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 10^0$ e $t = 3.3$	137
Figura 128 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 10^0$ e $t = 3.3$	137
Figura 129 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^0$ e $t = 3.3$	138
Figura 130 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^0$ e $t = 3.3$	138
Figura 131 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^0$ e $t = 3.3$	138
Figura 132 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^0$ e $t = 3.3$	139
Figura 133 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^0$ e $t = 3.3$	139

Figura 134 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 14^0$ e $t = 3.3$	140
Figura 135 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 14^0$ e $t = 3.3$	140
Figura 136 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 14^0$ e $t = 3.3$	140
Figura 137 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 14^0$ e $t = 3.3$	141
Figura 138 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 14^0$ e $t = 3.3$	141
Figura 139 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 16^0$ e $t = 3.3$	142
Figura 140 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 16^0$ e $t = 3.3$	142
Figura 141 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 16^0$ e $t = 3.3$	142
Figura 142 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 16^0$ e $t = 3.3$	143
Figura 143 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 16^0$ e $t = 3.3$	143
Figura 144 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^0$ e $t = 3.3$	144
Figura 145 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^0$ e $t = 3.3$	144
Figura 146 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^0$ e $t = 3.3$	144
Figura 147 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^0$ e $t = 3.3$	145
Figura 148 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^0$ e $t = 3.3$	145
Figura 149 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 2.5$	146
Figura 150 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 2.5$	146
Figura 151 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 2.5$	146
Figura 152 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 2.5$	147
Figura 153 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 2.5$	147
Figura 154 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 2.5$	148
Figura 155 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 2.5$	148
Figura 156 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 2.5$	148
Figura 157 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 2.5$	149
Figura 158 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 2.5$	149
Figura 159 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 2.5$	150
Figura 160 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 2.5$	150
Figura 161 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 2.5$	150
Figura 162 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 2.5$	151
Figura 163 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 2.5$	151
Figura 164 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 2.5$	152
Figura 165 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 2.5$	152
Figura 166 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 2.5$	152
Figura 167 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 2.5$	153
Figura 168 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 2.5$	153
Figura 169 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 8^0$ e $t = 2.5$	154
Figura 170 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 8^0$ e $t = 2.5$	154
Figura 171 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 8^0$ e $t = 2.5$	154
Figura 172 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 8^0$ e $t = 2.5$	155

Figura 173–Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 8^0$ e $t = 2.5$	155
Figura 174–Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 10^0$ e $t = 2.5$	156
Figura 175–Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 10^0$ e $t = 2.5$	156
Figura 176–Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 10^0$ e $t = 2.5$	156
Figura 177–Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 10^0$ e $t = 2.5$	157
Figura 178–Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 10^0$ e $t = 2.5$	157
Figura 179–Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 12^0$ e $t = 2.5$	158
Figura 180–Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 12^0$ e $t = .5$	158
Figura 181–Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 12^0$ e $t = 2.5$	158
Figura 182–Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 12^0$ e $t = 2.5$	159
Figura 183–Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 12^0$ e $t = 2.5$	159
Figura 184–Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 14^0$ e $t = 2.5$	160
Figura 185–Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 14^0$ e $t = 2.5$	160
Figura 186–Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 14^0$ e $t = 2.5$	160
Figura 187–Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 14^0$ e $t = 2.5$	161
Figura 188–Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 14^0$ e $t = 2.5$	161
Figura 189–Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 16^0$ e $t = 2.5$	162
Figura 190–Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 16^0$ e $t = 2.5$	162
Figura 191–Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 16^0$ e $t = 2.5$	162
Figura 192–Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 16^0$ e $t = 2.5$	163
Figura 193–Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 16^0$ e $t = 2.5$	163
Figura 194–Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 18^0$ e $t = 2.5$	164
Figura 195–Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 18^0$ e $t = 2.5$	164
Figura 196–Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 18^0$ e $t = 2.5$	164
Figura 197–Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 18^0$ e $t = 2.5$	165
Figura 198–Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 18^0$ e $t = 2.5$	165
Figura 199–Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	166
Figura 200–Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	166
Figura 201–Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	166
Figura 202–Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	166
Figura 203–Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	167
Figura 204–Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	167
Figura 205–Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	167
Figura 206–Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	167
Figura 207–Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	168
Figura 208–Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	168
Figura 209–Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	168
Figura 210–Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	168
Figura 211–Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	169

Figura 212 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	169
Figura 213 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	169
Figura 214 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	169
Figura 215 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	170
Figura 216 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	170
Figura 217 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	170
Figura 218 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	170
Figura 219 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	171
Figura 220 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	171
Figura 221 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	171
Figura 222 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	171
Figura 223 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	172
Figura 224 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	172
Figura 225 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	172
Figura 226 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	172
Figura 227 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	173
Figura 228 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	173
Figura 229 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	173
Figura 230 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	173
Figura 231 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	174
Figura 232 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	174
Figura 233 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	174
Figura 234 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	174
Figura 235 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	175
Figura 236 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	175
Figura 237 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	175
Figura 238 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	175
Figura 239 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	176
Figura 240 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	176
Figura 241 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	176
Figura 242 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	176
Figura 243 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	177
Figura 244 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	177
Figura 245 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	177
Figura 246 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	177
Figura 247 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	178
Figura 248 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	178
Figura 249 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	178
Figura 250 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	178

Figura 251 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	179
Figura 252 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	179
Figura 253 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	179
Figura 254 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	179
Figura 255 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	180
Figura 256 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	180
Figura 257 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	180
Figura 258 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	180
Figura 259 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	181
Figura 260 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	181
Figura 261 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	181
Figura 262 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	181
Figura 263 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$	182
Figura 264 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$	182
Figura 265 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$	182
Figura 266 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$	182
Figura 267 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	183
Figura 268 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	183
Figura 269 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	183
Figura 270 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	183
Figura 271 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	184
Figura 272 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	184
Figura 273 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	184
Figura 274 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	184
Figura 275 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	185
Figura 276 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	185
Figura 277 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	185
Figura 278 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	185
Figura 279 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	186
Figura 280 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	186
Figura 281 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	186
Figura 282 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	186
Figura 283 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	187
Figura 284 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	187
Figura 285 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	187
Figura 286 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	187
Figura 287 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	188
Figura 288 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	188
Figura 289 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	188

Figura 290 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	188
Figura 291 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	189
Figura 292 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	189
Figura 293 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	189
Figura 294 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	189
Figura 295 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	190
Figura 296 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	190
Figura 297 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	190
Figura 298 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	190
Figura 299 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	191
Figura 300 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	191
Figura 301 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	191
Figura 302 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	191
Figura 303 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	192
Figura 304 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	192
Figura 305 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	192
Figura 306 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	192
Figura 307 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	193
Figura 308 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	193
Figura 309 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	193
Figura 310 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	193
Figura 311 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	194
Figura 312 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	194
Figura 313 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	194
Figura 314 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	194
Figura 315 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	195
Figura 316 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	195
Figura 317 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	195
Figura 318 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^0$ e $t = 3.0$	195
Figura 319 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	196
Figura 320 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	196
Figura 321 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	196
Figura 322 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$	196
Figura 323 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$	197
Figura 324 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$	197
Figura 325 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$	197
Figura 326 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$	197
Figura 327 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	198
Figura 328 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	198

Figura 329 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	198
Figura 330 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$	198
Figura 331 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	199
Figura 332 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	199
Figura 333 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	199
Figura 334 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$	199
Figura 335 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	200
Figura 336 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	200
Figura 337 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	200
Figura 338 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^0$ e $t = 3.0$	200
Figura 339 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	201
Figura 340 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	201
Figura 341 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	201
Figura 342 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$	201
Figura 343 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	202
Figura 344 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	202
Figura 345 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	202
Figura 346 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$	202
Figura 347 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	203
Figura 348 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	203
Figura 349 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	203
Figura 350 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$	203
Figura 351 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	204
Figura 352 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	204
Figura 353 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	204
Figura 354 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$	204
Figura 355 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	205
Figura 356 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	205
Figura 357 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	205
Figura 358 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$	205
Figura 359 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	206
Figura 360 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	206
Figura 361 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	206
Figura 362 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$	206
Figura 363 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	207
Figura 364 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	207
Figura 365 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	207
Figura 366 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$	207
Figura 367 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	208

Figura 368–Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	208
Figura 369–Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	208
Figura 370–Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$	208
Figura 371–Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	209
Figura 372–Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	209
Figura 373–Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	209
Figura 374–Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$ e $t = 3.0$	209

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Ângulo de ataque
C_L	Coefficiente de sustentação
C_D	Coefficiente de arrasto
C_p	Coefficiente de pressão
L	Força de sustentação
D	Força de arrasto
\mathbf{u}	Vetor velocidade
t	Tempo
p	Pressão
ν	Viscosidade cinemática
μ	Viscosidade dinâmica
ρ	Massa específica
U_∞	Velocidade do escoamento uniforme
Re	Número de Reynolds
$\boldsymbol{\omega}$	Vetor vorticidade
ω	Vorticidade escalar
\mathbf{r}	Vetor posição
\mathbf{r}'	Variável auxiliar de integração
r	Coordenada no sistema polar
Γ	Circulação dos vórtices
x	Coordenada no sistema cartesiano
y	Coordenada no sistema cartesiano
u	Componente do vetor velocidade na direção x
v	Componente do vetor velocidade na direção y

σ_0	Raio do núcleo do elemento de vorticidade
θ_1	Ângulo do sistema do painel
θ_2	Ângulo do sistema do painel
Φ	Potencial de velocidade
σ	Intensidade de uma fonte
μ	Intensidade de um dipolo
\mathbf{n}	Vetor normal à superfície do corpo
S	Superfície de integração
V	Volume de integração
ϵ	Raio da esfera
c	Corda do aerofólio
γ	Intensidade dos vórtices
Δl	Comprimento do painel
δ_n	Distância de difusão
δt	Incremento no tempo
δA	Área de difusão
R	Razão de aspecto
N	Número de painéis
h	Distância entre a origem de vórtices nascentes
h/Σ	Recobrimento
L	Número de vórtices nascentes fixo por painel
L_i	Número de vórtices nascentes variável por painel
β_i	Ângulo de inclinação do painel em relação ao sistema de coordenadas global
δr	Deslocamento radial
$\delta \theta$	Deslocamento angular

C_f	Coefficiente de atrito
F_x	Componente da força resultante na direção x
F_y	Componente da força resultante na direção y
a_{ij}	Coefficientes da matriz de influência
RHS	Componente i do vetor das constantes
f	Fator de redução do comprimento de um painel em relação ao painel anterior

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
1.1	MOTIVAÇÃO	28
1.2	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	29
1.3	DESCRIÇÃO DO TRABALHO	33
1.4	OBJETIVOS	34
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	36
2.1	ESCOAMENTO AO REDOR DE AEROFÓLIOS	36
2.2	MÉTODO DOS PAINÉIS	37
2.3	MÉTODO DE VÓRTICES	37
2.4	POSICIONAMENTO DO TRABALHO	38
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	40
3.1	EQUAÇÃO DE TRANSPORTE DA VORTICIDADE	41
3.2	RELAÇÃO ENTRE VORTICIDADE E VELOCIDADE: LEI DE BIOT-SAVART	42
3.2.1	VELOCIDADE GERADA POR UM VÓRTICE DISCRETO	42
3.2.1.1	MODELAGEM DA VORTICIDADE	43
3.2.2	VELOCIDADE GERADA POR UMA FOLHA COM DISTRIBUIÇÃO CONTÍNUA DE VORTICIDADE	44
3.2.3	VELOCIDADE GERADA POR UMA FOLHA COM DISTRIBUIÇÃO LINEAR DE VORTICIDADE	44
3.3	ESCOAMENTO POTENCIAL	45
3.4	DINÂMICA DA VORTICIDADE	49
3.4.1	NASCIMENTO DOS VÓRTICES	49
3.4.1.1	RAIO DOS VÓRTICES NASCENTES	53
3.4.2	CONVECÇÃO DOS VÓRTICES	55
3.4.3	DIFUSÃO DOS VÓRTICES	56
3.4.4	AVANÇO TEMPORAL	57
3.5	OBTENÇÃO DOS CARREGAMENTOS SOBRE O CORPO	58
4	IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA	60
4.1	MÉTODO DOS PAINÉIS	60
4.1.1	DISCRETIZAÇÃO	60
4.1.2	VÓRTICES DISCRETOS	61
4.1.3	DISTRIBUIÇÃO CONTÍNUA DE VORTICIDADE	65
4.1.4	DISTRIBUIÇÃO LINEAR DE VORTICIDADE	68

4.1.5	CONDIÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE CIRCULAÇÃO	72
4.2	MÉTODO DOS VÓRTICES	75
4.2.1	REFLEXÃO, TRATAMENTO DE SINGULARIDADES E SUAVIZAÇÃO	75
4.3	CÁLCULO DAS CARGAS AERODINÂMICAS	78
5	GEOMETRIA A SER ESTUDADA	80
5.1	DISCRETIZAÇÃO	82
6	TESTE E ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO	85
6.1	INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE PAINÉIS	86
6.2	INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE VÓRTICES NASCENTES POR PAINEL	89
6.3	INFLUÊNCIA DA CONDIÇÃO RESTRITIVA	91
6.3.1	SIMULAÇÕES UTILIZANDO CONDIÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA CIRCULAÇÃO NA PRIMEIRA ITERAÇÃO	91
6.3.2	SIMULAÇÕES UTILIZANDO CONDIÇÃO DE KUTTA NA PRIMEIRA ITERAÇÃO	94
6.4	INFLUÊNCIA DA DISTÂNCIA DE NASCIMENTO DOS VÓRTICES	97
6.5	NÚMERO DE VÓRTICES NASCENTES VARIÁVEL EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DO PAINEL	98
6.5.1	NÚMERO DE VÓRTICES NASCENTES FIXO	98
6.5.2	NÚMERO DE VÓRTICES NASCENTES VARIÁVEL CONFORME EQ 3.45	99
6.5.3	NÚMERO DE VÓRTICES NASCENTES VARIÁVEL CONFORME EQ 3.46	100
6.5.4	CONVERGÊNCIA DOS COEFICIENTES DE SUSTENTAÇÃO E ARRASTO	101
6.6	CONSIDERAÇÕES SOBRE O TEMPO COMPUTACIONAL	102
7	RESULTADOS - VALIDAÇÃO DO MODELO	106
7.1	RESULTADOS PRELIMINARES	106
7.2	COEFICIENTES DE SUSTENTAÇÃO E ARRASTO PARA O AEROFÓLIO NACA 0012	110
8	RESULTADOS - APLICAÇÃO DO MODELO AO PERFIL DO MÍSSIL SS T-09 TS	113
8.1	RESULTADOS PRELIMINARES	113
8.2	OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS PARA O PERFIL SS T-09 TS	117
9	CONCLUSÕES	119
9.1	CONDIÇÃO RESTRITIVA	120
9.2	DISTÂNCIA DE NASCIMENTO DOS VÓRTICES	120
9.3	NÚMERO DE VÓRTICES NASCENTES POR PAINEL	121
9.4	DISTRIBUIÇÃO DE VÓRTICES NASCENTES EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO DOS PAINÉIS	121

9.5	PONTOS PASSÍVEIS DE MELHORIA	121
9.6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	122
	REFERÊNCIAS	123
	APÊNDICE A –	126
	APÊNDICE B –	146
	APÊNDICE C –	166
	APÊNDICE D –	180
	APÊNDICE E –	195

1 INTRODUÇÃO

O comportamento físico dos fluidos sempre despertou especial interesse e curiosidade da humanidade. O entendimento do homem em relação à mecânica dos fluidos vem crescendo continuamente em razão do aumento da complexidade das aplicações deste campo. Seja observando o movimento de um rio, as ondas se propagando nos mares, as brisas leves sobre as planícies ou violentas tempestades devastadoras, o homem vem demonstrando interesse em desvendar e descrever os fenômenos envolvidos.

Desde o advento da agricultura, com a necessidade de irrigação de grandes áreas para cultivo, vem-se tentando dominar o fenômenos físicos que envolvem o movimento dos fluidos e utilizá-los em seu favor. A forte relação do homem com o mar levou ao desenvolvimento de embarcações elaboradas, o que demandou desenvolvimento de formatos de cascos mais eficientes no contexto da hidrodinâmica e, posteriormente, a propulsão à vela. Tais avanços permitiram o desenvolvimento das primeiras talassocracias e à presença humana em todo o globo. Mais tarde, a invenção de moinhos de vento permitiu a extração de energia do vento para movimentação de máquinas que facilitaram o trabalho.

O surgimento do pensamento científico permitiu a sistematização do conhecimento de maneira mais formal, e posteriormente a primeira revolução industrial impulsionou fortemente o desenvolvimento da mecânica dos fluidos. Em particular, o surgimento da máquina a vapor possibilitou o desenvolvimento de todo tipo máquinas, dispositivos e sistemas mecânicos que criaram novas áreas de estudo, tais como o comportamento dos fluidos de trabalho, arrefecimento, lubrificação, pneumática, etc.

O antigo sonho do homem de ganhar os céus de maneira similar aos pássaros ocasionou a criação do campo de estudo denominado aerodinâmica, sendo George Cayley (1773-1857) considerado o primeiro cientista a entender os princípios que regem o voo. Otto Lilienthal (1848-1896) deu outro passo importante para conquista do voo. Limitado pela tecnologia de seu tempo, projetou, construiu e operou aparelhos mais pesados que o ar na atmosfera.

O desenvolvimento de motores de combustão interna suficientemente leves permitiu a criação das primeiras aeronaves com propulsão, no começo do século XX. Em consequência, o estudo do escoamento ao redor de corpos ganhou importância no ramo da aerodinâmica. Começam a surgir as primeiras teorias visando prever o comportamento do ar neste contexto, em especial estudos sobre camada limite e turbulência.

As duas grandes Guerras Mundiais resultaram em grande avanço na mecânica dos fluidos. A busca pela supremacia aérea e, portanto, de aeronaves com desempenho cada vez melhor resultou em características aerodinâmicas mais refinadas. Da mesma forma, a

necessidade por artilharia com alcance cada vez maior demandou avanços em estudos de balística. O advento de aeronaves transônicas, de mísseis e de foguetes exigiu novos esforços na teoria e na área experimental, ocasionando o surgimento da engenharia aeroespacial.

As equações matemáticas que descrevem o movimento dos fluidos consistem basicamente na equações de conservação de massa (continuidade), quantidade de movimento (Navier-Stokes) e energia (1ª Lei da Termodinâmica). As fortes não linearidades presentes nas Equações de Navier-Stokes impedem a obtenção de soluções analíticas, exceto para uma classe limitada de problemas onde as hipóteses permitem simplificação das equações. Assim, deve-se recorrer a soluções numéricas, as quais ganharam espaço com o surgimento da computação científica. Tais métodos consistem em transformar as equações diferenciais parciais em sistemas equações algébricas que podem ser resolvidas por métodos convencionais. Neste contexto, pode-se citar o Método dos Volumes Finitos e o Método das Diferenças Finitas, os quais lançam mão da discretização do domínio em estudo e buscam resolver localmente as equações de conservação para regiões diminutas que compõem a geometria discretizada. Entretanto, a resolução das Equações de Navier-Stokes mostra-se computacionalmente impraticável para a maioria dos problemas práticos de engenharia, demandando frequentemente a adoção de modelos de turbulência que simplificam a solução às custas de desvios da natureza física do problema.

Em alternativa aos métodos supracitados, este trabalho utiliza uma combinação do Métodos dos Painéis e do Método dos Vórtices, sendo o primeiro responsável por resolver o escoamento potencial e o segundo responsável por simular a evolução do escoamento pela discretização do campo de vorticidade.

1.1 Motivação

O constante avanço da indústria de defesa tem exigido a criação de meios e dispositivos cada vez mais sofisticados. Por essa razão, nações têm investido cada vez mais no desenvolvimento de equipamentos com elevado nível de confiabilidade e desempenho no intuito de preservar sua soberania e seus interesses, aumentando sua capacidade de dissuasão e de resposta a eventuais agressões. Assim, a projeção de poder de forma remota garante vantagem estratégica relevante, traduzindo-se na capacidade de neutralizar meios e instalações a partir de grandes distâncias.

Nesse contexto, a utilização de mísseis de cruzeiro subsônicos contra alvos terrestres ou marítimos tem grande importância num eventual cenário de conflito em tempos modernos. Tratando-se de dispositivos que voam na atmosfera, mostra-se de suma importância o estudo das características aerodinâmicas destes equipamentos a fim de obter configurações com desempenho superior.

A Figura 1 abaixo mostra a configuração típica de um míssil subsônico. Dentre os

elementos mostrados, destacam-se as aletas, sendo estas responsáveis por dar estabilidade, direção e controle ao aparelho.

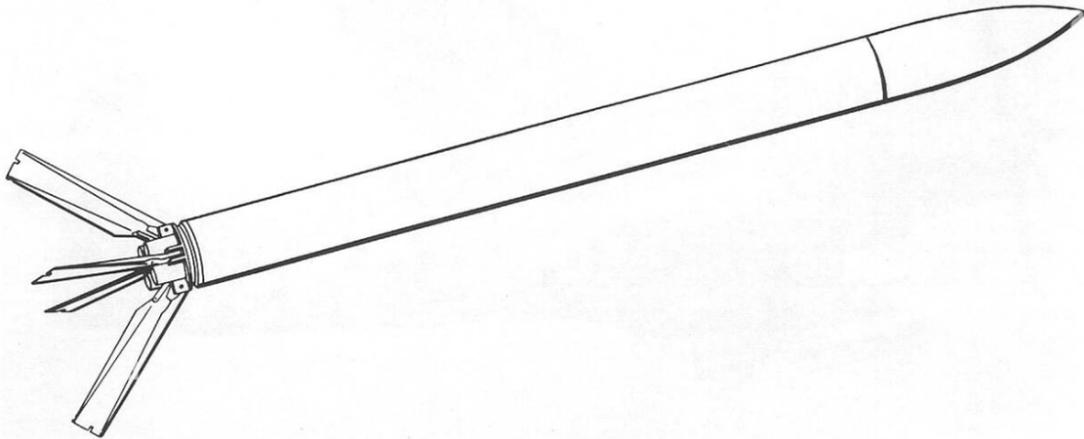


Figura 1 – Configuração típica de um míssil subsônico com aletas do tipo *Folding-Fin*.
Fonte: Página da Alamy.¹

Assim, o escoamento ao redor destas estruturas é responsável por gerar as forças aerodinâmicas que comporão as equações do movimento do míssil. Estas estruturas são especialmente projetadas conforme seu propósito, possuindo usualmente um formato esbelto de forma a minimizar a força de arrasto, além de uma geometria e orientação (em relação ao escoamento) convenientes para gerar sustentação.

Anderson(5), Phillips(6) e Gudmundsson(1) fornecem metodologias oriundas da teoria da asa finita de Ludwig Prandtl para prever as características de uma asa tridimensional a partir das características de um perfil bidimensional, bem como a influência de uma estrutura em outra localizada mais a jusante no escoamento. Assim, os métodos desenvolvidos neste trabalho se concentram no escoamento ao redor de perfis bidimensionais, uma vez que este escopo mostra-se suficiente para prever as características aerodinâmicas de um míssil no âmbito do projeto conceitual.

1.2 Descrição do problema

As forças geradas pelo escoamento ao redor de um corpo se originam na mudança da quantidade de movimento. Num outro ponto de vista, as forças de resultantes da distribuição de pressão ao redor do aerofólio, além das tensões de cisalhamento decorrentes da viscosidade do fluido, resultam num carregamento ao redor do corpo que, se integrado sobre todo o corpo, resulta nas forças de sustentação e arrasto, além dos momentos relacionados. A resultante na direção normal ao escoamento é denominada sustentação,

¹ Disponível em: <www.alamy.com>. Acesso em 10 de fevereiro de 2023.

enquanto a resultante no sentido paralelo ao escoamento é denominada arrasto. Essas forças são ilustradas na Figura 2 abaixo:

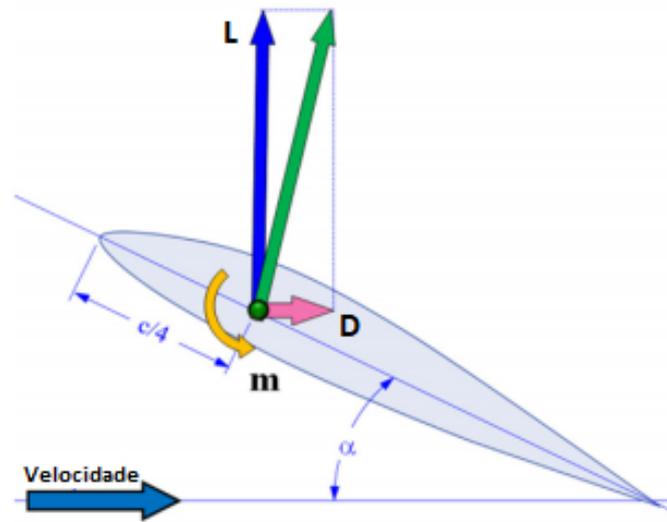


Figura 2 – Forças e momentos atuantes em um aerofólio. Fonte: adaptado de Gudmundsson(1).

É importante ressaltar que, para esta classe de problemas, as velocidades, dimensões e propriedades do fluido envolvidas resultam num escoamento onde as forças de inércia são preponderantes sobre as forças viscosas. Tal situação se traduz num elevado número de Reynolds. Assim, no escoamento analisado, a influência das forças viscosas se restringe a uma região diminuta, inicialmente descrita por Prandtl em sua Teoria da Camada Limite. Quanto mais elevado for o número de Reynolds, menos espessa será a Camada Limite. A relação entre o cisalhamento e a viscosidade (Lei de Newton para viscosidade) pode ser obtida conhecendo-se o perfil de velocidade dentro da camada limite.

Embora não esteja no escopo do presente trabalho, a Teoria da Camada Limite busca obter este perfil de velocidade aplicando as condições de contorno para essa região, sendo estas a condição de não deslizamento na superfície e a condição de escoamento livre na fronteira da Camada Limite. Assim, as forças atuantes no aerofólio, resultantes da influência da distribuição de pressão e das tensões de cisalhamento, podem ser calculadas através dos campos de pressão e de velocidade, que por sua vez são obtidos a partir da solução das equações de governo.

É intuitivo verificar que, para que um aerofólio gere sustentação, o somatório das forças (majoritariamente forças de pressão) atuantes em sua superfície inferior (intradorso) deve ser diferente daquele atuante em sua superfície superior (extradorso). Tal condição é atingida quando há assimetria no escoamento, seja pela orientação do aerofólio em relação ao escoamento (ângulo de ataque - α), seja pela geometria do próprio aerofólio, ou ainda por uma combinação destes efeitos. Ambas as situações são ilustradas na Figura 3.

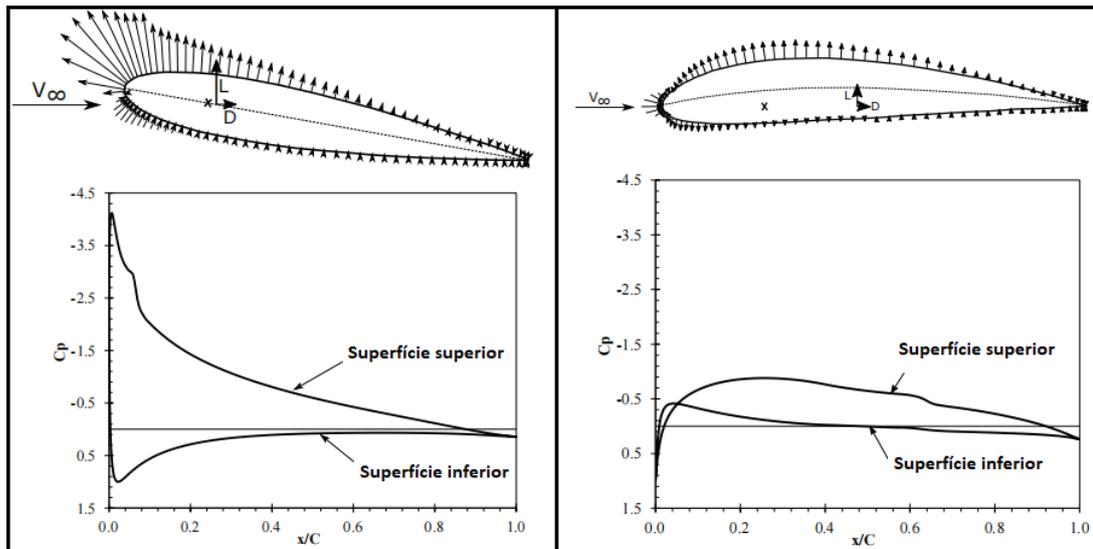


Figura 3 – Distribuição assimétrica de pressão no intradorso e no extradorso para aerofólios simétricos e assimétricos. Fonte: Miller(2).

As formas adimensionalizadas das forças de sustentação e de arrasto são denominadas coeficientes de sustentação (C_L) e de arrasto (C_D), respectivamente, e a obtenção destes coeficientes para uma determinada faixa de ângulos de ataque é usualmente o objetivo de trabalhos no campo da aerodinâmica. Variações típicas dos coeficientes de sustentação e arrasto em função do ângulo de ataque são mostradas na Figura 4:

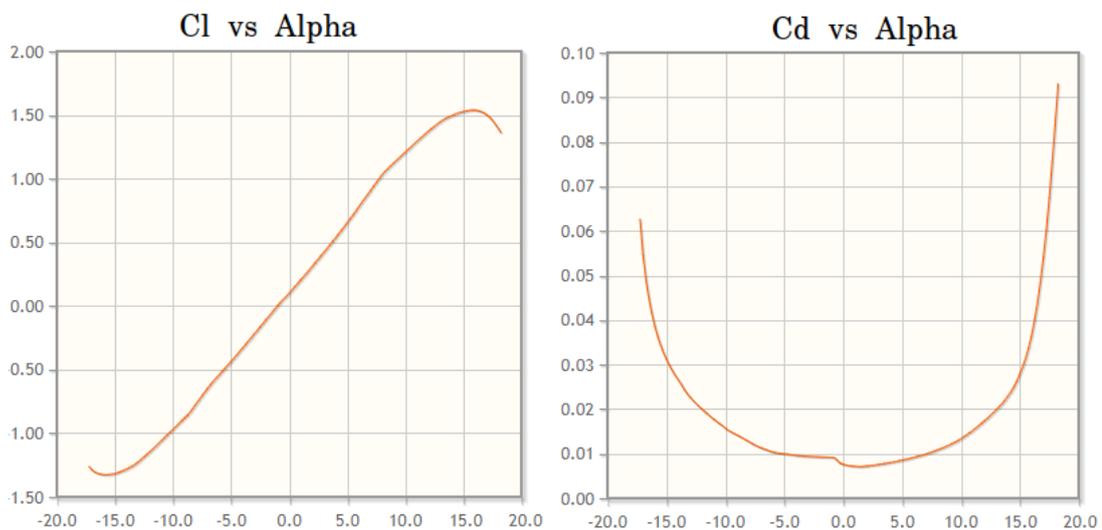


Figura 4 – Variação típica de C_L e C_D em função do ângulo de ataque α . Fonte: Airfoiltools.

Na figura acima pode-se observar uma variação aproximadamente linear do coeficiente de sustentação para uma faixa substancial de ângulos de ataque. Entretanto, a partir de certo valor de α , a curva passa a ter um formato não linear, ocorrendo uma brusca redução no C_L , acompanhada de um aumento no C_D . Tal comportamento se deve aos efeitos viscosos, onde dissipação da quantidade de movimento do fluido aliada

a um gradiente adverso de pressão causa redução gradual da velocidade do escoamento dentro da camada limite até que ocorra o descolamento deste escoamento da superfície do corpo, fenômeno conhecido com estol. Para escoamentos com altos números de Reynolds, a separação ocorre mais tardiamente. Uma maneira de atrasar o estol é induzir uma transição da camada limite laminar para a camada limite turbulenta, esta última possuindo maior quantidade de movimento em relação à primeira e, portanto, resistindo por mais tempo ao decréscimo de velocidade induzido pelos efeitos já mencionados. A Figura 5 abaixo ilustra as três regiões existentes no escoamento ao redor de corpos onde os efeitos viscosos são relevantes: camada limite laminar, camada limite turbulenta e esteira separada.

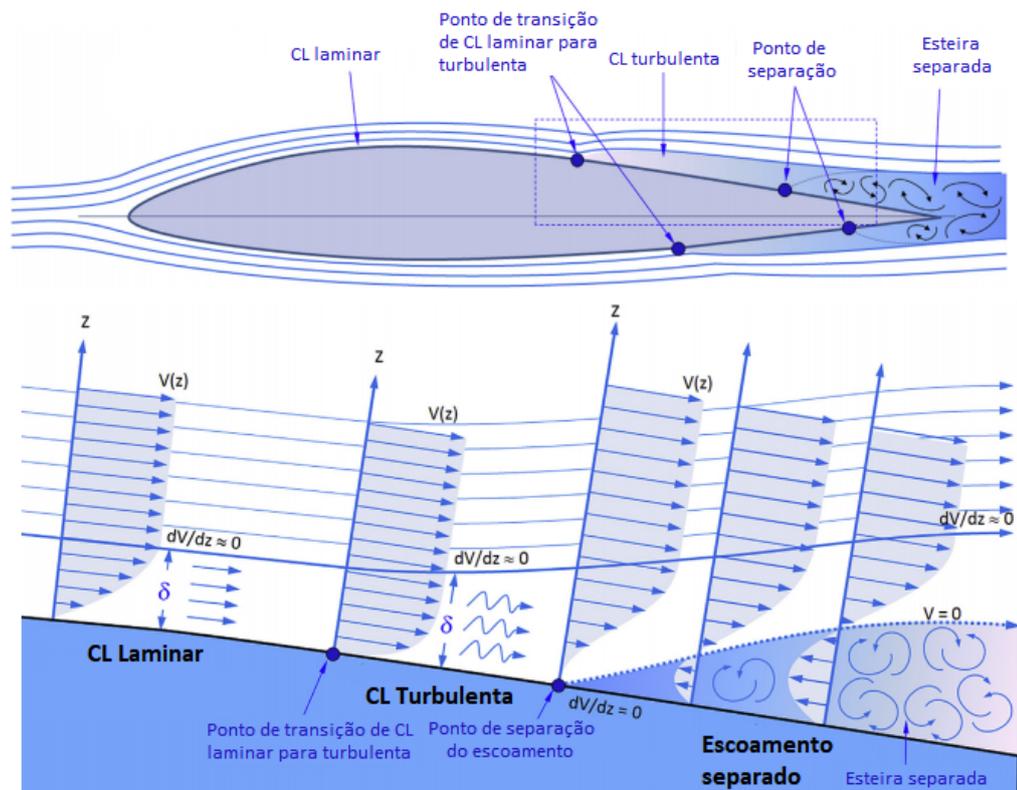


Figura 5 – Características do escoamento no interior das camadas limites laminar e turbulenta e da região separada. Fonte: adaptado de Gudmundsson(1).

De forma distinta do cenário acima, para alguns casos, tais como aerofólios com raios do bordo de ataque relativamente pequenos, os fenômenos de separação associados à viscosidade podem se originar em regiões mais a montante no escoamento. Nesses casos, a separação do escoamento forma uma bolha de recirculação, sendo que posteriormente o escoamento se prende novamente à superfície, não ocorrendo necessariamente o estol, conforme mostrado na Figura 6. Entretanto, com o aumento do ângulo de ataque, a bolha de separação pode se estender por uma região suficientemente grande da superfície do aerofólio, ocasionando o estol. Os casos de separação do escoamento discutidos até agora são mostrados na Figura 7.



Figura 6 – Formação de bolha de separação no aerofólio. Fonte: adaptado de Gudmundsson(1).

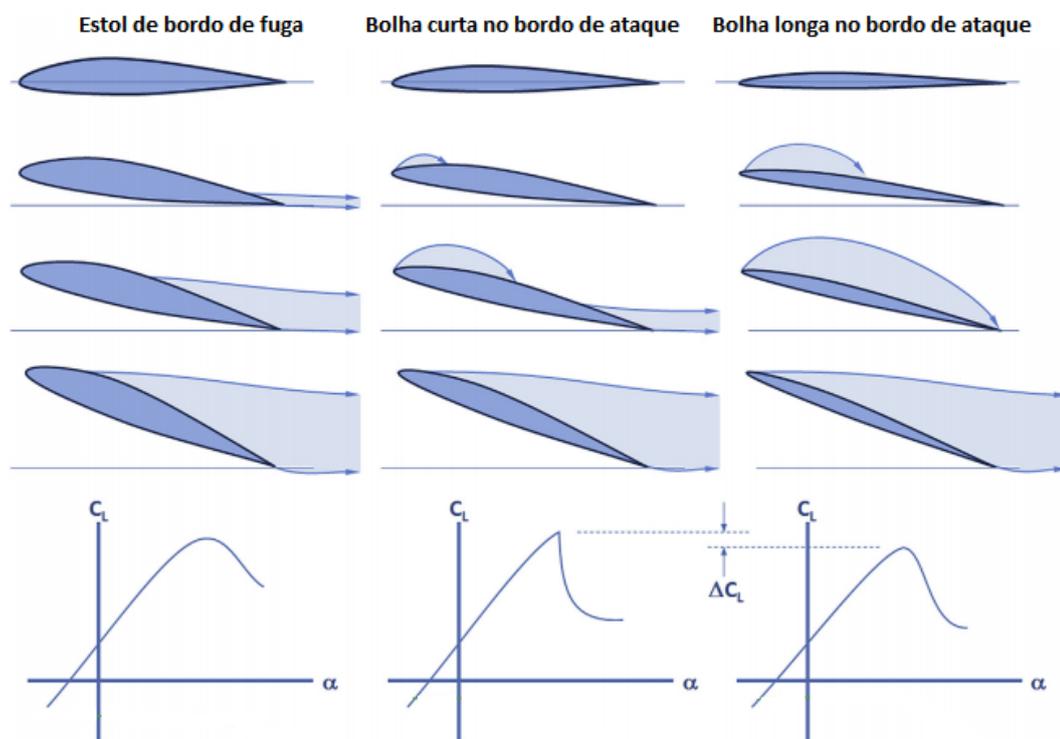


Figura 7 – Tipos de estol e seus efeitos na curva $C_L \times \alpha$. Fonte: adaptado de Gudmundsson(1).

1.3 Descrição do trabalho

O presente trabalho busca simular o escoamento ao redor de corpos utilizando o Método dos Vórtices em conjunto com o Método dos Painéis. O Método dos Painéis é utilizado para obter a solução do escoamento potencial, aplicando a condição de contorno de impenetrabilidade na superfície do aerofólio. Para tal, a geometria do aerofólio é discretizada em painéis compostos por elementos de singularidades que satisfazem a equação de Laplace. Serão utilizados elementos de vórtices, tendo em vista que esses são adequados para simular corpos que geram sustentação. Uma vez encontrados os valores de vorticidade que satisfazem as condições de contorno, vórtices discretos originados a partir

destes valores são liberados na região rotacional, passando a sofrer deslocamentos por meio da convecção², devido à velocidade induzida pela vorticidade dos painéis e também pelos vórtices livres presentes na esteira. Além da ação da convecção, o campo de vorticidade também se difunde por influência da viscosidade.

A convecção dos vórtices discretos é calculada pela influência de todos os vórtices da nuvem e também pela influência dos painéis, enquanto para a difusão será utilizado o Método do Avanço Randômico (MAR).

Dado que vórtices pontenciais induzem um campo de velocidade singular próximo de sua origem, os vórtices discretos serão modelados, no presente trabalho, como vórtices de Lamb, visando garantir que a velocidade tenha um valor finito em todos os pontos. De posse do campo de velocidade, o campo de pressão é obtido e, conseqüentemente, as forças atuantes no corpo podem ser calculadas por meio de integração numérica. Tendo sido atingido o regime permanente, é calculado o campo de velocidade utilizando-se a Lei de Biot-Savart para relacionar a vorticidade nos painéis e na esteira livre à velocidade em todo domínio analisado.

1.4 Objetivos

A metodologia tradicional de resolução das equações de governo por meio da discretização do domínio e aplicação de métodos numéricos tais como Método dos Volumes Finitos possui diversas desvantagens, tais como difusão numérica, necessidade de geração de malhas (o que pode se mostrar impraticável para geometrias complexas) tempo de execução e necessidade de adoção de modelos de turbulência. Por essa razão, este trabalho visa aplicar o Método dos Painéis e Vórtices para resolver o escoamento ao redor de um aerofólio em alternativa ao primeiro caso. No contexto do método dos Painéis e de Vórtices, os objetivos deste trabalho são:

- Testar diferentes tipos de distribuição de elementos singulares;
- Testar a influência do número de painéis na convergência do método;
- Testar a influência da distância de nascimento dos vórtices (distância de difusão) e do raio do núcleo dos vórtices discretos na convergência e no desempenho do método;
- Avaliar a convergência para diferentes quantidades de vórtices nascentes por painéis;
- Avaliar a convergência ao utilizar-se um número variável de vórtices nascentes por painel, de forma a satisfazer localmente a razão de recobrimento selecionada;

² Embora o termo "advecção" seja mais adequado para descrever este fenômeno, o termo "convecção" é usualmente utilizado pelos autores em trabalhos que tratam do método dos vórtices. Por esta razão, o movimento advectivo dos vórtices discretos será tratado, no presente trabalho, como movimento convectivo.

-
- Obter as cargas atuantes no aerofólio após convergência utilizando o método de Lewis(7);
 - Avaliar o comportamento da simulação ao utilizar-se a condição de Kutta na solução do escoamento potencial na primeira iteração;
 - Propor um método de geração de geometria poligonal com maior discretização nas regiões próximas aos vértices, em função dos maiores gradientes de pressão ali existentes;
 - Realizar testes no modelo pronto para determinar faixas adequadas para os parâmetros de simulação;
 - Validar o modelo proposto para um aerofólio amplamente estudado (NACA 0012); e
 - Aplicar o método a um aerofólio típico de um míssil subsônico para obtenção das curvas dos coeficientes aerodinâmicos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Visando posicionar o presente trabalho no contexto da literatura atual, neste capítulo é feita uma revisão bibliográfica dos trabalhos científicos relacionados ao escoamento ao redor de aerofólios. Para tal, são citados trabalhos de simulação numérica, bem como experimentais, que versam sobre escoamentos externos ao redor de corpos, os quais fornecem valiosa fonte de dados para comparação e validação de resultados.

Num primeiro momento, são apresentados trabalhos que tratam do escoamento ao redor de aerofólios. Em seguida, são mostrados trabalhos relativos ao Método dos Painéis. Por último, é feita referência aos trabalhos que aplicam o Método de Vórtices.

2.1 Escoamento ao redor de aerofólios

Conforme citado no capítulo anterior, as não linearidades presentes nas equações de Navier-Stokes impedem soluções analíticas do problema do escoamento ao redor de corpos. Entretanto, determinadas hipóteses permitem simplificações das equações, tais como desconsideração da viscosidade e compressibilidade e, conseqüentemente, consideração do fluido como irrotacional.

Naturalmente, tais hipóteses simplificadoras se restringem a determinada faixa de aplicação. Em especial, pode-se citar a teoria do aerofólio fino, desenvolvida no começo do século XX, como um exemplo de solução analítica do escoamento ao redor de um aerofólio que tem como base a teoria do potencial, a qual é tratada de forma extensiva em Anderson(5), Abbott e Von-Doenhoff(8), Katz e Plotkin(9) e Pope(10).

O escoamento potencial ao redor de corpos de geometria arbitrária é estudado por Hess e Smith(11) e Giesing e Smith(12). Schlichting e Gersten(13) fazem um tratamento abrangente da teoria da camada limite.

No contexto de trabalhos experimentais, Abbott e Von-Doenhoff(8) apresentam dados para inúmeros aerofólios da série NACA para números de Reynolds da ordem de 6×10^6 . Critzos, Heyson e Boswinkle(14) obtêm características aerodinâmicas do aerofólio NACA 0012 para uma faixa de ângulos de ataque de 0° a 180° para número de Reynolds de $1,8 \times 10^6$. McCroskey(15) e Ladson(16) investigam características aerodinâmicas do perfil NACA 0012 por meio de ensaios em túneis de vento subsônicos sob várias condições.

Em relação aos trabalhos numéricos, Aydın, Çalışkan e Karagoz(17) realizam simulações numéricas do escoamento incompressível ao redor de diferentes tipos de aerofólios utilizando várias técnicas. Shan, Jiang e Liu(18) investigam a separação do escoamento sobre o aerofólio NACA 0012 a um ângulo de ataque de 4° e número de Reynolds de

10⁵ através da resolução direta das equações de N-S. Balakumar(19) realiza simulações do escoamento sobre o perfil NACA 0012 para números de Reynolds de 5×10^3 e 10^6 e ângulos de ataque de 5° a 15° .

2.2 Método dos Painéis

Martensen(20) faz uma das primeiras referências ao Método dos Painéis. Lewis(21) aplica o método dos elementos de vórtices para uma análise de uma série de sistemas de engenharia no contexto da dinâmica dos fluidos.

A aplicação do Método dos Painéis demanda discretização da geometria a ser estudada, além da seleção dos elementos de singularidade utilizados para modelar esta geometria. A discretização da geometria pode ser feita utilizando-se painéis retos ou curvos, enquanto que os elementos de singularidade são aqueles que satisfazem a Equação de Laplace e suas condições de contorno. Uma vez que há uma gama de possibilidades de seleção de singularidades, bem como uma combinação destas, além do tipo de distribuição ao longo do painel discreto, tal assunto tem sido objeto de estudo de inúmeros trabalhos na atualidade.

O Método dos Painéis é minuciosamente descrito por Katz e Plotkin(9) com aplicações em aerofólios para vários tipos de discretização da geometria e de distribuição de singularidades. Pereira, Silva e Bodstein(22) aplicam o Método dos Painéis para estudo do escoamento potencial ao redor de um aerofólio. Pereira e Bodstein(23) aplicam o Método dos Painéis com distribuição quadrática de singularidade para escoamentos bidimensionais ao redor de aerofólios. Pereira(24) estuda a distribuição de singularidade de ordem superior para resolução do escoamento ao redor de aerofólios.

2.3 Método de Vórtices

O método utilizado neste trabalho é classificado como método livre de malha pelo fato de calcular o campo de velocidade a partir do campo de vorticidade. O campo de vorticidade, por sua vez, pela geração de uma nuvem de vórtices discretos que nascem nos painéis e se deslocam por meio da difusão e da convecção. Para relacionar o campo de vorticidade ao campo de velocidade, utiliza-se a lei de Biot-Savart.

Rosenhead(25) tentou simular um escoamento utilizando discretização por vórtices potenciais, entretanto obteve resultados instáveis devido às singularidades existentes. De modo a evitar tais singularidades no vórtice potencial, Spreiter e Sacks(26) utilizaram a modelagem de um vórtice discreto como vórtice de Rankine e Chorin e Bernard(27) modelam o vórtice discreto como vórtice de Lamb.

Kamemoto(28) classifica o Método de Vórtices em três tipos básicos conforme a maneira como a vorticidade é gerada na superfície do corpo e transferida ao fluido. O primeiro deles, o qual será utilizado neste trabalho, utiliza pontos de separação conhecidos. Kamemoto(28) propõe ainda um modelo, baseado na aproximação da camada limite, para geração de vorticidade na superfície. Clarke e Tutty(29) utilizam uma combinação do Método de Vórtices e Método de Painéis, simulando os efeitos viscosos de difusão com o Método do Avanço Randômico e os de convecção com o Método da Velocidade de Difusão, utilizando ainda um algoritmo de decomposição para redução do custo computacional.

Santiago(3) estudou a aplicação combinada do Método dos Painéis com o Método de Vórtices para várias geometrias, utilizando discretização da superfície e distribuições de singularidades de ordem superiores, além de explorar diferentes métodos para a etapa difusiva, tais como Método do Avanço Randômico (MAR), Método da Redistribuição de Vorticidade (MRV), Método da Velocidade de Difusão (MVD) e Método do Crescimento do Núcleo Corrigido (MCNC). Santiago(3) explora ainda algoritmos de aglomeração dos vórtices da nuvem para redução do custo computacional.

2.4 Posicionamento do trabalho

O presente trabalho insere-se no contexto da aplicação do Métodos dos Painéis em conjunto com o Método de Vórtices, onde os vórtices discretos são modelados por vórtices de Lamb, e seu deslocamento difusivo é modelado pelo Método do Avanço Randômico. É feito um estudo para seleção do número de painéis que compõem o corpo discretizado.

A etapa concernente ao Método dos Painéis é fortemente baseada na metodologia apresentada por Katz e Plotkin(9), que explora diferentes ordens de discretização e distribuição de singularidade para obtenção do escoamento potencial. Este trabalho utiliza a discretização por painéis retos e distribuição linear de vorticidade para esta etapa.

A etapa de nascimento dos vórtices é fundamentada no trabalho de Santiago(3), que apresenta uma formulação da geração de vorticidade baseada na solução por similaridade da equação do movimento difusivo. Entretanto, este trabalho aplicará uma distribuição de vórtices nascentes variável em função do tamanho dos painéis que compõem a geometria discretizada, a fim de testar sua influência na convergência. Tal proposta deve-se ao fato da discretização típica de um aerofólio resultar em painéis cujos comprimentos variam de forma significativa ao longo do perímetro do aerofólio, e tal diferença nos comprimentos é levada em conta ao definir-se a quantidade de vórtices nascentes por painel. Assim, propõe-se testar o comportamento da simulação quando os vórtices nascentes apresentam uma distribuição menos heterogênea ao longo do aerofólio.

O movimento convectivo é baseado no deslocamento dos vórtices discretos por meio da integração no tempo pelo método Adams-Bashforth, que tem influência das

velocidades geradas por todos os vórtices da nuvem, além do escoamento incidente e singularidades que compõem a superfície do corpo. Na etapa convectiva, por ser a mais custosa computacionalmente devido ao elevado número de operações, será utilizado o algoritmo desenvolvido por Carrier, Greengard e Rokhlin(30) para aplicação da Expansão em Multipolos Adaptativa.

De forma a mitigar ou reduzir efeitos causados por singularidades, bem como baseando-se nos trabalhos de Santiago(3), Silva(31) e Cabrera(32), este trabalho faz uso de subpanéis para cálculo das velocidades induzidas por vórtices discretos nos pontos de controle nos casos em que estes estejam próximos. Ainda no contexto de redução de efeitos de singularidades, vórtices que cruzam parcialmente a superfície do corpo têm sua vorticidade e raio do núcleo corrigidos para contemplar tal situação.

Buscando acelerar a convergência do método, este trabalho utiliza a solução potencial implementando a condição de Kutta na primeira iteração, buscando avaliar a influência de tal metodologia no alcance do regime permanente.

Para a etapa difusiva, este trabalho aplica o Método do Avanço Randômico para obtenção do movimento de difusão.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Para que se possa definir uma estratégia de solução para o problema em questão, o fenômeno físico deve ser descrito por equações matemáticas, considerando-se as hipóteses simplificadoras que atendam o grau de representatividade julgado adequado. Tal descrição matemática do problema deve ser obtida levando-se em conta as ferramentas disponíveis para resolução das equações resultantes, bem como nível de acurácia pretendido, além dos custos computacionais envolvidos.

A aplicação do simultânea dos Métodos dos Painéis e do Método dos Vórtices lança mão da solução do escoamento potencial para o primeiro e da dinâmica da vorticidade para o segundo. Neste sentido, a cada passo do tempo, as condições de contorno de impenetrabilidade impostas aos pontos de controle painéis que compõem a geometria discretizada do corpo resultam em uma distribuição de vorticidade que se traduz na geração vórtices discretos que são introduzidos ao escoamento e dão origem a uma nova configuração. Tais vórtices são deslocados no espaço e tempo por meio da convecção e da difusão.

A vasta maioria dos problemas relacionados à mecânica dos fluidos busca obter os campos de velocidade e pressão como solução das equações de governo. O presente problema não é diferente, e as equações de governo para o escoamento incompressível consistem na equação da conservação de massa e de conservação de quantidade de movimento, ou seja, equações da Continuidade de Navier-Stokes:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}^*}{Dt^*} = \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \mathbf{u}^* \cdot \nabla^* \mathbf{u}^* = -\frac{1}{\rho} \nabla^* p^* + \nu \nabla^{*2} \mathbf{u}^* \quad (3.2)$$

onde \mathbf{u}^* é o campo de velocidade, t^* é o tempo, p^* é a pressão absoluta, ν^* e ρ^* são a viscosidade cinemática e massa específica do fluido, respectivamente. Todas as grandezas descritas nas Eqs. acima estão em sua forma dimensional. É conveniente utilizar as Equações de governo em sua forma adimensional, visando reduzir o número de simulações realizadas. Para tal, deve-se utilizar as seguintes variáveis adimensionais:

$$\nabla \equiv \frac{\nabla^*}{c}, \quad t \equiv \frac{t^* U_\infty}{c}, \quad \mathbf{u} \equiv \frac{\mathbf{u}^*}{U_\infty} \text{ e } p \equiv \frac{p^*}{\rho U_\infty}$$

onde U_∞ e c são a velocidade característica e o comprimento característico, respectivamente. Desta forma, obtém-se as Equações da Continuidade e de Navier-Stokes na forma adimensional:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.4)$$

onde $Re \equiv U_\infty c / \nu$ é o número de Reynolds. O sistema de equações acima está sujeito às seguintes condições de contorno:

- $\mathbf{u} = 0$ na superfície do corpo (condições de impenetrabilidade e de não escorregamento); e
- $\|\mathbf{u}\| = 1$, no infinito.

Uma vez que trata-se de um problema em regime transiente, é necessário especificar ainda a condição inicial, que consiste em $\|\mathbf{u}\| = 0$ em $t = 0$ e $\|\mathbf{u}\| = 1$ em $t = 0^+$, para toda a região do fluido.

3.1 Equação de Transporte da Vorticidade

Usualmente as modelagens que fazem uso do Método de Vórtices utilizam a formulação das Equações de Navier-Stokes em termos da vorticidade, a discretização da vorticidade em lugar da discretização da velocidade, além da lei de Biot-Savart para correlação entre os campos de vorticidade e de velocidade.

Batchelor(33) apresenta vantagens e desvantagens a respeito da representação de um escoamento por seu campo de vorticidade em vez de seu campo de velocidade. O vetor vorticidade $\boldsymbol{\omega}$ é definido como sendo o rotacional do vetor velocidade \mathbf{u} , ou seja, $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$. Assim, a Equação de Transporte da Vorticidade é obtida tomando-se o rotacional da Equação de Navier-Stokes (Eq.3.4):

$$\frac{D\boldsymbol{\omega}}{Dt} = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \quad (3.5)$$

Segundo Batchelor(33), os termos da equação acima representam os seguintes fenômenos:

- $\partial \boldsymbol{\omega} / \partial t$ - variação local da vorticidade;
- $\mathbf{u} \cdot \nabla \boldsymbol{\omega}$ - transporte convectivo de vorticidade;
- $\frac{1}{Re} \nabla^2 \boldsymbol{\omega}$ - transporte difusivo de vorticidade; e
- $\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u}$ - esticamento e deformação das linhas de vorticidade.

Assim, para o caso bidimensional, $\boldsymbol{\omega}$ torna-se um escalar:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad (3.6)$$

Ao comparar a 3.5 com a 3.6, pode-se observar que o termo $\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u}$ torna-se nulo no escoamento bidimensional. Uma vez que a turbulência é um fenômeno intrinsecamente tridimensional, tal fato representa limitação na modelagem de escoamentos turbulentos.

3.2 Relação entre vorticidade e velocidade: Lei de Biot-Savart

Uma vez que a solução da Equação de Transporte de Vorticidade resulta no campo de vorticidade, é necessário buscar uma forma de relacionar este ao campo de velocidade, tendo em vista que este último permite determinar os carregamentos no corpo.

A Lei de Biot-Savart cumpre esse papel. O campo de velocidade, no regime incompressível, induzido pela vorticidade distribuída em uma região finita é apresentado por Batchelor(33):

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \times \boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV(\mathbf{r}') \quad (3.7)$$

3.2.1 Velocidade gerada por um vórtice discreto

No caso de um filamento de vorticidade, onde a vorticidade está concentrada em um núcleo cuja área da seção transversal tende a zero, o filamento é denominado filamento singular de vorticidade. Para um filamento singular de vorticidade com circulação constante Γ , a 3.7 torna-se:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_{Linha} \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \times d\mathbf{l}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (3.8)$$

onde $d\mathbf{l}$ é o vetor tangente à curva que representa o filamento de vorticidade. Se o filamento for uma linha reta, para o caso bidimensional, é denominado vórtice potencial. A velocidade na direção θ (sentido anti-horário) induzida por um vórtice potencial na circulação horária é:

$$\mathbf{u}(r) = -\frac{\Gamma}{2\pi r}, \quad r = \|\mathbf{r}\| \quad (3.9)$$

Para um vórtice localizado no ponto $P(x_0, y_0)$, a Eq. acima pode ser escrita em coordenadas cartesianas da seguinte forma:

$$u(r) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \text{na direção x} \quad (3.10)$$

$$v(r) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \text{na direção y} \quad (3.11)$$

Nas Eqs. 3.10 e 3.11 acima, pode-se observar existência de singularidade nas proximidades do centro do vórtice, onde as velocidades tendem ao infinito. Entretanto, tal fenômeno não corresponde à realidade física e, portanto, a velocidade induzida por um vórtice discreto deve ser modelada.

3.2.1.1 Modelagem da vorticidade

Neste trabalho, o vórtice discreto será modelado como vórtice de Lamb, o qual é descrito conforme a Figura 8 abaixo:

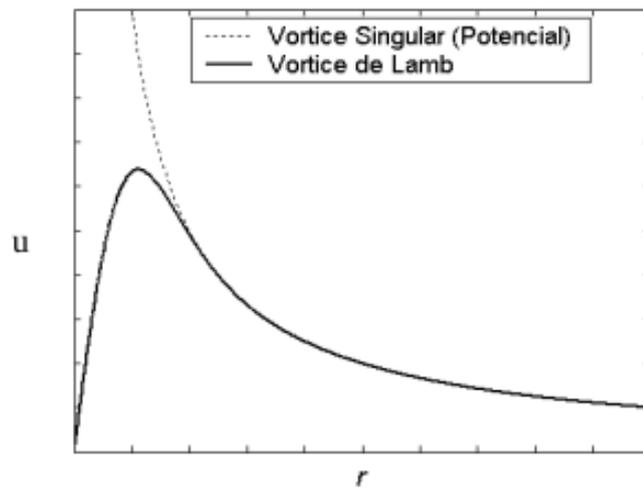


Figura 8 – Vórtice de Lamb (fonte: Santiago(3))

Os campos de vorticidade e velocidade induzidos pelo vórtice de Lamb são dados por

$$\omega(r) = -\frac{\Gamma}{\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \quad (3.12)$$

$$u(r) = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right)\right], \quad \text{na direção } \theta, \quad (3.13)$$

onde $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$ e Γ é positivo no sentido horário. O campo de velocidades em coordenadas cartesianas é dado por

$$u = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{y - y_0}{r^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (3.14)$$

$$v = -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{x - x_0}{r^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (3.15)$$

3.2.2 Velocidade gerada por uma folha com distribuição contínua de vorticidade

Outro elemento de vorticidade pertinente para o presente trabalho é a folha de vorticidade. As velocidades induzidas por uma folha de vorticidade com distribuição constante de vorticidade por unidade de comprimento (γ) são dadas por:

$$u = \frac{\gamma}{2\pi} (\theta_2 - \theta_1) \quad (3.16)$$

$$v = \frac{\gamma}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (3.17)$$

onde θ_1 , θ_2 , r_1 e r_2 são dados mostrados na Figura 9 abaixo:

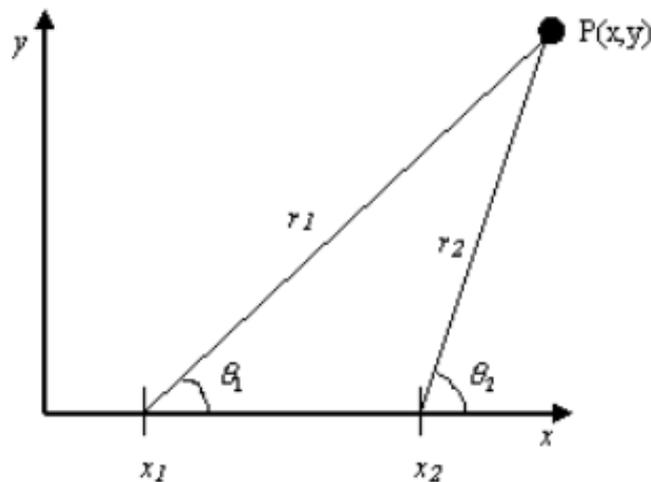


Figura 9 – Velocidade induzida no ponto P por uma folha de vorticidade (fonte: Katz e Plotkin, 2008)

3.2.3 Velocidade gerada por uma folha com distribuição linear de vorticidade

De maneira similar à seção anterior, uma folha de vorticidade pode possuir uma distribuição linear de vorticidade, tendo, portanto, valores diferentes de vorticidade γ em seus extremos. Neste caso, as velocidades induzidas são dadas por

$$u = \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{x_2 - x_1} \right) \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) + \frac{\gamma_1(x_2 - x_1) + (\gamma_2 - \gamma_1)(x - x_1)}{2\pi(x_2 - x_1)} (\theta_2 - \theta_1) \quad (3.18)$$

$$v = -\frac{\gamma_1(x_2 - x_1) + (\gamma_2 - \gamma_1)(x - x_1)}{2\pi(x_2 - x_1)} \ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right) + \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{x_2 - x_1} \right) \left[\frac{x_2 - x_1}{y} + (\theta_2 - \theta_1) \right] \quad (3.19)$$

3.3 escoamento Potencial

Neste trabalho, o escoamento ao redor do corpo será dividido em duas regiões: uma região onde é considerado invíscido e irrotacional; e uma região em que os efeitos viscosos são relevantes. No contexto do escoamento ao redor de corpos esbeltos, este pode ser considerado predominantemente invíscido e irrotacional. Este escoamento é denominado escoamento potencial, e configura um ponto de partida para a aplicação do método dos painéis e vórtices.

Para solução do escoamento potencial, o qual pode ser tratado como invíscido, irrotacional e incompressível, pode-se introduzir a função potencial de velocidade Φ , definida como $\mathbf{u} = \nabla\Phi$. Assim, a Equação da Conservação de Massa assume a forma da Equação de Laplace.

$$\nabla^2\Phi(\mathbf{r}) = 0 \quad \text{no fluido} \quad (3.20a)$$

$$\nabla\Phi(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}} = 0 \quad \text{na superfície do corpo} \quad (3.20b)$$

$$\lim_{\mathbf{r} \rightarrow \infty} |\nabla\Phi(\mathbf{r}, t)| = 1 \quad \text{no infinito} \quad (3.20c)$$

O campo de velocidade é obtido como

$$u = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \quad (3.21a)$$

$$v = \frac{\partial\Phi}{\partial y} \quad (3.21b)$$

Considerando a Figura 10, as condições de contorno 3.20b e 3.20c se aplicam às superfícies S_B e S_∞ , respectivamente.

Sejam as funções escalares Φ_1 e Φ_2 , o vetor \mathbf{u} no teorema da divergência pode ser substituído por pelo vetor $\Phi_1\nabla\Phi_2 - \Phi_2\nabla\Phi_1$. Assim,

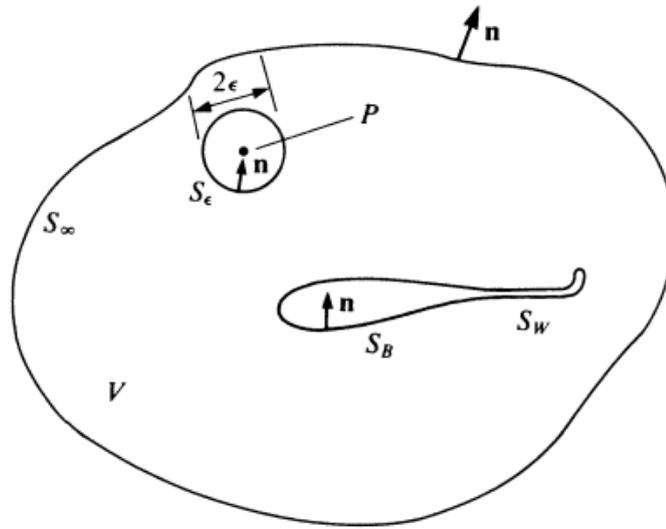


Figura 10 – Nomenclatura para definição do problema de escoamento potencial (fonte: Katz e Plotkin, 2001)

$$\int_S \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \nabla \cdot \mathbf{u} dV \quad (3.22)$$

$$\int_S (\Phi_1 \nabla \Phi_2 - \Phi_2 \nabla \Phi_1) \cdot \mathbf{n} dS = \int_V (\Phi_1 \nabla^2 \Phi_2 - \Phi_2 \nabla^2 \Phi_1) dV \quad (3.23)$$

onde $S = S_B + S_W + S_\infty$.

Pode-se arbitrar $\Phi_1 = 1/r$ e $\Phi_2 = \Phi$ onde Φ é o potencial do escoamento de interesse em V e r é a distância de um ponto $P(x, y, z)$ conforme Figura 10.

No caso em que o ponto P está localizado fora da região compreendida por V , Φ_1 e Φ_2 satisfazem a equação de Laplace, e a Eq. 3.23 torna-se

$$\int_S \left(\frac{1}{r} \nabla \Phi - \Phi \nabla \frac{1}{r} \right) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (3.24)$$

É de interesse o caso onde o ponto P está localizado dentro da região V . Para tal, o ponto P deve ser excluído da região de integração e é envolvido pela esfera de raio ϵ . Fora da esfera e na região restante de V o potencial Φ_1 satisfaz a equação de Laplace. De forma similar, $\nabla^2 \Phi_2 = 0$. Assim,

$$\int_{S+\text{esfera } \epsilon} \left(\frac{1}{r} \nabla \Phi - \Phi \nabla \frac{1}{r} \right) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (3.25)$$

Introduzindo-se um sistema de coordenadas esféricas com origem em P , temos que $\mathbf{n} = -\mathbf{e}_r$, $\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi = -\partial \Phi / \partial r$ e $\nabla 1/r = (1/r^2) \mathbf{e}_r$. Logo, a Eq. 3.23 torna-se

$$- \int_{\text{esfera } \epsilon} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\Phi}{r^2} \right) dS + \int_S \left(\frac{1}{r} \nabla \Phi - \Phi \nabla \frac{1}{r} \right) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (3.26)$$

Fazendo $\epsilon \rightarrow 0$, o primeiro termo na primeira integral da equação acima torna-se nulo, e a esta resulta em

$$- \int_{\text{esfera } \epsilon} \left(\frac{\Phi}{r^2} \right) dS = -4\pi \Phi(P) \quad (3.27)$$

Assim, a Eq. 3.23 torna-se

$$\Phi(P) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\frac{1}{r} \nabla \Phi - \Phi \nabla \frac{1}{r} \right) \cdot \mathbf{n} dS \quad (3.28)$$

A equação acima fornece o valor do potencial $\Phi(P)$ em qualquer ponto do escoamento em função de Φ e $\partial\Phi/\partial n$ na superfície S . Numa situação em que o escoamento de interesse ocorra dentro da fronteira de S_B e o potencial resultante é Φ_i , temos

$$0 = \frac{1}{4\pi} \int_{S_B} \left(\frac{1}{r} \nabla \Phi_i - \Phi_i \nabla \frac{1}{r} \right) \cdot \mathbf{n} dS \quad (3.29)$$

Somando a Eq. 3.27 à Eq. 3.23, obtemos uma equação que inclui o potencial interno Φ_i .

$$\begin{aligned} \Phi(P) &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_B} \left[\frac{1}{r} \nabla (\Phi - \Phi_i) - (\Phi - \Phi_i) \nabla \frac{1}{r} \right] \cdot \mathbf{n} dS \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} \int_{S_W + S_\infty} \left(\frac{1}{r} \nabla \Phi - \Phi \nabla \frac{1}{r} \right) \cdot \mathbf{n} dS \end{aligned} \quad (3.30)$$

definindo ainda

$$\Phi_\infty(P) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_\infty} \left(\frac{1}{r} \nabla \Phi - \Phi \nabla \frac{1}{r} \right) \cdot \mathbf{n} dS \quad (3.31)$$

e considerando que a região da esteira é suficientemente fina de forma que $\partial\Phi/\partial n$ é constante através da mesma e, portanto, não existem cargas aerodinâmicas suportadas pela esteira, temos que

$$\begin{aligned} \Phi(P) = & \frac{1}{4\pi} \int_{S_B} \left[\frac{1}{r} \nabla(\Phi - \Phi_i) - (\Phi - \Phi_i) \nabla \frac{1}{r} \right] \cdot \mathbf{n} dS \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_{S_W} \Phi \mathbf{n} \cdot \nabla \frac{1}{r} dS + \Phi_\infty(P) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Assim, a Eq. 3.30 fornece o valor de $\Phi(P)$ para todo o domínio em termos de Φ e $\partial\Phi/\partial n$ na fronteira e o problema agora consiste na determinação dessas grandezas. Em outras palavras, o problema de dinâmica dos fluidos se resume a obter a distribuição de elementos de singularidade apropriada de forma que a condição de contorno na Eq. 3.20b seja atendida.

Katz e Plotkin(9) apresentam uma solução envolvendo fontes e dipolos. A diferença entre o potencial através da fronteira é definida como $-\mu = \Phi - \Phi_i$ (dipolo) e a diferença entre as derivadas do potencial através da fronteira é definida como $-\sigma = \partial\Phi/\partial n - \partial\Phi_i/\partial n$ (fonte). A situação é ilustrada a Figura 11.

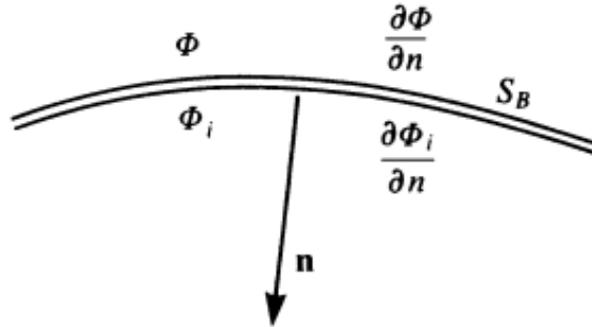


Figura 11 – Potencial de velocidade próximo ao contorno (fonte: Katz e Plotkin, 2001).

A Eq. 3.30 assume a seguinte forma:

$$\Phi(P) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_B} \left[\sigma \ln r - \mu \frac{\partial}{\partial n} (\ln r) \right] dS - \frac{1}{2\pi} \int_{S_W} \mu \frac{\partial}{\partial n} (\ln r) dS + \Phi_\infty(P) \quad (3.33)$$

A equação acima não possui solução única, devendo ser adicionada outra hipótese a fim de obter-se unicidade de solução. Usualmente, para o caso 2D, as condições de Kutta e de conservação de vorticidade são utilizadas.

Para aplicação do método dos painéis utilizando-se a Eq. 3.30, devem ser selecionados:

- tipo de condição de contorno: Neumann ou Dirichlet;

- tipo de singularidade: fonte, dipolo, vórtice ou uma combinação destes;
- tipo de distribuição de singularidade: pontual, constante, linear ou quadrática; e
- geometria do painel discretizado: plano ou curvo.

3.4 Dinâmica da Vorticidade

3.4.1 Nascimento dos vórtices

Conforme dito anteriormente, a distribuição de vorticidade em cada painel obtida por meio do método dos painéis é difundida para a esteira viscosa. Inicialmente, deve-se determinar a quantidade de vórtices por painel e ainda sua posição de nascimento. O processo difusivo inicia-se na superfície ($y = 0$). Considerando que, na superfície, $\mathbf{u} = 0$ e conseqüentemente o termo convectivo é nulo, a equação de transporte da vorticidade passa a ser:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (3.34)$$

Uma vez que ω para o caso bidimensional e a equação da continuidade são, respectivamente

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.36)$$

Substituindo na 3.34, temos

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.37)$$

Sabendo que, na superfície, $y = v = \partial v / \partial x = 0$, temos que $\partial^2 \omega / \partial x^2 = 0$. Logo, a 3.34 e suas condições de contorno, tornam-se

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \quad (3.38a)$$

$$\nu \frac{\partial \omega}{\partial y}(x, y = 0, t > 0) = \frac{-\gamma(x)}{\delta t} \quad (3.38b)$$

$$\omega(x, y \rightarrow \infty, t > 0) = 0 \quad (3.38c)$$

$$\omega(x, y > 0, t = 0) = 0 \quad (3.38d)$$

O Problema de Valor de Contorno (PVC) acima fornece o equacionamento para difusão da vorticidade próximo à superfície do painel.

A solução do PVC por similaridade é apresentada por Santiago(3) para obtenção da distância de difusão. Tal solução será omitida aqui, sendo reproduzido somente o resultado. A distância de difusão será utilizada para cálculo do raio dos vórtices de Lamb.

$$\delta_n|_{99,53\%} = 2.83\sqrt{\nu\delta t} \quad (3.39)$$

O raio dos vórtices discretos gerados pode ser calculado considerando a área gerada pelo comprimento do painel e a distância de difusão, da forma $\sigma_0 = \sqrt{\delta A/\pi}$, sendo a área $\delta A = \delta n \Delta l = 2.83\sqrt{\nu\delta t}\Delta l$. Tais parâmetros são mostrados na Figura 12, que ilustra o nascimento de dois vórtices em um painel arbitrário.

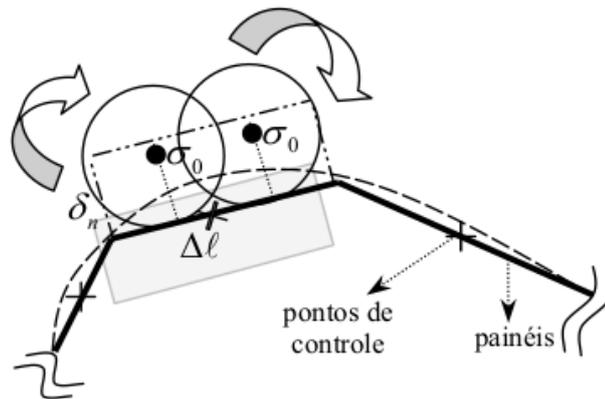


Figura 12 – Nascimento de vórtices na superfície do painel. Fonte: Santiago(3)

Definindo-se a razão de aspecto R para a área de difusão δA como $R = \Delta l/\delta_n$, e considerando ainda que para um aerofólio cuja corda tem comprimento unitário pode-se aproximar o valor de Δl como $\Delta l = 2/N$, onde N é o número de painéis, temos que

$$R = \frac{2}{N} (2.83\sqrt{\nu\delta t})^{-1} \quad (3.40)$$

Definindo-se ainda L como o número de vórtices por painel e h como a distância entre os centros dos vórtices discretos gerados, temos que

$$h = \Delta l / L \quad (3.41)$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\delta A / \pi} = \frac{\Delta l}{\sqrt{\pi R}} \quad (3.42)$$

$$R = \left(\frac{h}{\sigma_0} \right)^2 \frac{L^2}{\pi} \quad (3.43)$$

Igualando as 3.40 e 3.43, Santiago(3) fornece uma aproximação considerando $\delta t = k\Delta l$, onde $k = 1$, resultando na seguinte expressão para o número de vórtices discretos por painel.

$$L = \left[\frac{2\pi^2 Re}{8} \frac{1}{N} \frac{1}{(h/\sigma_0)^4} \right]^{1/3} \quad (3.44)$$

Assim, definido o parâmetro h , pode-se obter o número L de vórtices discretos por painel, o raio do núcleo dos vórtices e a distância de difusão δ_n . É importante ressaltar que, uma vez que o parâmetro h/σ_0 representa o grau de recobrimento entre os núcleos, este deve ser cuidadosamente controlado, pois guarda grande relação com a convergência do método.

O comprimento médio do painel (Δl) de um aerofólio com comprimento unitário pode ser aproximado por $2/N$, resultando em vórtices nascentes com raio σ_0 constante ao longo de toda a fronteira do aerofólio. Entretanto, para um aerofólio gerado por meio da utilização de coordenadas polares para obtenção das coordenadas dos painéis, o comprimento dos painéis tende a apresentar enorme variação, tendo em vista que este método busca refinar as extremidades do aerofólio (bordo de ataque e bordo de fuga).

De fato, para um aerofólio NACA0012 discretizado em 180 painéis, o painel de maior dimensão terá comprimento cerca de 57 vezes maior do que aquele com menor dimensão. Esta característica pode ser ilustrada pela Figura 13.

Uma vez que é fixo o raio dos vórtices nascentes por painel, é proposto que o número de vórtices por painel varie visando-se atender localmente à taxa de recobrimento citada na seção anterior. Assim, uma proposição deste trabalho é testar a influência da variação das quantidades de vórtices nascentes ao longo dos painéis na convergência da solução numérica, comparando-a com a solução obtida considerando-se número constante de vórtices.

Para tal, será utilizada uma forma da Eq. 3.44 individualizada para cada painel, ou seja

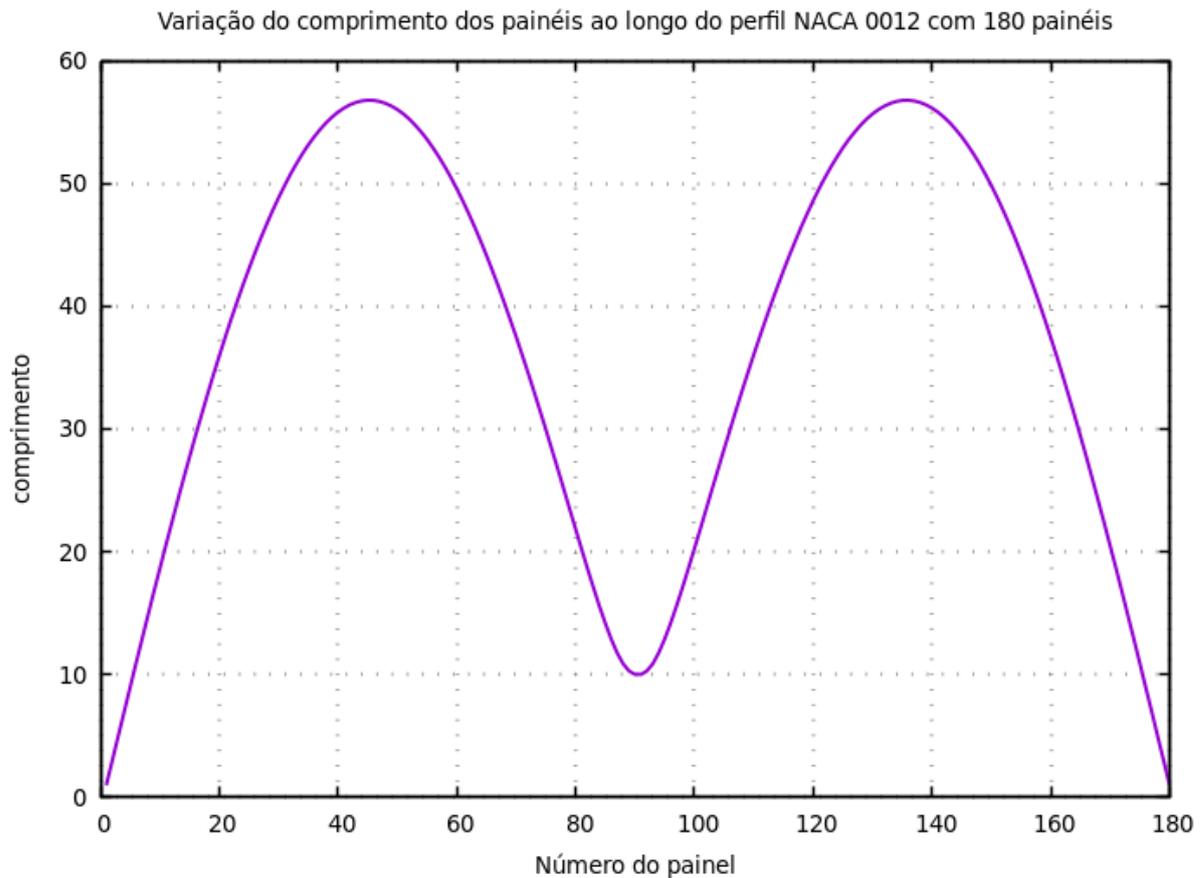


Figura 13 – Variação do comprimento dos painéis ao longo do perímetro do aerofólio NACA0012 (normalizado em relação ao comprimento do menor painel). Fonte: acervo próprio.

$$L_i = \left[\frac{\Delta l_i \pi^2}{8} \frac{Re}{(h/\sigma_0)^4} \right]^{1/3} \quad (3.45)$$

A Eq. 3.45 acima busca tornar mais homogênea a distribuição de vórtices nascentes ao longo do perímetro do perfil estudado. De maneira análoga, pode-se implementar uma distribuição de vórtices nascentes onde a relação é entre o número de vórtices nascentes em um painel e o comprimento deste painel é linear. Embora qualquer valor, a princípio, possa ser utilizado, recorre-se à Eq. 3.44 para obtenção de um número de vórtices considerando o comprimento médio do painel, ou seja, $\Delta L = 2/N$, e a relação linear para cada painel torna-se:

$$L_i = \frac{L \times N \times \Delta l_i}{2} \quad (3.46)$$

A Figura 14 abaixo mostra a variação da relação $(L_i/\Delta L_i)/10^3$ ao longo do perímetro de um aerofólio quando as Eqs. 3.44, 3.45 e 3.46 são utilizadas.

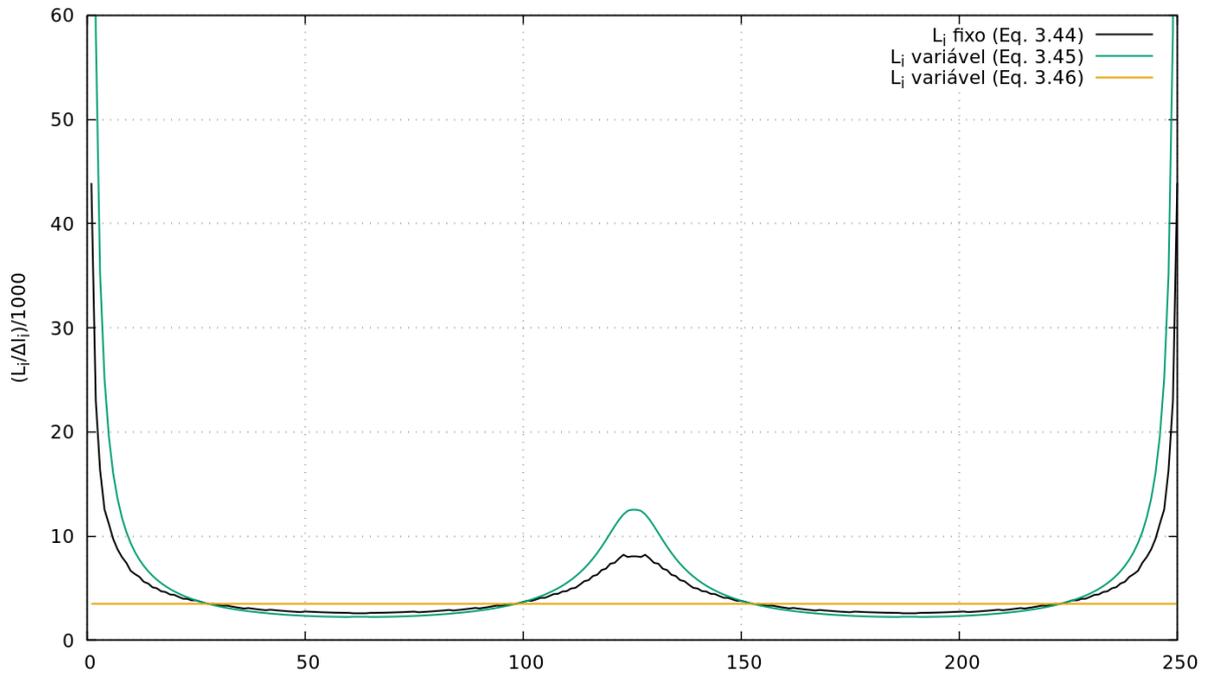


Figura 14 – Variação da relação $L_i/\Delta l_i$ ao longo de um perfil NACA0012 discretizado em 250 painéis. Fonte: acervo próprio.

3.4.1.1 Raio dos vórtices nascentes

Até o presente momento, o raio dos vórtices nascentes foi calculado com base na área de difusão, levando-se em conta a distância de difusão obtida pela Eq. 3.39, da seguinte forma:

$$\sigma_0 = \sqrt{\delta A/\pi} \quad (3.47)$$

$$\delta A = \delta n \Delta l = 2.83\sqrt{\nu\delta t}\Delta l \quad (3.48)$$

Alternativamente ao método baseado na distância de difusão, outros autores, tais como Cabrera(32) e Silva(31) utilizam metodologia distinta, a partir da Eq. 3.13, a qual é repetida aqui por conveniência.

$$u(r) = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \right]$$

$$\sigma = \sqrt{4t/Re} \quad (3.49)$$

Diferenciando-se a Eq. 3.13, chega-se a

$$r_{max} = 1.12091\sigma \quad (3.50)$$

Onde r_{max} é o raio onde a velocidade é máxima. Substituindo a Eq. 3.50 na Eq. 3.13, temos

$$u(r) = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-1.25643 \frac{r^2}{r_{max}^2}\right) \right] \quad (3.51)$$

Definindo ainda o raio do núcleo σ_0 de forma que seja mínima a diferença entre as velocidades induzidas pelo vórtice de Lamb e o vórtice pontual, temos

$$\sigma_0 = 2r_{max} \quad (3.52)$$

Logo, após adimensionalização e substituição, as Eqs. 3.51 e 3.50 tornam-se, respectivamente

$$u(r) = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-5.02572 \cdot \frac{r^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \quad (3.53)$$

$$(3.54)$$

Silva(31) apresenta ainda a seguinte solução para a distância de difusão:

$$\delta_n = k_s \frac{\delta t}{\sqrt{Re}} \quad (3.55)$$

onde a constante k_s deve ser ajustada para a simulação. Diversos autores, tais quais Silva(31), Cabrera(32), Pereira, Silva e Bodstein(22) e Santiago(3) citam um valor de δ_t na faixa de $0.01 \leq \delta t \leq 0.05$ para obtenção de uma convergência satisfatória. Assim sendo, no presente trabalho será adotado $\delta t = 0.025$. Assim, a Eq. 3.55 pode ser escrita como

$$\delta_n = \frac{k}{\sqrt{Re}} \quad (3.56)$$

Logo, k passa a ser a nova constante de ajuste. Esta abordagem mostra-se vantajosa por tornar possível o ajuste de parâmetros que influenciarão no nascimento dos vórtices, mas não nas etapas de deslocamento convectivo e difusivo, permitindo um estudo dedicado a cada uma dessas etapas. Em outras palavras, pode-se estudar a influência da distância de difusão e conseqüentemente raio dos vórtices nascentes sem que se introduza alterações nas etapas de deslocamento dos vórtices discretos.

Considerando-se que há certa arbitrariedade na seleção do raio dos vórtices nascentes, o método proposto por Santiago(3) será utilizado para cálculo do número de vórtices nascentes por painel, enquanto o método mostrado por Silva(31) e Cabrera(32) será adotado para obtenção da distância de difusão e do raio do núcleo dos vórtices discretos.

3.4.2 Convecção dos vórtices

A convecção dos vórtices deve levar em conta a velocidade induzida em cada vórtice por cada outro vórtice presente na esteira viscosa, além da velocidade induzida pela distribuição linear de vorticidade em cada painel e da velocidade do escoamento incidente. Assim, a variação da posição de cada vórtice em virtude do deslocamento convectivo é da forma

$$\frac{\partial \mathbf{r}_k}{\partial t} = \mathbf{u}(\mathbf{r}_k, t) \quad (3.57)$$

A velocidade induzida pelo escoamento incidente a um ângulo de ataque α no vórtice i é:

$$\begin{pmatrix} u_\infty \\ v_\infty \end{pmatrix}_i = U_\infty \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (3.58)$$

A velocidade induzida pelos N painéis do corpo discretizado e pelos $L \times N$ vórtices no vórtice i é:

$$\begin{pmatrix} u_c \\ v_c \end{pmatrix}_i = \sum_{j=1}^N \begin{pmatrix} \cos \beta_j & \sin \beta_j \\ -\sin \beta_j & \cos \beta_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{pj} \\ v_{pj} \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

Na 3.59 acima, u_{pj} e v_{pj} são as componentes cartesianas da velocidade induzida pelo painel j no vórtice i , no sistema de coordenadas do painel j , e β_j é o ângulo de inclinação do painel j no sistema de coordenadas global.

A velocidade induzida pelos M vórtices livres na nuvem no vórtice i é:

$$\begin{pmatrix} u_v \\ v_v \end{pmatrix}_i = \sum_{j=1}^M \begin{pmatrix} \frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{y-y_0}{r^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \\ -\frac{\Gamma_j}{2\pi} \frac{x-x_0}{r^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma_0^2}\right) \right] \end{pmatrix} \quad (3.60)$$

$$r = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$$

Deve-se recordar que os vórtices discretos são modelados como vórtices de Lamb de forma a evitar a singularidade existente no núcleo. Assim, a fim de reduzir o custo computacional envolvido no cálculo das velocidades induzidas pela nuvem de vórtices livres, para $r > \sigma_0$, as velocidades podem ser calculadas pela Lei de Biot-Savart para um vórtice discreto, conforme Eqs. 3.10 e 3.11, as quais são repetidas aqui por conveniência:

$$u(r) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \text{na direção x}$$

$$v(r) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \text{na direção y}$$

Logo, a velocidade total induzida em um vórtice i é:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} u_c \\ v_c \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} u_v \\ v_v \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} u_\infty \\ v_\infty \end{pmatrix}_i \quad (3.61)$$

3.4.3 Difusão dos vórtices

Conforme citado anteriormente, para o movimento difusivo dos vórtices discretos, este trabalho utilizará o Método do Avanço Randômico (MAR). Este método é baseado na substituição do processo difusivo por deslocamentos randômicos das partículas que carregam a vorticidade. A Eq. 3.6 representa a equação da conservação de quantidade de movimento em termos da vorticidade, e é repetida aqui por conveniência.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega$$

O método dos vórtices requer que o deslocamento convectivo e o difusivo sejam resolvidos separadamente. Assim, a Eq. acima é separada em

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = 0 \quad (3.62)$$

para a convecção, e

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \quad (3.63)$$

para a difusão. Considerando um vórtice inicialmente potencial, a Eq. 3.63 possui solução analítica da forma

$$\omega(r, t) = Re \frac{\Gamma}{4\pi t} \exp\left(-Re \frac{r^2}{4t}\right) \quad (3.64)$$

Conforme demonstrado por Chorin(34), à medida que o número de vórtices tende ao infinito, a Eq. 3.63 pode ser reproduzida pelo movimento aleatório de uma nuvem de

vórtices. Uma alteração deste método proposta por Lewis(21) consiste em inverter a Eq. 3.63 para encontrar os deslocamentos radial e angular.

$$\Delta r = \sqrt{\frac{4t}{Re} \ln\left(\frac{1}{P}\right)} \quad (3.65a)$$

$$\Delta\theta = 2\pi Q \quad (3.65b)$$

Nas Eqs. acima, P e Q são números randômicos entre 0 e 1. Em coordenadas cartesianas, as equações acima tornam-se:

$$\begin{pmatrix} \Delta x_D \\ \Delta y_D \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} \Delta r \cos(\Delta\theta) \\ \Delta r \sin(\Delta\theta) \end{pmatrix} \quad (3.66)$$

3.4.4 Avanço temporal

Adotando-se como unitária a razão entre a discretização do tempo e a discretização do deslocamento, ou seja $\Delta t/\Delta l = k = 1$, e uma vez estabelecidas as etapas convectiva e difusiva, deve-se aplicar o incremento do tempo a fim de determinar as novas posições dos vórtices que compõem a nuvem.

Para os vórtices recém-nascidos, os quais ainda não possuem velocidades oriundas do passo anterior, deve-se utilizar o avanço de Euler de primeira ordem.

$$\begin{pmatrix} \Delta x_C \\ \Delta y_C \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix}_i \Delta t \quad (3.67)$$

Para aqueles que já possuem a velocidade do passo anterior, utiliza-se o avanço de Adams-Bashforth de segunda ordem:

$$\begin{pmatrix} \Delta x_C \\ \Delta y_C \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} 1,5u(t) - 0,5u(t - \Delta t) \\ 1,5v(t) - 0,5v(t - \Delta t) \end{pmatrix}_i \Delta t \quad (3.68)$$

A nova posição de cada vórtice componente da nuvem é, portanto:

$$\begin{pmatrix} x(t + \Delta t) \\ y(t + \Delta t) \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} \Delta x_C \\ \Delta y_C \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} \Delta x_D \\ \Delta y_D \end{pmatrix}_i \quad (3.69)$$

A utilização do método de Adams-Basforth de segunda ordem necessita armazenamento da velocidade do passo no tempo anterior. Entretanto, apesar de tal necessidade,

este método mostra-se adequado para a finalidade deste trabalho. É importante ressaltar que foram considerados outros métodos para integração no tempo da etapa convectiva, quais sejam esquemas de Euler e de Runge-Kutta.

Conforme citado por Guedes(35), o esquema de Adams-Basforth possui erro da ordem de Δt^2 , enquanto o esquema de Euler possui erro da ordem Δt . No esquema de Runge-Kutta, por sua vez, é necessário cálculo do campo de velocidade duas vezes num mesmo passo no tempo, acarretando elevado custo computacional.

3.5 Obtenção dos carregamentos sobre o corpo

Para o cálculo do carregamento sobre o corpo, será utilizado o método proposto por Lewis(21). Santiago(3) utiliza uma estimativa para o coeficiente de atrito na parede:

$$C_f = \frac{2}{Re} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \simeq \frac{2}{Re} \frac{\Delta u}{\Delta y} \Big|_{\Delta y = \delta n} \quad (3.70)$$

Utilizando-se uma aproximação de primeira ordem. Valendo-se ainda as relações

$$\partial u \simeq \Delta u = \frac{\bar{\gamma}}{\Delta l} \quad (3.71)$$

$$\bar{\gamma} = \frac{\Delta l (\gamma_i + \gamma_{i+1})}{2} \quad (3.72)$$

Temos que, para cada painel

$$C_f = \frac{2}{Re} \frac{\bar{\gamma}}{\Delta l \delta n} \quad (3.73)$$

O campo de pressão é obtido pela Eq. Navier-Stokes avaliada sobre a superfície.

$$-\frac{1}{\rho} \nabla p = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \quad (3.74)$$

O carregamento sobre o corpo pode ser dividido entre as forças geradas pela pressão (c_{lp} e c_{dp}) e as forças geradas pela viscosidade (c_{lfric} e c_{dfric}).

Forças geradas pela pressão:

$$F_y = - \sum_{i=1}^N c_{p_i} \Delta l \cos(\beta_i)$$

$$F_x = \sum_{i=1}^N c_{p_i} \Delta l \operatorname{sen}(\beta_i)$$

$$c_{lp} = F_y \cos(\alpha) - F_x \operatorname{sen}(\alpha) \quad (3.75)$$

$$c_{dp} = F_y \operatorname{sen}(\alpha) + F_x \cos(\alpha) \quad (3.76)$$

Forças geradas pela viscosidade:

$$C_{f_i} = \frac{2}{Re} \frac{\bar{\gamma}_i}{\Delta l_i \delta n}$$

$$F_y = \sum_{i=1}^N C_{f_i} \Delta l_i \operatorname{sen}(\beta_i)$$

$$F_x = \sum_{i=1}^N C_{f_i} \Delta l_i \cos(\beta_i)$$

$$c_{lfric} = F_y \cos(\alpha) - F_x \operatorname{sen}(\alpha) \quad (3.77)$$

$$c_{dfric} = F_y \operatorname{sen}(\alpha) + F_x \cos(\alpha) \quad (3.78)$$

Portanto, os coeficientes de sustentação e arrasto são, respectivamente:

$$c_l = c_{lp} + c_{lfric} \quad (3.79)$$

$$c_d = c_{dp} + c_{dfric} \quad (3.80)$$

4 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

A Figura 15 abaixo apresenta um fluxograma do programa elaborado em FORTRAN para solução do escoamento por meio do Método dos Painéis e de Vórtices:

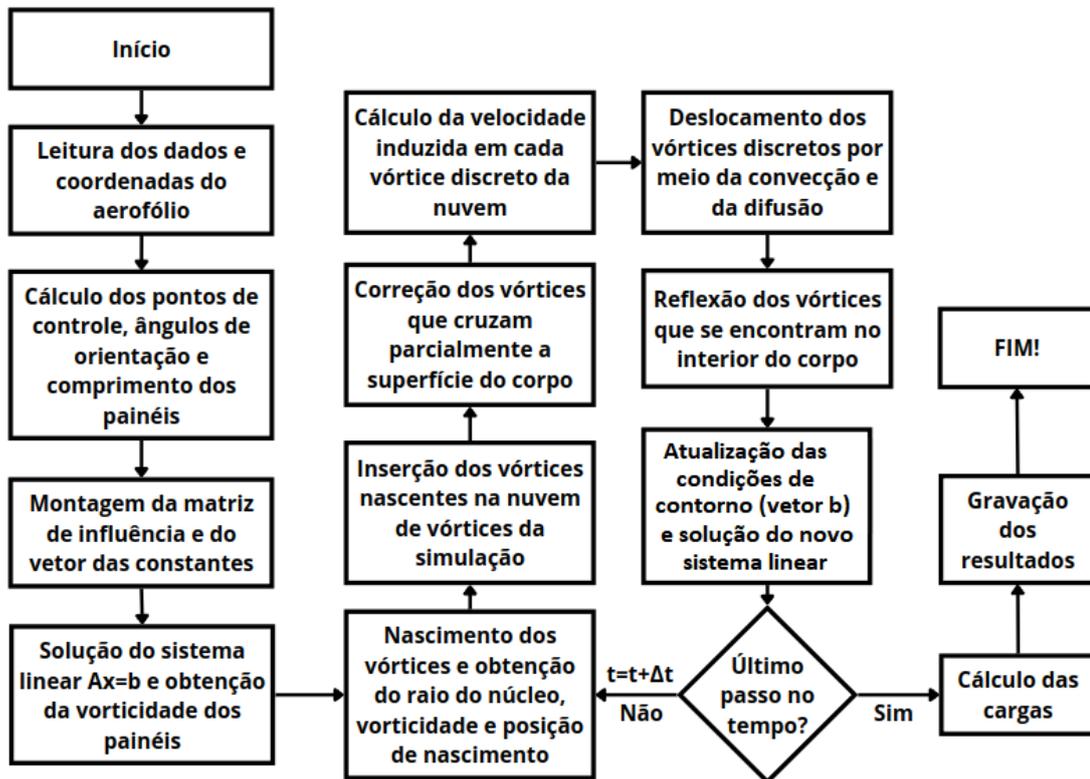


Figura 15 – Fluxograma do programa.

4.1 Método dos Painéis

Uma vez estabelecida a base para aplicação do Método dos Painéis, faz-se necessário selecionar o tipo de condição de contorno, singularidade e discretização. Para o presente trabalho, será utilizada a condição de contorno de Dirichlet. Serão utilizados vórtices em painéis planos. Nas próximas seções são desenvolvidos os métodos considerando três tipos de distribuição de singularidade: vórtice discreto, distribuição contínua de vorticidade e distribuição linear de vorticidade.

4.1.1 Discretização

A primeira etapa para aplicação é a discretização da superfície do aerofólio onde serão aplicadas as condições de contorno. A Figura 16 mostra a discretização em painéis

retos para o perfil NACA0012, o qual será o aerofólio analisado nesta seção:

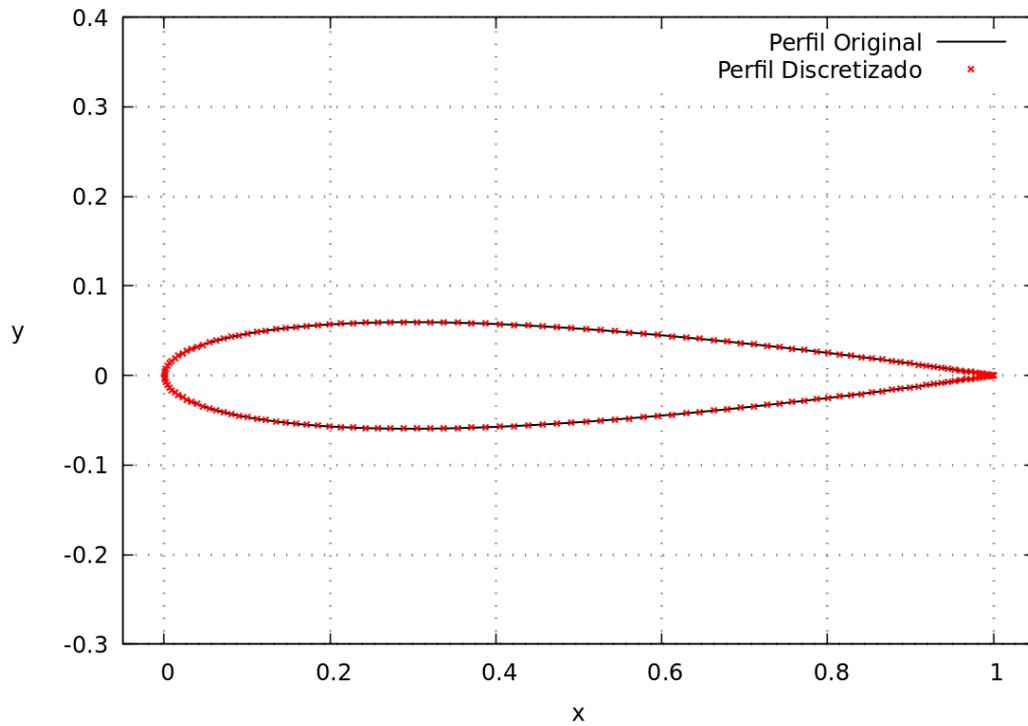


Figura 16 – Geometria discretizada do Perfil NACA0012.

A Figura 17 mostra o detalha da discretização dos painéis retos.

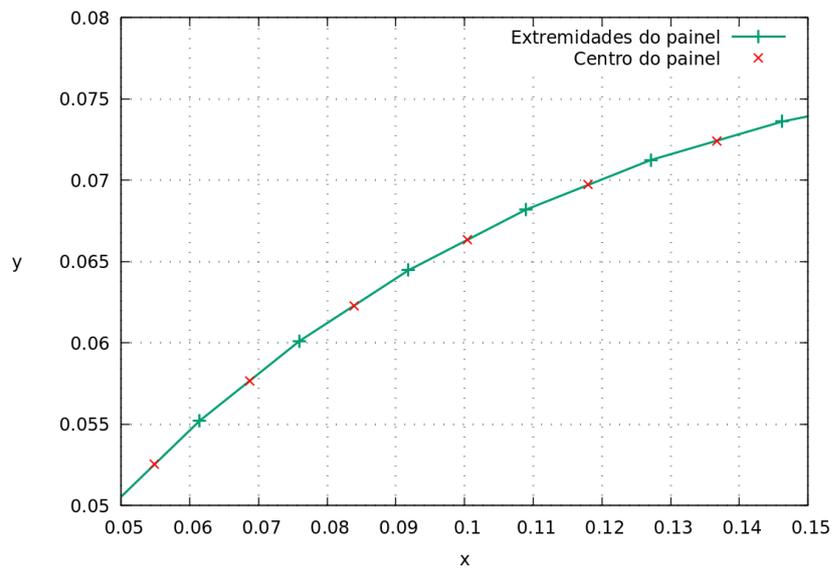


Figura 17 – Detalhe da discretização utilizando painéis retos.

4.1.2 Vórtices discretos

Para utilização dos vórtices discretos, será utilizada a linha média do perfil sob estudo. O sistema de coordenadas local do painel é mostrado na Figura 18.

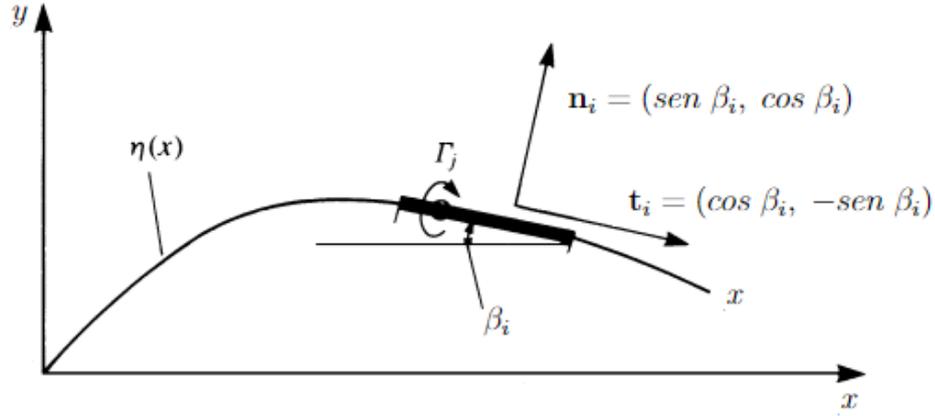


Figura 18 – Sistema de coordenadas para os painéis que compõem a linha média (fonte: adaptado de Katz e Plotkin, 2001).

As Eqs. 3.10 e 3.11 para cálculo da velocidade induzida por um vórtice discreto são repetidas aqui, em sua forma matricial:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{\Gamma_j}{2\pi r_j^2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_j \\ y - y_j \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

onde,

$$r_j^2 = (x - x_j)^2 + (y - y_j)^2$$

Para que a condição de contorno de impenetrabilidade seja respeitada, deve-se estabelecer que $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$ para todos os painéis. Assim, a componente normal a um determinado painel da velocidade gerada por qualquer outro painel, somada à componente normal do escoamento incidente \mathbf{U}_∞ será nula. Logo, $\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{n} + \mathbf{U}_\infty \cdot \mathbf{n} = 0$. Desta forma, pode-se obter, para N painéis, N equações. O problema então se resume a resolver um sistema de equações de dimensão $N \times N$ para obter as intensidades dos vórtices discretos (Γ_j).

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & a_{N3} & \dots & a_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \dots \\ \Gamma_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \\ \dots \\ RHS_N \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Na equação acima, para determinado ângulo de ataque α , temos

$$\begin{aligned}
r_x &= x - x_j, & r_y &= y - y_j \\
u_j &= \frac{\Gamma}{2\pi r^2} r_x, & v_j &= -\frac{\Gamma}{2\pi r^2} r_y \\
a_{ij} &= \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = u_j \operatorname{sen}(\beta_i) + v_j \operatorname{cos}(\beta_i)
\end{aligned} \tag{4.3}$$

$$RHS_i = -\mathbf{U}_\infty \cdot \mathbf{n} = -U_\infty [\operatorname{cos}(\alpha) \operatorname{sen}(\beta_i) + \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{cos}(\beta_i)] \tag{4.4}$$

Conforme a Eq. 4.2, os termos vetor das contantes b são denominados RHS_i (do inglês *Right Hand Side*), e esta terminologia será adotada deste ponto em diante. Tal vetor representa a condição de contorno 3.20b. É importante ressaltar que a satisfação desta condição de contorno é suficiente para solução da equação de Laplace, uma vez que a condição de contorno 3.20c é satisfeita implicitamente em virtude da característica de decaimento da função de singularidade, ou seja, do vórtice potencial no presente caso. Esta característica também é válida para os casos de elementos de singularidades explorados nas seções seguintes (distribuição constante de vorticidade e distribuição linear de vorticidade).

Obtidos os valores de Γ_j que satisfazem a condição de impenetrabilidade, a contribuição dos painéis para o valor da velocidade em qualquer ponto do domínio pode ser obtida pela Lei de Biot-Savart, qual seja Eq. 4.1 para o tipo de singularidade em questão. As cargas atuantes no aerofólio resultantes da distribuição de pressão podem ser calculadas através do teorema de Kutta-Joukowski:

$$\Delta L_i = \rho U_\infty \Gamma_i \Rightarrow L = \sum_{i=1}^N \Delta L_i \tag{4.5}$$

$$\Delta p_i = \rho U_\infty \frac{\Gamma_i}{\Delta c} \tag{4.6}$$

Em termos de coeficientes, temos:

$$C_L = \frac{L}{0.5 \rho U_\infty^2 c} \tag{4.7}$$

$$C_{pi} = \frac{\Delta p_i}{0.5 \rho U_\infty^2} = \frac{\Gamma_i}{0.5 U_\infty} \tag{4.8}$$

De forma a ilustrar o método em discussão, este foi aplicado a uma curva representando a linha média de um aerofólio. Tendo em vista o objetivo desta seção ser uma análise qualitativa das características deste método, foi utilizada uma equação genérica para representar o aerofólio, e uma descrição mais detalhada de sua geometria é desnecessária.

O campo de velocidade na região ao redor do perfil para um ângulo de ataque $\alpha = 5.0^\circ$ é mostrado na Figura 19, enquanto a distribuição do coeficiente de pressão ao longo do perfil para o mesmo ângulo é mostrada na Figura 20:

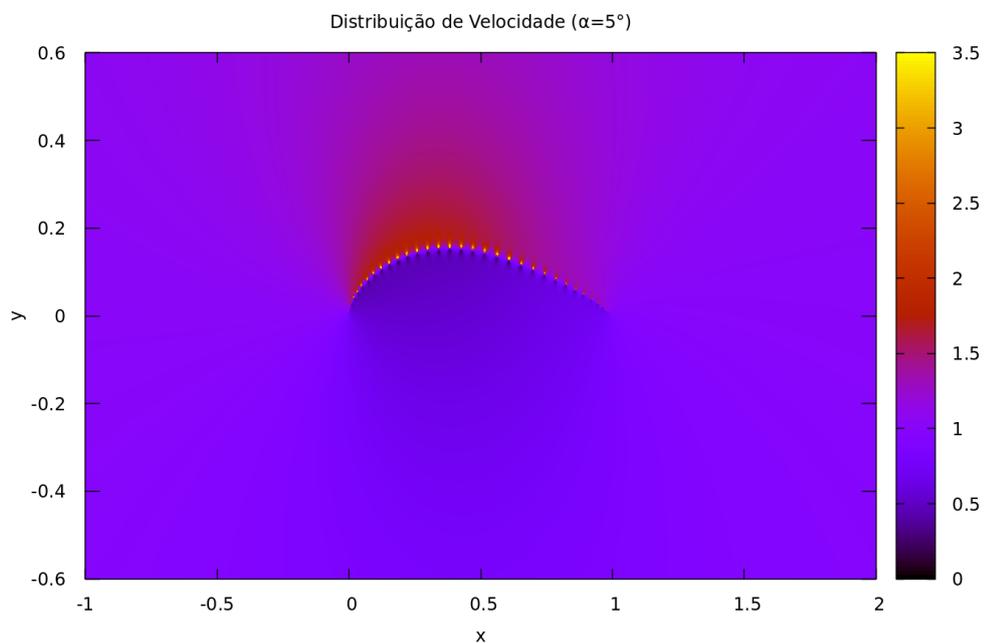


Figura 19 – Distribuição de velocidade para aerofólio modelado por vórtices discretos.

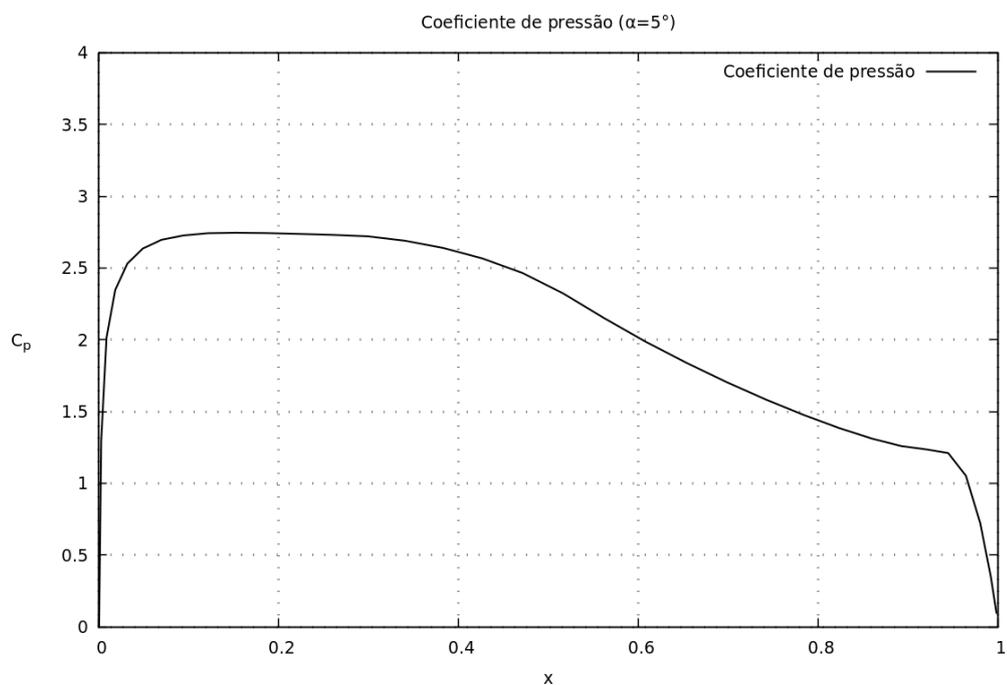


Figura 20 – Distribuição do coeficiente de pressão para aerofólio modelado por vórtices discretos.

Conforme pode ser observado na Figura 19, a velocidade induzida pelo vórtice discreto tende a um valor infinito para $r_j \ll 1$. Por essa razão, a aplicação deste método é limitada, pois tal comportamento não corresponde à realidade. Em face disso, este não será mais tratado neste trabalho.

4.1.3 Distribuição contínua de vorticidade

Um aprimoramento em relação à distribuição de singularidades no contorno da geometria do aerofólio é a utilização da distribuição contínua. A Figura 21 ilustra a distribuição contínua de vorticidade ao longo de um painel:

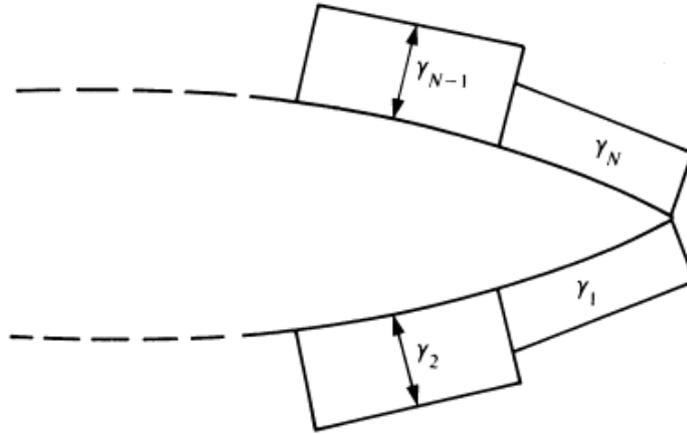


Figura 21 – Distribuição contínua de vorticidade (fonte: Katz e Plotkin, 2001).

A velocidade induzida por uma folha com distribuição constante de vorticidade, obtida pela lei de Biot-Savart, é calculada pelas Eqs. 3.16 e 3.17, repetidas aqui por conveniência e tomando como referência a Figura 22:

$$u^p = \frac{\gamma}{2\pi}(\theta_2 - \theta_1)$$

$$v^p = \frac{\gamma}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Nas Eqs. acima foi inserido o superscrito "p" de forma a explicitar que as velocidades estão no sistema de coordenadas solidário ao painel. A conversão para o sistema de coordenadas global é feita da seguinte maneira:

$$\begin{pmatrix} u_j \\ v_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_i) & \text{sen}(\alpha_i) \\ -\text{sen}(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j^p \\ v_j^p \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

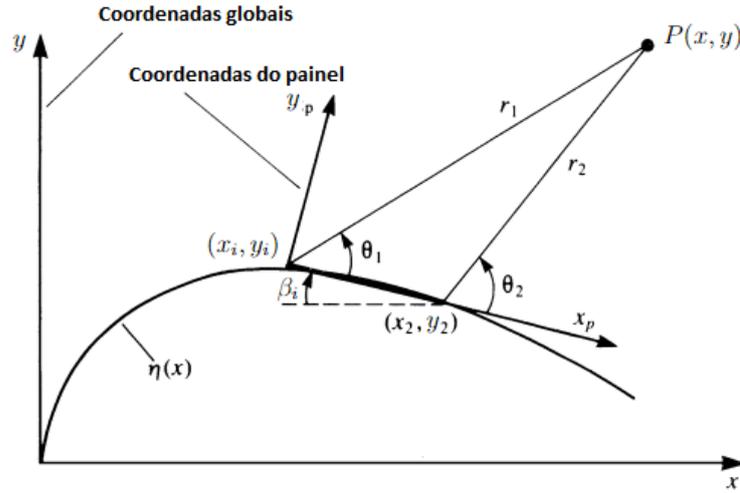


Figura 22 – Sistema de coordenadas solidário ao painel (fonte: adaptado de Katz e Plotkin, 2001).

As grandezas r_1 , r_2 , θ_1 e θ_2 são aquelas mostradas na Figura 22:

$$r_j = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2}, \quad r_{j+1} = \sqrt{(x - x_{j+1})^2 + (y - y_{j+1})^2}$$

$$\theta_j = \tan^{-1}[(y - y_j)/(x - x_j)], \quad \theta_{j+1} = \tan^{-1}[(y - y_{j+1})/(x - x_{j+1})]$$

De maneira similar à situação descrita na seção anterior, a condição de impenetrabilidade deve ser aplicada, de forma que $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$ para todos os painéis. Entretanto, no presente caso é conveniente utilizar a definição de que, como consequência da condição de impenetrabilidade, o potencial dentro de uma curva fechada é constante. Assim, $\partial\Phi^*/\partial n = \partial\Phi^*/\partial t = 0$. Logo, a velocidade tangencial é nula, e essa condição será utilizada como condição de contorno. O uso dessa condição de contorno resulta em uma velocidade autoinduzida $u^p(x, 0) = \gamma/2$ e $v^p(x, 0) = 0$. Logo, $\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{t} + \mathbf{U}_\infty \cdot \mathbf{t} = 0$. Adicionalmente, a condição de Kutta deve ser aplicada adicionando-se a equação $\gamma_1 + \gamma_N = 0$.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N-1,1} & a_{N-1,2} & a_{N-1,3} & \dots & a_{N-1,N} \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \dots \\ \gamma_{N-1} \\ \gamma_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \\ \dots \\ RHS_{N-1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

$$u_j^p = \frac{\gamma}{2\pi}(\theta_{j+1} - \theta_j), \quad v_j^p = \frac{\gamma}{2\pi} \ln\left(\frac{r_{j+1}}{r_j}\right)$$

$$u_j = u_j^p \cos(\alpha_i) + v_j^p \sin(\alpha_i), \quad v_j = -u_j^p \sin(\alpha_i) + v_j^p \cos(\alpha_i) \quad (4.11)$$

$$a_{ij} = -\frac{1}{2}, \quad \text{para } i = j \quad (4.12)$$

$$a_{ij} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = u_j \cos(\alpha_i) - v_j \sin(\alpha_i) \quad (4.13)$$

$$RHS_i = -\mathbf{U}_\infty \cdot \mathbf{n} = -U_\infty [\cos(\alpha) \cos(\alpha_i) - \sin(\alpha) \sin(\alpha_i)] \quad (4.14)$$

Uma vez resolvido o sistema linear da 4.10, as cargas podem ser calculadas

$$\Delta L_j = \rho U_\infty \gamma_j \Delta c \Rightarrow L = \sum_{i=1}^N \Delta L_i \quad (4.15)$$

$$C_L = \frac{L}{0.5 \rho U_\infty^2 c} \quad (4.16)$$

$$C_{pj} = 1 - \left[\frac{U_\infty \cos(\alpha + \alpha_i) + \gamma_j/2}{U_\infty} \right]^2 \quad (4.17)$$

A distribuição de coeficiente de pressão ao longo do perfil NACA0012 para um ângulo $\alpha = 5.0^\circ$ utilizando a discretização por distribuição contínua de vorticidade é mostrada na Figura 23 para várias quantidades de painéis:

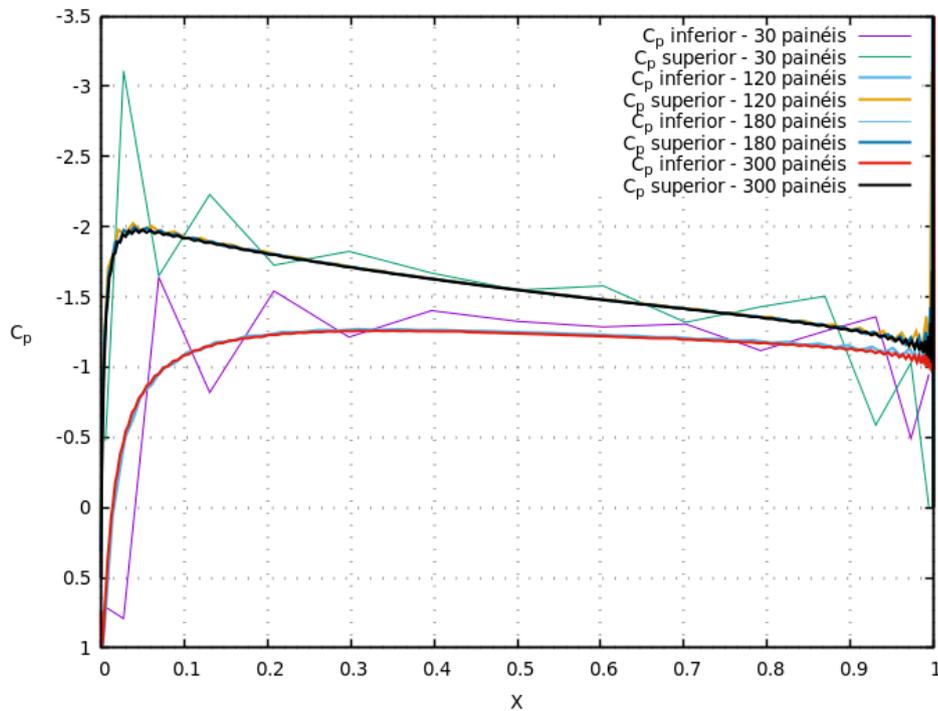


Figura 23 – Distribuição do coeficiente de pressão ao longo do perfil para $\alpha = 5.0^\circ$.

Observa-se, na figura acima, razoável convergência a partir de 180 painéis, exceto pelas regiões onde o gradiente de vorticidade é mais alto, tais como bordos de ataque e de fuga.

4.1.4 Distribuição linear de vorticidade

Um segundo aprimoramento em relação aos métodos anteriores é a utilização de uma distribuição linear de vorticidade, conforme a Figura 24 abaixo:

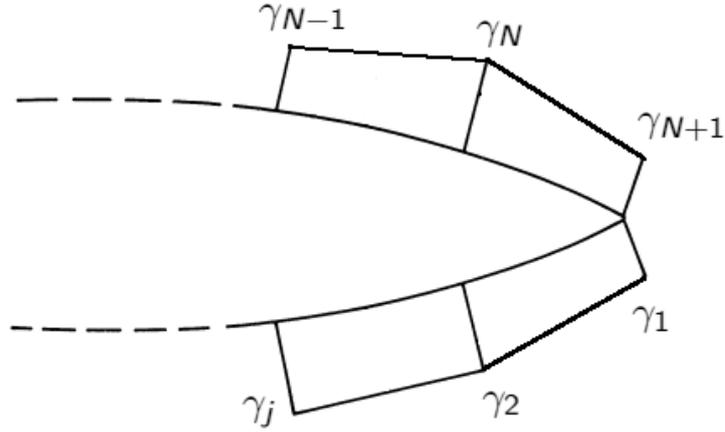


Figura 24 – Distribuição linear de vorticidade (fonte: adaptado de Katz e Plotkin, 2001).

A velocidade induzida por uma folha com distribuição linear de vorticidade, obtida pela lei de Biot-Savart, é calculada pelas Eqs. 3.18 e 3.19, repetidas aqui por conveniência. De maneira análoga ao caso anterior, as velocidades no sistemas de coordenadas do painel devem ser convertidas para um sistema de coordenadas global, conforme Figura 22.

$$\begin{aligned}
 u^p &= \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{x_2 - x_1} \right) \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) + \frac{\gamma_1(x_2 - x_1) + (\gamma_{j+1} - \gamma_1)(x - x_1)}{2\pi(x_2 - x_1)} (\theta_2 - \theta_1) \\
 v^p &= - \frac{\gamma_1(x_{j+2} - x_1) + (\gamma_2 - \gamma_1)(x - x_1)}{2\pi(x_2 - x_1)} \ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \\
 &\quad + \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{x_2 - x_1} \right) \left[\frac{x_2 - x_1}{y} + (\theta_2 - \theta_1) \right]
 \end{aligned}$$

Assim, o sistema linear a ser resolvido torna-se

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1,N+1} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2,N+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N-1,1} & a_{N-1,2} & a_{N-1,3} & \dots & a_{N-1,N+1} \\ a_{N,1} & a_{N,2} & a_{N,3} & \dots & a_{N,N+1} \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \dots \\ \gamma_{N-1} \\ \gamma_N \\ \gamma_{N+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \\ \dots \\ RHS_{N-1} \\ RHS_N \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

$$u_j^p = \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_{j+1} - \gamma_j}{x_{j+1} - x_j} \right) \ln \left(\frac{r_{j+1}}{r_j} \right) + \frac{\gamma_1(x_{j+1} - x_j) + (\gamma_{j+1} - \gamma_j)(x - x_j)}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} (\theta_{j+1} - \theta_j) \quad (4.19)$$

$$v_j^p = -\frac{\gamma_1(x_{j+1} - x_j) + (\gamma_{j+1} - \gamma_j)(x - x_j)}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} \ln \left(\frac{r_j}{r_{j+1}} \right) + \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_{j+1} - \gamma_j}{x_{j+1} - x_j} \right) \left[\frac{x_{j+1} - x_j}{y} + (\theta_{j+1} - \theta_j) \right] \quad (4.20)$$

Nas equações acima, u_j^p e v_j^p são as componentes da velocidade no sistema de coordenadas do painel. No presente caso, é conveniente separar as velocidades induzidas por cada extremidade de cada painel

$$(u, v)_j^p = (u^a, v^a)_j^p + (u^b, v^b)_j^p \quad (4.21)$$

$$u_p^a = \frac{\gamma_j(x_{j+1} - x)}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} \ln \frac{r_j}{r_{j+1}} + \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_j}{(x_{j+1} - x_j)} \right) \left[\frac{(x_{j+1} - x_j)}{y} + (\theta_{j+1} - \theta_j) \right] \quad (4.22)$$

$$v_p^a = \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_j}{(x_{j+1} - x_j)} \right) \ln \frac{r_{j+1}}{r_j} + \frac{\gamma_j(x_{j+1} - x)}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} (\theta_{j+1} - \theta_j) \quad (4.23)$$

$$u_p^b = \frac{\gamma_{j+1}(x_{j+1} - x)}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} \ln \frac{r_j}{r_{j+1}} - \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_{j+1}}{(x_{j+1} - x_j)} \right) \left[\frac{(x_{j+1} - x_j)}{y} + (\theta_{j+1} - \theta_j) \right] \quad (4.24)$$

$$v_p^b = -\frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_{j+1}}{(x_{j+1} - x_j)} \right) \ln \frac{r_{j+1}}{r_j} + \frac{\gamma_{j+1}(x - x_j)}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} (\theta_{j+1} - \theta_j) \quad (4.25)$$

Convertendo para o sistema de coordenadas global, temos

$$\begin{pmatrix} u_j \\ v_j \end{pmatrix}^a = \begin{pmatrix} \cos(\beta_i) & \text{sen}(\beta_i) \\ -\text{sen}(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j^p \\ v_j^p \end{pmatrix}^a \quad (4.26)$$

$$\begin{pmatrix} u_j \\ v_j \end{pmatrix}^b = \begin{pmatrix} \cos(\beta_i) & \text{sen}(\beta_i) \\ -\text{sen}(\beta_i) & \cos(\beta_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j^p \\ v_j^p \end{pmatrix}^b \quad (4.27)$$

A velocidade induzida por cada painel num determinado ponto de controle, por exemplo, do painel 1, é

$$(u, v)_{11} = (u^a, v^a)_{11} \gamma_1 \quad (\text{velocidade induzida pelo primeiro painel}) \quad (4.28)$$

$$(u, v)_{1, N+1} = (u^b, v^b)_{1, N} \gamma_{N+1} \quad (\text{velocidade induzida pelo último painel}) \quad (4.29)$$

$$(u, v)_{1, j} = [(u^b, v^b)_{1, j-1} + (u^a, v^a)_{1, j}] \gamma_j \quad (\text{para os demais painéis}) \quad (4.30)$$

$$a_{ij} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = u_j \cos(\beta_i) - v_j \text{sen}(\beta_i)$$

$$RHS_i = -\mathbf{U}_\infty \cdot \mathbf{n} = -U_\infty [\cos(\alpha) \cos(\beta_i) - \text{sen}(\alpha) \text{sen}(\beta_i)]$$

Uma vez determinados os valores de γ_j , pode-se obter o campo de velocidade e de pressão em todo o domínio.

$$\Delta L_j = \rho U_\infty \frac{\gamma_j + \gamma_{j+1}}{2} \Delta c_j \Rightarrow L = \sum_{i=1}^N \Delta L_i \quad (4.31)$$

$$C_L = \frac{L}{0.5 \rho U_\infty^2 c} \quad (4.32)$$

$$U_{t_j} = (U_{t_\infty})_j + \frac{\gamma_j + \gamma_{j+1}}{4} \quad (4.33)$$

$$C_p = 1 - \frac{U_t^2}{U_\infty^2} \quad (4.34)$$

O campo de velocidade para o perfil NACA 0012 para um ângulo $\alpha = 5.0^\circ$ utilizando a discretização por distribuição linear de vorticidade é mostrada na Figura 25.

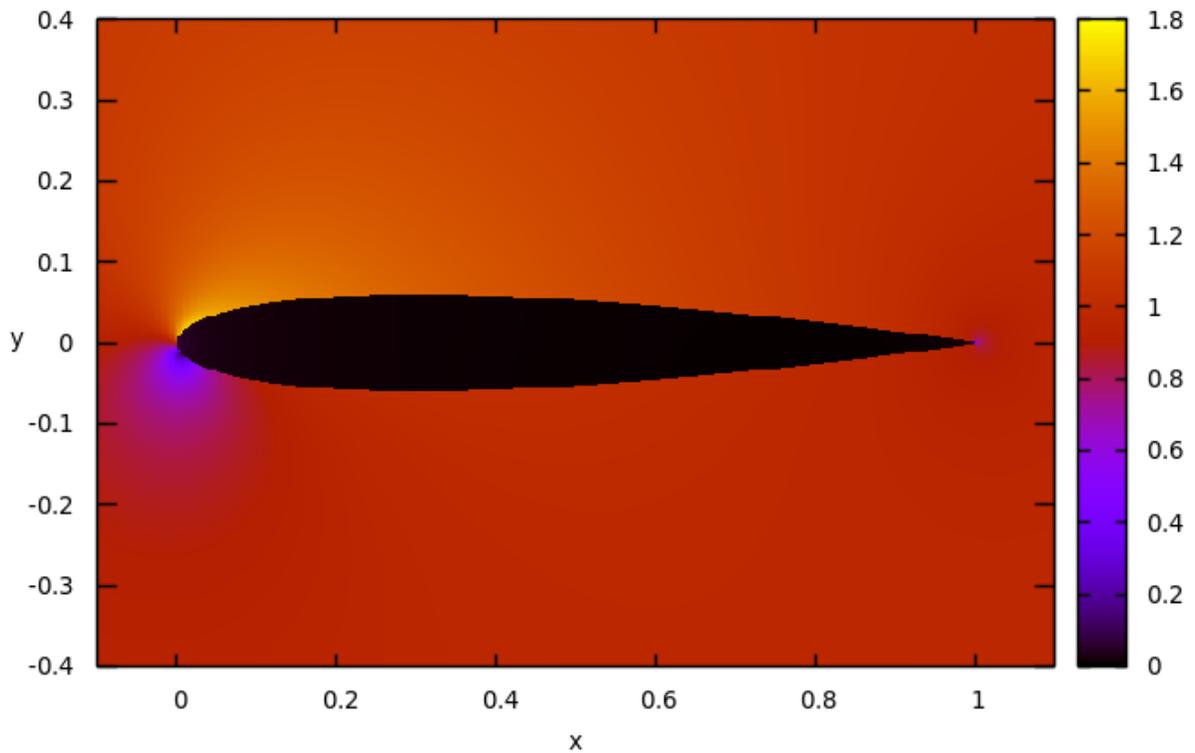


Figura 25 – Campo de velocidade para aerofólio modelado por distribuição linear de vorticidade para $\alpha = 5.0^\circ$. Imagem obtida utilizando-se discretização com 180 painéis.

O coeficiente de pressão ao longo do perfil é mostrado na Figura 26:

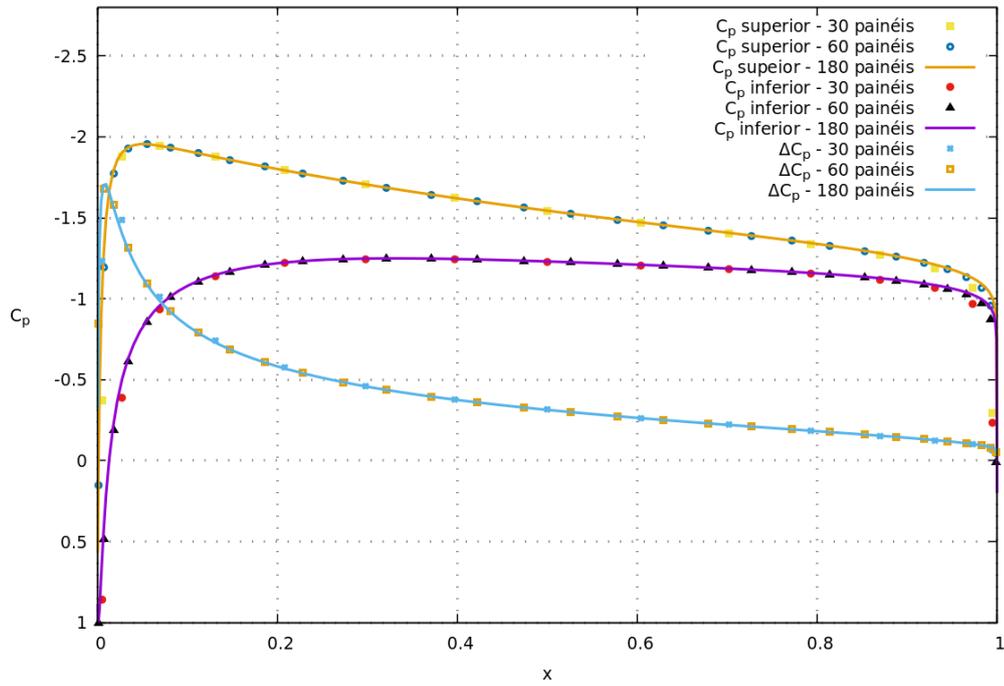


Figura 26 – Distribuição do coeficiente de pressão ao longo do perfil NACA 0012 para $\alpha = 5.0^\circ$.

Um detalhe da convergência do método dos painéis é mostrado na Figura 27 abaixo.

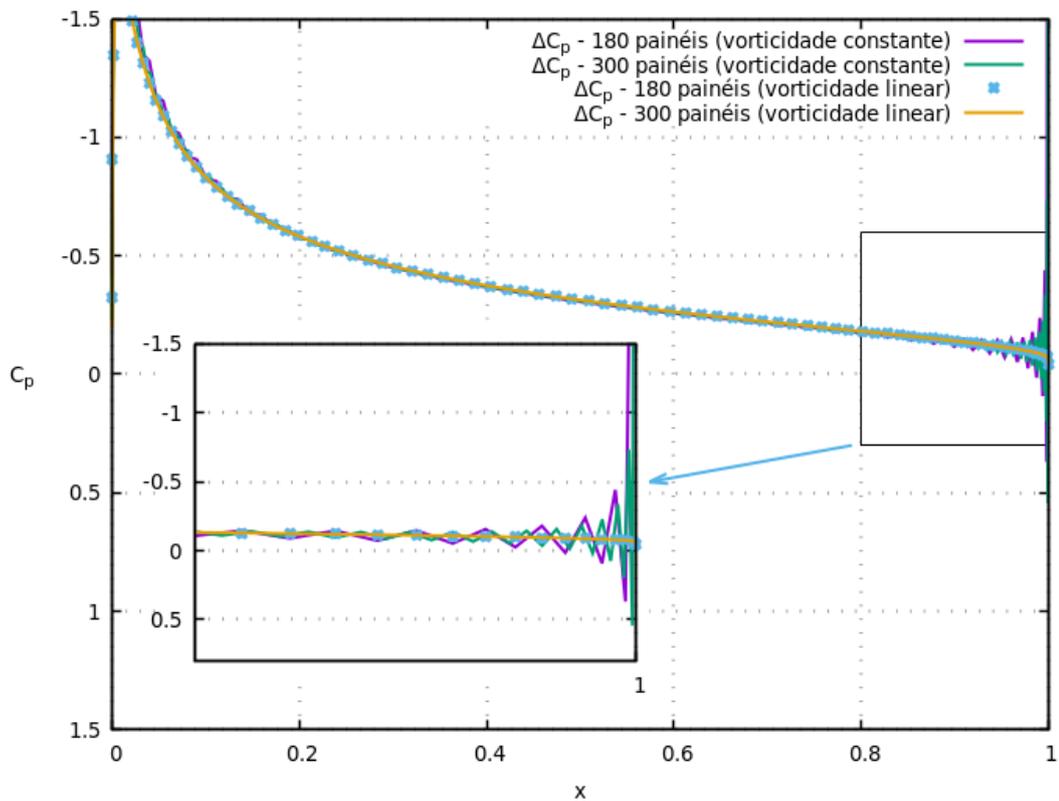


Figura 27 – Detalhe do coeficiente de pressão do aerofólio NACA 0012 para $\alpha = 5.0^\circ$.

Ao comparar-se os resultados de distribuição e de pressão para os métodos utilizando distribuição contínua e distribuição linear, pode-se perceber resultados mais satisfatórios para o segundo caso, o que é evidenciado pelo caráter mais suave das curvas dos coeficientes de pressão, não apresentando oscilações existentes na Figura 23.

As linhas de corrente para o perfil NACA 0012 com $\alpha = 5.0^\circ$ são mostradas na Figura 28.

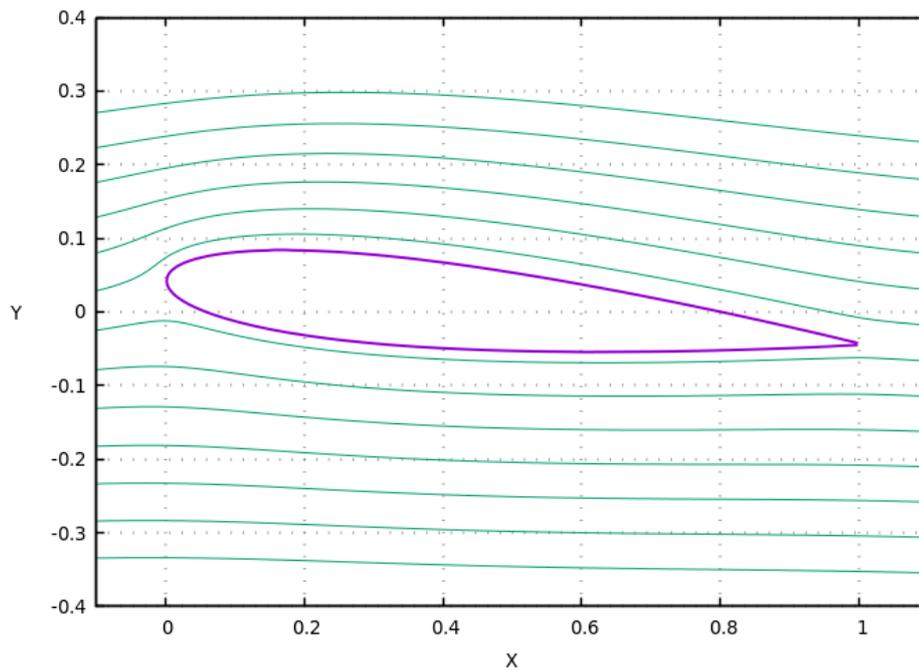


Figura 28 – Linhas de corrente do escoamento sobre o perfil NACA0012 para $\alpha = 5.0^\circ$.

4.1.5 Condição de conservação de circulação

Até o presente momento, foi estudado o escoamento potencial ao redor de corpos, especificamente ao redor do aerofólio NACA 0012. Tal escoamento se dá em regime permanente, razão pela qual utilizou-se a condição de Kutta. Entretanto, uma vez que o método de vórtices visa simular a evolução temporal do escoamento, deve ser utilizada a condição de conservação de circulação. Assim, além de satisfazer às condições de contorno, o equacionamento deve satisfazer ao teorema de Kelvin

$$\int_{\text{corpo}} = \gamma ds + \Gamma_{\text{esteira}} = \sum_{i=1}^N \frac{\gamma_i + \gamma_{i+1}}{2} \Delta l + \sum_{i=1}^M \Gamma_i = 0 \quad (4.35)$$

É importante ressaltar que no instante inicial, não havendo vórtices livres na esteira, a segunda parcela do lado direito da Eq. 4.35 será nula. Na medida que o escoamento

evolui, tal parcela traduz-se na influência dos vórtices livres nos pontos de controle, o que se obtém atualizando-se o vetor livre do sistema linear de forma a contemplar esta influência.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} & a_{1,N+1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} & a_{2,N+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N-1,1} & a_{N-1,2} & \dots & a_{N-1,N} & a_{N-1,N+1} \\ a_{N,1} & a_{N,2} & \dots & a_{N,N} & a_{N,N+1} \\ \Delta l_1/2 & (\Delta l_1 + \Delta l_2)/2 & \dots & (\Delta l_{N-1} + \Delta l_N)/2 & \Delta l_N/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \dots \\ \gamma_{N-1} \\ \gamma_N \\ \gamma_{N+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \\ \dots \\ RHS_{N-1} \\ RHS_N \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

$$(u, v)_j^p = (u^a, v^a)_j^p + (u^b, v^b)_j^p \quad (4.37)$$

$$u_p^a = \frac{\gamma_j(x_{j+1} - x)}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} \ln \frac{r_j}{r_{j+1}} + \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_j}{(x_{j+1} - x_j)} \right) \left[\frac{(x_{j+1} - x_j)}{y} + (\theta_{j+1} - \theta_j) \right] \quad (4.38)$$

$$v_p^a = \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_j}{(x_{j+1} - x_j)} \right) \ln \frac{r_{j+1}}{r_j} + \frac{\gamma_j(x_{j+1} - x)}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} (\theta_{j+1} - \theta_j) \quad (4.39)$$

$$u_p^b = \frac{\gamma_{j+1}(x_{j+1} - x)}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} \ln \frac{r_j}{r_{j+1}} - \frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_{j+1}}{(x_{j+1} - x_j)} \right) \left[\frac{(x_{j+1} - x_j)}{y} + (\theta_{j+1} - \theta_j) \right] \quad (4.40)$$

$$v_p^b = -\frac{y}{2\pi} \left(\frac{\gamma_{j+1}}{(x_{j+1} - x_j)} \right) \ln \frac{r_{j+1}}{r_j} + \frac{\gamma_{j+1}(x - x_j)}{2\pi(x_{j+1} - x_j)} (\theta_{j+1} - \theta_j) \quad (4.41)$$

A Figura 29 abaixo foi obtida resolvendo-se o sistema linear acima para um ângulo de ataque $\alpha = 25.0^\circ$.

Comparemos a figura acima com aquela obtida por meio da solução do sistema 4.18, a qual lança mão da condição de Kutta, mostrada na Figura 30.

A condição de Kutta garante que o bordo de fuga seja um ponto de estagnação do escoamento, decorrendo da restrição de que, no bordo de fuga, o escoamento sobre o extradorso possui direção paralela àquele sobre o intradorso.

Levando-se em conta que escoamento viscoso, para pequenos ângulos de ataque, naturalmente tenderá a uma situação na qual o bordo de fuga é um ponto de estagnação nos casos onde não há separação, este trabalho implementará, a título de análise de convergência, a solução do escoamento potencial com a condição de Kutta em sua primeira iteração, atendendo à condição de conservação de circulação nas demais iterações, a fim de verificar a influência desta abordagem na aceleração da convergência.

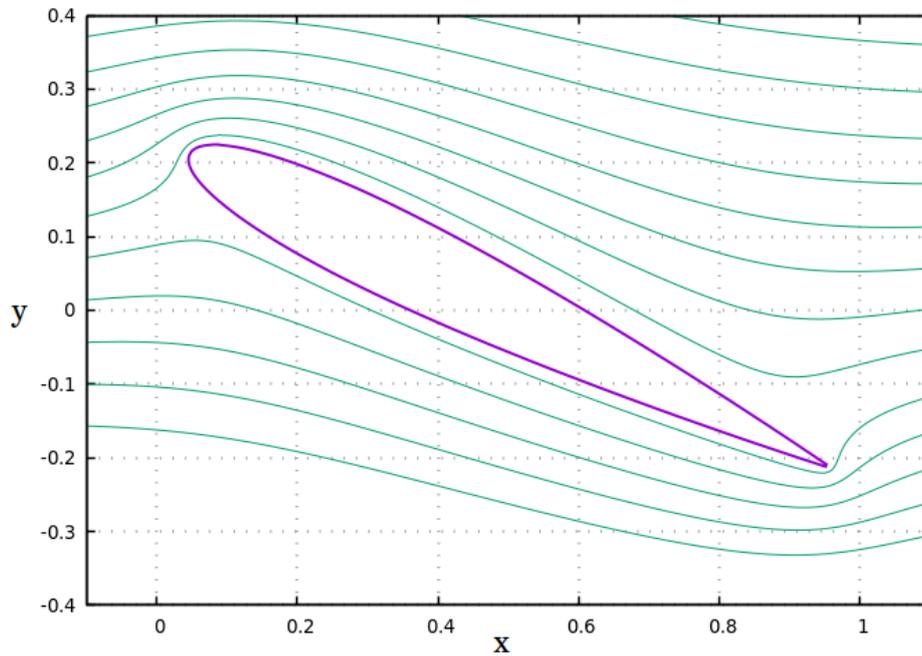


Figura 29 – Linhas de corrente para $\alpha = 25.0^\circ$ obtido pela solução do sistema de equações 4.36.

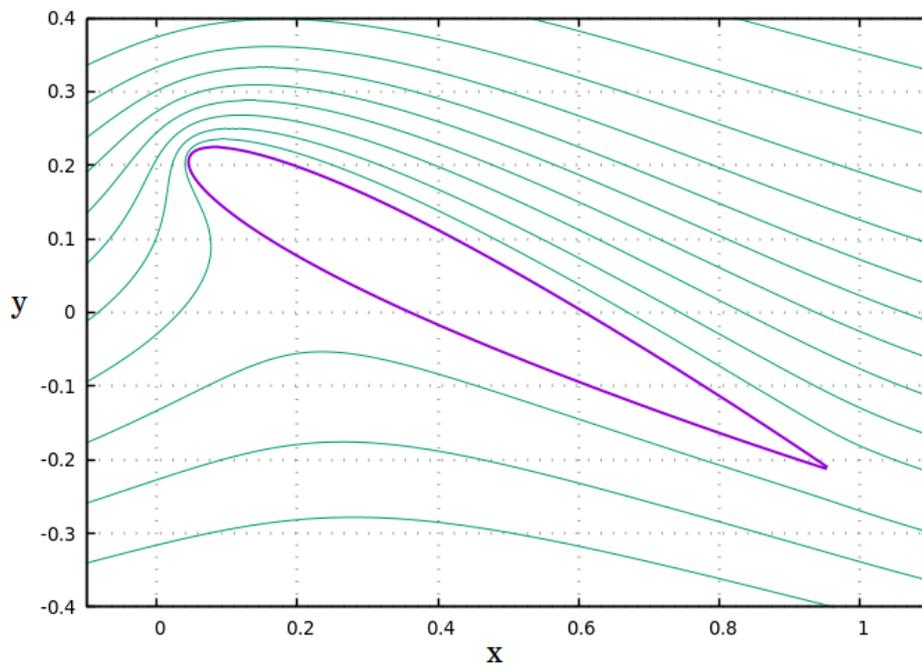


Figura 30 – Linhas de corrente para $\alpha = 25.0^\circ$ obtido pela solução do sistema de equações 4.18.

É importante ressaltar, entretanto, que esta abordagem consiste num artifício na tentativa de acelerar o atingimento do regime permanente (nos casos onde não há

separação), uma vez que esse é o caso de interesse para o presente estudo, que visa obter os coeficientes aerodinâmicos de uma superfície de controle, onde os pequenos ângulos de ataque garantem que não haja separação. Esta metodologia, portanto, não é aplicada caso se deseje estudar a evolução temporal do escoamento, bem como nos casos onde há separação.

4.2 Método dos Vórtices

O método de vórtices consiste basicamente nas etapas de nascimento dos vórtices, convecção, difusão, e deslocamento convectivo e atualização das condições de contorno.

Na etapa de nascimento, os vórtices são gerados a partir da vorticidade dos painéis segundo o método descrito na seção 3.4. São transferidos aos vórtices discretos a vorticidade, o raio do núcleo e as coordenadas de seu local de nascimento.

Na etapa de convecção, é atribuída uma velocidade de convecção a cada vórtice discreto. Tal velocidade é composta pela influência de cada painel (por meio da lei de Biot-Savart para painéis com distribuição linear de vorticidade), dos demais vórtices livres (por meio da equação do vórtice de Lamb) e do escoamento incidente.

Na etapa difusiva, o movimento de difusão é simulado pelo Método do Avanço Randômico.

Na etapa de deslocamento convectivo, as velocidades calculadas na etapa de convecção são utilizadas para obtenção do deslocamento convectivo por meio de integração pelo método Adams-Basforth. Os deslocamentos convectivo e difusivo são somados, resultando numa nova posição para cada vórtice nascente.

Por fim, as condições de contorno são atualizadas de forma a contemplar a influência das velocidades induzidas por cada vórtice presente na esteira viscosa.

4.2.1 Reflexão, tratamento de singularidades e suavização

Os movimentos convectivo e difusivo por vezes fazem com que os vórtices livres se desloquem para dentro do corpo, numa situação em contradição com a física do problema. Logo, é necessário um tratamento com o intuito de evitar esta situação.

O tratamento consiste na reflexão dos vórtices para fora do corpo, onde o plano de reflexão é o próprio painel correspondente à posição que vórtice se encontra.

A Figura 31 abaixo mostra uma situação na qual vórtices estão presentes dentro do corpo, e outra na qual os mesmos são refletidos para fora.

Em outras ocasiões, o vórtice pode estar localizado suficientemente próximo à superfície de forma que a distância entre a origem do vórtice e a superfície seja menor do

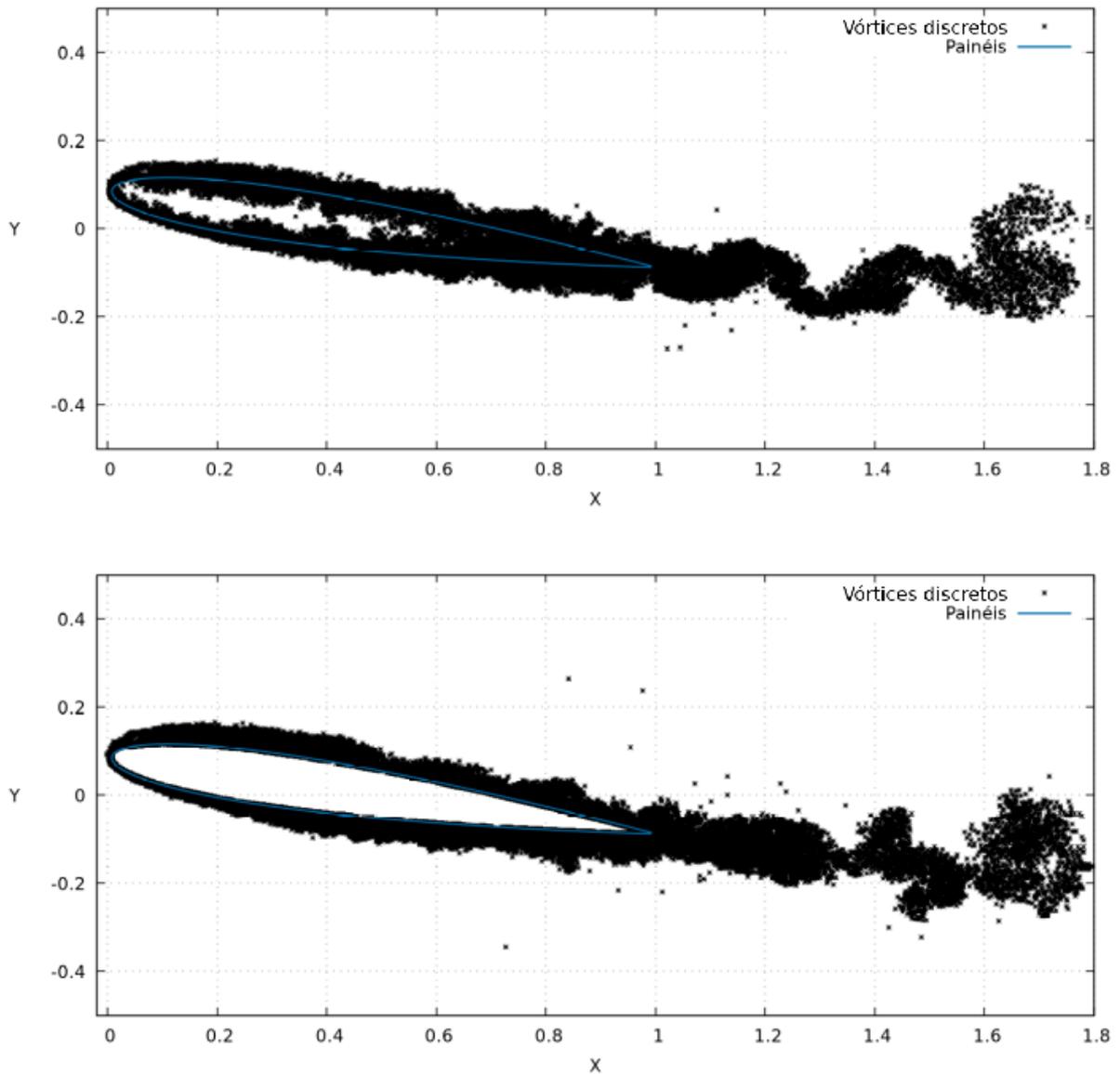


Figura 31 – Reflexão dos vórtices livres que se encontram no interior do corpo. NACA 0012 com $\alpha = 5.0^\circ$, $Re = 10000$, 180 painéis, $\delta t = 0.025$ s, $h/\sigma = 0.8$ e $t = 0.8$.

que seu núcleo.

Neste caso, o vórtice "penetra" parcialmente no corpo, e deve ser feita uma compensação no raio do núcleo e na vorticidade para que o efeito desse vórtice nos painéis e nos demais vórtices seja corrigido. Caso essa correção não seja feita, o vórtice em questão induzirá uma velocidade mais alta do que deveria, causando uma dispersão elevada nos vórtices mais próximos.

Tal efeito é ilustrado na Figura 32 abaixo:

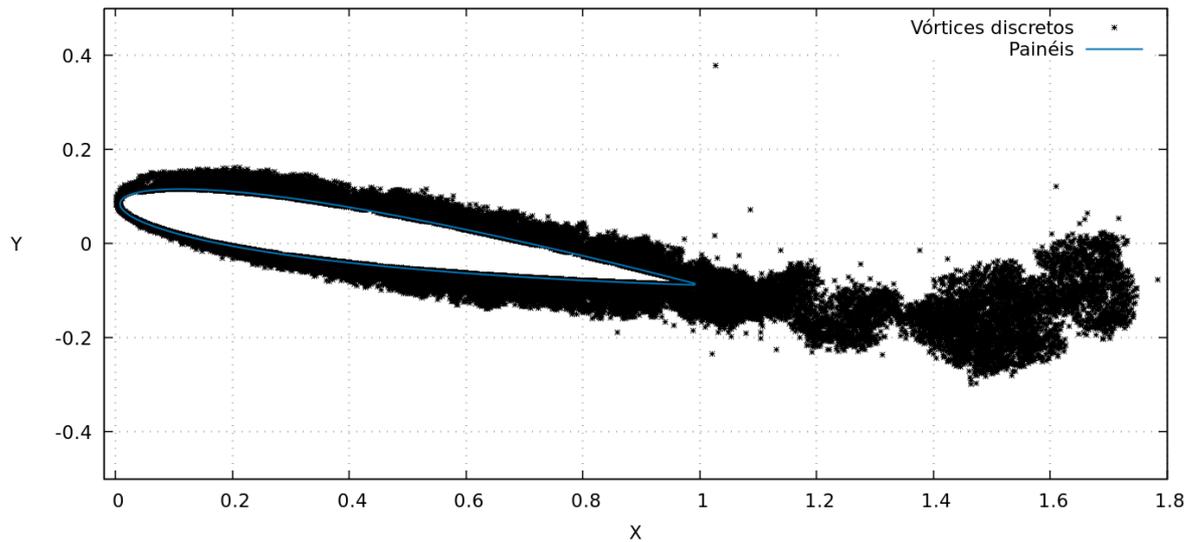


Figura 32 – Características de dispersão dos vórtices após tratamento para os vórtices que cruzam parcialmente a superfície do corpo. NACA 0012 com $\alpha = 5.0^\circ$, $Re = 10000$, 180 painéis, $\delta t = 0.02$, $h/\sigma = 0.8$ e $t = 0.8$.

Vórtices muito próximos aos pontos de controle dos painéis também resultam em comportamentos incompatíveis com a física. Portanto, tais situações necessitam também de tratamento para dessingularização. Uma forma de reduzir os efeitos da proximidade dos vórtices ao ponto de controle é a utilização de subpainéis.

Santiago(3) verifica que a divisão de um painel em mais de cinco subpainéis não traz efeitos perceptíveis, razão pela qual este trabalho utilizou divisão em cinco subpainéis para os casos em que o vórtice se encontra muito próximo ao ponto de controle. Uma distância equivalente à metade do comprimento daquele painel é utilizada como critério para divisão em subpainéis.

A Figura 33 mostra a influência da utilização de subpainéis na dispersão dos vórtices livres da esteira viscosa.

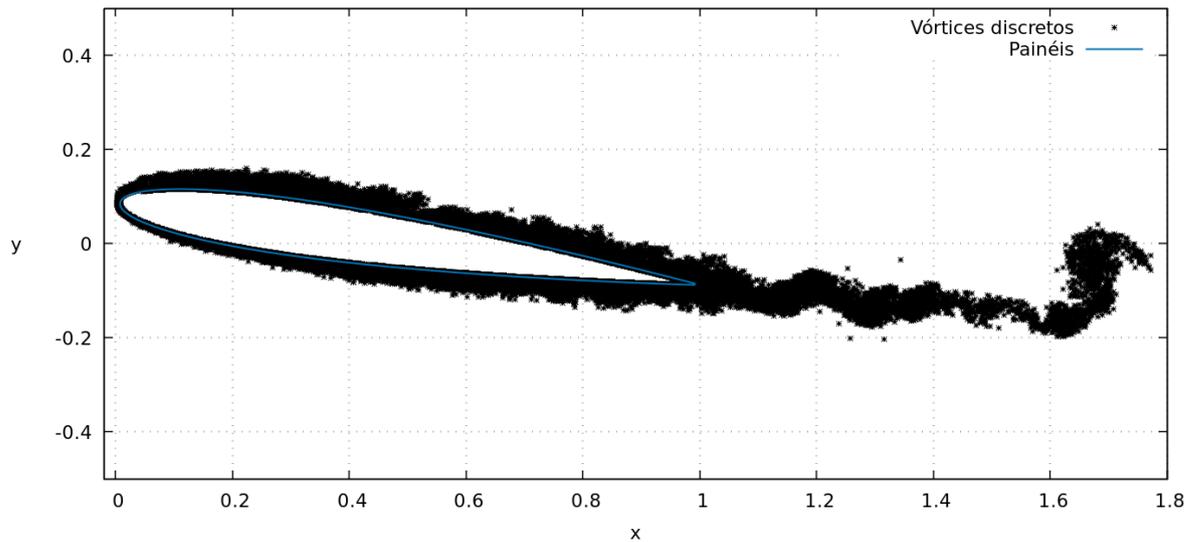


Figura 33 – Características de dispersão dos vórtices após utilização de 5 subpainéis. NACA 0012 com $\alpha = 5.0^\circ$, $Re = 10000$, 180 painéis, $\delta t = 0.025$, $h/\sigma = 0.8$ e $t = 0.8$.

4.3 Cálculo das cargas aerodinâmicas

O Fluxograma apresentado na Figura 15 mostra a etapa de cálculo de cargas fora do *loop* do avanço temporal, demonstrando que esta etapa poderia ser realizada após convergência do método.

Entretanto, nada impede que esta etapa seja realizada a cada iteração no tempo. De fato, a obtenção da evolução temporal dos coeficientes de sustentação e arrasto requer que estes sejam obtidos a cada passo no tempo. Para fins de análise de convergência, esta foi a metodologia adotada para obtenção das Figuras 34 e 35 abaixo.

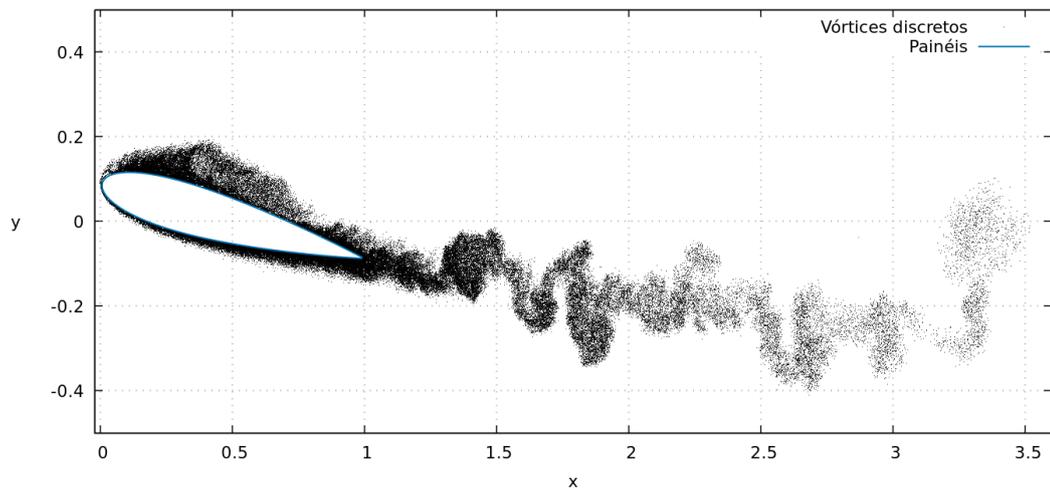


Figura 34 – Evolução no tempo da nuvem de vórtices. Perfil NACA 0012 com $\alpha = 10.0^\circ$, $Re = 100000$, 180 painéis, $\delta t = 0.025$ e $h/\sigma = 0.8$.

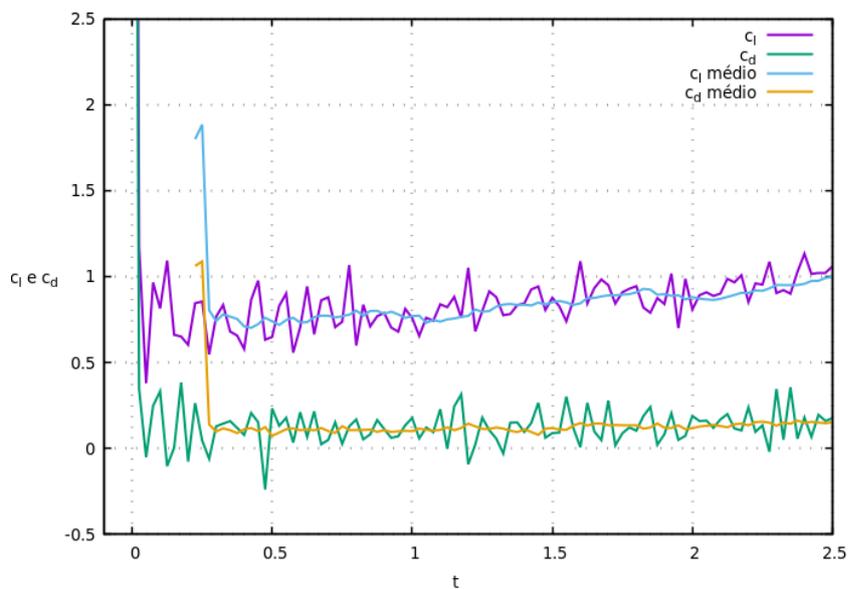


Figura 35 – Evolução no tempo dos coeficientes de sustentação e arrasto. Perfil NACA 0012 com $\alpha = 10.0^\circ$, $Re = 100000$, 180 painéis, $\delta t = 0.025$ e $h/\sigma = 0.8$.

5 GEOMETRIA A SER ESTUDADA

O míssil SS-09 TS é um míssil de treinamento utilizado no sistema ASTROS. As empenas de estabilização estão localizadas na parte traseira do foguete, podendo ser do tipo envolvente (*wrap-around fin*) ou do tipo dobrável (*folding-fin*), de acordo com a versão do equipamento. As Figuras 36 e 37 abaixo mostram exemplos das aletas tipo envolvente e dobrável, respectivamente. A Figura 38 mostra o míssil SS-09 TS com aletas do tipo envolvente.

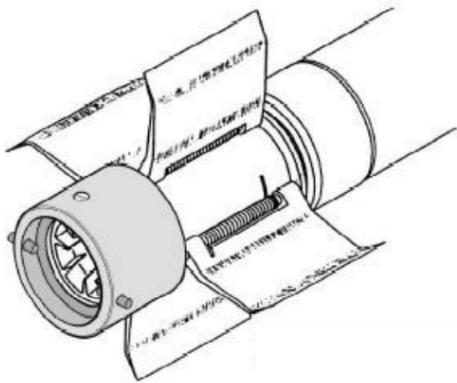


Figura 36 – Foguete com aletas do tipo *wrap-around*. Fonte: Crespo(4).

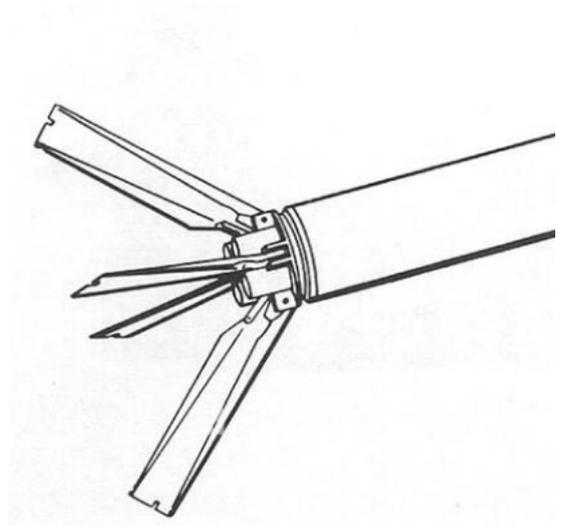


Figura 37 – Foguete com aletas do tipo *folding-fin*.



Figura 38 – Míssil SS T-09 TS. Fonte: Crespo(4).

Aletas do tipo envolvente, por possuírem maior área, proporcionam maior estabilidade, entretanto ocupam mais espaço. A geometria curva destas aletas impede uma análise confiável de sua seção transversal e, tendo em vista que o objetivo deste trabalho é analisar o escoamento bidimensional sobre uma aleta, foi selecionado para estudo o tipo mostrado na Fig 37.

A Tabela 1 abaixo traz algumas especificações do míssil.

Tabela 1 – Parâmetros do míssil SS-09 TS

Parâmetro	Valor
Peso total	11.9 <i>kgf</i>
Calibre nominal	70 <i>mm</i>
Diâmetro máximo externo	71.12 <i>mm</i>
Comprimento total	1366 <i>mm</i>
Alcance mínimo (nível do mar)	6.3 <i>km</i>
Alcance máximo (nível do mar)	10.6 <i>km</i>
Velocidade máxima	811.64 <i>m/s</i>
Tempo até atingir velocidade máxima	1.17 <i>s</i>
Altitude máxima	3.22 <i>km</i>
Tempo até atingir o alcance máximo	50.08 <i>s</i>

A seção transversal da superfície de controle do míssil SS T-09 TS, normalizada para uma corda unitária, é mostrada na Figura 39 abaixo:

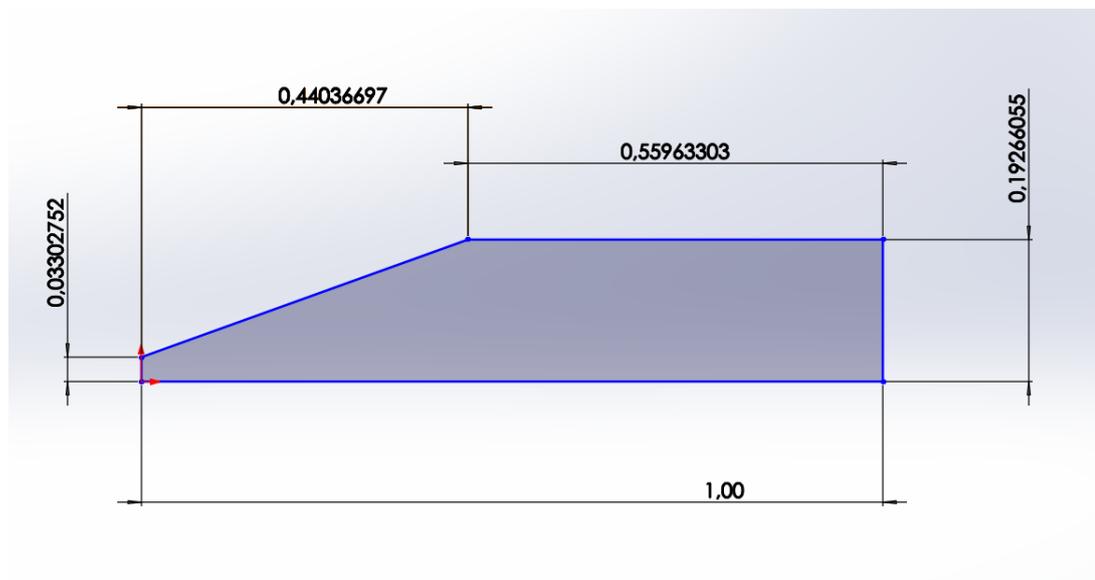


Figura 39 – Seção transversal média da superfície de controle do míssil SS T-09 TS.

Pode ser observado que a geometria acima é composta de segmentos de reta. É intuitivo inferir que as regiões de maior gradiente de vorticidade serão aquelas onde o escoamento próximo ao corpo muda de direção, ou seja, no ponto comum entre dois segmentos de reta. Assim, uma discretização mais refinada é necessária nessa região. Para tal, foi desenvolvido um método que consiste em discretizar um segmento de reta de forma que os painéis tenham menor comprimento quanto mais próximos à extremidade deste segmento.

5.1 Discretização

Pereira, Silva e Bodstein(22), Santiago(3), Silva(31) e outros atestam que um número de painéis de 200 a 300 deve ser utilizado para que a convergência seja alcançada. Portanto, serão utilizados 250 painéis para discretização da geometria mostrada na Fig 39.

Foi desenvolvido um método para obtenção dos comprimentos dos painéis de um dado segmento de reta quando são fornecidos o número de painéis deste segmento, o comprimento total do segmento, bem como um fator que relaciona o comprimento de um painel ao comprimento do painel imediatamente anterior. Assim, foi criada uma subrotina que recebe as coordenadas das extremidades do segmento, o número de painéis e um fator $0 < f < 1$, gerando como saída as coordenadas dos painéis.

Conforme mencionado, é necessário refinamento maior nas extremidades, ou seja, o comprimento do painel no centro do segmento será o de maior dimensão, e todos os comprimentos dos demais painéis são obtidos multiplicando-se o comprimento do painel central por f^k , onde k é o número de painéis entre o painel central e o painel cujo comprimento está sendo calculado. Assim, para um segmento de reta com comprimento C discretizado em n painéis, onde n é um número par, temos

$$coef = \sum_1^{n/2} f^{i-1} \quad (5.1)$$

e o comprimento do painel central do segmento é

$$\Delta l_{n/2} = \Delta l_{n/2+1} = \frac{C}{2 \times coef} \quad (5.2)$$

Logo, o comprimento de cada painel subsequente será calculado como

$$\begin{aligned} & \dots \\ \Delta l_{n/2-4} &= l_{n/2+1} \times f^3 \\ \Delta l_{n/2-3} &= l_{n/2+1} \times f^2 \\ \Delta l_{n/2-2} &= l_{n/2+1} \times f^1 \\ \Delta l_{n/2+2} &= l_{n/2+1} \times f^1 \\ \Delta l_{n/2+3} &= l_{n/2+1} \times f^2 \\ \Delta l_{n/2+4} &= l_{n/2+1} \times f^3 \\ & \dots \end{aligned}$$

O método ligeiramente distinto foi também desenvolvido para o caso em que n é um número ímpar.

Aplicando-se o método supramencionado, por exemplo, ao segmento de reta na face superior da seção mostrada na Figura 39 com $n = 64$ e $f = 0.9$, o resultado é mostrado na Figura 40

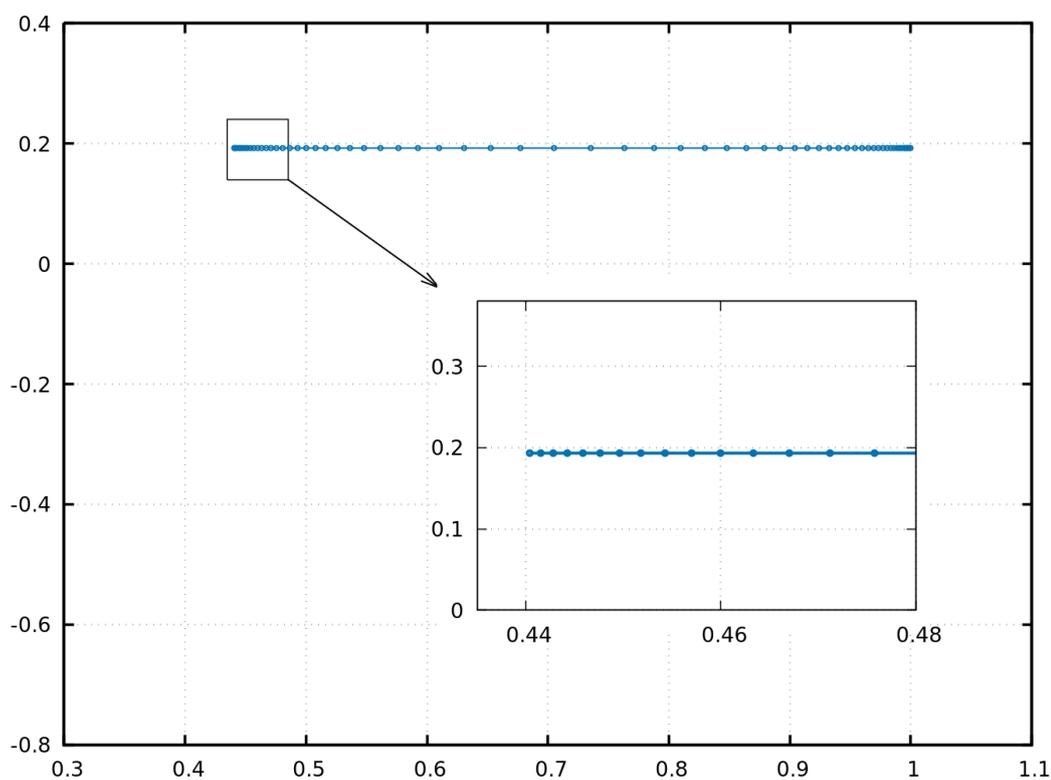


Figura 40 – Segmento de reta discretizado pelo método proposto.

Aplicando-se o método à geometria mostrada na Figura 39 para discretização em 250 painéis, obtem-se o perfil mostrado na Fig 41.

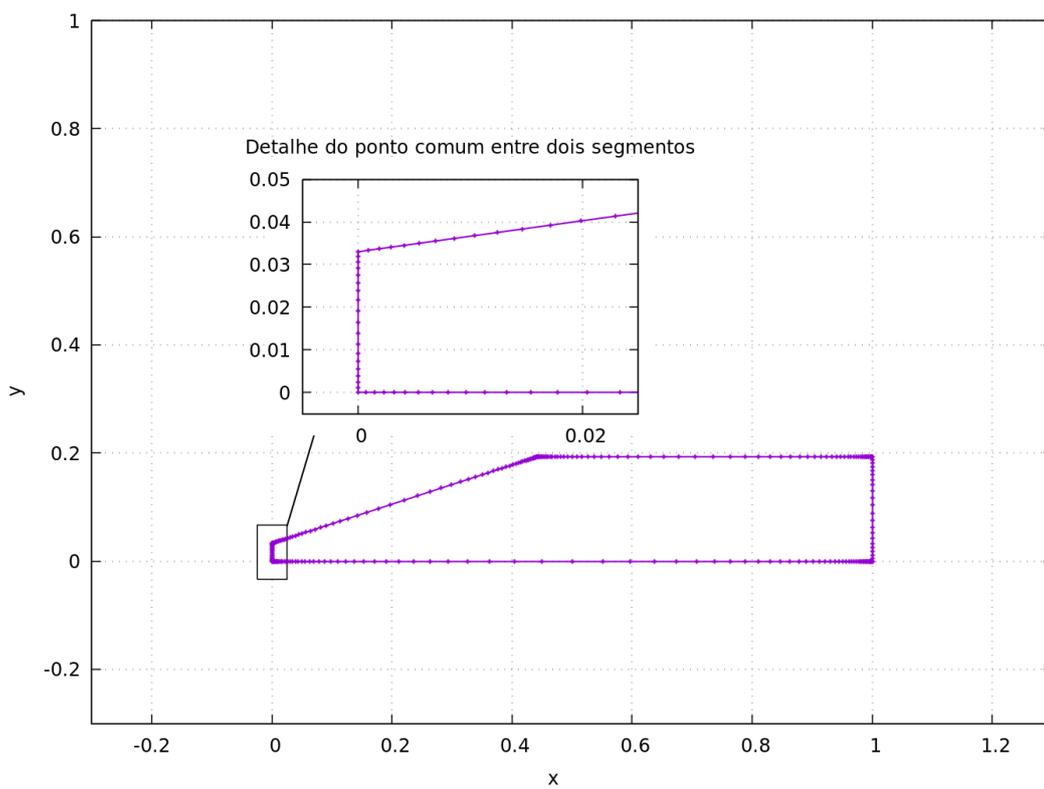


Figura 41 – Seção transversal média da superfície de controle do míssil SS T-09 TS.

6 TESTE E ANÁLISE DOS PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

O capítulo 4 desenvolveu o método numérico a ser utilizado para as simulações propostas, justificando escolha de modelos no contexto do método dos painéis e também do método de vórtices. O presente capítulo intenciona uma adequada seleção dos parâmetros de simulação em função de testes e análises de convergência.

Conforme mencionado anteriormente, diversos autores citados atestam que convergência satisfatória é obtida quando $0.01 \leq \delta t \leq 0.05$. Adicionalmente, Santiago(3) realizou diversas simulações variando uma pluralidade de parâmetros, dentre eles a taxa de recobrimento h/σ_0 .

É importante ressaltar que o trabalho realizado por Santiago(3) propõe a solução do escoamento potencial considerando-se não só a condição de não penetração, mas também a condição de não deslizamento. Para tal, a solução potencial é obtida utilizando-se, além de painéis com distribuição de vorticidade, vórtices discretos onde a taxa de recobrimento h/σ_0 é de suma importância para convergência do problema. No presente trabalho, tal taxa não apresenta grande impacto na convergência, embora um valor de h/σ_0 adequado seja necessário para obter uma boa discretização do campo de vorticidade e, conseqüentemente, do campo de velocidade. Adicionalmente, a taxa de recobrimento foi amplamente estudada por Santiago(3), e os valores obtidos servem de referência para o estudo aqui proposto. Por esta razão, os valores de $\delta t = 0.025$ e $h/\sigma_0 = 0.8$ foram utilizados em todas as simulações executadas neste trabalho.

O congelamento destes parâmetros, valendo-se de resultados obtidos por outros autores, possibilita que outros parâmetros sejam analisados no contexto do presente trabalho, tais como distância de difusão (e conseqüentemente o raio do núcleo dos vórtices discretos), o número de painéis, a quantidade de vórtices nascentes por painel, condição restritiva aplicada na etapa de solução do escoamento potencial e forma de distribuição de vórtices nascentes ao longo do perímetro do perfil.

Esta Seção tem o objetivo de apresentar os resultados obtidos, focando na análise da convergência, quando os parâmetros supracitados são variados de forma sistemática, chegando-se finalmente a uma seleção de parâmetros considerada adequada para a presente aplicação, onde o critério será baseado em análise gráfica das oscilações características de ruídos da simulação.

6.1 Influência do número de painéis

É intuitivo inferir que uma discretização mais rigorosa, ou seja, utilizando-se maior número de painéis favorece a convergência. Entretanto, uma vez que um maior número de painéis resulta em maior tempo computacional, será selecionado um número satisfatório baseado em análise gráfica dos coeficientes de pressão, sustentação e arrasto.

A Figura 42 mostra a média temporal da variação do coeficiente de pressão ao longo do perímetro do perfil NACA 0012, e a Figura 47 mostra, para o mesmo perfil, a variação dos coeficientes de sustentação e arrasto ao longo do tempo para vários números de Reynolds e vários números de painéis. Foi simulado escoamento utilizando ângulo de ataque $\alpha = 6^\circ$.

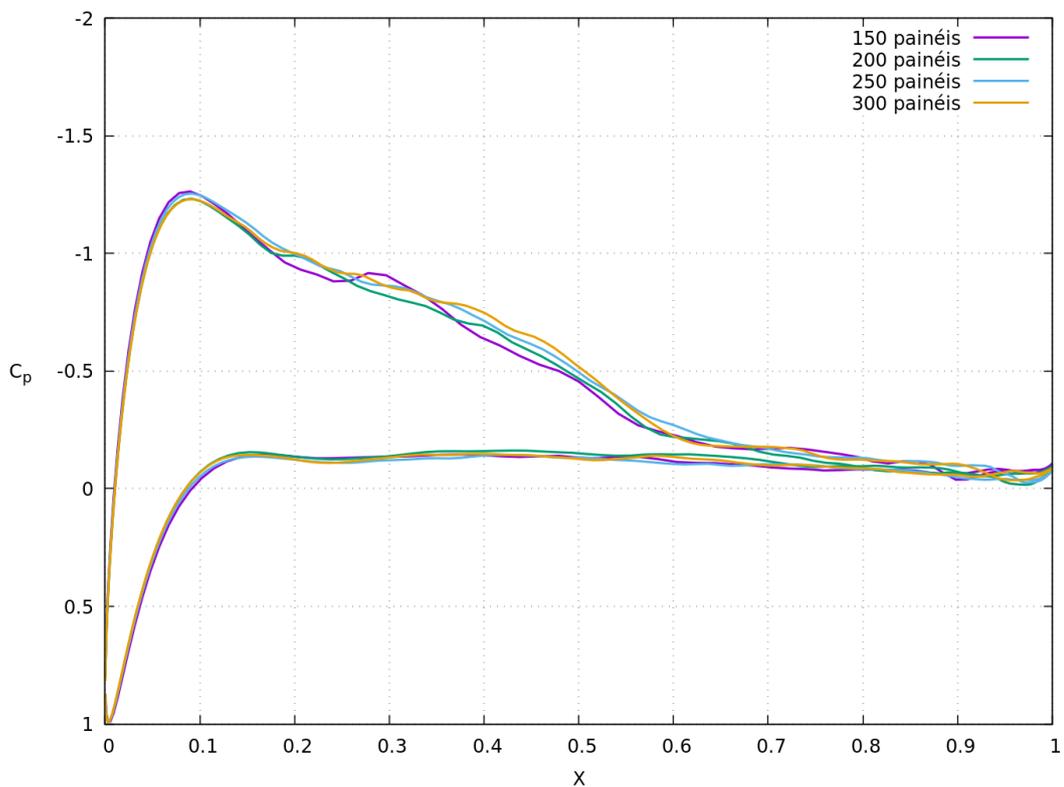


Figura 42 – Convergência de c_p para $Re = 1.0 \times 10^4$ e $\alpha = 6^\circ$ para diferentes números de painéis.

Das Figuras 42 a 47, infere-se que, embora haja melhoria na convergência dos coeficientes conforme aumento do número de painéis, esta deixa de ser substancial após 250 painéis.

Portanto, deste ponto em diante, os perfis simulados serão discretizados em 250 painéis com distribuição linear de vorticidade.

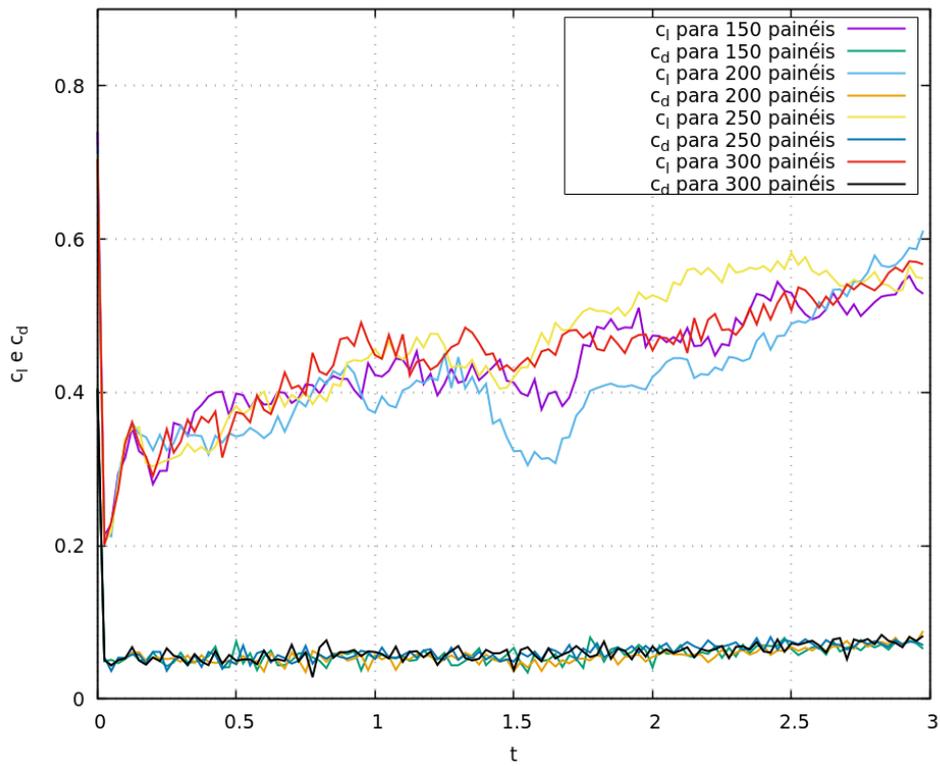


Figura 43 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^4$ e $\alpha = 6^\circ$ para diferentes números de painéis.

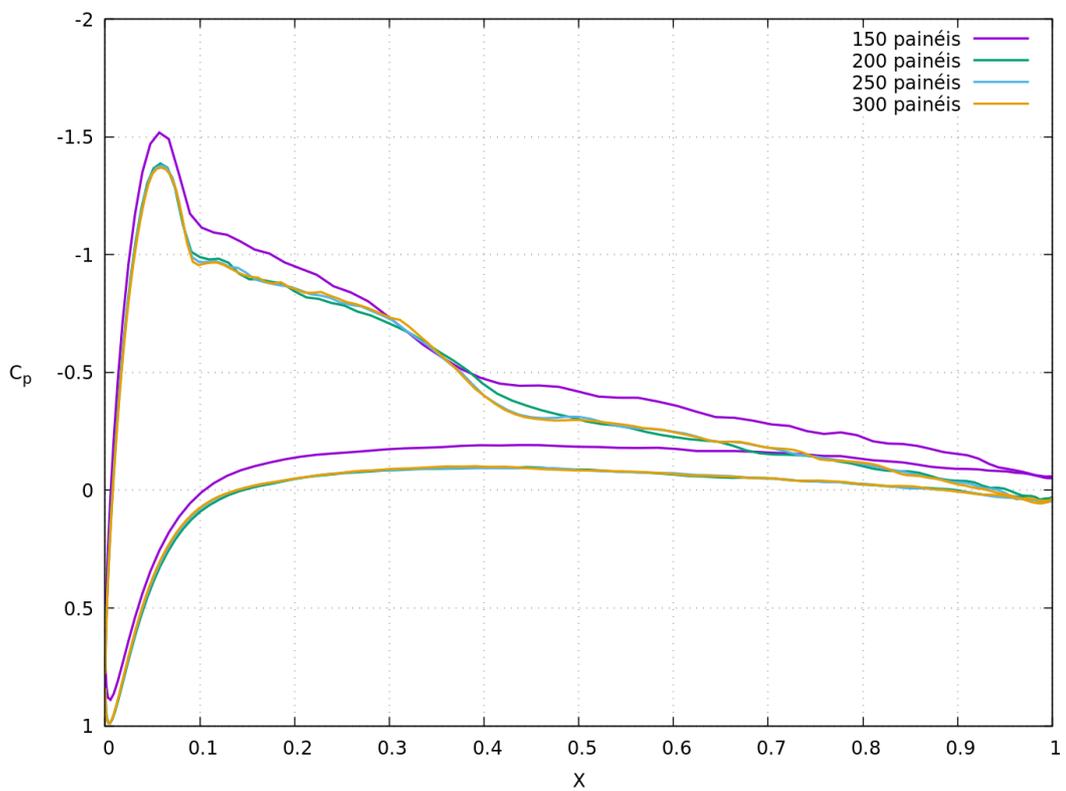


Figura 44 – Convergência de c_p para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 6^\circ$ para diferentes números de painéis.

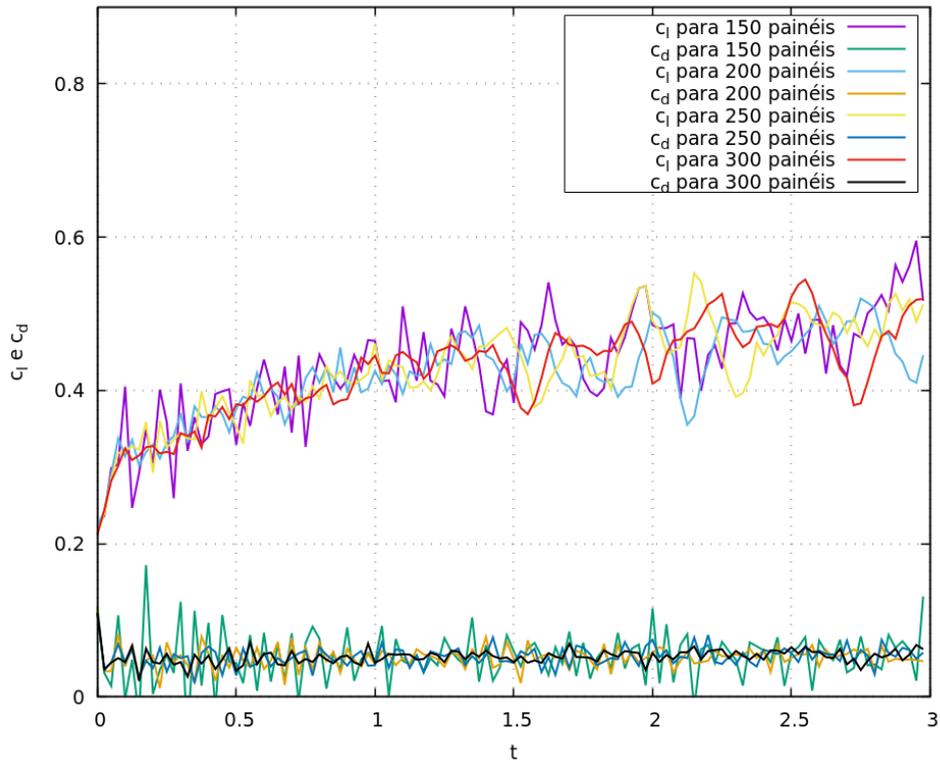


Figura 45 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 6^0$ para diferentes números de painéis.

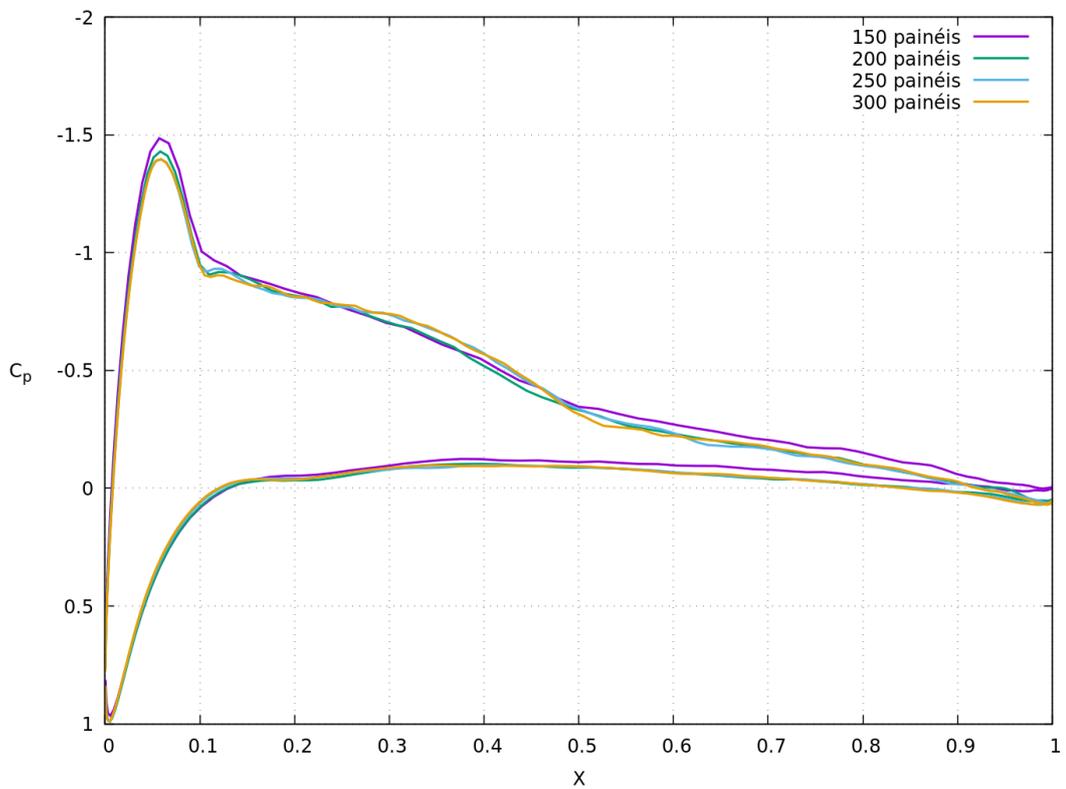


Figura 46 – Convergência de c_p para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 6^0$ para diferentes números de painéis.

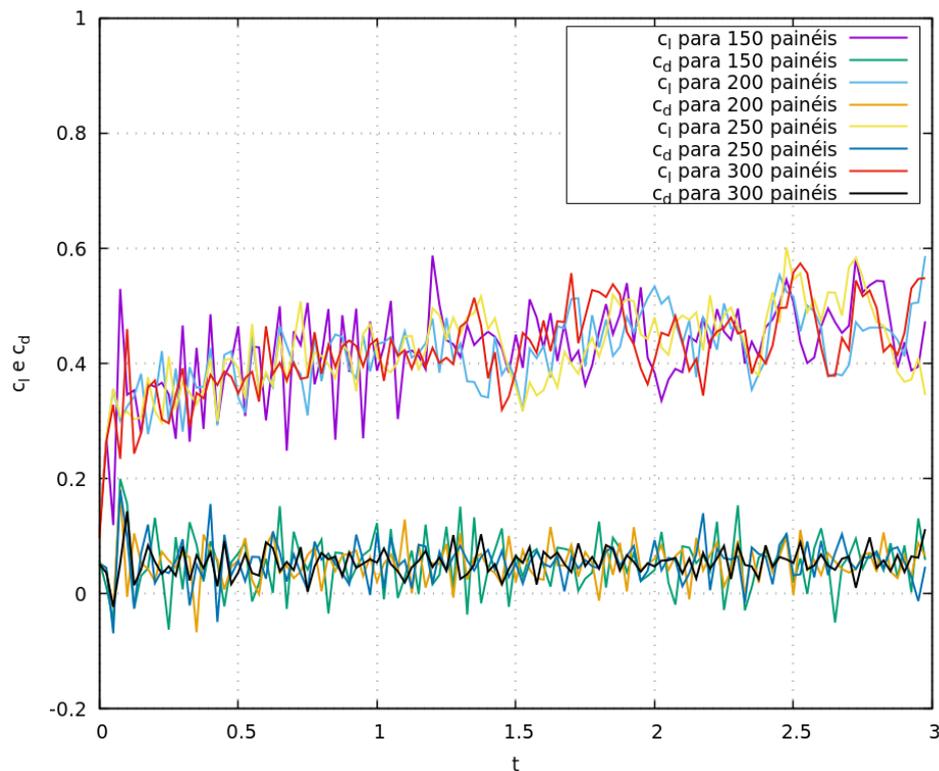


Figura 47 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 6^\circ$ para diferentes números de painéis.

6.2 Influência do número de vórtices nascentes por painel

Silva(31) e Cabrera(32) obtiveram convergência utilizando-se um vórtice nascente por painel, entretanto foi necessário simular o escoamento para tempos adimensionais maiores do que aqueles simulados por Santiago(3). Por essa razão, este trabalho realizou simulações variando-se o número de vórtices nascentes por painel, buscando assim uma melhor resolução do campo de vorticidade.

As Figuras 48 a 50 apresentam, para vários números de Reynolds, resultados de simulações variando-se o número de vórtices nascentes por painel, onde o maior número de vórtices nascentes mostrado em cada gráfico é aquele obtido a partir do método sintetizado pela Eq. 3.44.

Conforme verificado nas figuras abaixo, um maior número de vórtices nascentes por painel resulta em melhor convergência da simulação. Nos casos mostrados, todas as simulações apresentam substancial melhoria das curvas de c_l e c_d quando o número máximo de vórtices nascentes é utilizado. Por esta razão, não será adotada solução de compromisso neste quesito. Entretanto, uma análise quanto à forma como os vórtices nascentes se distribuem ao longo do perímetro do perfil será objeto de discussão em seções subsequentes, e tal análise é necessária para seleção do número de vórtices por painel, tendo em vista esses dois parâmetros serem interdependentes.

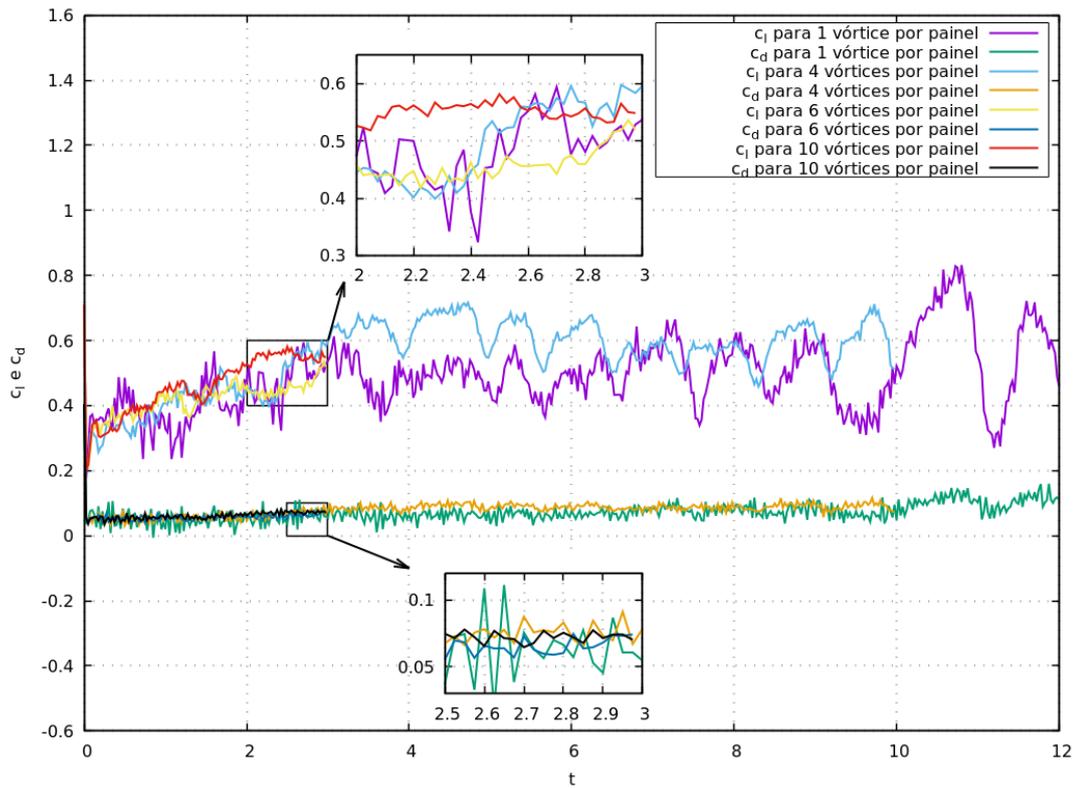


Figura 48 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^4$, $\alpha = 6^\circ$ e 250 painéis para diferentes números de vórtices nascentes.

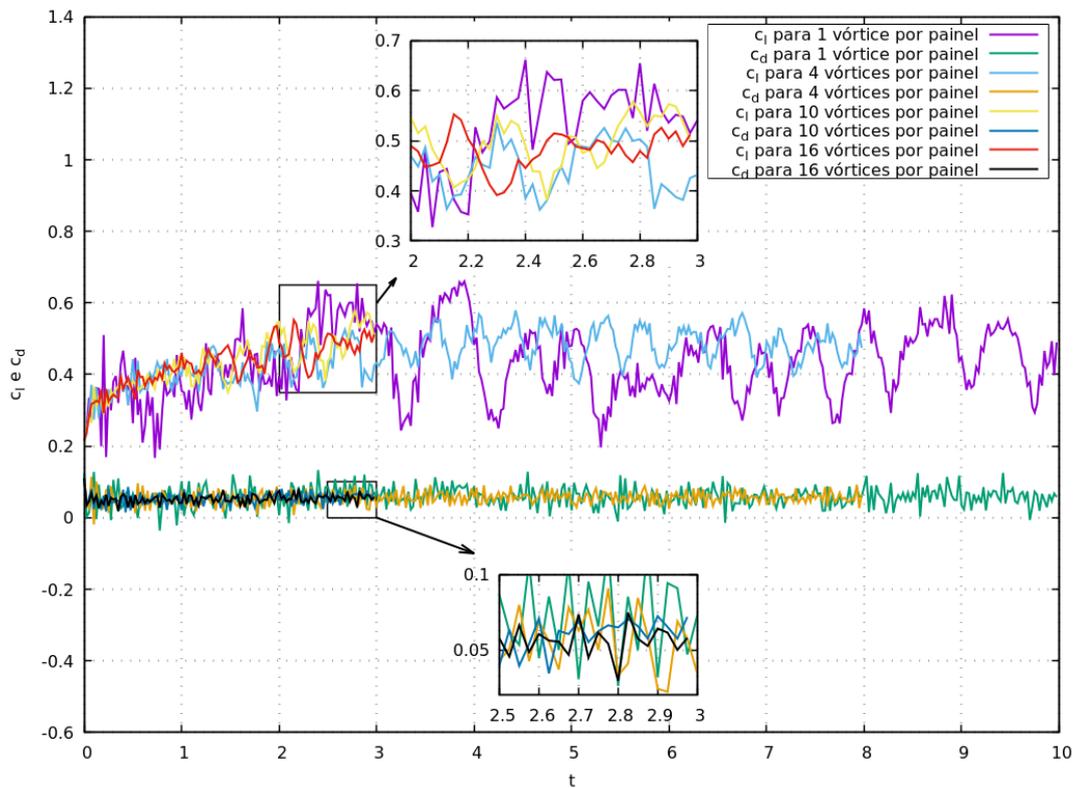


Figura 49 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^\circ$ e 250 painéis para diferentes números de vórtices nascentes.

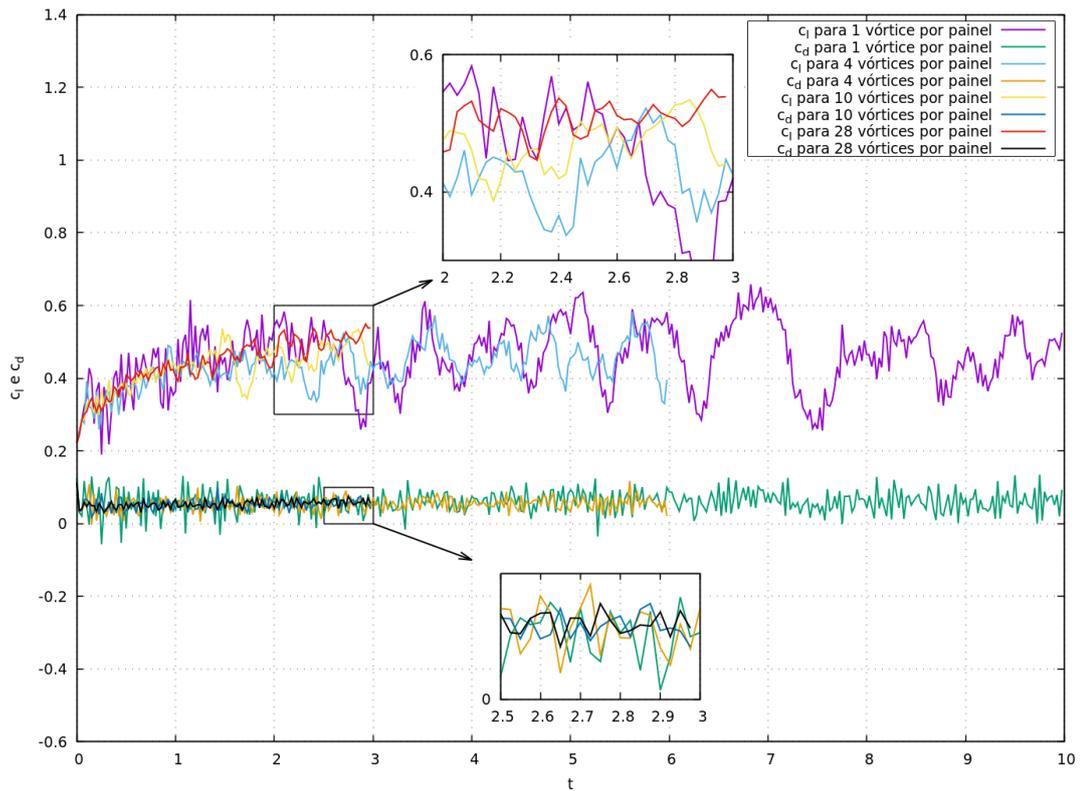


Figura 50 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e 250 painéis para diferentes números de vórtices nascentes.

6.3 Influência da condição restritiva

No intuito de verificar eventual aceleração da convergência ao utilizar-se a condição de Kutta na primeira iteração, foram realizadas simulações para diferentes números de Reynolds e ângulos de ataque. Adicionalmente, foram realizadas simulações considerando diferentes números de vórtices nascentes por painel, além do caso com número de vórtices nascentes variável conforme comprimento de cada painel.

As curvas mostradas nos gráficos apresentados nesta seção apresentam suavização, obtendo-se a média a cada quatro passos no tempo, a fim de evitar excessiva poluição da imagem que impossibilite sua análise. Com o intuito de obter resultados para escoamentos qualitativamente distintos, foram feitas simulações utilizando-se diferentes números de Reynolds, assim como diferentes ângulos de ataque.

6.3.1 Simulações utilizando condição de conservação da circulação na primeira iteração

As Figuras 51 a 54 trazem as curvas dos coeficientes de sustentação e arrasto ao longo do tempo quando é utilizada a condição de conservação de circulação na primeira iteração.

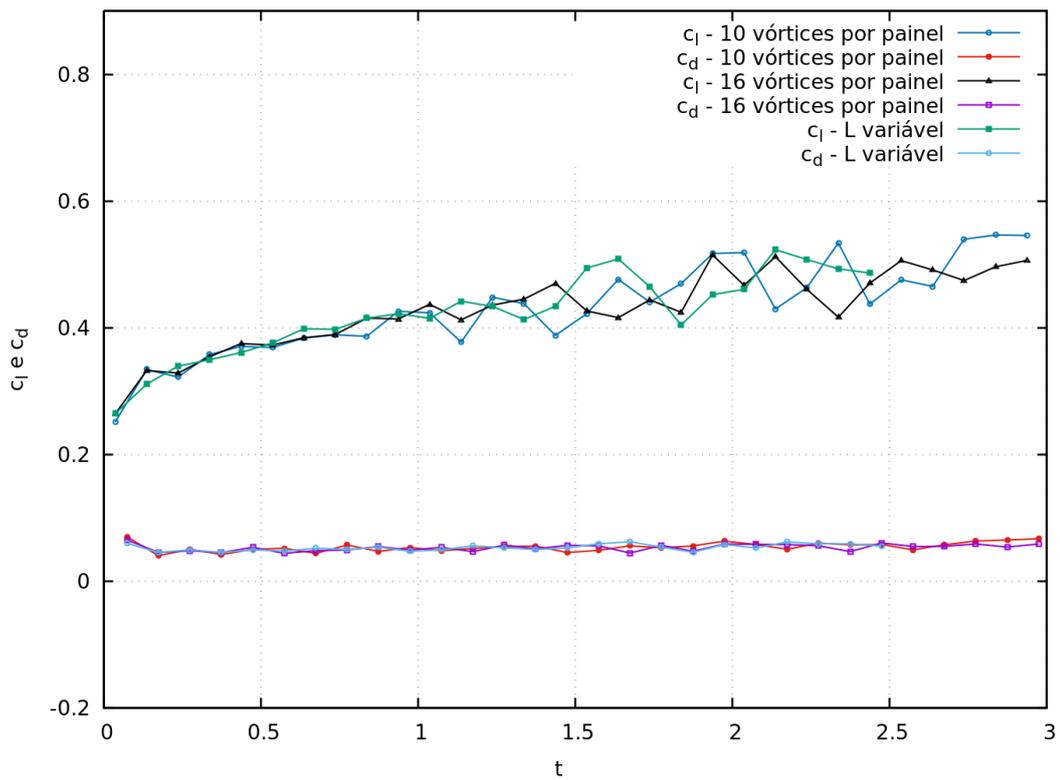


Figura 51 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 6^\circ$.

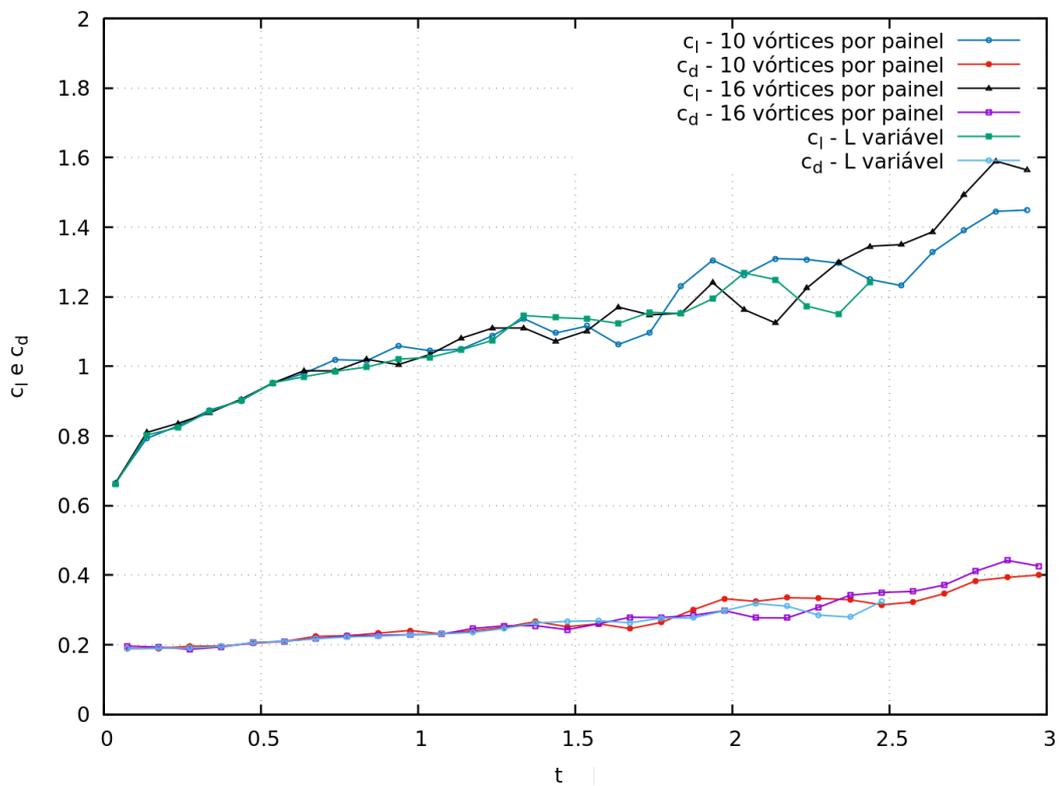


Figura 52 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 15^\circ$.

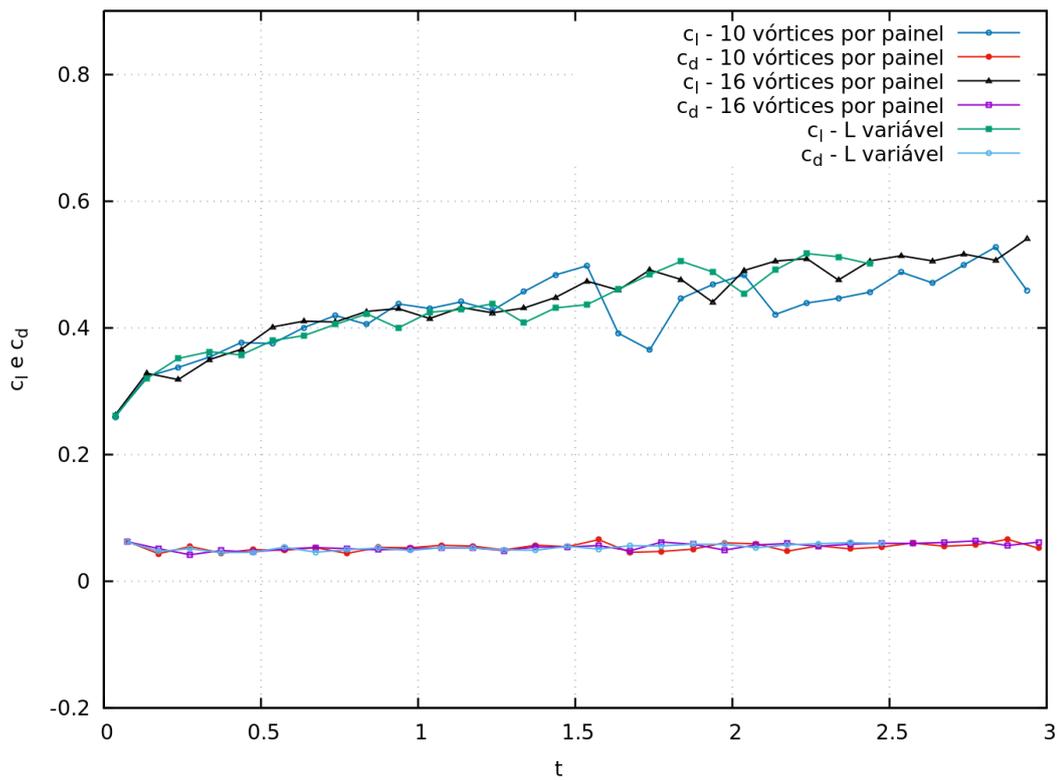


Figura 53 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 6^\circ$.

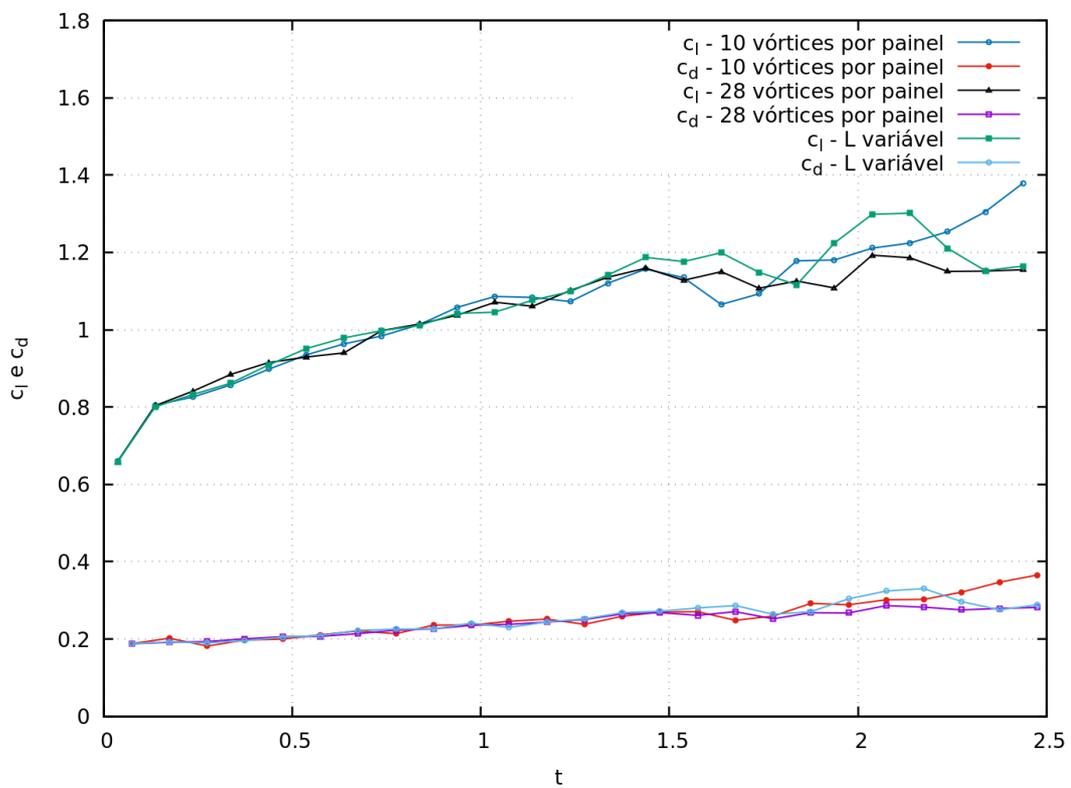


Figura 54 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 15^\circ$.

6.3.2 Simulações utilizando condição de Kutta na primeira iteração

As Figuras 55 a 58 trazem as curvas dos coeficientes de sustentação e arrasto ao longo do tempo quando é utilizada a condição de Kutta na primeira iteração.

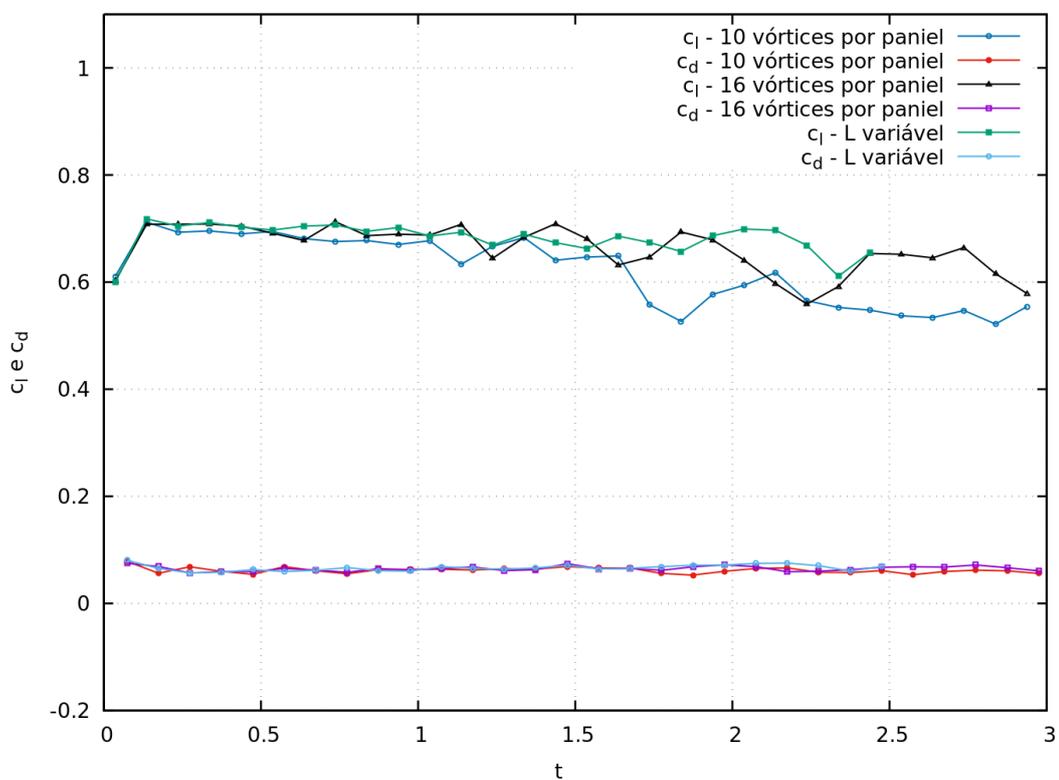


Figura 55 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 6^\circ$.

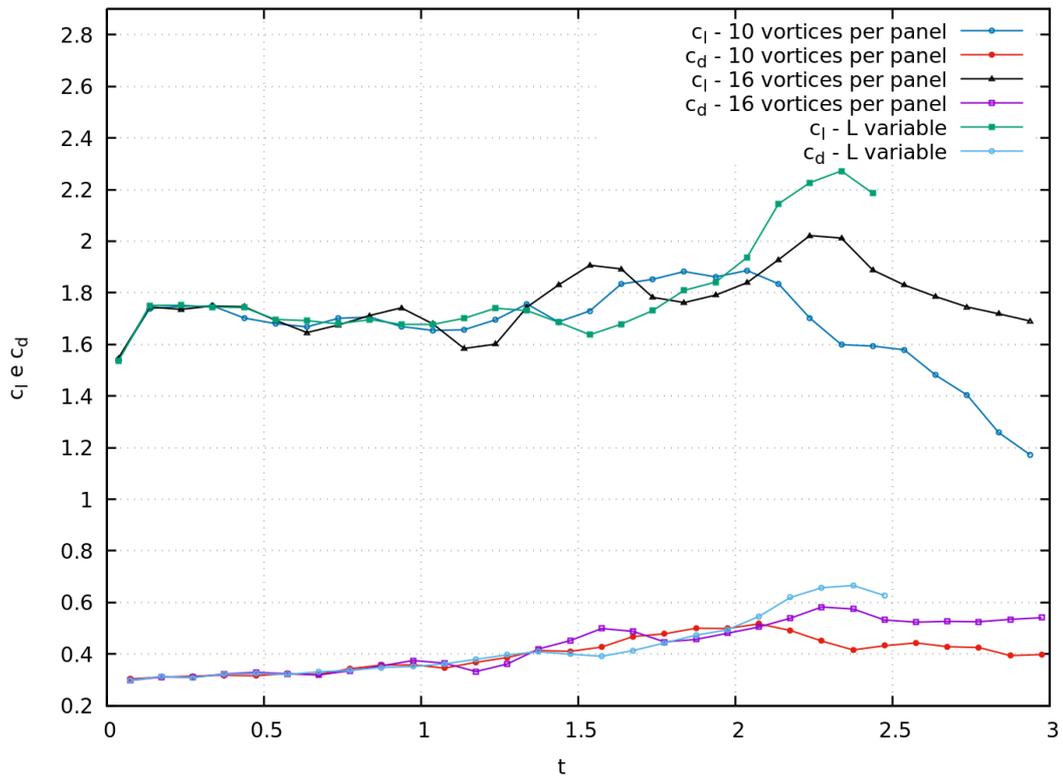


Figura 56 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.7 \times 10^5$ e $\alpha = 15^\circ$.

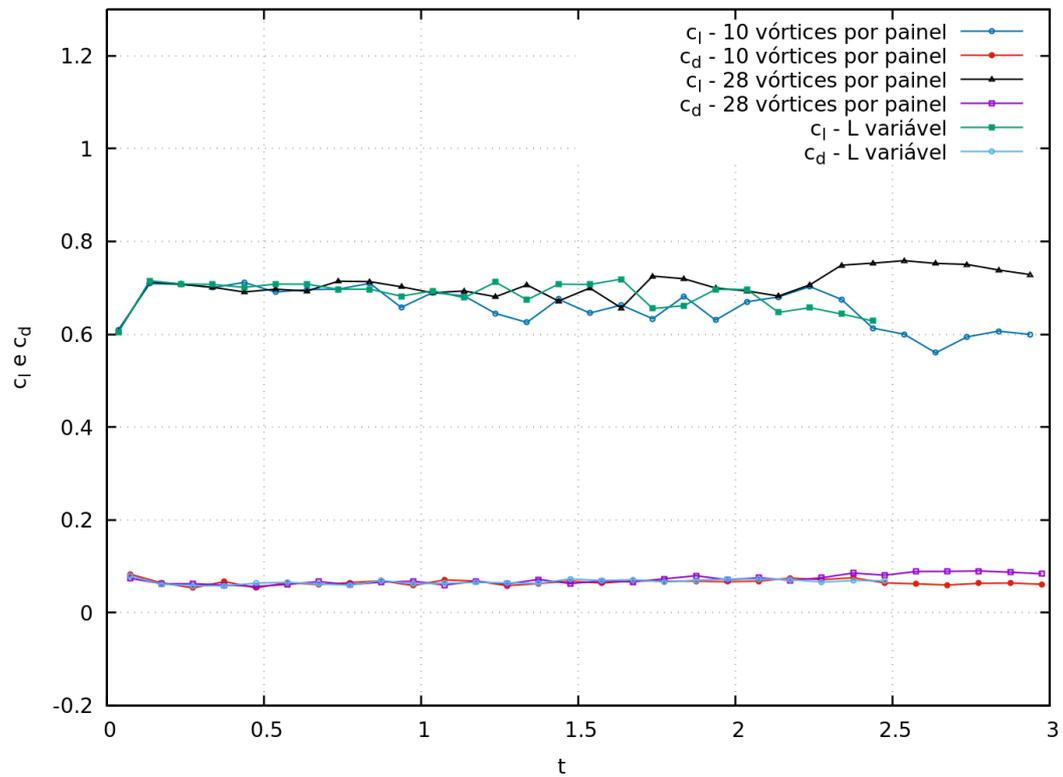


Figura 57 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 6^\circ$.

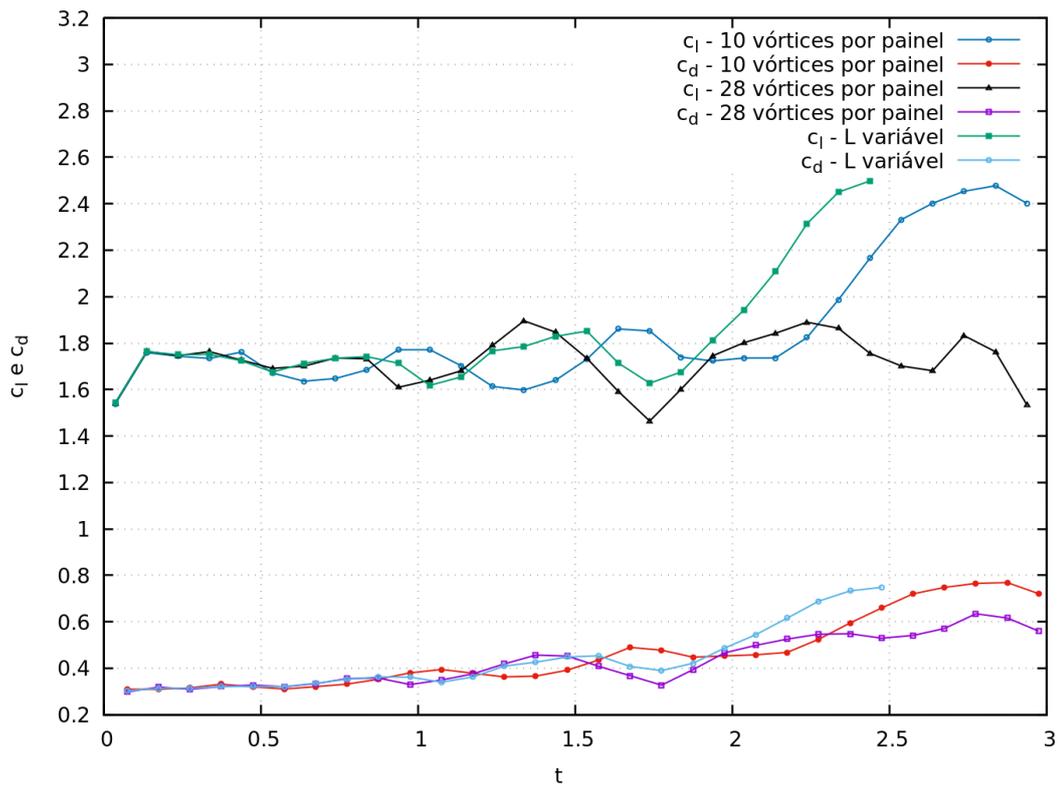


Figura 58 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 15^0$.

As figuras acima evidenciam que não há qualquer ganho na convergência quando a condição de Kutta é utilizada na primeira iteração. De fato, há atraso na convergência.

Adicionalmente, a Figura 59 mostra padrão da nuvem de vórtices intuitivamente incompatível com a física do escoamento.

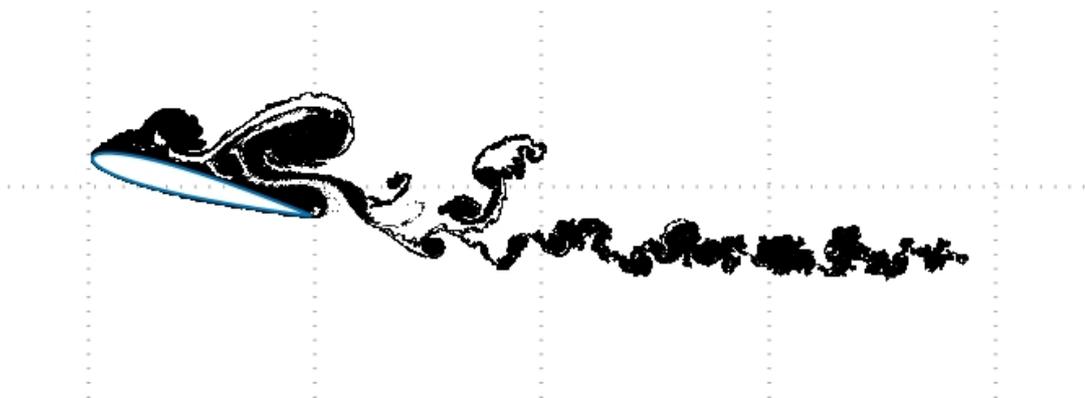


Figura 59 – Nuvem de vórtices de um escoamento ao redor do NACA0012 com $Re = 1.0 \times 10^6$ e $\alpha = 15^0$ utilizando-se a condição de Kutta na primeira iteração.

Assim, a utilização da condição de Kutta na primeira iteração não será mais explorada neste trabalho.

6.4 Influência da distância de nascimento dos vórtices

Ao longo das simulações realizadas, a posição de nascimento dos vórtices discretos mostrou-se de suma importância para a convergência. Mais especificamente, a distância de nascimento do vórtice ao corpo, e conseqüentemente o raio do núcleo, guardam forte relação com a convergência e, por razões explicadas mais adiante neste texto, com o custo computacional.

Em face disso, bem como levando-se em conta a natureza arbitrária da seleção deste parâmetro, foram realizadas simulações buscando analisar sua influência na convergência.

A Figura 60 traz os resultados.

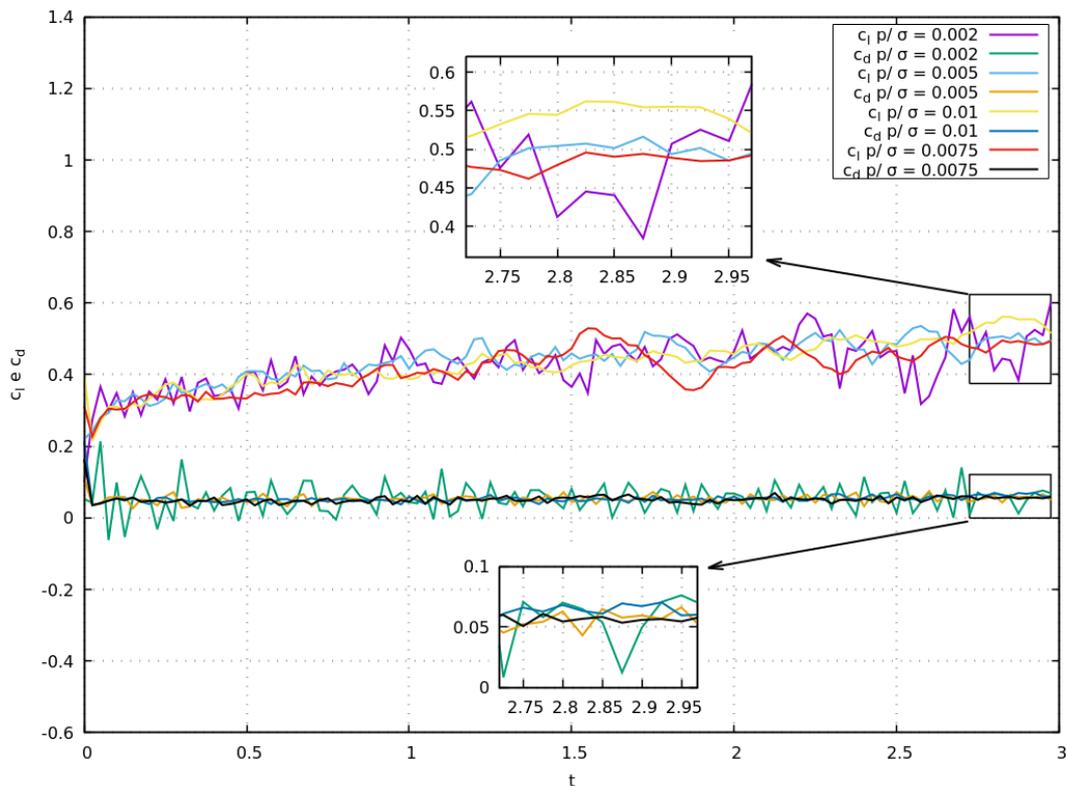


Figura 60 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$, $n = 250$ painéis.

A figura acima ilustra que quanto maior a distância de difusão, menor a oscilação característica de ruído e instabilidade e, conseqüentemente, melhor a convergência.

Uma escolha natural dentre os valores de δ_n e σ_0 estudadas na simulação representada pela Eq. 60 seria $\delta_n = \sigma_0 = 0.01$. Entretanto, deve-se ter em mente que a velocidade induzida por um vórtice discreto modelado como vórtice de Lamb é dada pela Eq. 3.13, porém reduz-se às Eqs. 3.10 e 3.11 quando a distância do ponto é menor do que o raio do núcleo do vórtice. O custo computacional necessário para cálculo da exponencial acarreta em maior tempo de simulação para uma nuvem composta de vórtices discretos com núcleos maiores. Além disso, um raio de núcleo maior tem influência direta na hierarquização

por caixas utilizada pelo método de Expansão em Multipolos Adaptativa utilizado para cálculo da etapa convectiva.

Assim, é adotado o valor $\delta_n = \sigma_0 = 0.005$ para a distância de difusão, o qual já se mostra estável para as simulações realizadas neste trabalho.

6.5 Número de vórtices nascentes variável em função do comprimento do painel

Foi explorada anteriormente a evolução da simulação quando são utilizados vários vórtices nascentes por painel. Conforme mostrado na Fig 13, os comprimentos dos painéis variam consideravelmente quando o perfil é discretizado pelo método dos cossenos visando uma maior resolução nas regiões de maior gradiente de pressão e velocidade. Esta seção busca estudar a convergência quando diferentes distribuições são utilizadas ao longo do perímetro.

6.5.1 Número de vórtices nascentes fixo

Nesta seção, é explorado o método proposto por Santiago(3), onde o número L de vórtices nascentes é obtido por meio da Eq. 3.44. A Figura 61 apresenta a distribuição em regiões com comprimento de painéis substancialmente distintos.

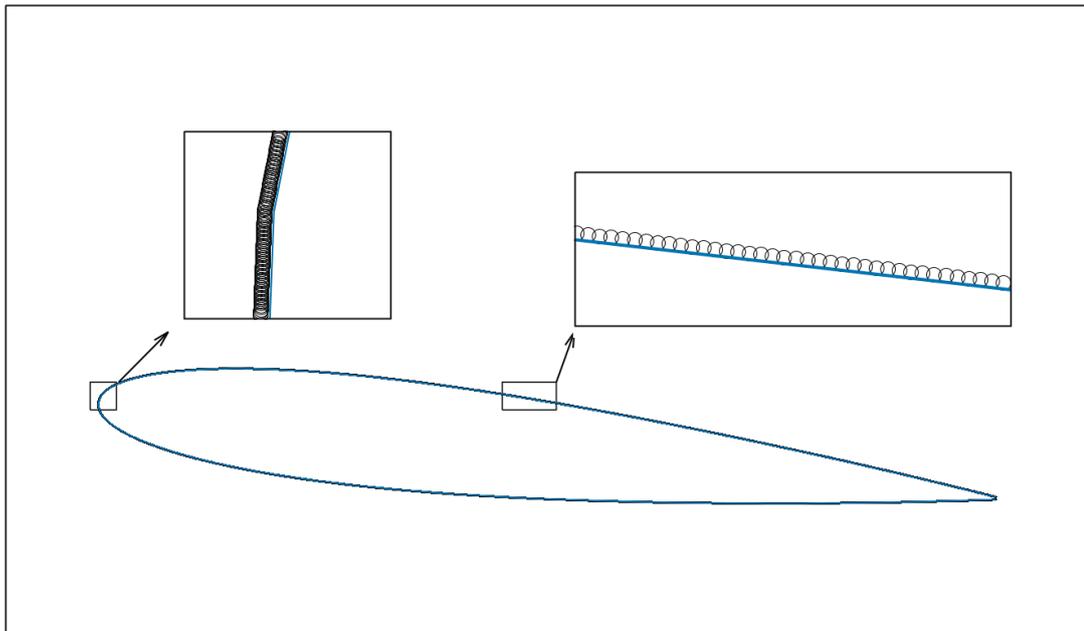


Figura 61 – Distribuição dos vórtices nascentes ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com $L = 28$, conforme 3.44.

A Fig 62 mostra a nuvem de vórtices para esta simulação.



Figura 62 – Nuvem de vórtices de simulação de escoamento ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com $L = 28$, $Re = 10^6$ e $\alpha = 6^\circ$.

6.5.2 Número de vórtices nascentes variável conforme Eq 3.45

Nesta seção, o número L de vórtices nascentes é obtido por meio da Eq. 3.45. A Figura 63 apresenta a distribuição em regiões com comprimento de painéis substancialmente distintos.

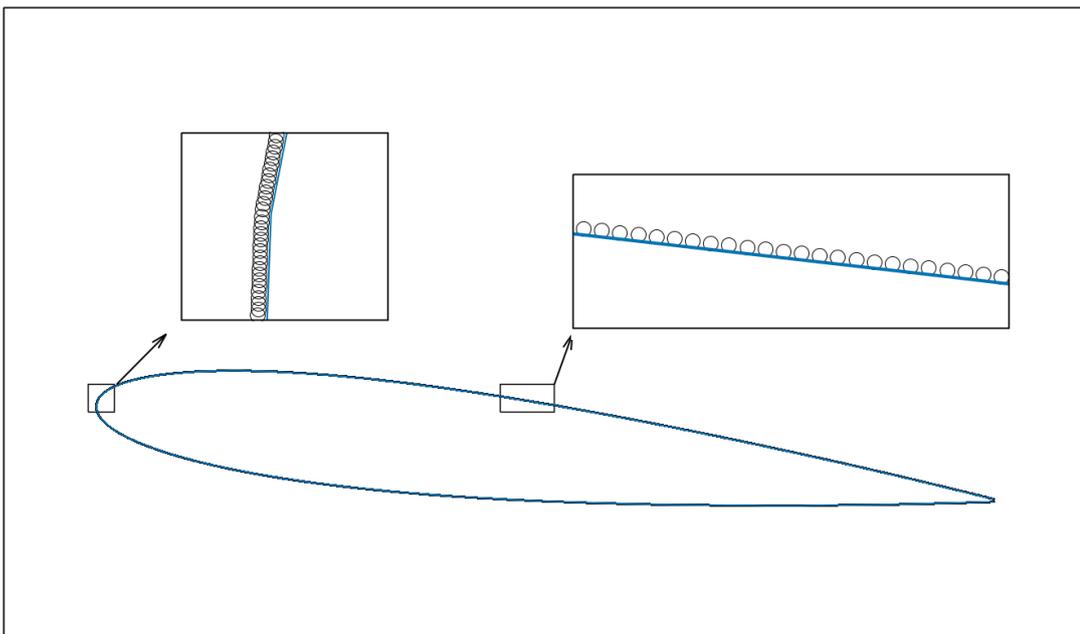


Figura 63 – Distribuição dos vórtices nascentes ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com L variável, conforme 3.45.

A Fig 64 mostra a nuvem de vórtices para esta simulação.

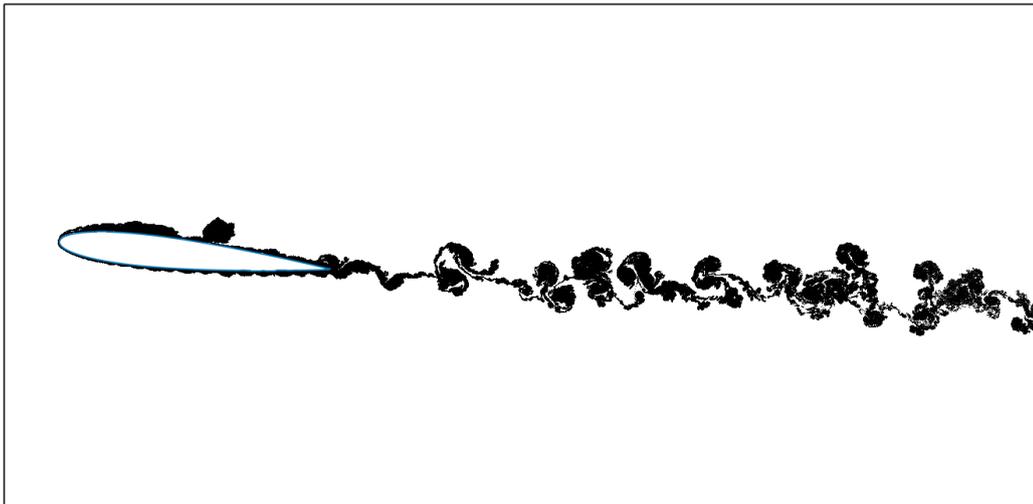


Figura 64 – Nuvem de vórtices de simulação de escoamento ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com L variável, conforme 3.45, $Re = 10^6$ e $\alpha = 6^\circ$.

6.5.3 Número de vórtices nascentes variável conforme Eq 3.46

Finalmente, a Figura 63 apresenta a distribuição em regiões com comprimento de painéis substancialmente distintos quando o número L de vórtices nascentes é obtido por meio da Eq. 3.46.

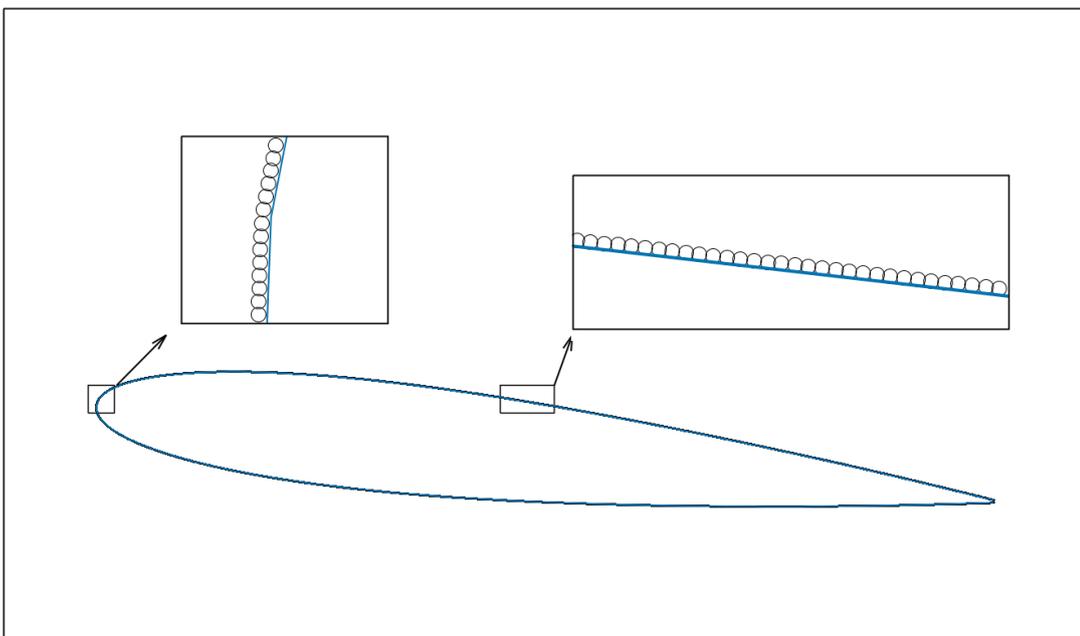


Figura 65 – Distribuição dos vórtices nascentes ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com L variável, conforme 3.46.

A Figura 66 mostra a nuvem de vórtices para esta simulação.

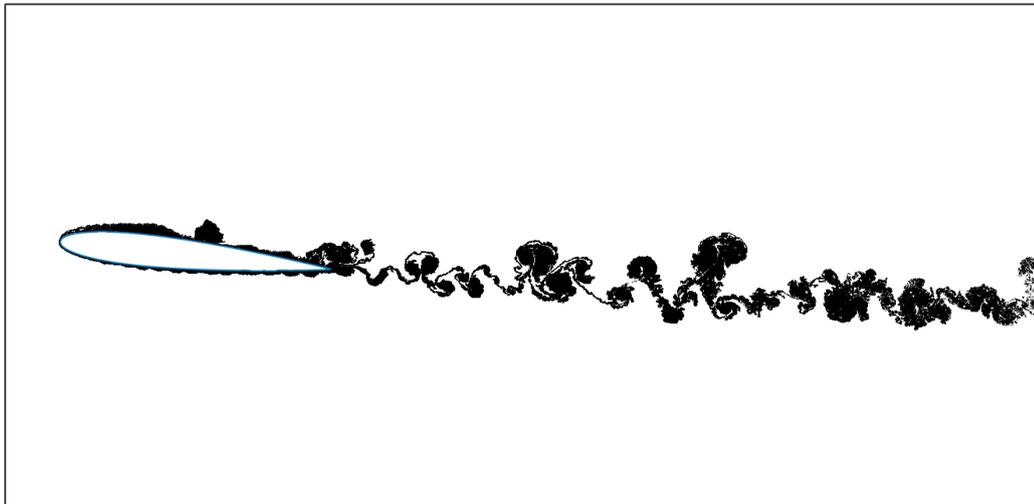


Figura 66 – Nuvem de vórtices de simulação de escoamento ao redor do NACA 0012 discretizado em 250 painéis com L variável, conforme 3.46, $Re = 10^6$ e $\alpha = 6^\circ$.

6.5.4 Convergência dos coeficientes de sustentação e arrasto

A Figura 67 mostra a evolução no tempo de c_l e c_d para os três casos estudados.

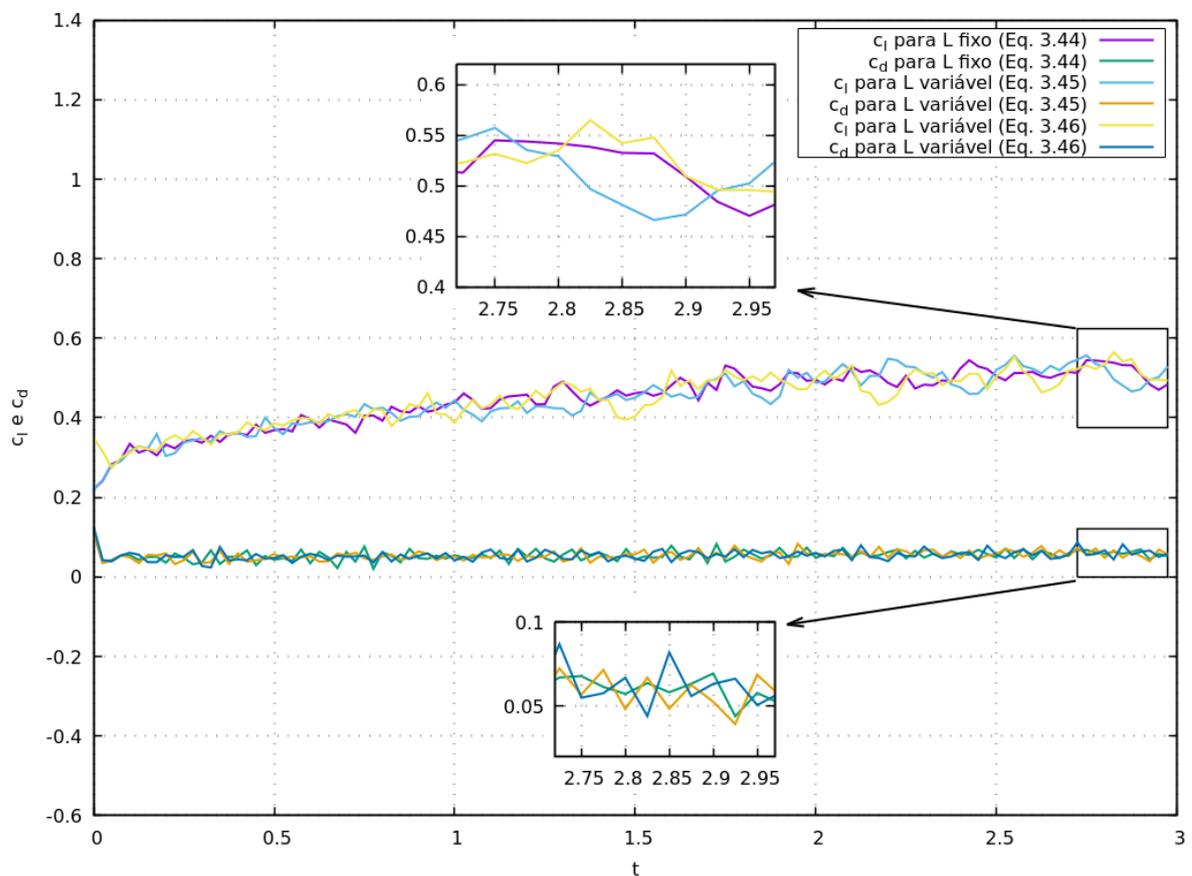


Figura 67 – Convergência de c_l e c_d para $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $n = 250$ painéis.

Conforme observado no gráfico acima, há uma variação sutil nas oscilações características de ruído. Os melhores resultados são aqueles obtidos com L fixo, conforme Eq. 3.44. Entretanto, conforme será mostrado na seção posterior, dentre os três métodos testados, este é o que apresenta maior tempo computacional. Por essa razão, aliado ao fato de que as diferenças nas oscilações mostradas são de pequenas proporções, será adotado o método que utiliza L vórtices nascentes variáveis de acordo com o comprimento do painel, baseado na Eq. 3.45

6.6 Considerações sobre o tempo computacional

As Figuras 68 e 69 mostram o tempo computacional necessário para a simulação em função do número de vórtices presentes na nuvem. Visando ilustrar a influência da distância de difusão δ_n no desempenho da simulação, foram realizadas simulações para $\delta_n = \sigma_0 = 0.005$ e $\delta_n = \sigma_0 = 0.002$.

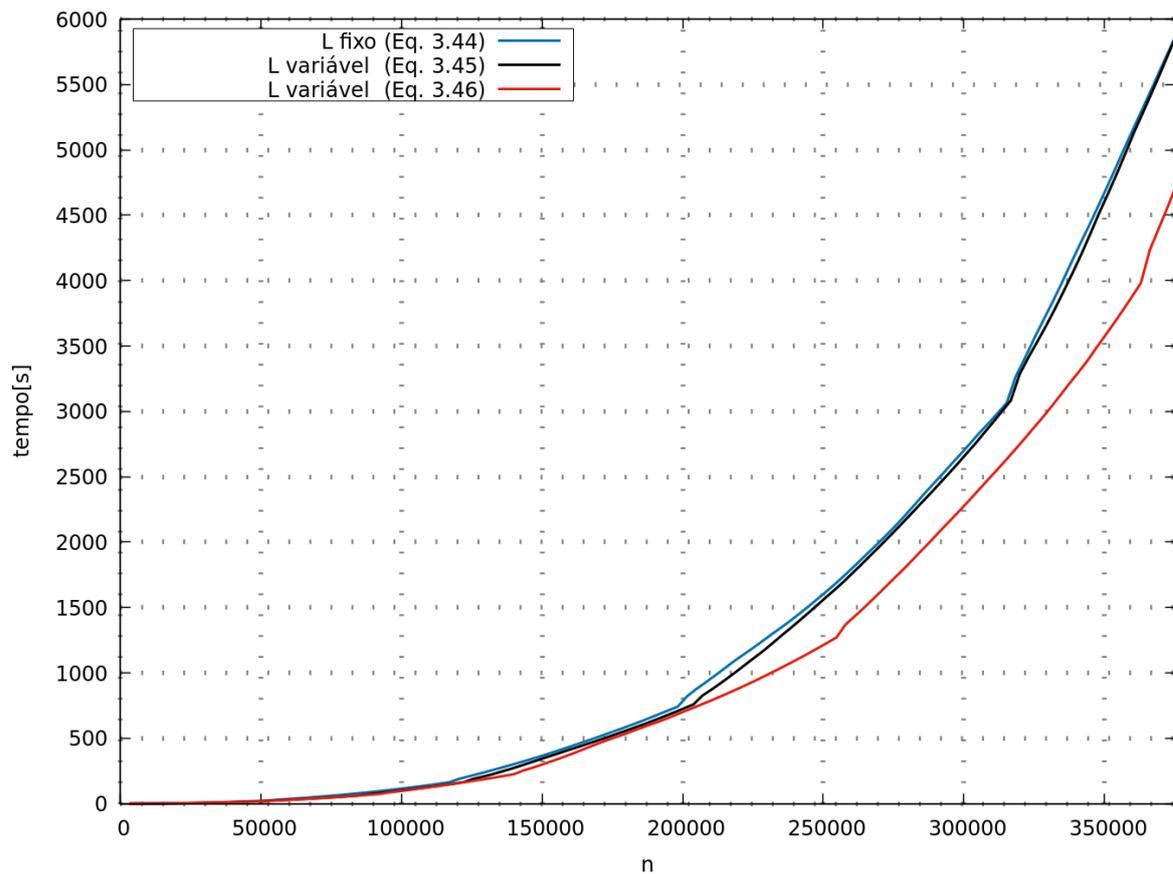


Figura 68 – Relação entre tempo computacional e número de vórtices a nuvem para $Re = 1.0 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$, $n = 250$ painéis e $\delta_n = \sigma_0 = 0.005$.

As simulações mostradas na figura acima diferem apenas no método de distribuição dos vórtices nascentes discutido na seção anterior. As diferenças de tempo computacional se devem à influência da distribuição dos vórtices discretos no desempenho do Método

de Expansão em Multipolos Adaptativo, seja pela adaptabilidade espacial e consequente hierarquização das caixas, seja pela quantidade de operações em situações onde a distância entre dois vórtices é menor do que a distância de dessingularização.

Na Figura 68 é possível visualizar claramente regiões onde a relação entre o número de vórtices e o tempo computacional torna-se mais abrupta. Tal efeito se deve à grande concentração de vórtices numa determinada região, fazendo com que uma caixa contendo tais vórtices seja dividida para que o número máximo de vórtices por caixa não seja ultrapassado. Entretanto, divisões sucessivas eventualmente fazem com que a dimensão da caixa torne-se menor do que a distância de dessingularização. Quando isto ocorre, é necessário aumentar o número máximo de vórtices por caixa, o que resulta em maior número de operações de cálculo direto.

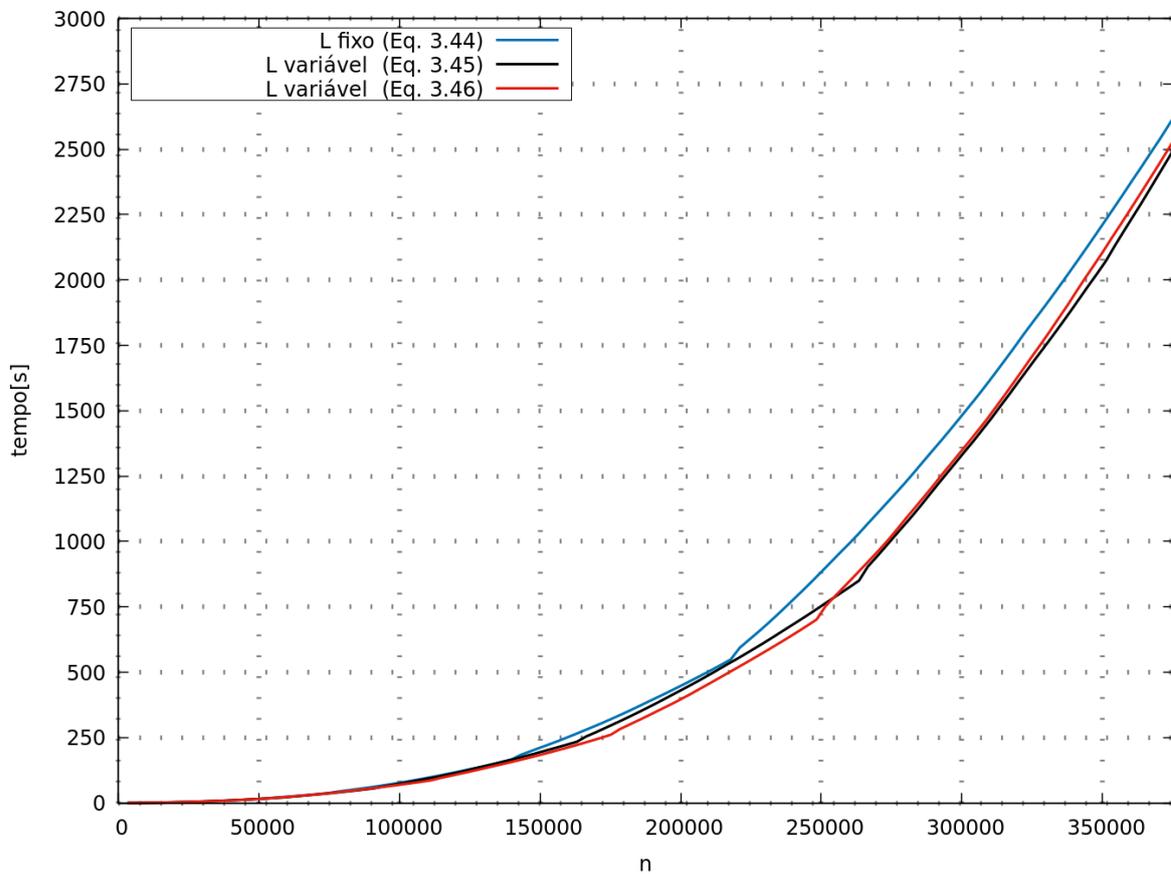


Figura 69 – Relação entre tempo computacional e número de vórtices a nuvem para $Re = 1.0 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$, $n = 250$ painéis e $\delta_n = \sigma_0 = 0.002$.

Na Figura 69 acima é possível observar diferenças no comportamento da simulação em relação à Figura 68, exemplificando a grande influência dos parâmetros na simulação pelo método dos vórtices.

No contexto do tempo computacional, cabe uma última observação. A Figura 70 mostra o tempo computacional necessário para simulação usando 1 e 2 vórtices nascentes

por painel.

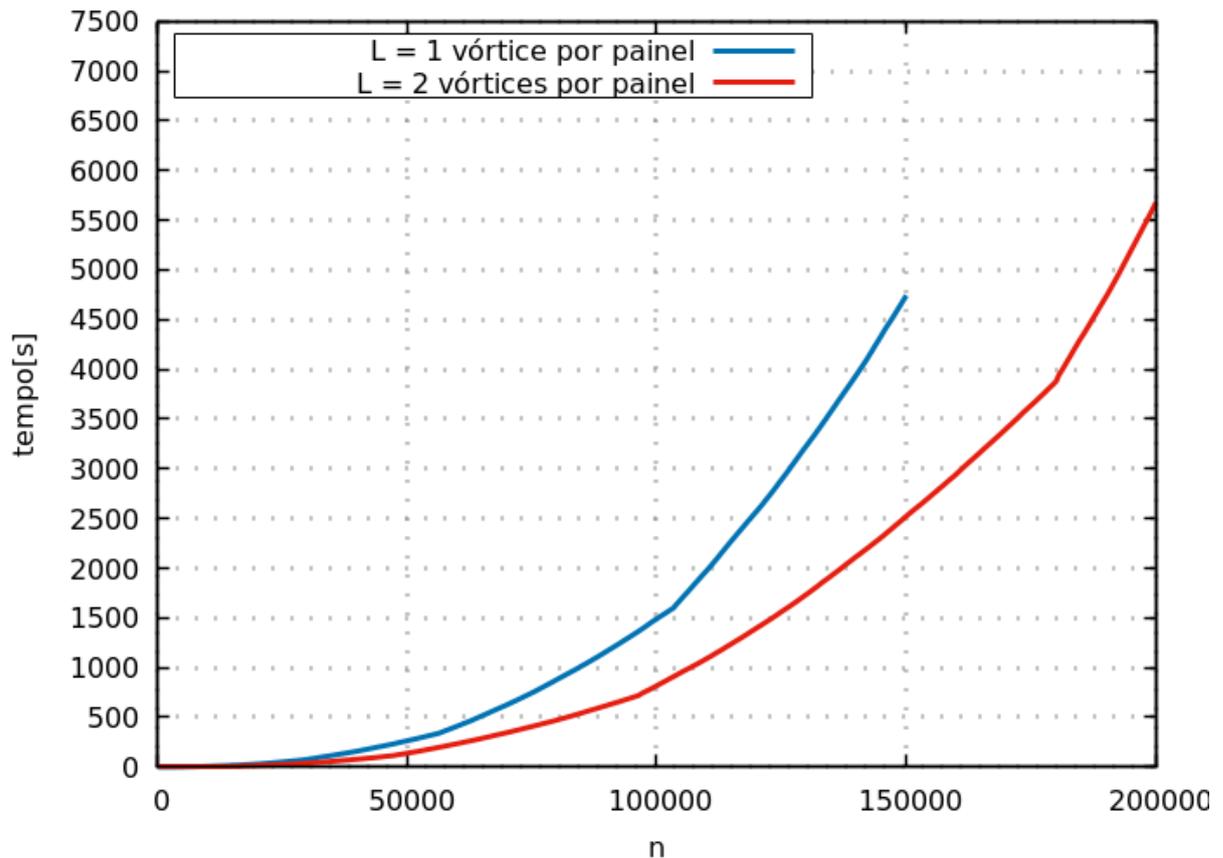


Figura 70 – Relação entre tempo computacional e número de vórtices na nuvem para $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^\circ$, $n = 250$ painéis e $\delta_n = \sigma_0 = 0.05$.

As Figuras 71 e 72 mostram a evolução dos coeficientes de sustentação e arrasto para as simulações usando 1 e 2 vórtices nascenes por painel, respectivamente.

Ao analisar as Figuras 71 e 72 graficamente, é possível perceber que a convergência é obtida aproximadamente em $t = 7.0$ para o caso ($L = 1$) e $t = 6.0$ para o caso ($L = 2$). No primeiro caso, tal situação é atingida após 280 iterações ($t/\delta_t = 7.0/0.025 = 280$) e no segundo caso, após 240 iterações. Para o primeiro caso ($L = 1$), a nuvem de vórtices é composta de 70 mil vórtices e para o segundo ($L = 2$) a nuvem é composta de 120 mil vórtices. A partir de uma análise conjunta das Figuras 70, 71 e 72 é possível inferir que menor tempo computacional é necessário, no presente caso, para atingir a convergência quando $L = 1$. É necessário, entretanto, um número adicional de iterações após a convergência para que se possa obter um valor médio no tempo.

Não obstante, a presente discussão limita-se ao caso em que busca-se apenas obter os coeficientes de sustentação e arrasto. Tal situação ilustra a complexidade da seleção dos parâmetros de simulação do método de vórtices.

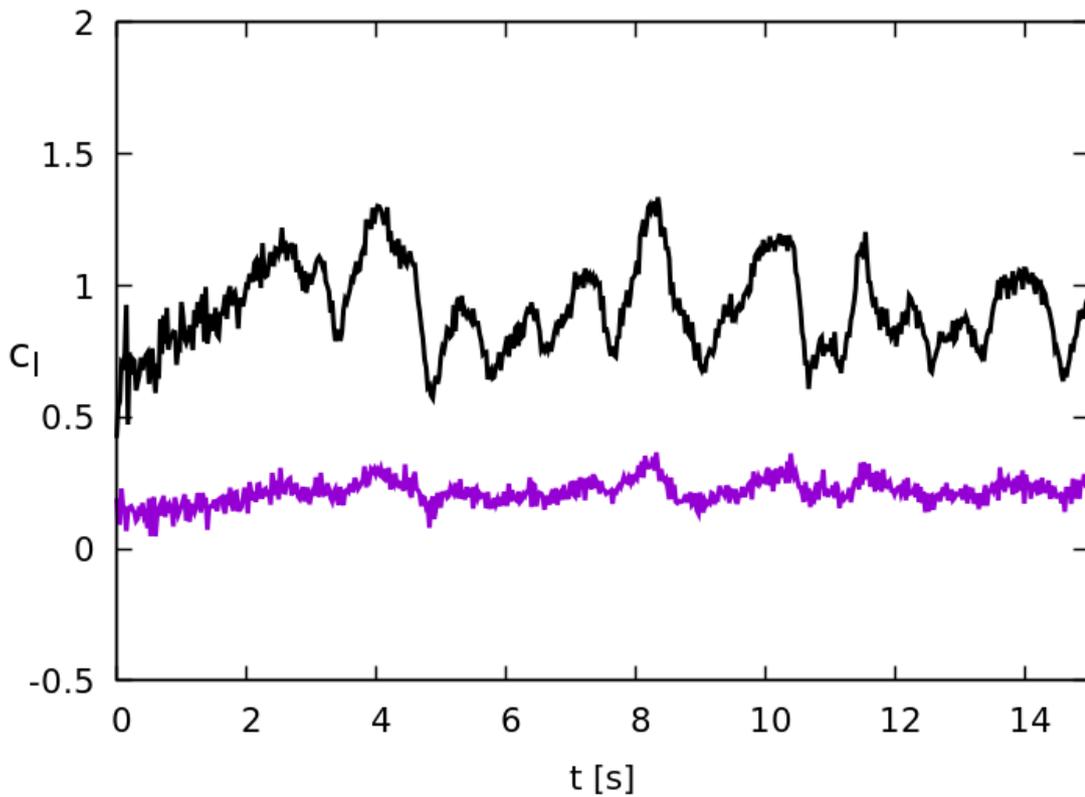


Figura 71 – C_l e c_d para $L = 1$ vórtice nascente por painel, $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^\circ$, $n = 250$ painéis e $\delta_n = \sigma_0 = 0.05$.

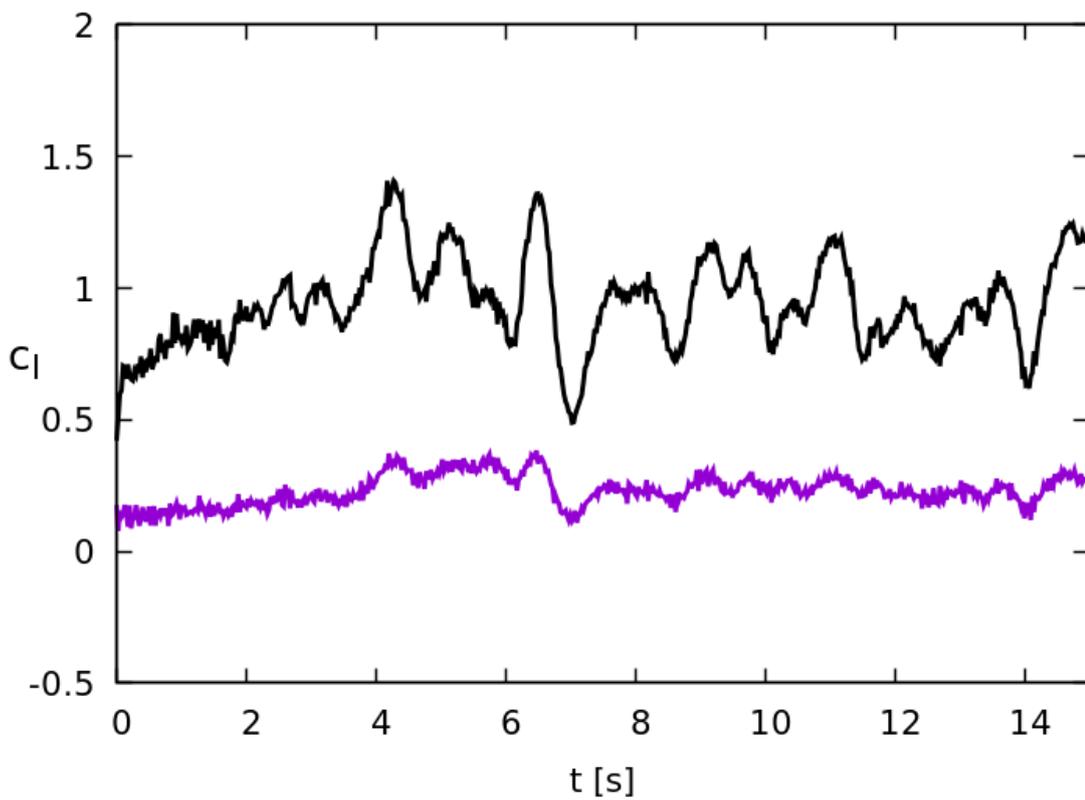


Figura 72 – C_l e c_d para $L = 2$ vórtices nascentes por painel, $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^\circ$, $n = 250$ painéis e $\delta_n = \sigma_0 = 0.05$.

7 RESULTADOS - VALIDAÇÃO DO MODELO

Em uma etapa preliminar à simulação da geometria objeto de estudo deste trabalho, o presente capítulo desenvolve o escoamento ao redor do aerofólio NACA 0012 utilizando os parâmetros selecionados a partir das análises feitas no Capítulo 6.

Os resultados das simulações realizadas neste capítulo são utilizados para validar o modelo desenvolvido, efetuando-se comparação com resultados encontrados na literatura, sendo esses resultados tanto experimentais quanto numéricos. O aerofólio NACA 0012 tem sido objeto de estudo de uma ampla gama de trabalhos acadêmicos, havendo, portanto, abundante informação que permitem comparação validação.

O estudo de escoamento ao redor de corpos bidimensionais que geram sustentação é de sumo interesse na engenharia. Apesar de escoamentos verdadeiramente bidimensionais não existirem na natureza, elevada quantidade de informações podem ser extraídas de simulações deste tipo. Particularmente, é prática comum o uso de correlações para obtenção dos coeficientes de sustentação e arrasto de uma asa tridimensional a partir dos coeficientes oriundos do escoamento bidimensional sobre a seção transversal desta asa. Tais correlações têm raízes na teoria da asa finita descrita inicialmente por Prandtl(36).

7.1 Resultados preliminares

Visando fornecer uma visualização da convergência dos coeficientes de sustentação e arrasto para o NACA 0012 em baixos ângulos de ataque, as Figuras 73 e 74 mostram a evolução destes coeficientes ao longo do tempo, enquanto a Figura 75 mostra a distribuição do coeficiente de sustentação ao redor do aerofólio, qual seja $\alpha = 4^\circ$, para um número de Reynolds $Re = 1.7 \times 10^5$. A Figura 76 mostra a esteira de vorticidade para a mesma simulação.

De forma análoga, as Figuras 77, 78, 79 e 80 trazem informações equivalentes para um ângulo de ataque moderado $\alpha = 8^\circ$.

Finalmente, as Figuras 81, 82, 83 e 84 mostram os resultados para um elevado ângulo de ataque, onde $\alpha = 18^\circ$.

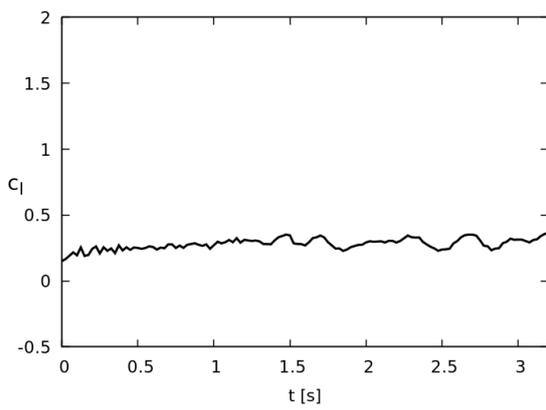


Figura 73 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$.

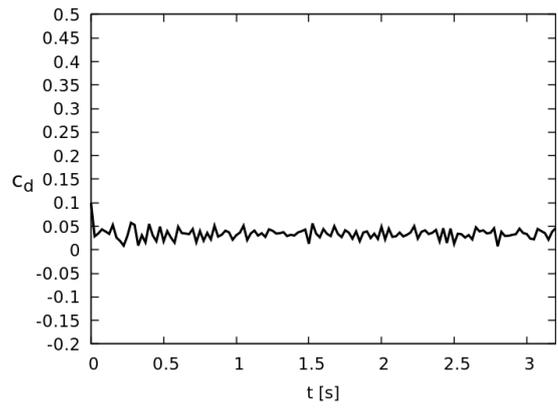


Figura 74 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$.

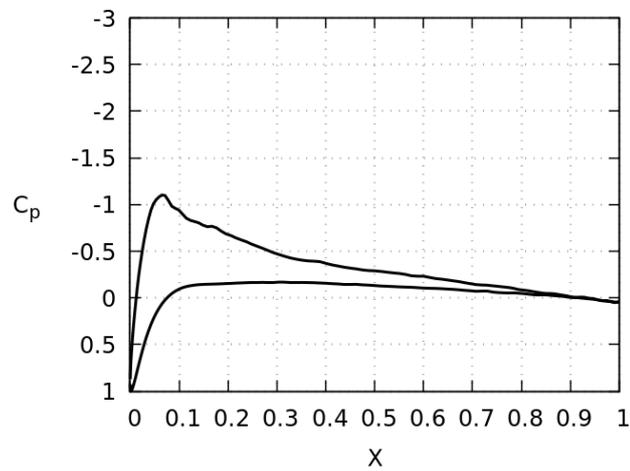


Figura 75 – Coeficiente de pressão (c_l). $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$.



Figura 76 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$.

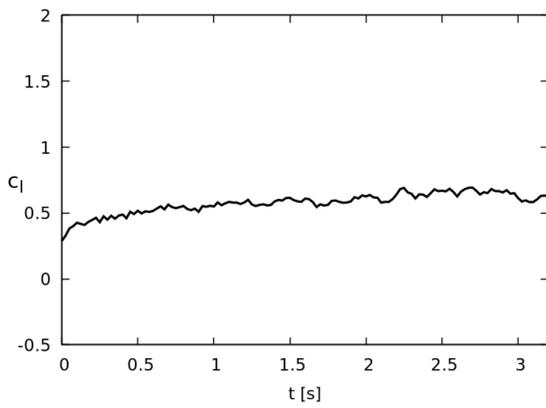


Figura 77 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1,7 \times 10^5$, $\alpha = 8^\circ$.

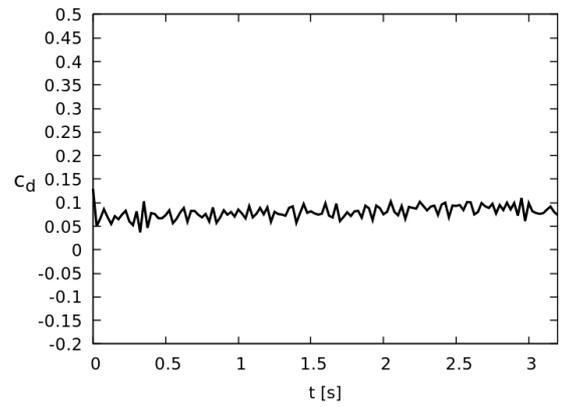


Figura 78 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^\circ$.

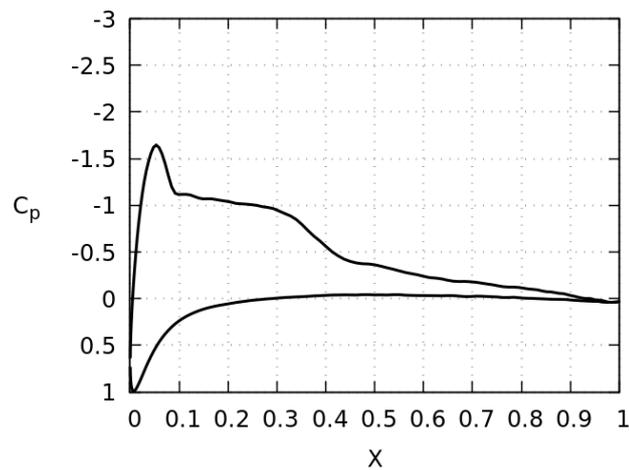


Figura 79 – Coeficiente de pressão (c_l). $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^\circ$.

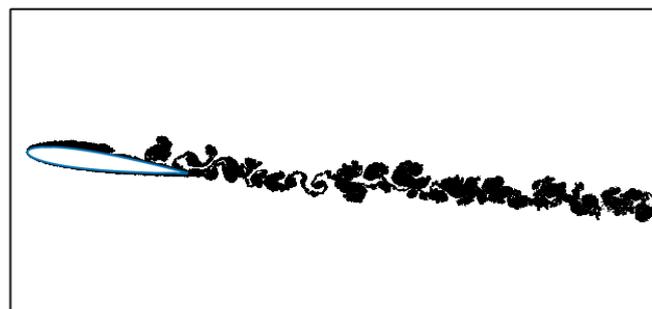


Figura 80 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^\circ$.

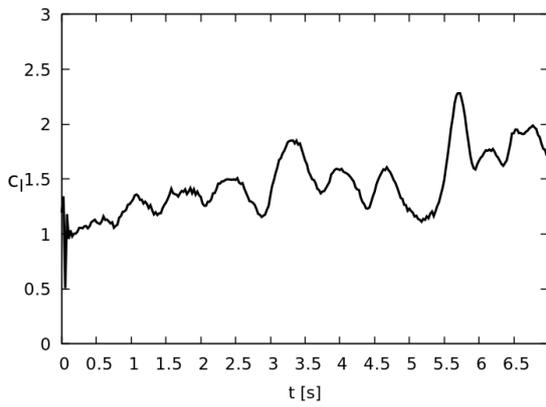


Figura 81 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^\circ$.

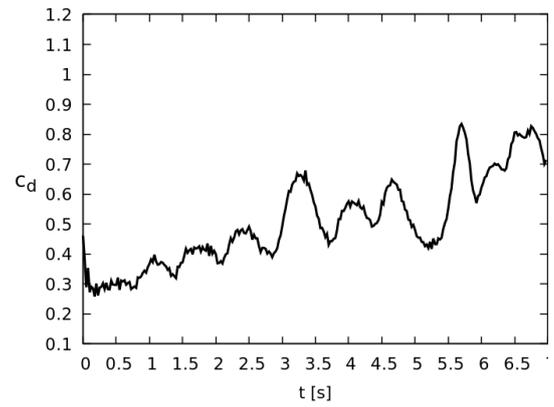


Figura 82 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^\circ$.

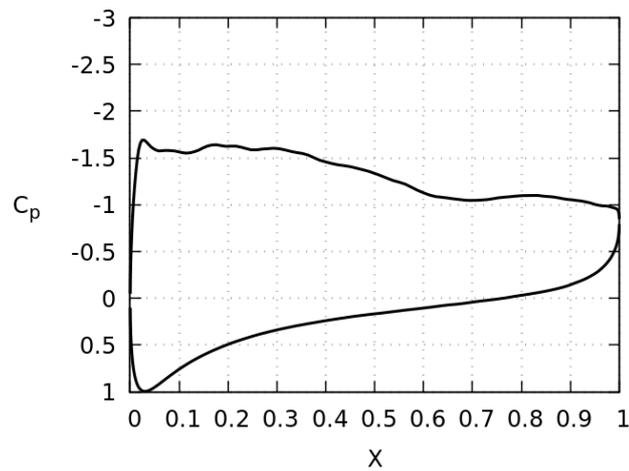


Figura 83 – Coeficiente de pressão (c_l). $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^\circ$.



Figura 84 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^\circ$.

Ao comparar-se os resultados mostrados nas Figuras 73, 77 e 81, pode-se citar a convergência mais rápida ocorre para o escoamento com $\alpha = 4^0$, enquanto a mais tardia ocorre para $\alpha = 18^0$. Tal fato tem relação com a física do problema, uma vez que ângulos de ataque mais elevados resultam em regimes altamente transientes, com grandes oscilações dos coeficientes, que por sua vez resultam do desprendimento de estruturas rotacionais, efeito característicos do estol.

O caráter altamente transiente dos escoamentos para grandes ângulos de ataque exige simulação para tempos adimensionais mais longos, o que acarreta em elevado tempo computacional. Assim, caso seja de interesse apenas o levantamento dos coeficientes aerodinâmicos, podem ser selecionados parâmetros conforme análises citadas no capítulo 6, tais como redução da distância de nascimento dos vórtices e redução no número de vórtices nascentes por painel. Tais medidas tornam a simulação menos representativa do escoamento real, entretanto são suficientes para uma obtenção da média temporal satisfatória para c_l , c_d e c_p .

O desprendimento das estruturas de vorticidade de maior escala e as instabilidades de Kelvin-Helmoltz podem ser vistos na Figura 84.

7.2 Coeficientes de sustentação e arrasto para o aerofólio NACA 0012

As Figuras 85 e 86 apresentam, respectivamente, as curvas de c_l e c_d em função do ângulo de ataque α para as simulações realizadas neste trabalho, bem como dados obtidos por outros autores.

Pode-se perceber que, para uma razoável faixa de α , os resultados para o coeficiente de sustentação do presente trabalho se aproximam satisfatoriamente daqueles obtidos por outros autores. Em relação ao coeficiente de arrasto há considerável discordância, exceto em relação a Silva(31). A proximidade dos resultados com aqueles obtidos por Silva(31) se explica pelo fato dos coeficientes terem sido obtidos pelo método de Lewis(7), bem como pelo uso do Método do Avanço Randômico para simulação da etapa difusiva.

Blevins(37) apresenta resultados experimentais, enquanto Santiago(3) apresenta resultados para simulações pelo método de painéis e de vórtices utilizando, para cálculo de c_l e c_d , o método apresentado por Shintani e Akamatsu(38). Spalart(39) apresenta resultados numéricos, porém por metodologias distintas do Método de Vórtices.

A dificuldade de obtenção de resultados precisos para c_l nas regiões de estol se deve às características altamente rotacionais do escoamento nessas condições. Ressalta-se que a turbulência é um fenômeno intrinsecamente tridimensional, havendo, portanto, perda de informação ao modelar-se um escoamento turbulento como bidimensional.

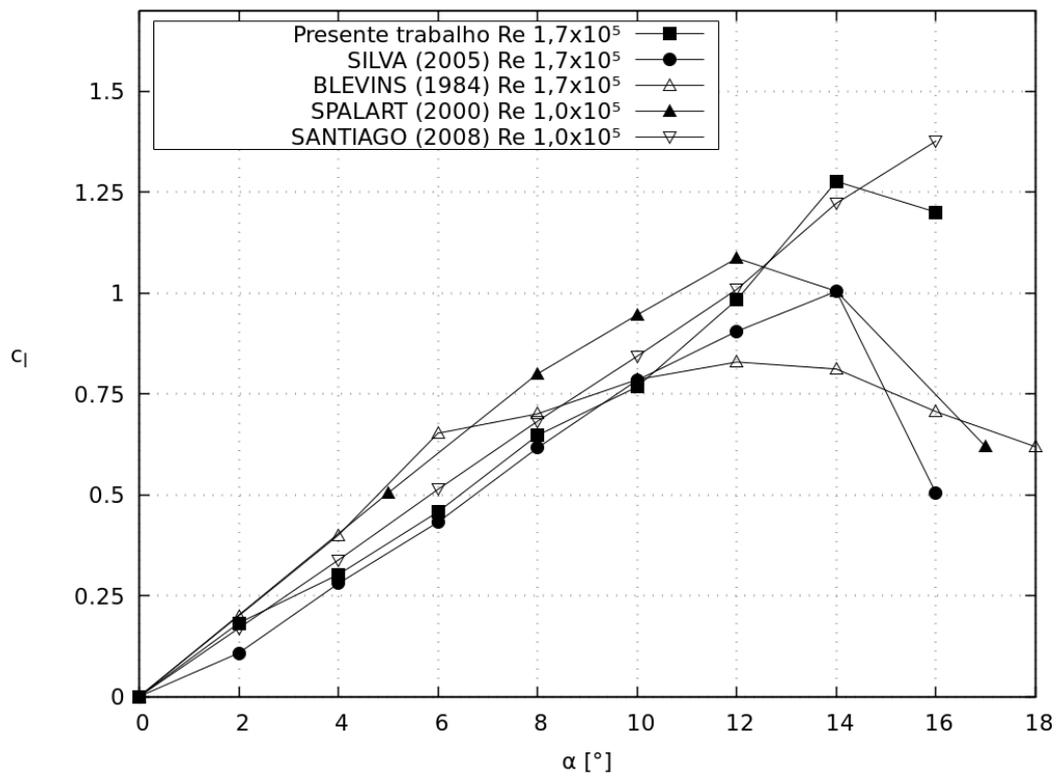


Figura 85 – Coeficiente de sustentação c_l .

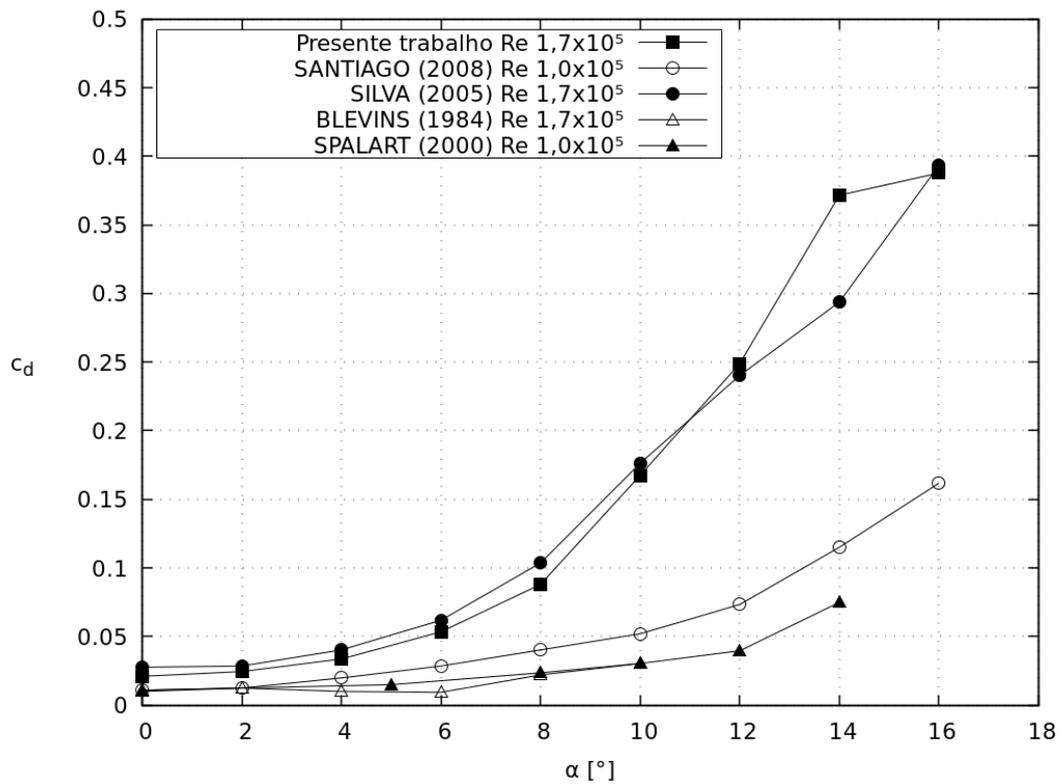


Figura 86 – Coeficiente de arrasto c_d .

Não obstante, para valores mais baixos de α os resultados obtidos no presente trabalho para c_l apresentam razoável concordância com os demais autores citados. Tal fato se explica pelo coeficiente de sustentação ser governado majoritariamente por forças de pressão. Já para c_d , cujas forças têm origem majoritariamente viscosas, a dificuldade dos métodos aqui utilizados para modelar o escoamento viscoso prejudicaram a obtenção de melhores resultados.

8 RESULTADOS - APLICAÇÃO DO MODELO AO PERFIL DO MÍSSIL SS T-09 TS

Concluída a implementação do modelo, o qual foi devidamente validado por meio de resultados obtidos para o aerofólio NACA 0012, é possível aplicar o método para a geometria objeto de estudo deste texto (Fig 39). Os parâmetros de simulação são aqueles selecionados no Capítulo 6: $\delta t = 0.025$, $\delta_n = \sigma = 0.005$, $n = 250$ painéis e $h/\sigma = 0.8$. A quantidade de vórtices por painel é aquela obtida com base na Eq. 3.45, sendo variável em função do comprimento do painel.

Para seleção do número de Reynolds foi considerado voo a nível do mar a $Mach = 0.85$, levando-se em conta ainda uma seção transversal com 30 cm de comprimento na raiz da superfície. Considerando as propriedades do ar conforme atmosfera padrão, temos a temperatura $T = 15^\circ\text{C} = 288\text{ K}$, a massa específica $\rho = 1.225\text{ kg/m}^3$, a viscosidade dinâmica $\mu = 1.812 \times 10^{-5}\text{ Pa.s}$, o coeficiente de expansão adiabática $\gamma = 1.4$ e a constante do gás $R = 287\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Logo, a velocidade do som no ar (a) é dada por

$$a = \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{1.4 \times 287 \times 288} = 340.17\text{ m/s}$$

Assim, a velocidade de deslocamento do míssil é $Ma = 0,85 \times 340.17 = 289.15\text{ m/s}$. Logo, o número de Reynolds é dado por

$$Re = \frac{\rho V l}{\mu} = \frac{1.225 \times 289,15 \times 0.30}{1,812 \times 10^{-5}} = 5.8 \times 10^6$$

Logo, um número de Reynolds $Re = 6.0 \times 10^6$ representa de forma satisfatória a ordem de grandeza do problema. Adicionalmente, foram realizadas simulações para $Re = 1.0 \times 10^6$ e $Re = 3.0 \times 10^6$.

8.1 Resultados preliminares

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos considerando $Re = 3.0 \times 10^6$. Uma vez que as aletas de mísseis de cruzeiro são superfícies que não apresentam grandes ângulos de ataque, foram realizadas simulações para uma faixa $-7.0^\circ < \alpha < 7.0^\circ$.

As Figuras 87 e 88 apresentam, para $\alpha = -7.0^\circ$, respectivamente, a evolução temporal dos coeficientes de sustentação e arrasto, enquanto a Figura 89 mostra a nuvem de vórtices ao final da simulação.

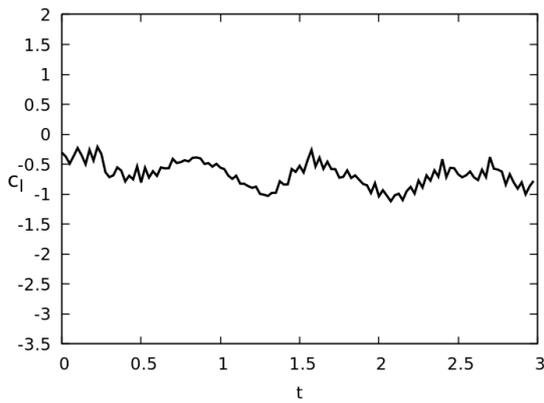


Figura 87 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$.

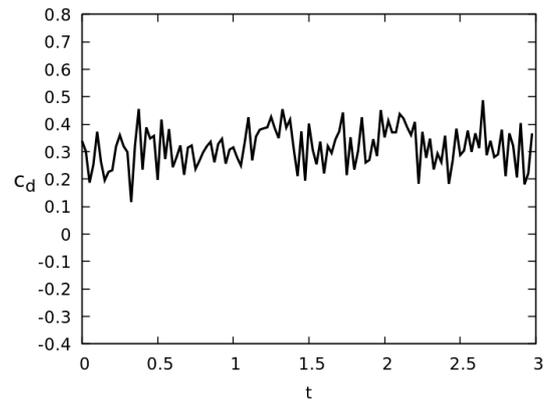


Figura 88 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$.

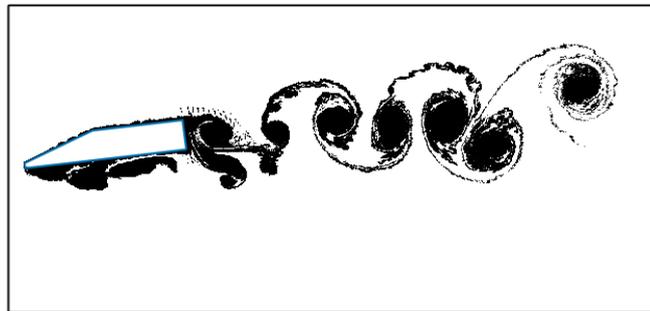


Figura 89 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$.

Similarmente, as Figuras 90, 91 e 92 trazem as mesmas informações para $\alpha = 0^\circ$.

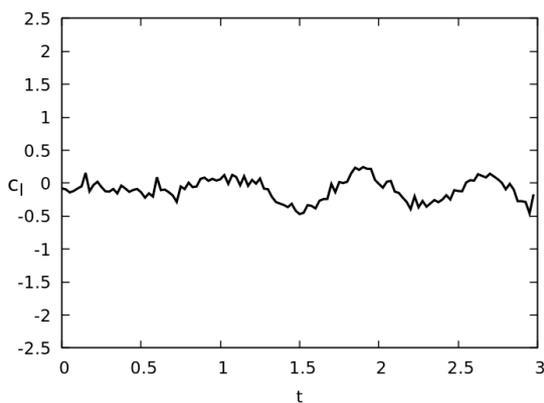


Figura 90 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

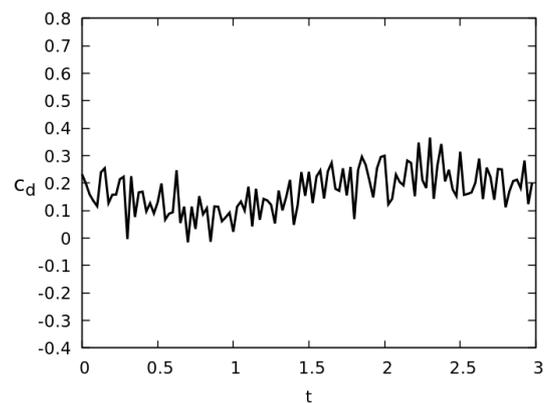


Figura 91 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

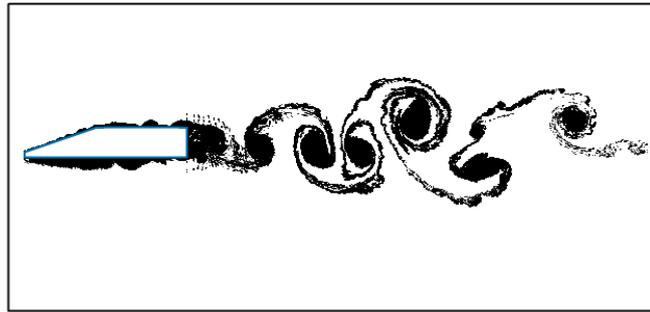


Figura 92 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$.

Por último, são mostrados os resultados para $\alpha = 7.0^0$ nas Figuras 93, 94 e 95.

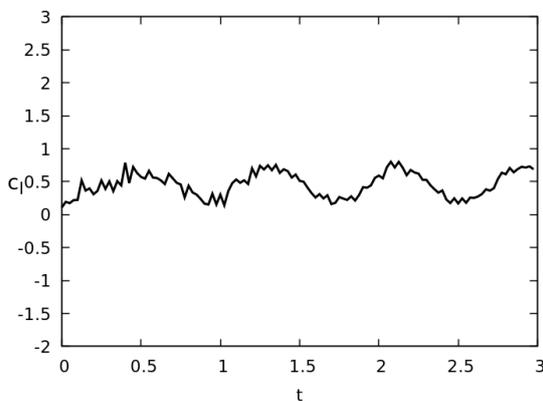


Figura 93 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$.

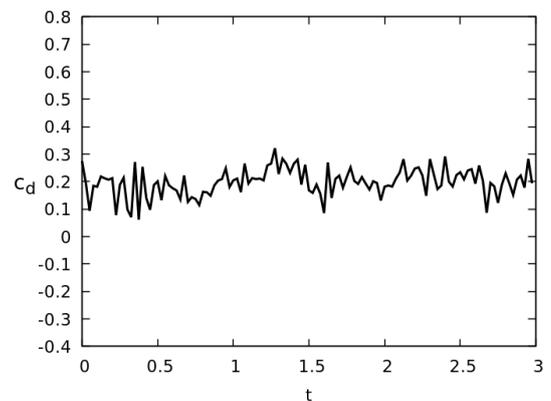


Figura 94 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$.

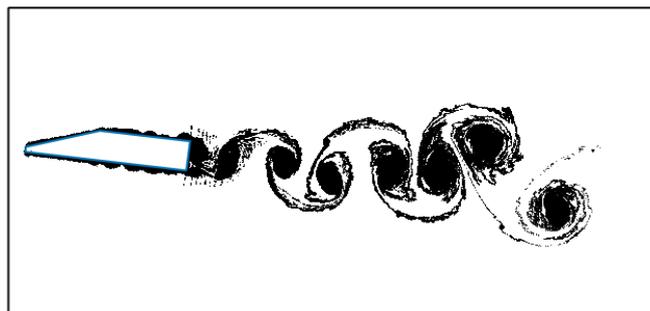


Figura 95 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^0$.

Uma análise gráfica da evolução temporal dos coeficientes da evolução sustentação mostrados nas Figuras 87, 90 e 93, bem como para os coeficientes de arrasto mostrados nas Figuras 88, 91 e 94, sugerem convergência destes parâmetros, com oscilações no tempo características de regime transiente, sendo possível identificar três ciclos de oscilação nas curvas de evolução temporal dos coeficientes de sustentação e arrasto.

A nuvem de vórtice mostrada na Figura 89, para o perfil com ângulo de ataque $\alpha = -7^\circ$, apresenta diversos pontos de separação em regiões onde o escoamento encontra ângulos acentuados, e, portanto, há grandes gradientes de pressão, velocidade e, conseqüentemente, vorticidade.

De fato, as flutuações temporais características de ruídos possuem maior amplitude neste caso do que nos demais mostrados. Ainda assim, tal característica não impede tomada de uma média confiável, pois os períodos de oscilação são de certa forma evidentes nas figuras.

As Figuras 89, 92 e 95 mostram ainda o padrão de vórtices de Von Karman, que é característico de escoamentos ao redor de corpos rombudos. Tal padrão é esperado em virtude da geometria aqui estudada, a qual termina de forma abrupta, sem qualquer tipo de suavização, em oposição ao que ocorre em bordos de fuga de aerofólios convencionais.

Ainda nas Figuras 89, 92 e 95 é possível ver um padrão anormal de distribuição de vórtices discretos a região altamente rotacional imediatamente após o bordo de fuga. Tal padrão resulta da dificuldade da subrotina de reflexão em tratar os vórtices que adentram o corpo na região próxima ao bordo de fuga, pois este possui geometria vertical. Entretanto, a quantidade de vórtices nesta situação foi considerada desprezível ante ao montante total contido na esteira viscosa, e a sua influência foi desconsiderada. A Figura 96 mostra, através do campo vetorial da velocidade, a recirculação na região do bordo de fuga da aleta.

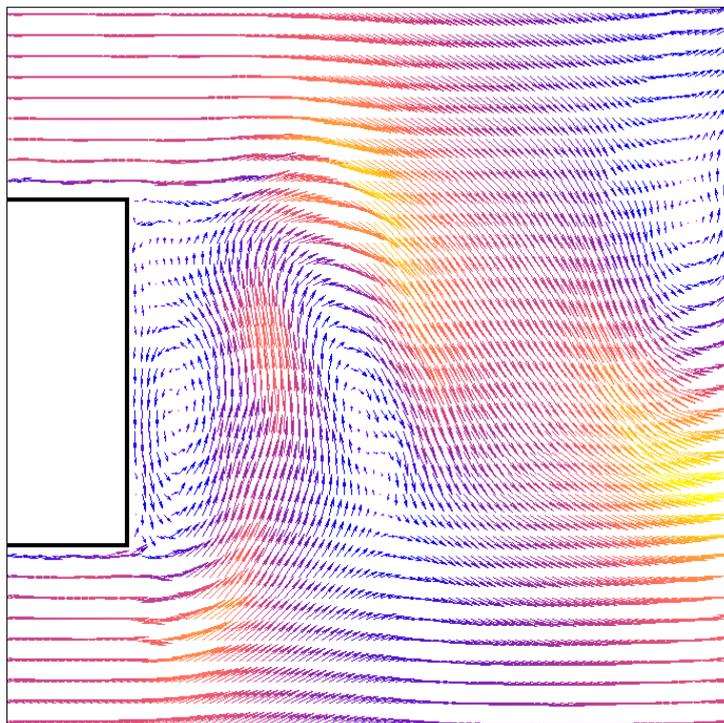


Figura 96 – Campo vetorial da velocidade de escoamento na região do bordo de fuga da aleta do míssil SS T-09 TS. $Re = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$.

As características do escoamento discutidas nesta seção, a saber a nítida convergência dos coeficientes de sustentação e arrasto e o padrão de comportamento da esteira viscosa, atestam que o modelo desenvolvido é suficientemente robusto para simulação de escoamentos ao redor de corpos com cantos vivos, à semelhança do perfil objeto de estudo do presente trabalho.

8.2 Obtenção dos coeficientes aerodinâmicos para o perfil SS T-09 TS

Aletas de mísseis de cruzeiro tipicamente apresentam baixos ângulos de incidência e, conseqüentemente, baixos ângulos de ataque em voo nivelado. Assim, foram obtidos os coeficientes de sustentação e arrasto para ângulos de ataque de $\alpha = -7^\circ$ a $\alpha = 7^\circ$.

As curvas para os coeficientes de sustentação e arrasto são mostradas nas Figuras 97 e 98, respectivamente.

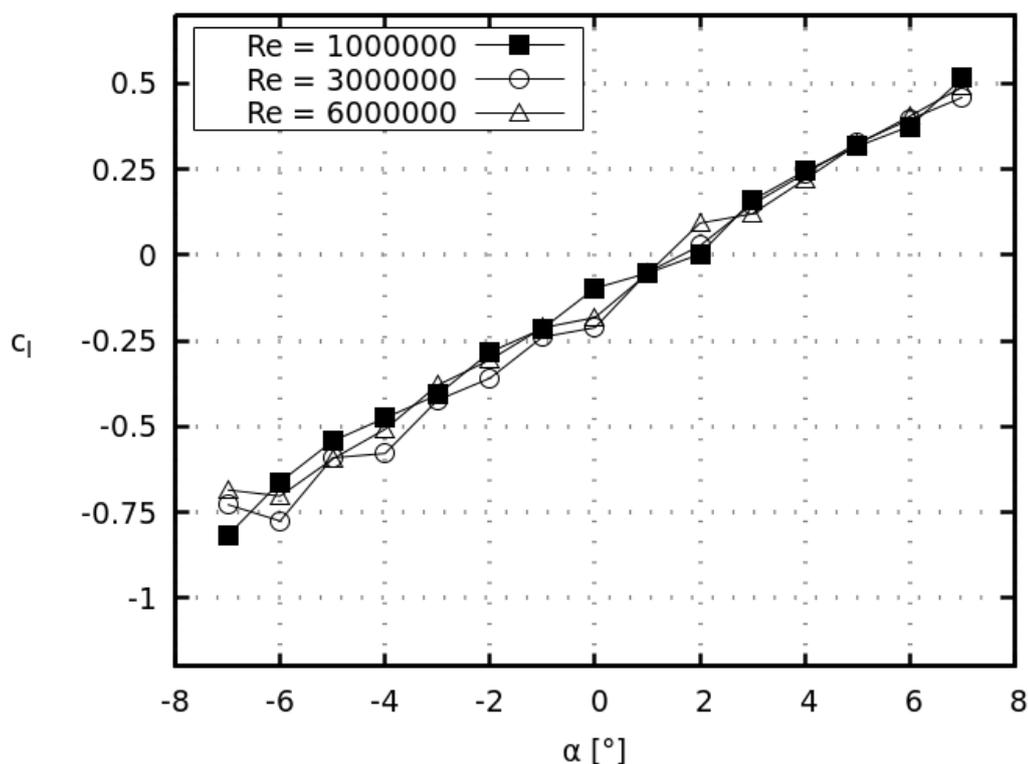


Figura 97 – Coeficiente de sustentação para o perfil da susperfície de controle do míssil SS T-09 TS para diferentes números de Reynolds.

Embora não haja resultados de outros autores que permitam comparação com os resultados mostrados nas Figuras 97 e 98, as curvas obtidas mostram-se coerentes, apresentando ordens de grandeza esperadas para problemas deste tipo. É possível observar, na Figura 97, que não foi atingido o estol, tendo em vista terem sido simulados pequenos

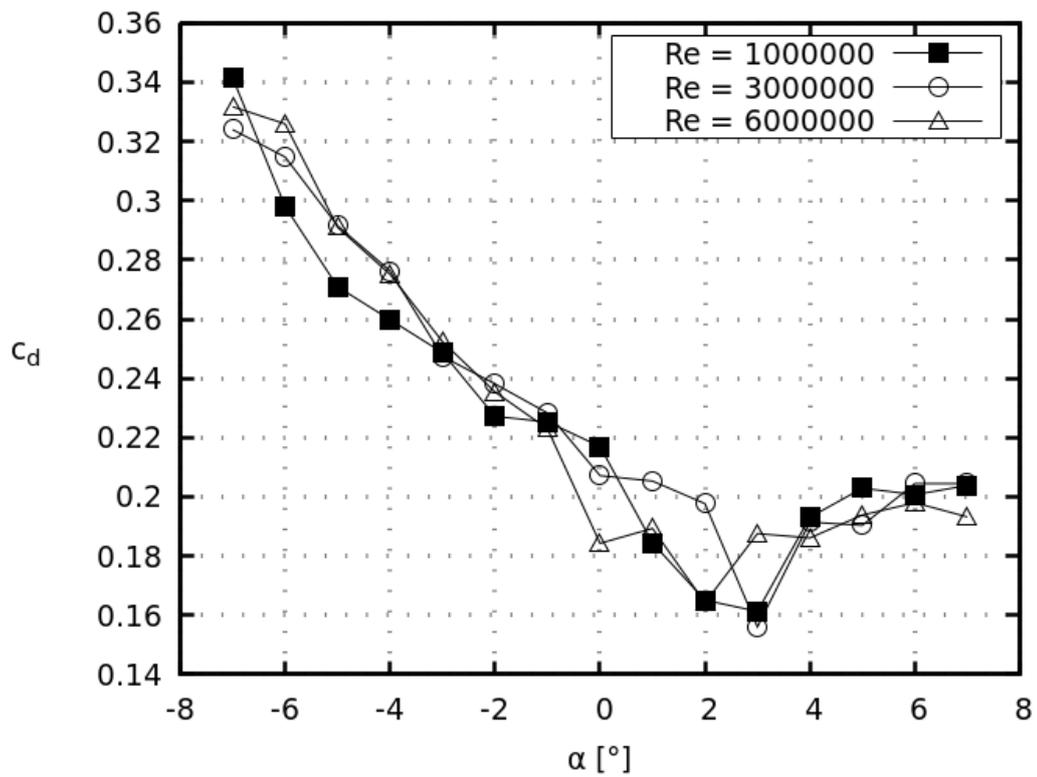


Figura 98 – Coeficiente de arrasto para o perfil da superfície de controle do míssil SS T-09 TS para diferentes números de Reynolds.

ângulos de ataque. A Figura 98 apresenta nitidamente um valor mínimo para o coeficiente de arrasto na faixa de ângulos de ataque simulada, corroborando a coerência dos resultados obtidos. O coeficiente de arrasto para este perfil mostra-se substancialmente elevado em comparação com perfis tradicionais, tais como o NACA 0012 estudado na seção anterior. Tal particularidade evidencia um arrasto majoritariamente composto por forças de pressão, característico de corpos rombudos.

9 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta um algoritmo para implementação do Método de Painéis de vórtices para simulação do aerofólio NACA 0012 e da seção transversal da aleta de estabilização do míssil SS-09 TS. O método apresentado é capaz de simular o escoamento bidimensional, incompressível e transiente em torno das geometrias citadas. Toda a vorticidade do escoamento é modelada como uma nuvem de vórtices discretos, estes por sua vez modelados como vórtices de Lamb. O movimento dos vórtices discretos presentes na nuvem é calculado a cada passo de tempo, dividido em uma etapa difusiva e outra convectiva.

Foi utilizada uma discretização do corpo em painéis retos. Apesar da superioridade de discretização da geometria em painéis curvos, conforme constatado por Pereira e Bodstein(23), Pereira, Silva e Bodstein(22) e Santiago(3), a seção transversal da aleta estudada apresenta geometria poligonal, sendo suficiente, portanto, a discretização em painéis retos para a modelagem do corpo. Em relação à distribuição de singularidade, foi utilizada a distribuição linear de vorticidade, garantindo-se assim a continuidade da vorticidade nos nós. Foram testadas discretizações em diferentes números de painéis, testando-se a influência deste parâmetro na convergência dos coeficientes de sustentação e arrasto, além da distribuição do coeficiente de pressão ao redor do corpo.

O esquema da Adams-Basforth de segunda ordem foi utilizado para o avanço temporal da etapa convectiva, enquanto o movimento difusivo foi simulado pelo Método do Avanço Randômico. Novos vórtices nascentes são liberados para o escoamento a cada passo no tempo, passando a fazer parte da nuvem de vórtices, deslocando-se por efeitos difusivos e convectivos. O carregamento sobre o corpo foi obtido através do método apresentado por Lewis(21).

Foi estudada a influência de diversos parâmetros de simulação no comportamento da convergência. Mais especificamente, foram testados o número de painéis, o número de vórtices nascentes por painel, a distância de nascimento dos vórtices e a distribuição dos vórtices nascentes ao longo dos painéis. Adicionalmente, este trabalho estudou o comportamento da simulação ao utilizar-se a condição de Kutta na primeira iteração.

Foram selecionados parâmetros de simulação com base em extensos testes realizados, buscando-se um compromisso entre aceleração da convergência e representação física do problema. Foram obtidas curvas para c_l e c_d em função de α do perfil NACA 0012 para diferentes números de Reynolds, e os resultados são comparados com os obtidos por outros autores.

Foi proposto um método para discretização de geometrias poligonais, onde o

corpo em questão é dividido em segmentos de reta, que por sua vez são discretizados em painéis cujo comprimento é reduzido em relação ao painel anterior, partindo-se dos painéis localizados na região central do segmento. Conseqüentemente, obtém-se uma discretização mais refinada nos vértices do polígono, que são regiões com maior gradiente de vorticidade.

São ainda obtidas as curvas para c_l e c_d em função de α e da aleta do míssil SS-09 TS. São discutidos ainda aspectos qualitativos do escoamento, como o formato da esteira viscosa em diferentes casos.

O leitor interessado no assunto encontrará, nos apêndices deste trabalho, vasta informação acerca dos resultados das simulações ao redor dos perfis NACA 0012 e SS T-09 TS para diversos números de Reynolds e ângulos de ataque. As citadas informações incluem evoluções temporais dos coeficientes de sustentação e arrasto, média no tempo do coeficiente de pressão ao redor do perfil, configuração da esteira viscosa e campo de velocidade instantâneo no domínio analisado.

Dentre as vantagens do Método de Painéis e de vórtices, observa-se a facilidade de implementação, principalmente pelo fato não ser necessário o uso de malhas computacionais como em métodos numéricos convencionais, como o Método dos Volumes Finitos. Esta característica mostra-se particularmente vantajosa para geometrias complexas, onde a geração de malha auxiliar pode ser de grande dificuldade. A adaptabilidade e robustez do Método de Painéis e de Vórtices fica evidente ao simular-se o escoamento ao redor da aleta do míssil SS-09 TS, a qual possui diversos cantos vivos.

Como desvantagens, pode-se citar os elevados tempos de simulação envolvidos, além da forte influência dos parâmetros de simulação na convergência.

9.1 Condição restritiva

Testes realizados atestaram que a utilização da condução de Kutta na primeira iteração não traz qualquer vantagem do ponto de vista da aceleração da convergência, além de apresentar resultados, tanto qualitativos quanto quantitativos, incompatíveis com a física do problema em questão. O forçamento da existência de um ponto de estagnação no bordo de fuga do aerofólio configura condição destoante da realidade, sobretudo para ângulos de ataque mais elevados. Mesmo para ângulos de ataque menores, embora as discrepâncias com a física do problema se mostrem menos severas, a convergência foi atrasada em relação à utilização da condição de conservação de circulação.

9.2 Distância de nascimento dos vórtices

A distância de nascimento dos vórtices mostrou-se de grande impacto nos resultados das simulações, sendo que vórtices nascentes mais próximos ao corpo resultam em drástica

diminuição do tempo computacional, entretanto causam instabilidades, grandes oscilações e, em casos mais extremos, divergência. O ganho no tempo computacional deve ao fato da distância de nascimento ser equivalente ao raio do núcleo e, conseqüentemente, à distância de dessingularização. As instabilidades e oscilações características de ruídos são reduzidas para uma mesma distância de nascimento quando são utilizados mais vórtices nascentes por painel.

9.3 Número de vórtices nascentes por painel

O aumento do número de vórtices nascentes por painel representa ganhos na convergência dos coeficientes e na evolução temporal do escoamento, uma vez que quantidades maiores de vórtices resultam no recobrimento necessário para uma representação acurada do escoamento. Naturalmente, maiores números de vórtices nascentes resultam em maior tempo computacional, motivo pelo qual uma análise deste parâmetro individualmente mostra-se inconclusiva.

9.4 Distribuição de vórtices nascentes em função do comprimento dos painéis

Em contrapartida à arbitrária estipulação de um número de vórtice nascentes por painel, utilizou-se um valor obtido por meio da teoria distância de difusão. Adicionalmente, levando-se em conta a grande variação no comprimento dos painéis ao discretizar-se um aerofólio pelo método dos cossenos, aliada à necessidade de obter-se um refinamento espacial para melhor representação do escoamento, este trabalho propôs a obtenção de um número de vórtices nascentes variável em função do comprimento do painel. Tal método resultou em menores tempos computacionais para os casos em que a distância de nascimento dos vórtices é maior.

Objetivando uma maior compreensão da influência da distribuição dos vórtices nascentes por painel, este trabalho estudou o comportamento da simulação quando o número de vórtices nascentes varia linearmente. Neste caso, a distribuição de vórtices nascentes atende a critérios puramente geométricos, não tendo relação com a teoria da distância de difusão. Os resultados indicam uma piora na convergência e na representação física do escoamento, entretanto com redução no tempo computacional.

9.5 Pontos passíveis de melhoria

Dos resultados obtidos, embora haja satisfatória concordância com outros encontrados na literatura, observa-se pontos que carecem de melhoria. Santiago(3) conclui que

o método de Shintani e Akamatsu(38) é mais adequado para obtenção dos carregamentos sobre o corpo. O mesmo autor conclui ainda ser mais vantajosa a utilização do Método do Crescimento do Núcleo Corrigido para simulação da etapa difusiva.

9.6 Sugestões para trabalhos futuros

Os resultados das simulações realizadas evidenciam a alta dependência dos parâmetros de simulação na convergência e no desempenho do Método de Painéis e de Vórtices. Dentre os parâmetros que mais influenciam, destaca-se a distância de nascimento dos vórtices. Tal parâmetro tem grande influência na convergência e no tempo computacional, pois o raio do núcleo dos vórtices discretos é utilizado como distância de dessingularização.

Testes também mostraram a influência do número de vórtices nascentes por painel, bem como da distribuição destes, na convergência e no tempo computacional.

É digno de nota, entretanto, que de maneira geral foram observadas tendências pontuais, variando-se um dos parâmetros isoladamente. Tais tendências podem não se repetir quando um parâmetro adicional é variado. De fato, os gráficos apresentados nas Figs 69 e 70 mostram tendências distintas para o desempenho de diferentes distribuições de vórtices nascentes quando são usados valores da distância de nascimento diferentes.

Um estudo dedicado à interdependência entre a distância de nascimento dos vórtices, a distribuição dos vórtices nascentes por painel, o número de vórtices nascentes por painel e o tempo computacional é sugerido.

Visando validar resultados aqui obtidos, bem como atestar a aplicabilidade e robustez do presente método, sugere-se simulação de escoamentos aoredor de reângulos e posterior comparação com resultados encontrados na literatura.

Sugere-se ainda a utilização de distribuições de singularidade de ordens superiores, além de painéis curvos quando pertinente, em conjunto com os métodos aqui desenvolvidos, configurando solução mais sofisticada do Método dos Painéis e de vórtices.

Adicionalmente, sugere-se aplicação do Método dos Volumes Finitos para a geometria estudada no presente trabalho a fim de comparar com os resultados aqui obtidos.

REFERÊNCIAS

- 1 GUDMUNDSSON, S. *General Aviation Aircraft Design: Applied Methods and Procedures*. 1. ed. Waltham: Elsevier, 2014.
- 2 MILLER, M. *The Multi-Objective Design of Flatback Wind Turbine Airfoils*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Carleton University, 2016.
- 3 SANTIAGO, V. S. *Modelagem numérica do escoamento ao redor de corpos aerodinâmicos utilizando o método de vórtices*. 275 p. Doutorado em Engenharia Mecânica — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
- 4 CRESPO, J. *Modelagem tridimensional, levantamento dos coeficientes aerodinâmicos e trajetória do foguete SS-09 TS*. 102 p. Graduação em Engenharia Mecânica — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2022.
- 5 ANDERSON, J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. 1. ed. New York: McGraw-Hill, 1984.
- 6 PHILLIPS, W. F. *Mechanics of Flight*. 1. ed. Hoboken: John Wiley and Sons, Inc., 2010.
- 7 LEWIS, R. I. Surface vorticity modeling of separated flows for two-dimensional bluff bodies of arbitrary shape. *Journal of Mechanical Engineering and Sciences*, v. 23, 1991.
- 8 ABBOTT, I. H.; VON-DOENHOFF, A. E. *Theory of Wing Sections*. 1. ed. Toronto: Dover Publications, 1959.
- 9 KATZ, J.; PLOTKIN, A. *Low-Speed Aerodynamics*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- 10 POPE, A. *Basic Wing and Airfoil Theory*. 1. ed. New York: McGraw-Hill, 1951.
- 11 HESS, J. L.; SMITH, A. M. O. Calculation of potential flow about arbitrary bodies. *Progress in Aeronautical Sciences*, v. 8, p 1-138, 1967.
- 12 GIESING, J. P.; SMITH, A. M. O. Potential flow about two-dimensional hydrofoils. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 28, p 113-129, 1966.
- 13 SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. *Boundary-Layer Theory*. [S.l.: s.n.], 2017. ISBN 978-3-662-52917-1.
- 14 CRITZOS, C. C.; HEYSON, H. H.; BOSWINKLE, R. W. Aerodynamic characteristics of naca 0012 airfoil section at angles of attack from 0° to 180°. *National Advisory Committee for Aeronautics, Technical note 3361*, 1955.
- 15 MCCROSCKEY, W. J. A critical assessment of wind tunnel results for the naca 0012 airfoil. *NASA Technical Memorandum 100019*, 1987.
- 16 LADSON, C. L. Effects of independent variation of mach and reynolds numbers on the low-speed aerodynamic characteristics of the naca 0012 airfoil section. *NASA Technical Memorandum 4074*, 1986.

- 17 AYDIN, N.; ÇALISKAN, M.; KARAGOZ, I. Numerical simulation of flow over different types of airfoils. In: . [S.l.: s.n.], 2020.
- 18 SHAN, H.; JIANG, L.; LIU, C. Direct numerical simulation of flow separation around a naca 0012 airfoil. *Computers and Fluids*, v. 34, n. 9, p. 1096–1114, 2005. ISSN 0045-7930. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793004001203>>.
- 19 BALAKUMAR, P. Direct numerical simulation of flows over an naca-0012 airfoil at low and moderate reynolds numbers. *AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference*, 2017.
- 20 MARTENSEN, E. The calculation of the pressure distribution on a cascade of thick airfoils by means of fredholm integral equations of the second kind. *Aerodynamics Experimental Station, Göttingen*, 1959.
- 21 LEWIS, R. I. *Vortex Element Methods for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems*. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
- 22 PEREIRA, L. H. G.; SILVA, D. F. C.; BODSTEIN, G. C. R. Estudo numérico do escoamento potencial em torno de um aerofólio utilizando o método dos painéis. *ENCIT – 10º Congresso Brasileiro de Ciências Térmicas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil*, 2004.
- 23 PEREIRA, L. H. G.; BODSTEIN, G. C. R. Método dos painéis com distribuições de singularidade quadráticas aplicados a escoamentos bidimensionais sobre aerofólios. *ENCIT – 10º Congresso Brasileiro de Ciências Térmicas, Rio de Janeiro, RJ, Brasil*, 2004.
- 24 PEREIRA, L. H. G. *Análise do desempenho do Método dos Painéis de ordem superior para o cálculo do escoamento em torno de um aerofólio*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — COPPE/UFRJ, 2005.
- 25 ROSENHEAD, L. *Laminar Boundary Layers*. New York: Dover Publications, 1963.
- 26 SPREITER, J. R.; SACKS, A. H. The rolling up of the trailing vortex and its effect on the downwash behind wings. *Journal of Aeronautical Sciences*, p. 21–32, 1951.
- 27 CHORIN, A. J.; BERNARD, P. S. Discretization of a vortex sheet with an example of roll up. *Journal of Computational Physics*, p. 423–429, 1973.
- 28 KAMEMOTO, K. Development of vortex methods for grid-free lagrangian direct numerical simulation. *Proceedings of the 3th. JSME-KSME Fluids Engeneering Conference*, 1994.
- 29 CLARKE, N. R.; TUTTY, O. R. Construction and validation of a discrete vortex method for the two-dimensional incompressible navier-stokes equations. *Computer Fluids*, p. 751–783, 1994.
- 30 CARRIER, J.; GREENGARD, L.; ROKHLIN, V. A fast adaptive multipole algorithm for particle simulations. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, v. 9, 1988.
- 31 SILVA, D. F. de Carvalho e. *Simulação numérica do escoamento ao redor de aerofólios via método de vórtices associado ao método dos painéis*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.

- 32 CABRERA, A. A. M. *Simulação numérica do escoamento em torno de um cilindro circular e sem torção utilizando o método de vórtices discretos*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1998.
- 33 BATCHELOR, G. K. *An Introduction to Fluid Dynamics*. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1967.
- 34 CHORIN, A. J. Numerical study of slightly viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 57, p. 785–796, 1973.
- 35 GUEDES, V. G. *Estudo Numérico do Escoamento ao Redor de Cilindros Circulares e Retangulares Utilizando o Método de Vórtices*. Doutorado em Engenharia Mecânica — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
- 36 PRANDTL, L. Tragflügel theorie. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, v. 8, p 45-477, 1918.
- 37 BLEVINS, R. D. *Applied Fluid Dynamics Handbook*. 1. ed. [S.l.]: Van Nostrand Reinhold, 1984.
- 38 SHINTANI, M.; AKAMATSU, Y. Investigation of two-dimensional discrete vortex method with viscous diffusion mode. *Computational Fluid Dynamics Journal*, v. 3, p. 237–254, 1994.
- 39 SPALART, P. R. Strategies for turbulence modelling and simulation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 21, p 252-263, 2000.

APÊNDICE A –

RESULTADOS PARA O PERFIL NACA 0012

REYNOLDS = 1.7×10^5 , $\delta_t = 0.025$, $h/\sigma = 0.8$, $N = 250$ e L variável (conforme 3.45).

NACA 0012, REYNOLDS = 1.7×10^5 e $\alpha = 0^0$

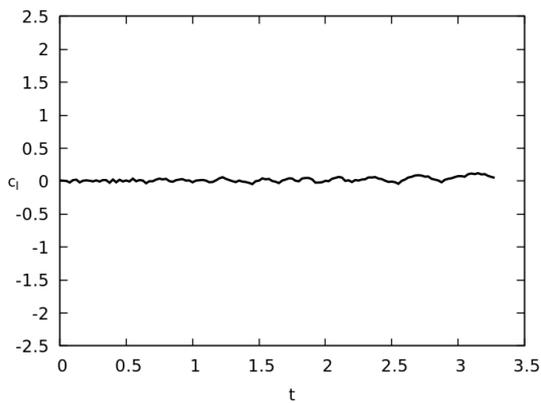


Figura 99 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 0^0$ e
 $t = 3.3$.

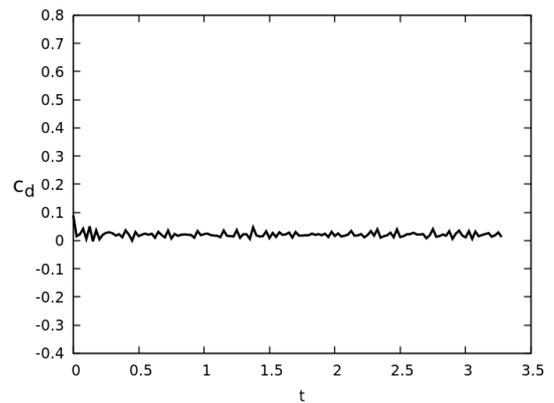


Figura 100 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 0^0$ e
 $t = 3.3$.

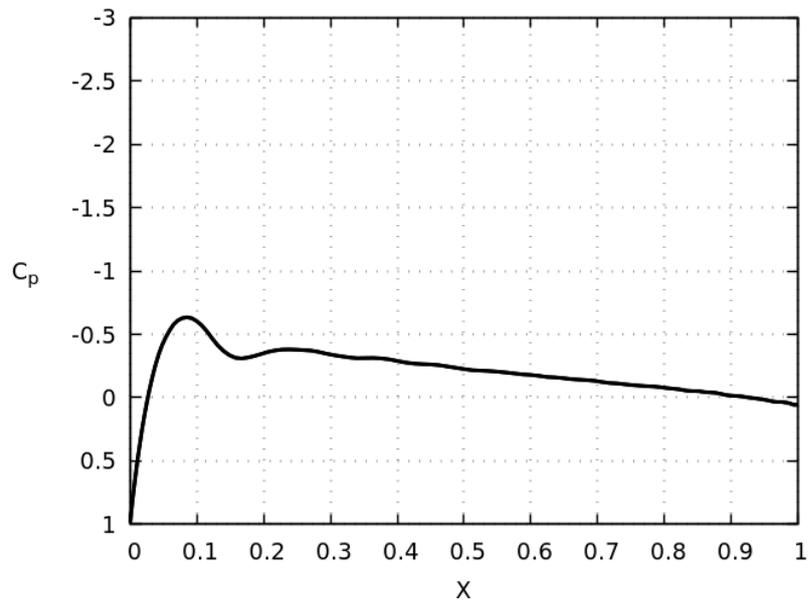


Figura 101 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.3$.

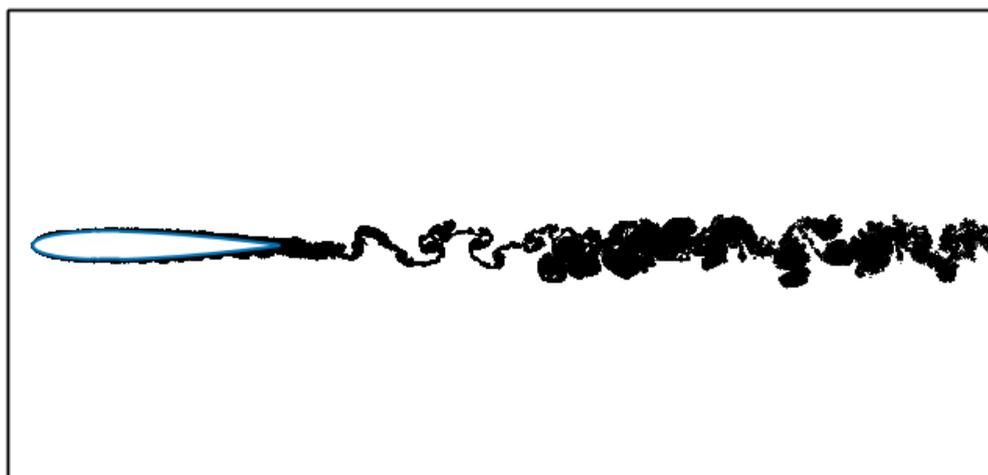


Figura 102 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.3$.

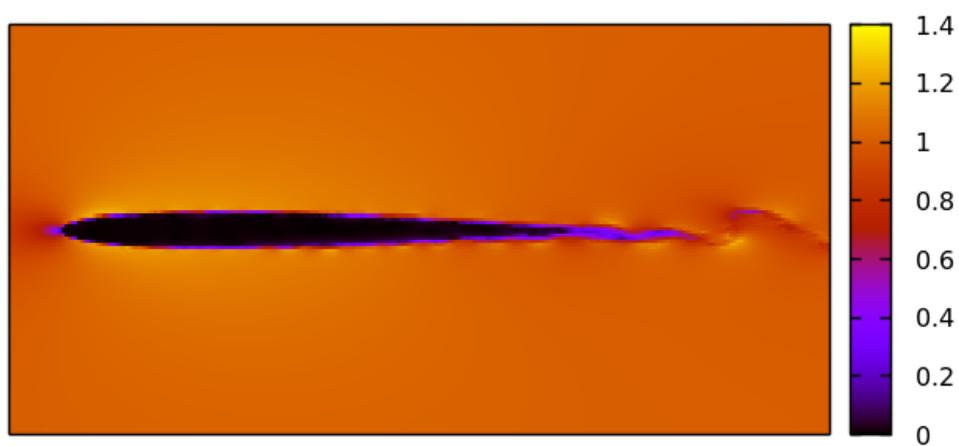


Figura 103 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.3$.

NACA 0012, REYNOLDS = 1.7×10^5 e $\alpha = 2^0$

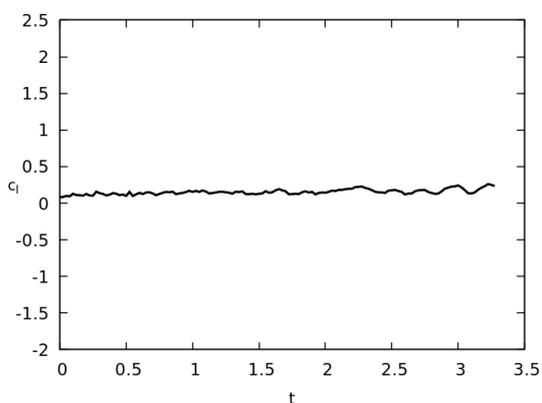


Figura 104 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 2^0$ e
 $t = 3.3$.

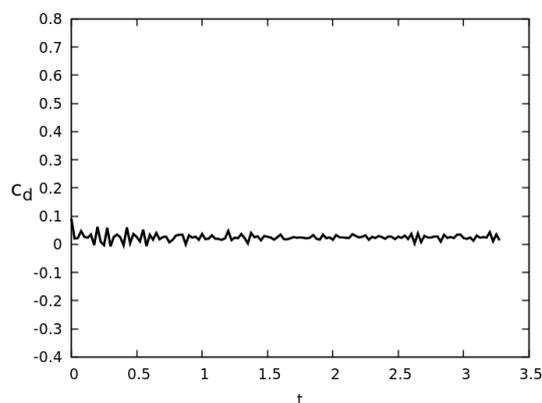


Figura 105 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 2^0$ e
 $t = 3.3$.

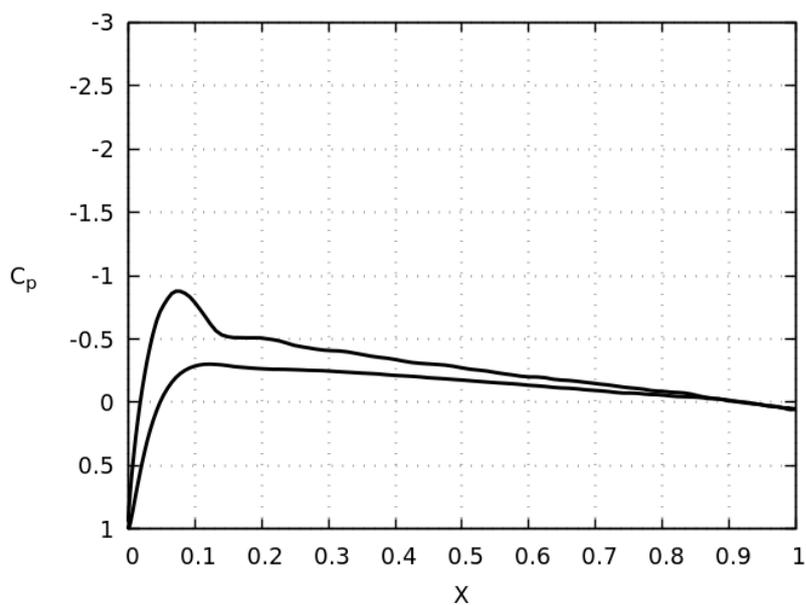


Figura 106 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.3$.

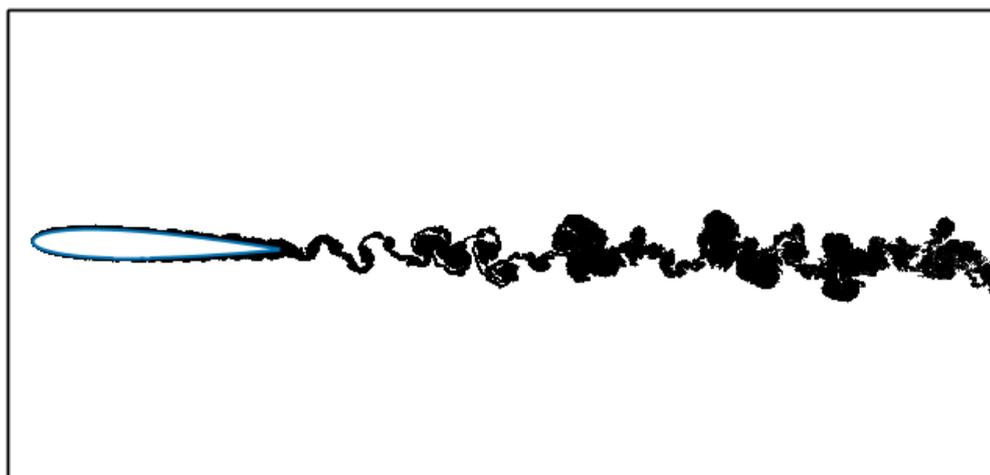


Figura 107 – Esteira. $Re = 1. \times 10^5$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.3$.

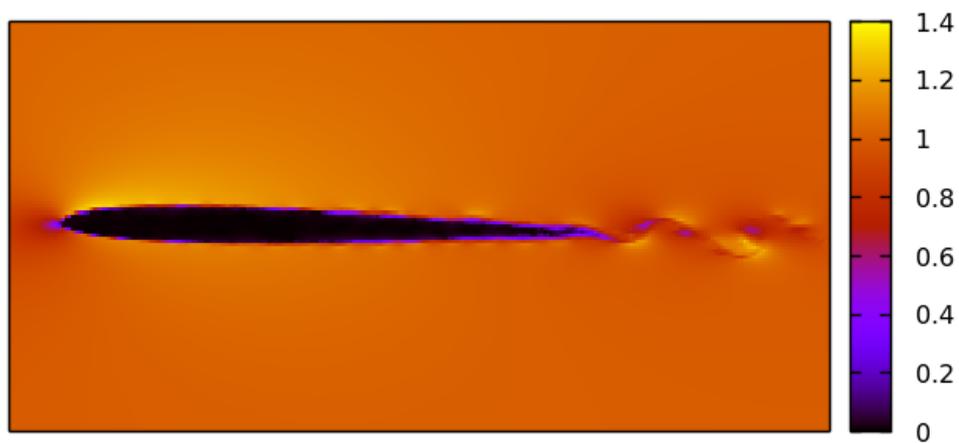


Figura 108 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.3$.

NACA 0012, REYNOLDS = 1.7×10^5 e $\alpha = 4^\circ$

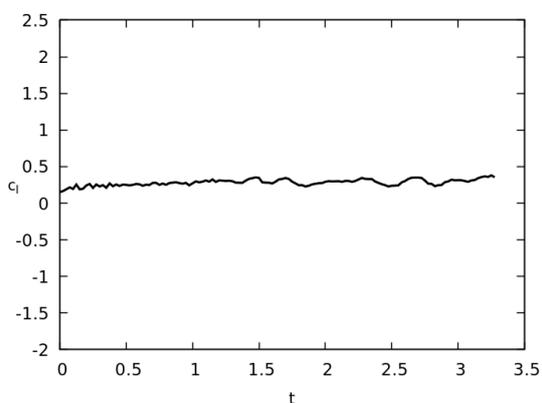


Figura 109 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^\circ$ e
 $t = 3.3$.

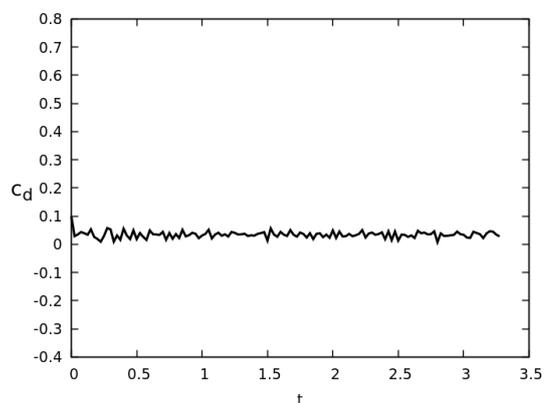


Figura 110 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^\circ$ e
 $t = 3.3$.

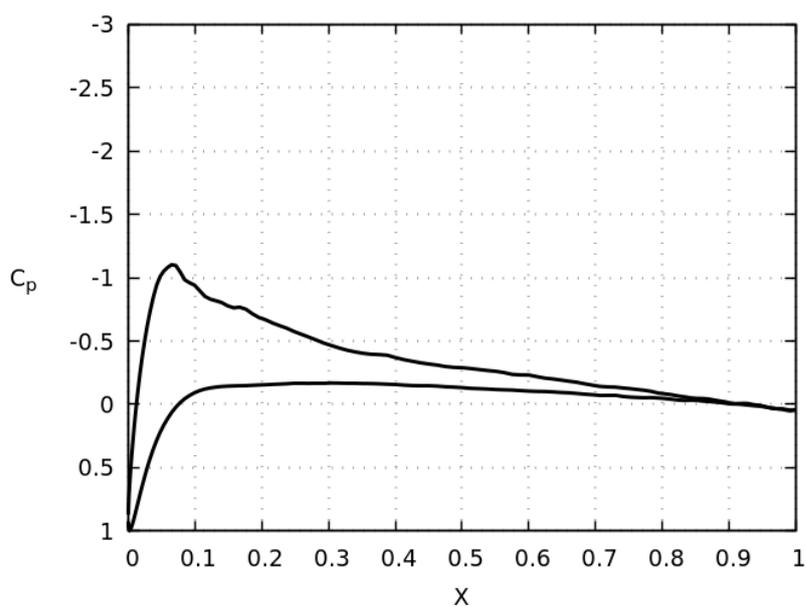


Figura 111 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^\circ$ e $t = 3.3$.

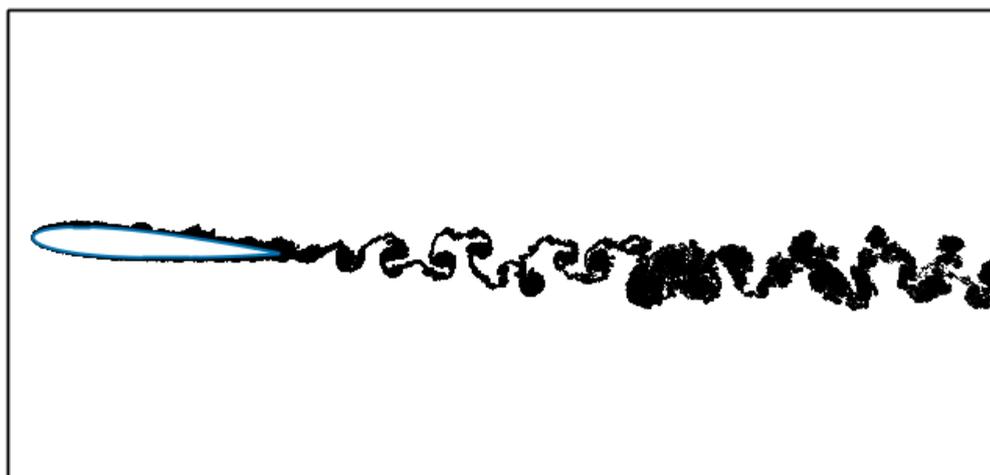


Figura 112 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.3$.

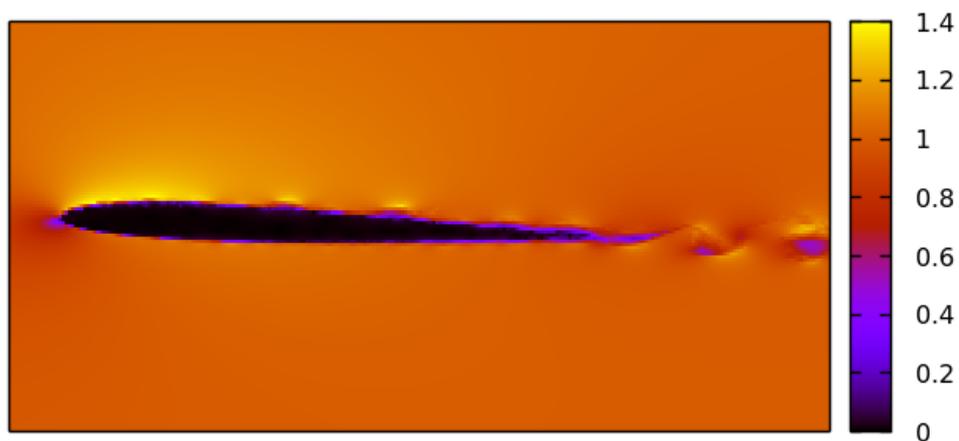


Figura 113 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.3$.

NACA 0012, REYNOLDS = 1.7×10^5 e $\alpha = 6^0$

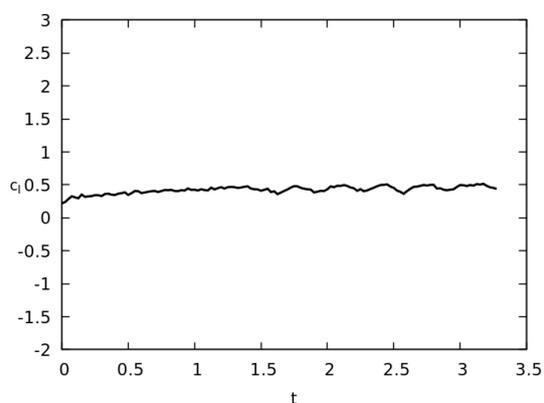


Figura 114 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$ e
 $t = 3.3$.

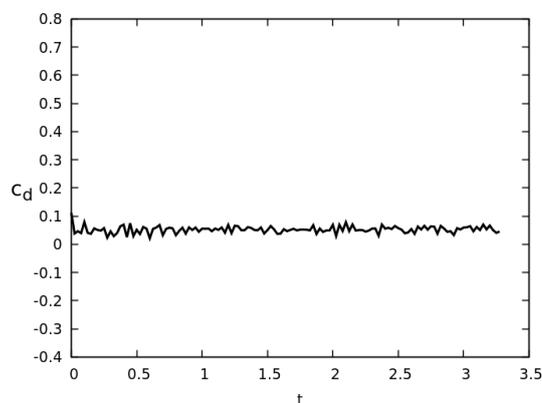


Figura 115 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$ e
 $t = 3.3$.

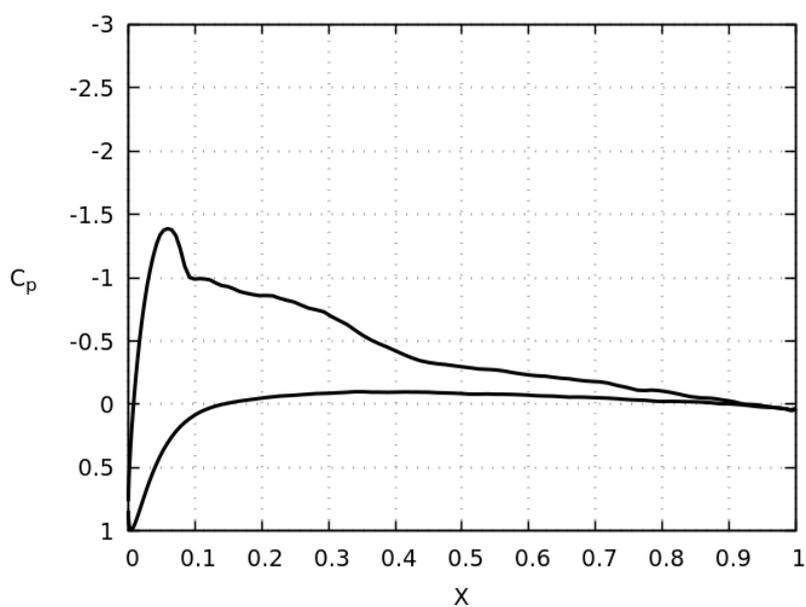


Figura 116 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.3$.

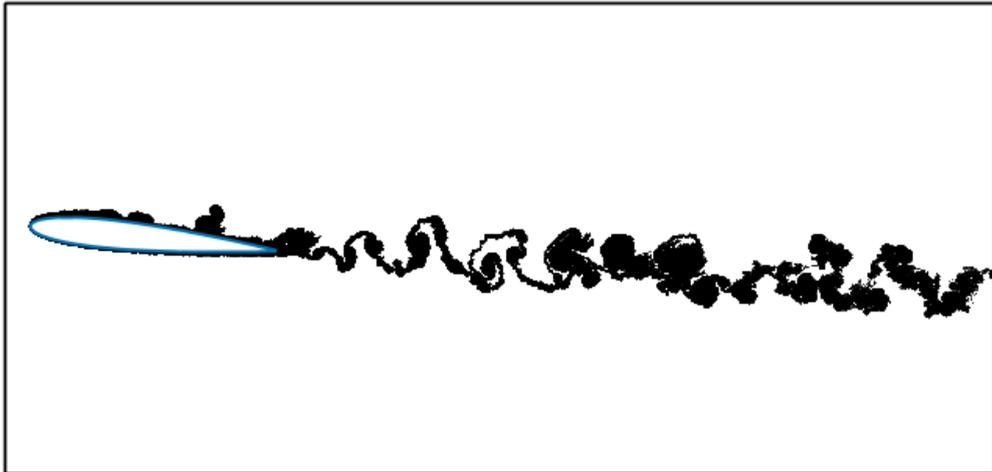


Figura 117 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 3.3$.

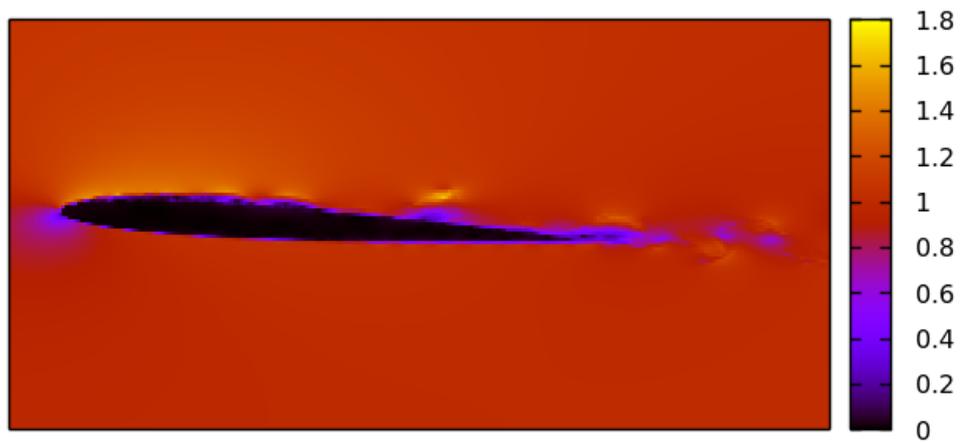


Figura 118 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 3.3$.

NACA 0012, REYNOLDS = 1.7×10^5 e $\alpha = 8^\circ$

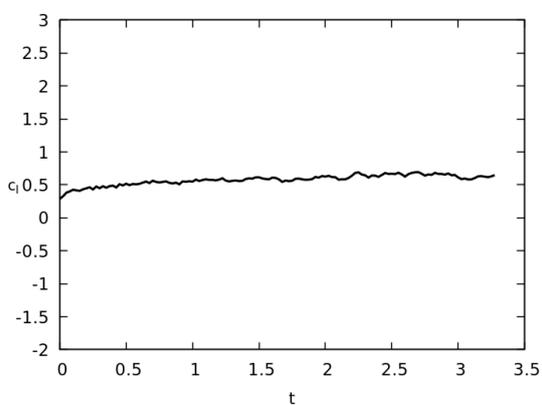


Figura 119 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^\circ$ e
 $t = 3.3$.

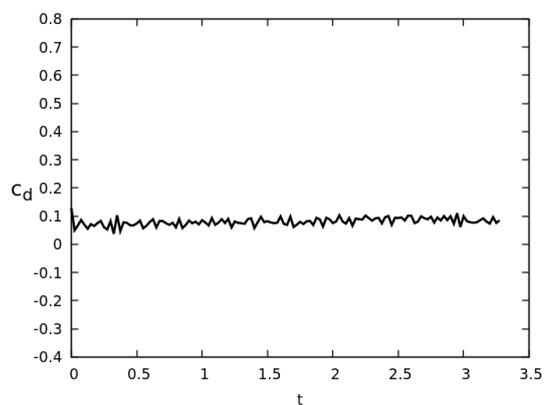


Figura 120 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^\circ$ e
 $t = 3.3$.

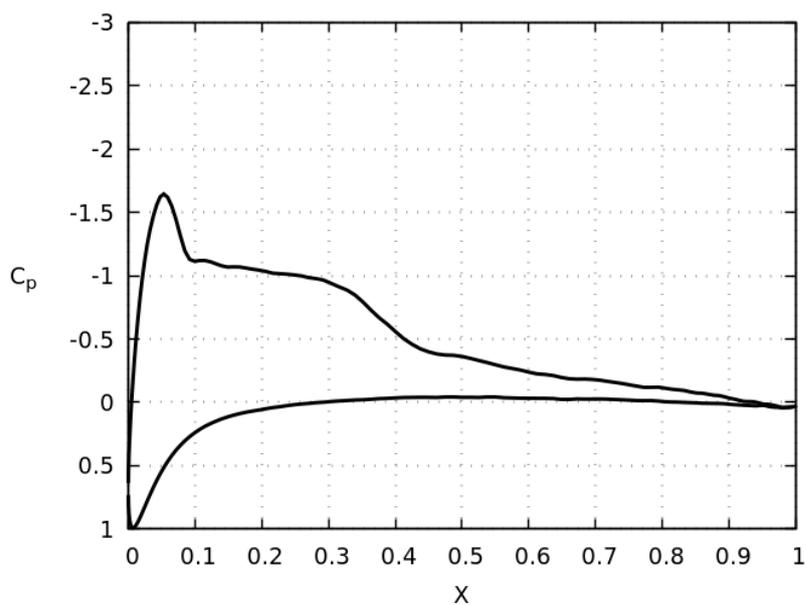


Figura 121 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^\circ$ e $t = 3.3$.

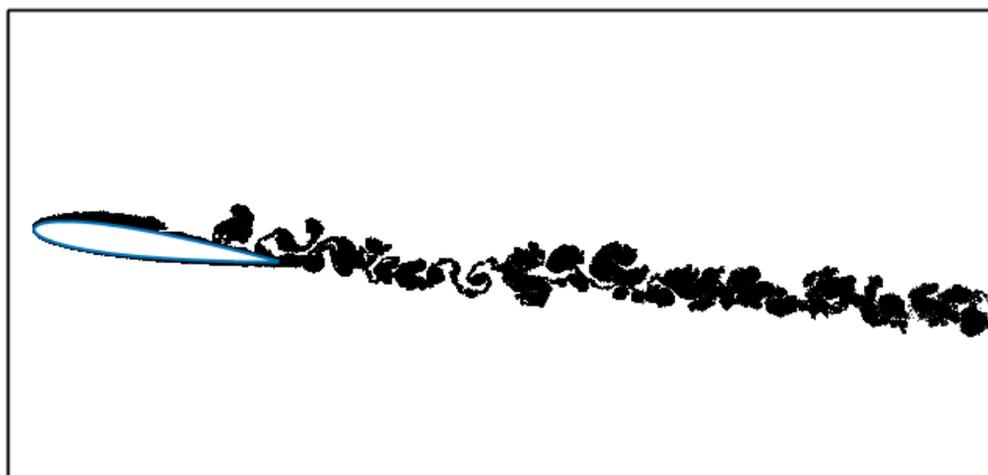


Figura 122 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^\circ$ e $t = 3.3$.

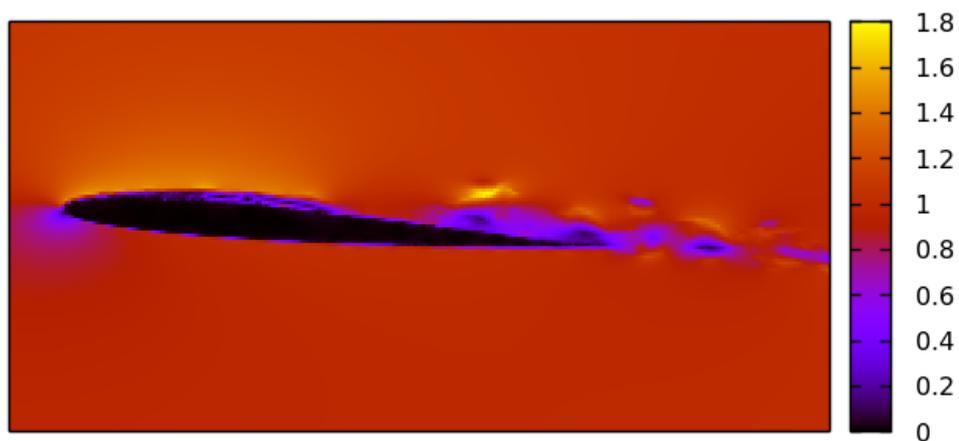


Figura 123 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 8^\circ$ e $t = 3.3$.

NACA 0012, REYNOLDS = 1.7×10^5 e $\alpha = 10^0$

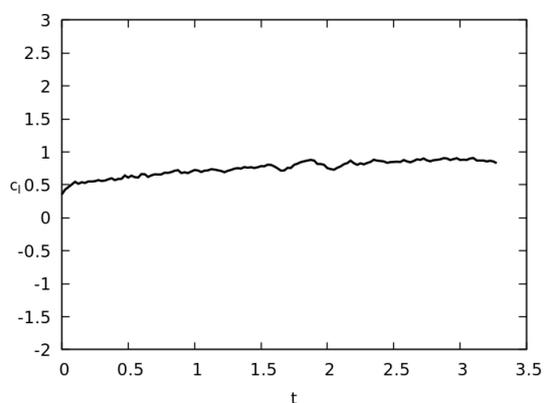


Figura 124 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 10^0$ e
 $t = 3.3$.

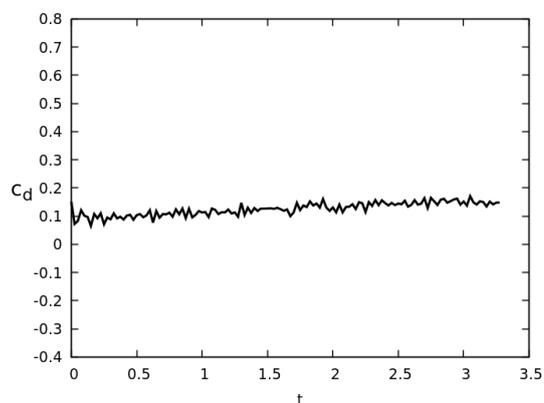


Figura 125 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 10^0$ e
 $t = 3.3$.

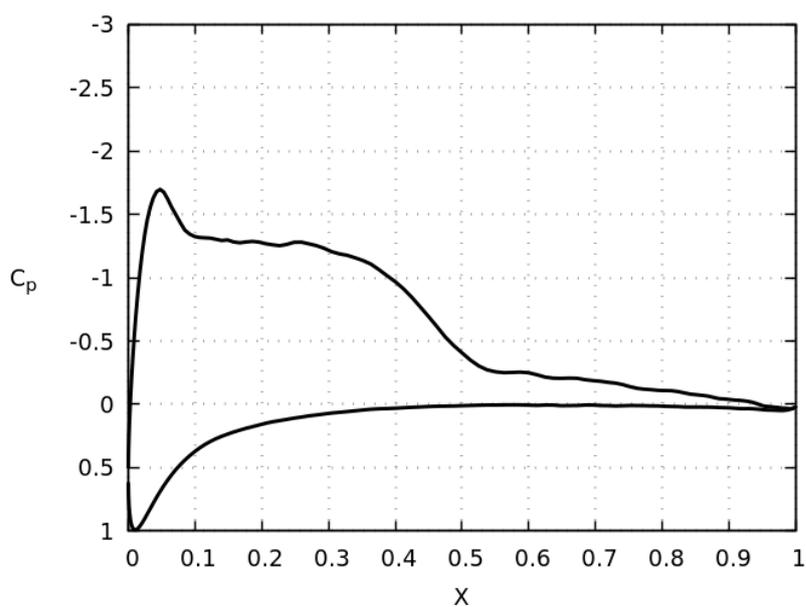


Figura 126 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 10^0$ e $t = 3.3$.

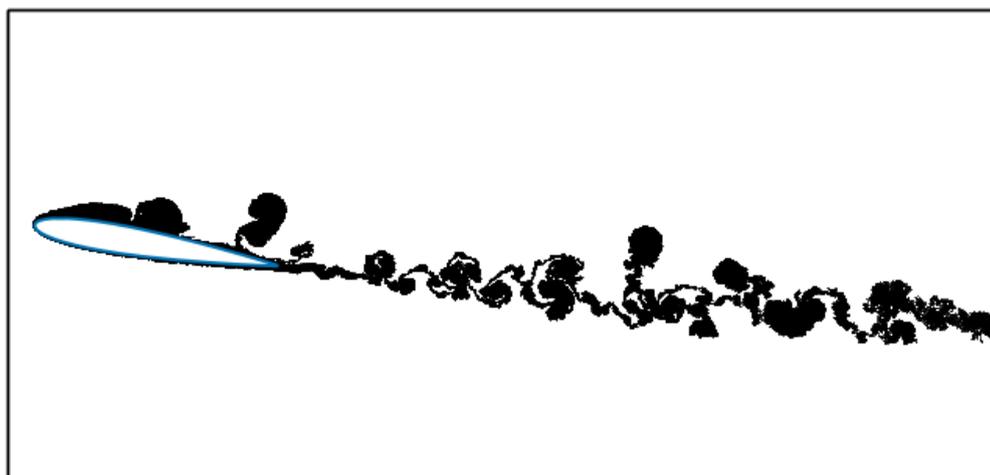


Figura 127 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 10^0$ e $t = 3.3$.

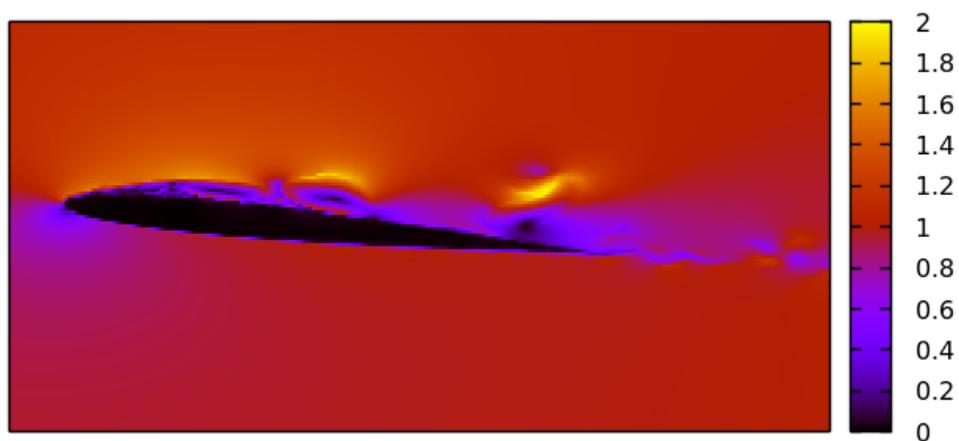


Figura 128 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 10^0$ e $t = 3.3$.

NACA 0012, REYNOLDS = 1.7×10^5 e $\alpha = 12^\circ$

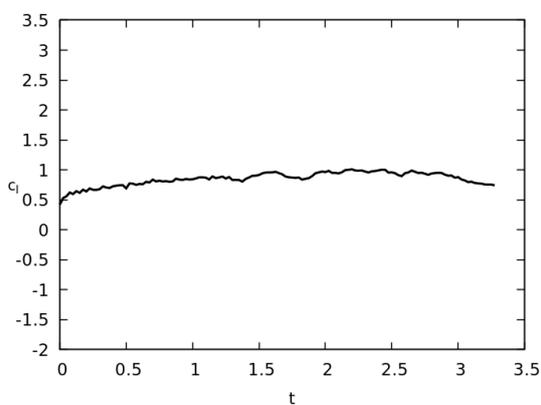


Figura 129 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^\circ$ e
 $t = 3.3$.

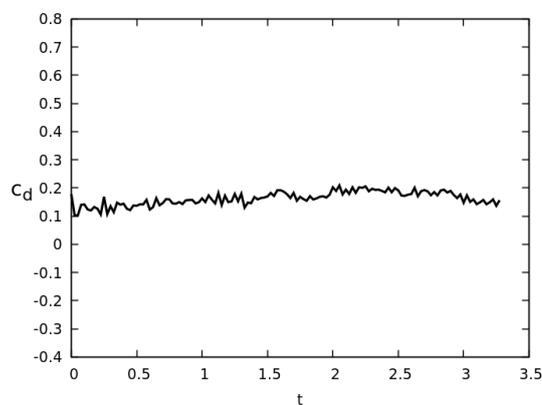


Figura 130 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^\circ$ e
 $t = 3.3$.

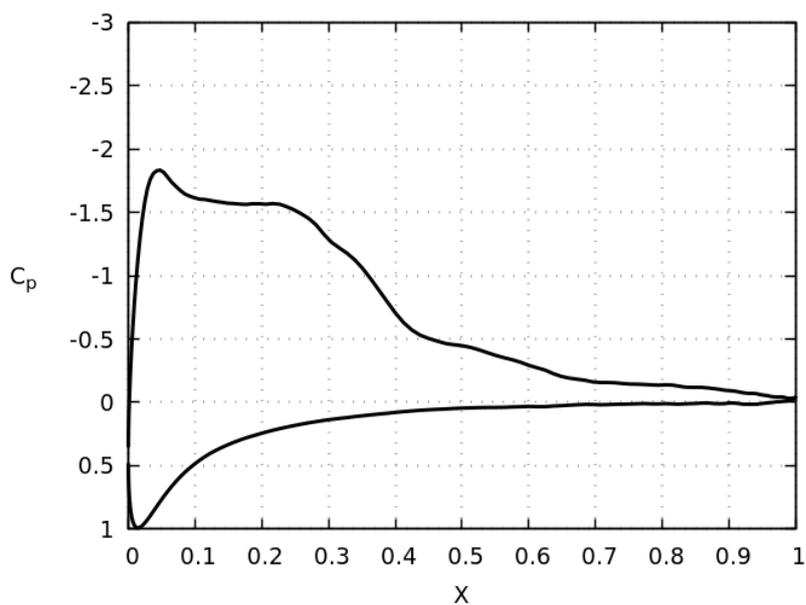


Figura 131 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^\circ$ e $t = 3.3$.

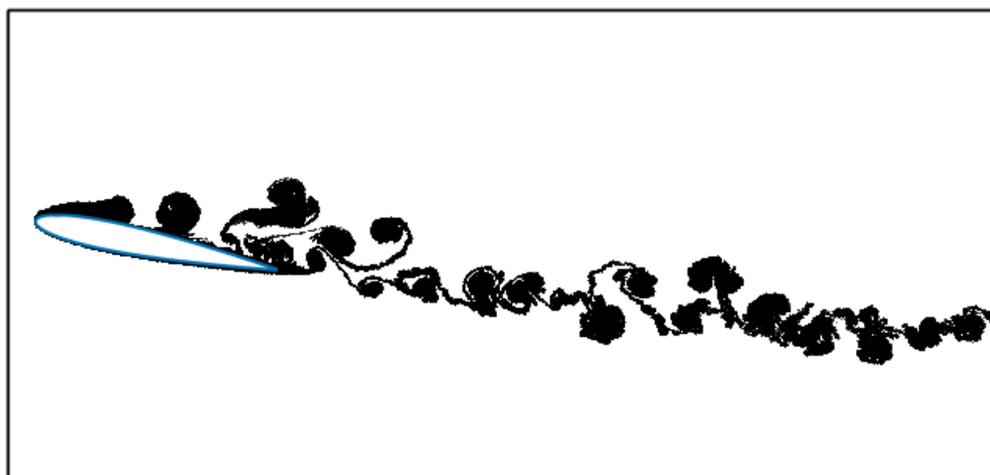


Figura 132 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^\circ$ e $t = 3.3$.

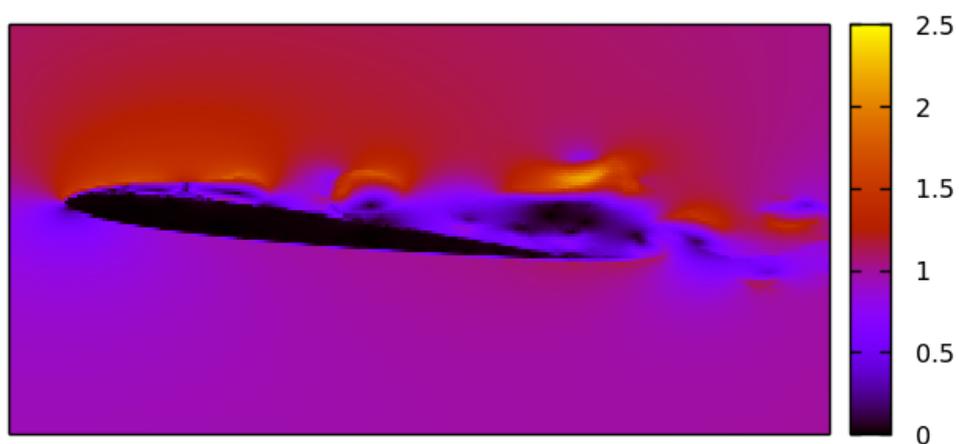


Figura 133 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 12^\circ$ e $t = 3.3$.

NACA 0012, REYNOLDS = 1.7×10^5 e $\alpha = 14^\circ$

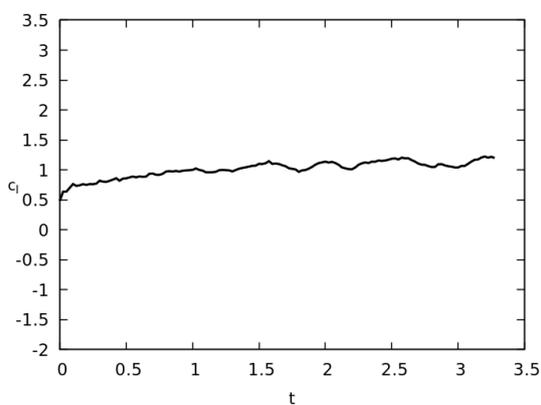


Figura 134 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 14^\circ$ e
 $t = 3.3$.

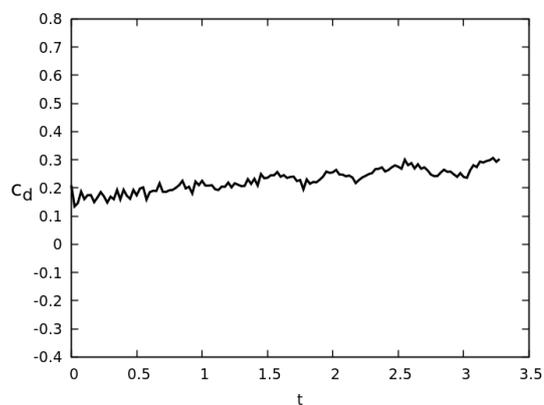


Figura 135 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 14^\circ$ e
 $t = 3.3$.

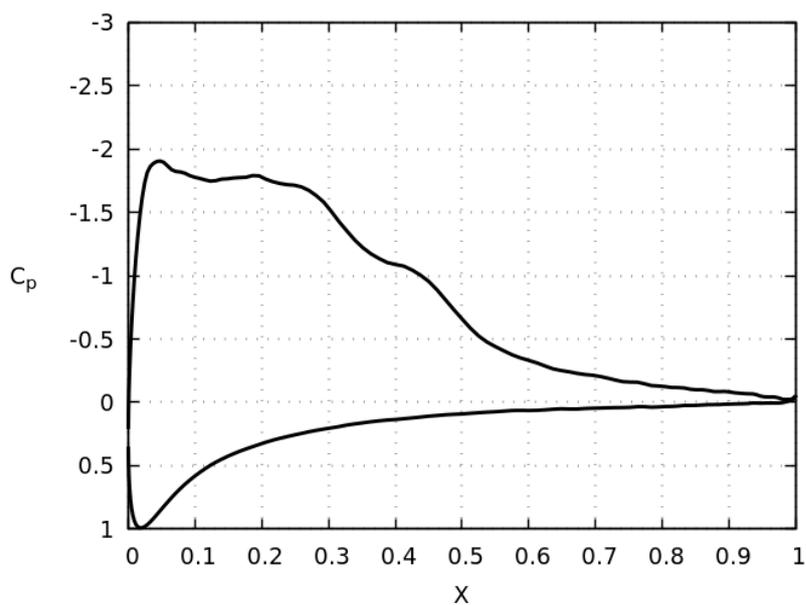


Figura 136 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 14^\circ$ e $t = 3.3$.

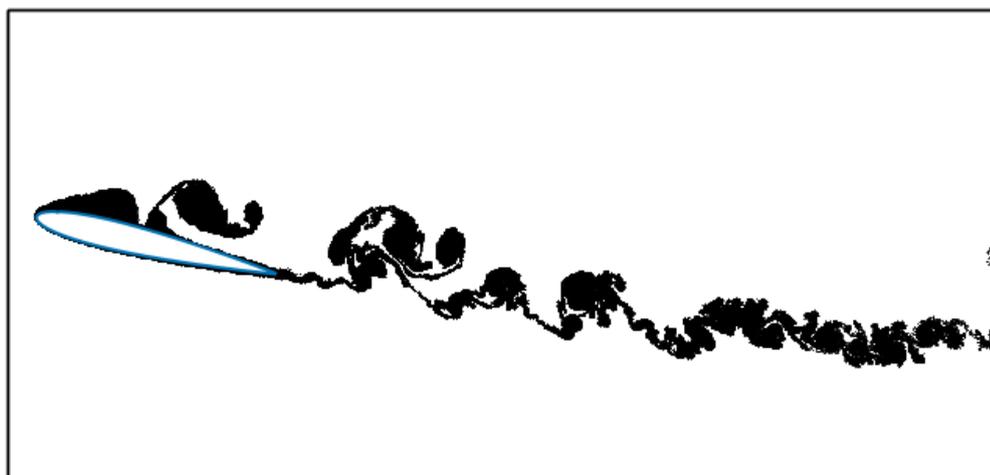


Figura 137 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 14^\circ$ e $t = 3.3$.

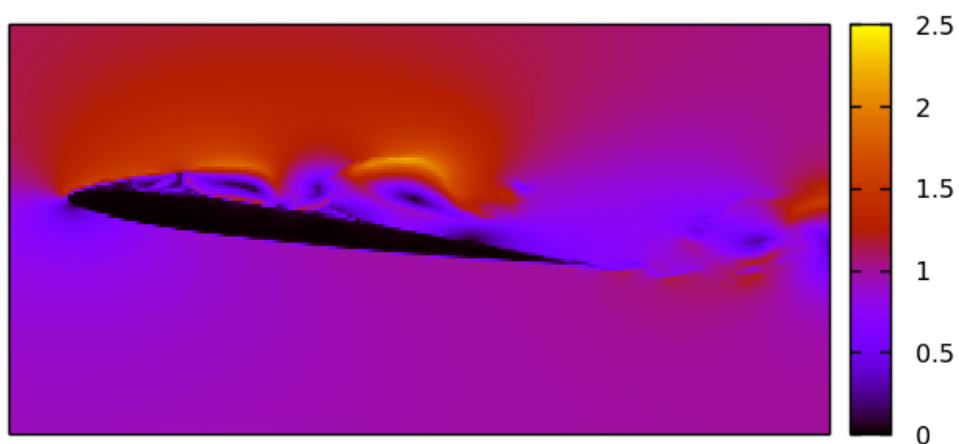


Figura 138 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 14^\circ$ e $t = 3.3$.

NACA 0012, REYNOLDS = 1.7×10^5 e $\alpha = 16^\circ$

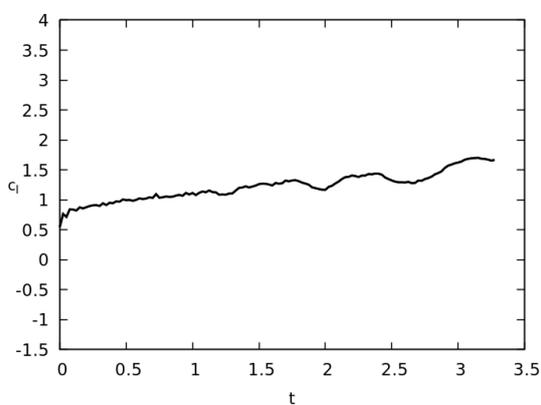


Figura 139 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 16^\circ$ e
 $t = 3.3$.

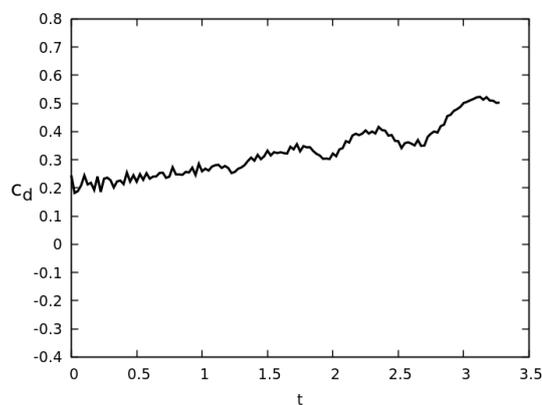


Figura 140 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 16^\circ$ e
 $t = 3.3$.

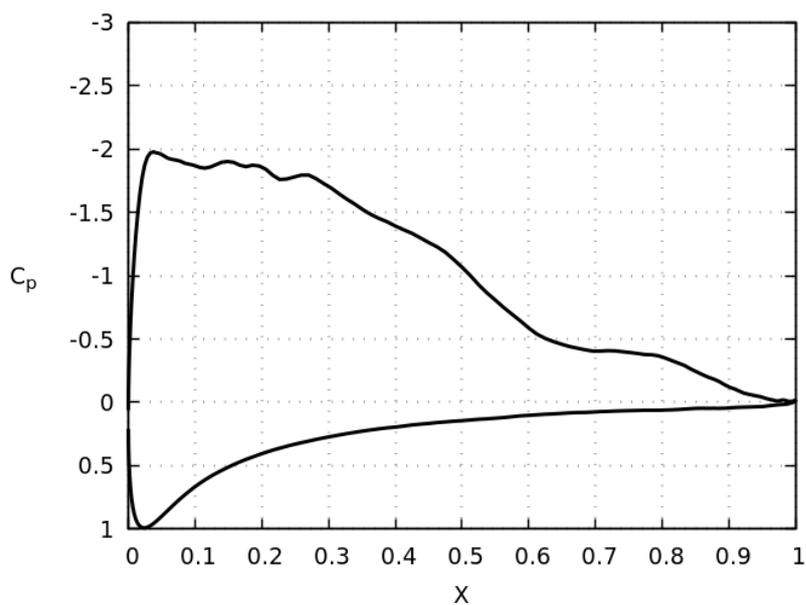


Figura 141 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 16^\circ$ e $t = 3.3$.

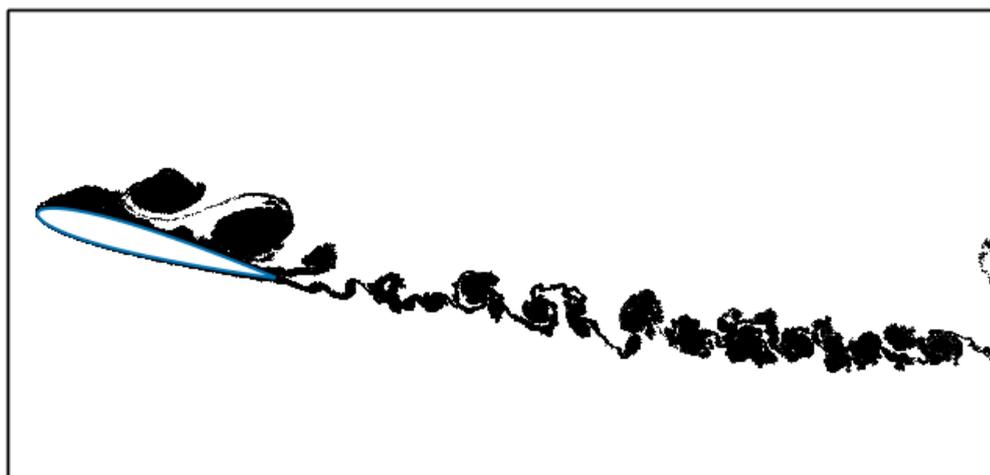


Figura 142 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 16^\circ$ e $t = 3.3$.

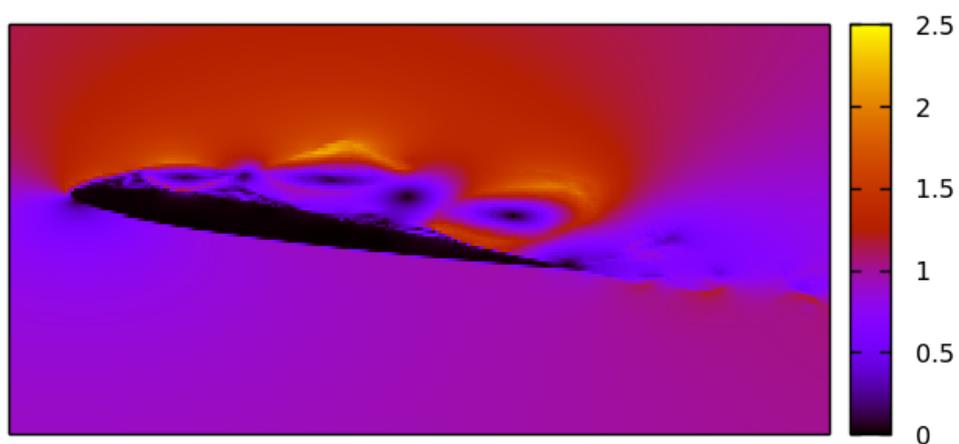


Figura 143 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 16^\circ$ e $t = 3.3$.

NACA 0012, REYNOLDS = 1.7×10^5 e $\alpha = 18^\circ$

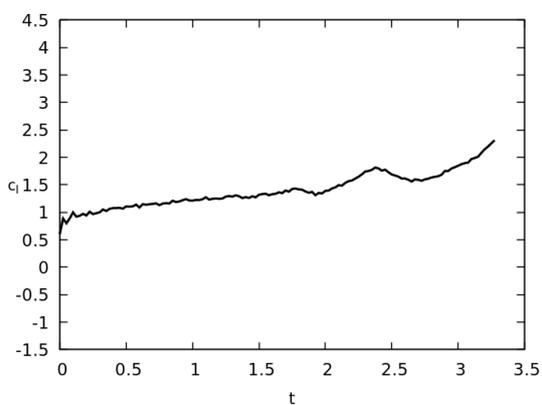


Figura 144 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^\circ$ e
 $t = 3.3$.

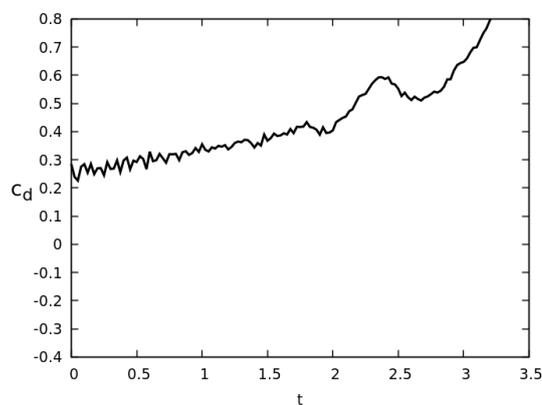


Figura 145 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^\circ$ e
 $t = 3.3$.

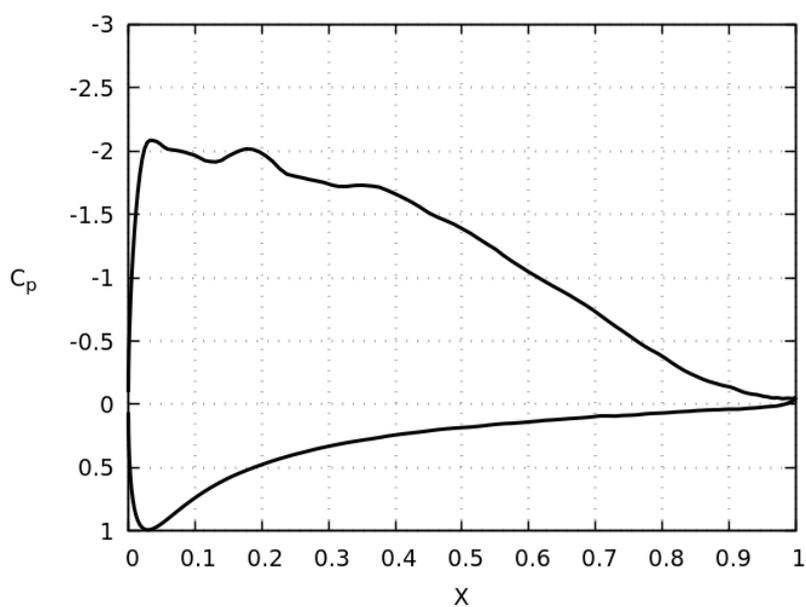


Figura 146 – Coeficiente de pressão. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^\circ$ e $t = 3.3$.



Figura 147 – Esteira. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^\circ$ e $t = 3.3$.

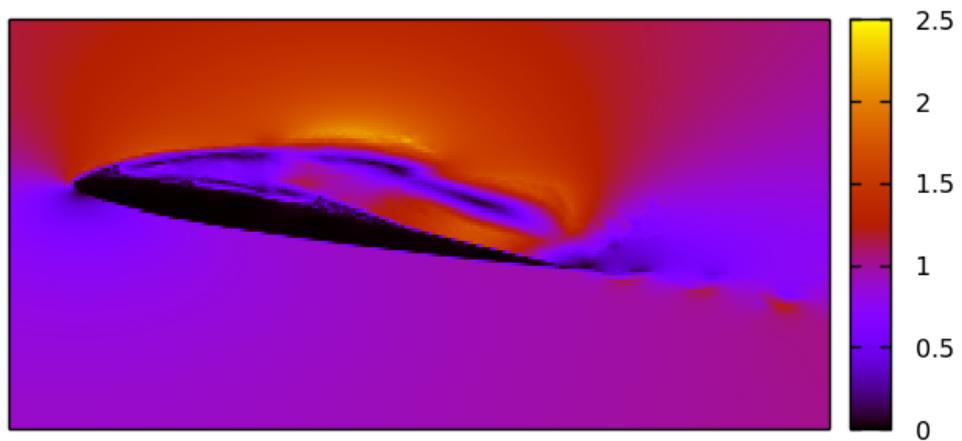


Figura 148 – Campo de velocidade. $Re = 1.7 \times 10^5$, $\alpha = 18^\circ$ e $t = 3.3$.

APÊNDICE B –

RESULTADOS PARA O PERFIL NACA 0012

REYNOLDS = 6.0×10^6 , $\delta_t = 0.025$, $h/\sigma = 0.8$, $N = 250$ e L variável (conforme 3.45).

NACA 0012, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 0^0$

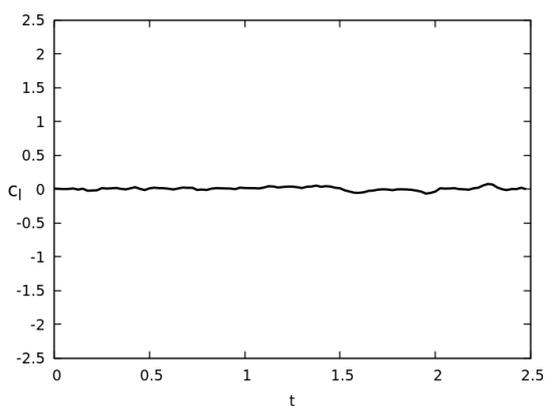


Figura 149 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e
 $t = 2.5$.

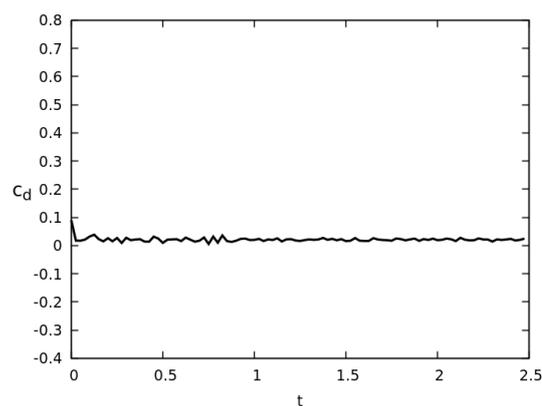


Figura 150 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e
 $t = 2.5$.

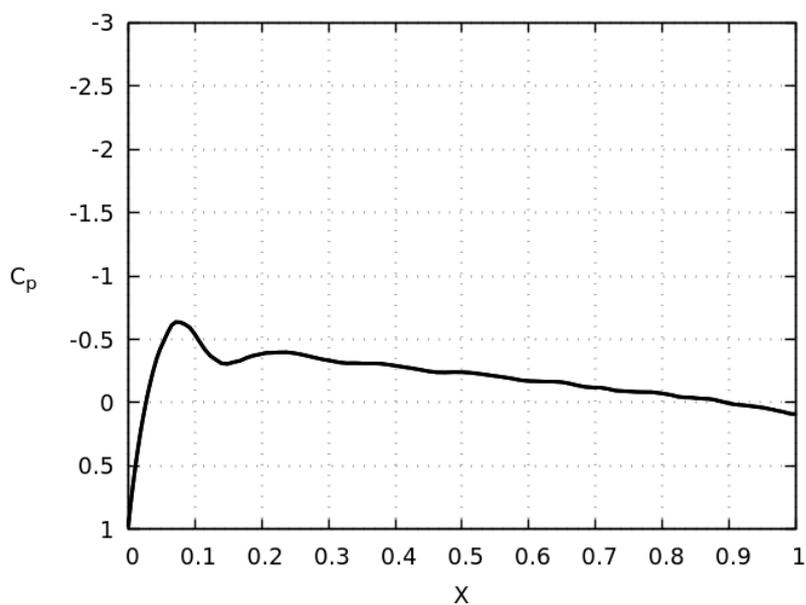


Figura 151 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 2.5$.

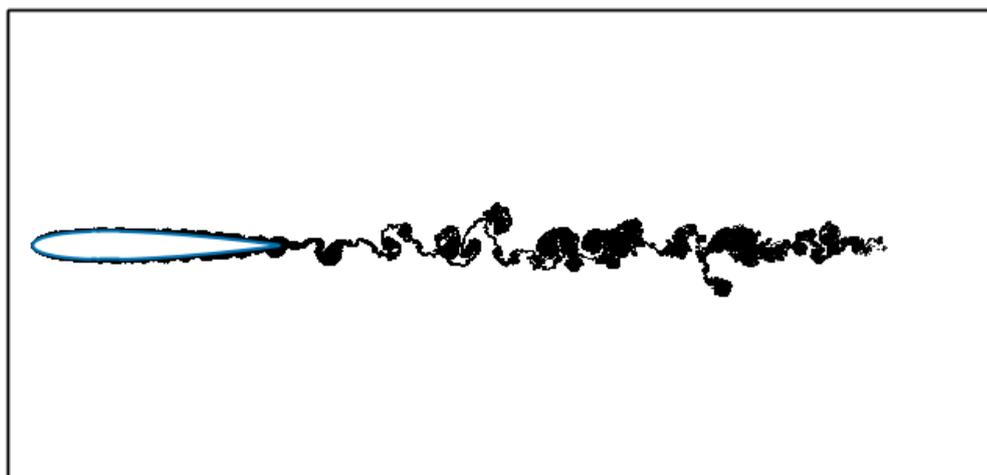


Figura 152 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 2.5$.

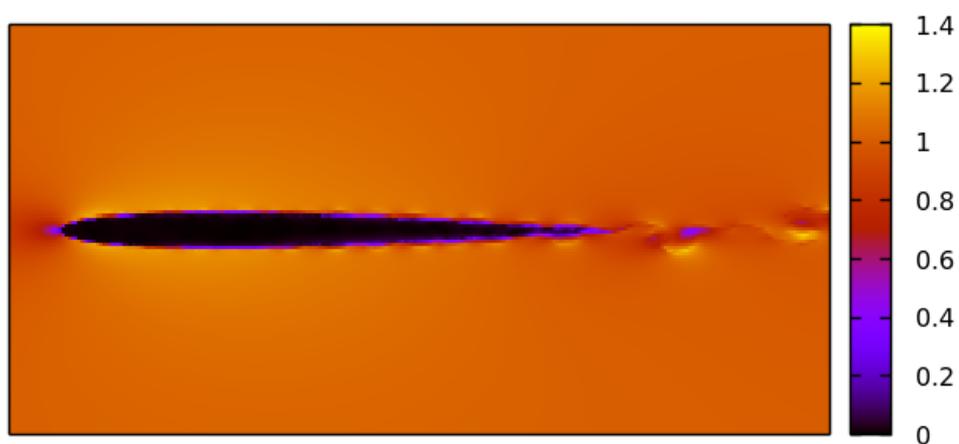


Figura 153 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 2.5$.

NACA 0012, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 2^\circ$

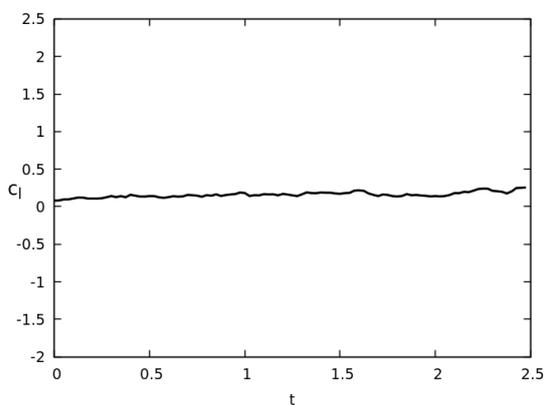


Figura 154 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^\circ$ e
 $t = 2.5$.

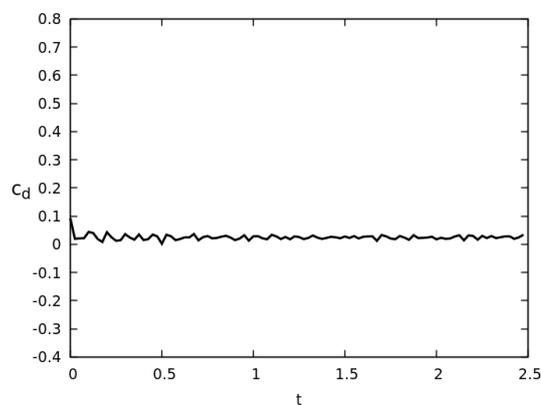


Figura 155 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^\circ$ e
 $t = 2.5$.

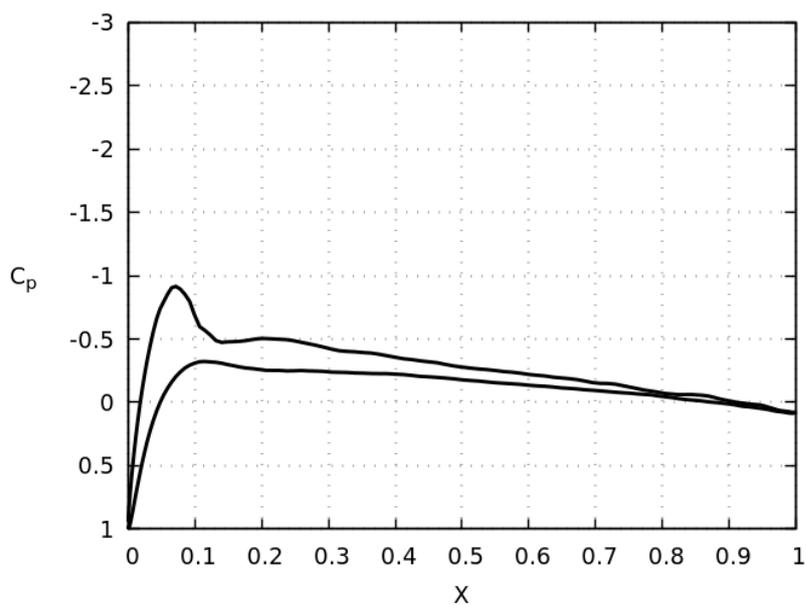


Figura 156 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^\circ$ e $t = 2.5$.

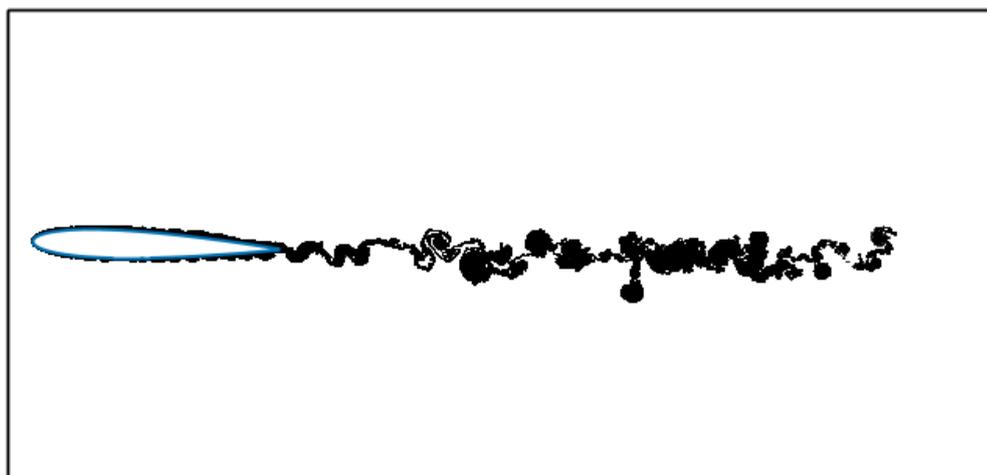


Figura 157 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 2.5$.

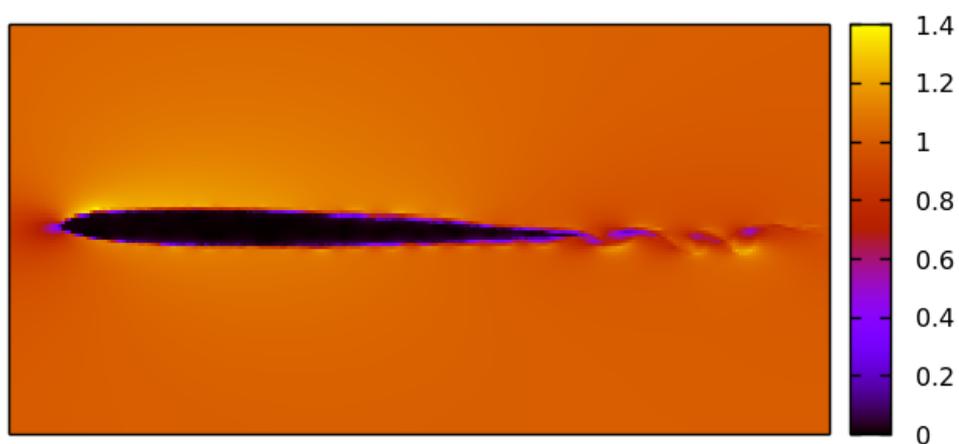


Figura 158 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 2.5$.

NACA 0012, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 4^\circ$

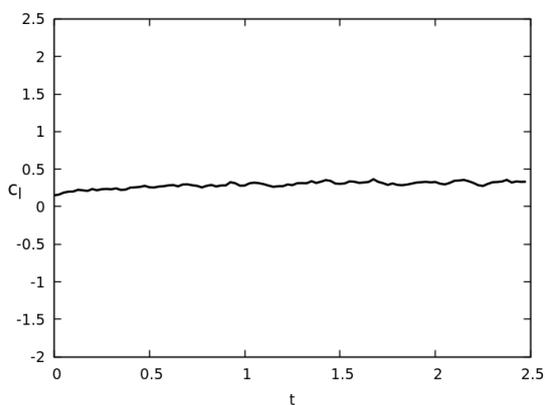


Figura 159 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^\circ$ e
 $t = 2.5$.

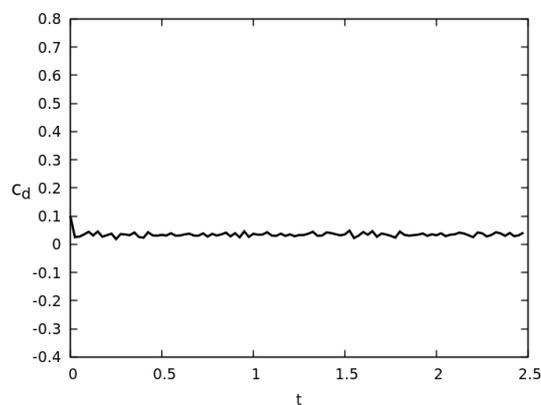


Figura 160 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^\circ$ e
 $t = 2.5$.

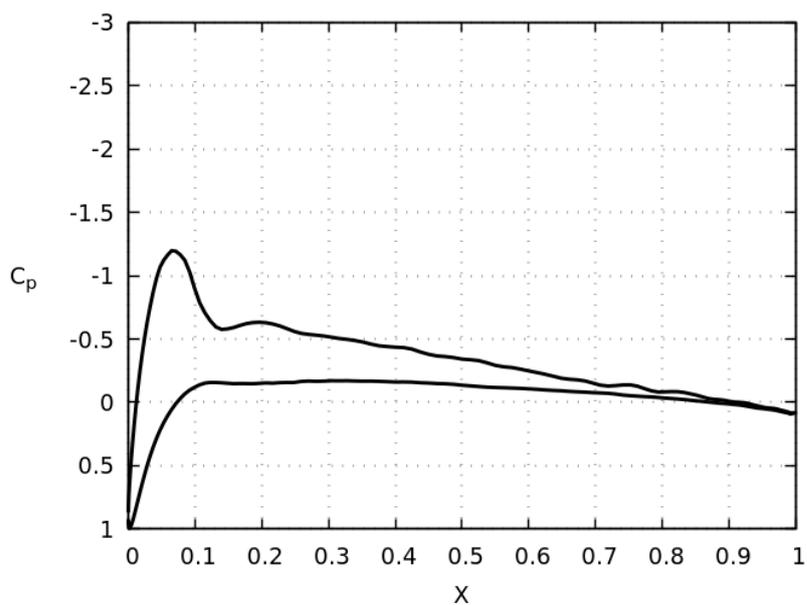


Figura 161 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^\circ$ e $t = 2.5$.

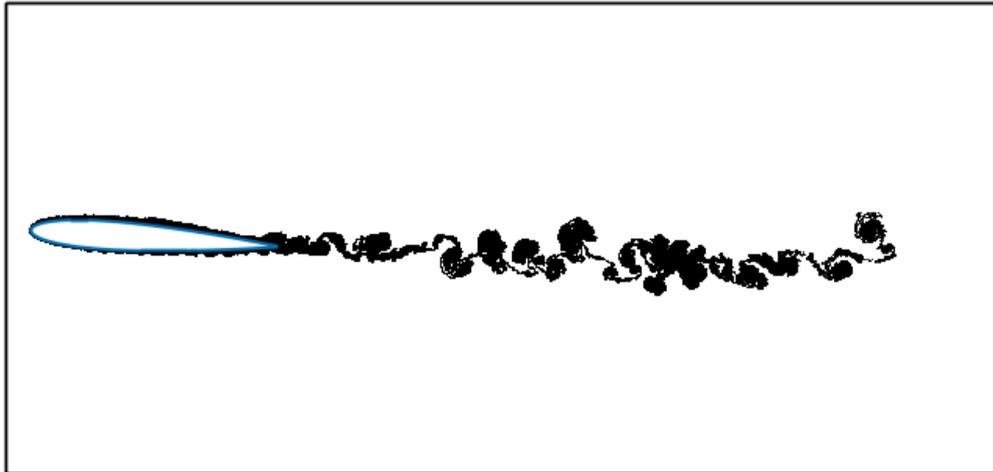


Figura 162 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 2.5$.

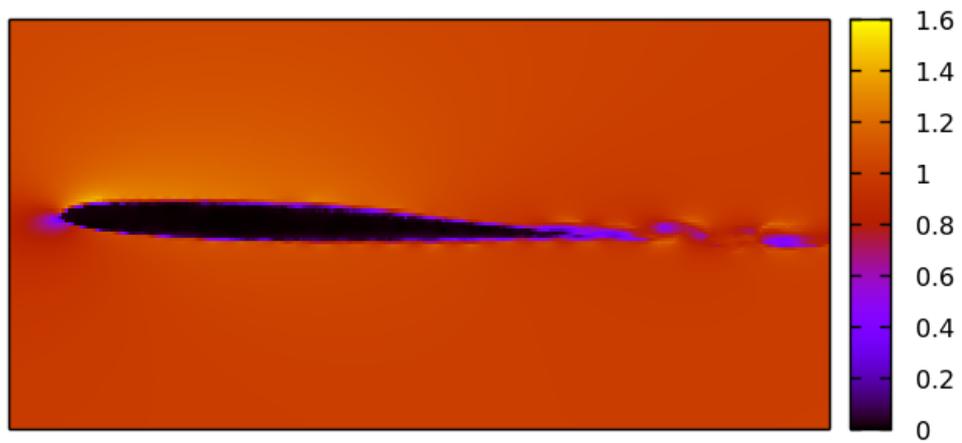


Figura 163 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 2.5$.

NACA 0012, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 6^0$

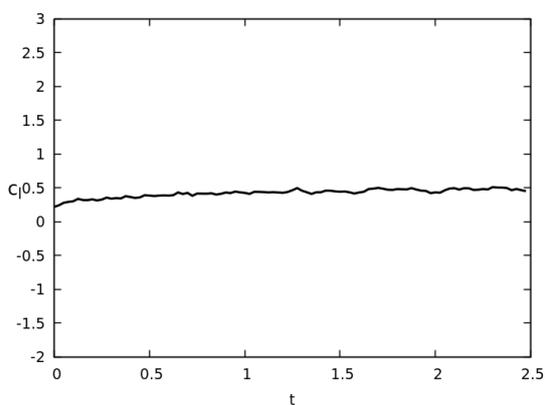


Figura 164 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e
 $t = 2.5$.

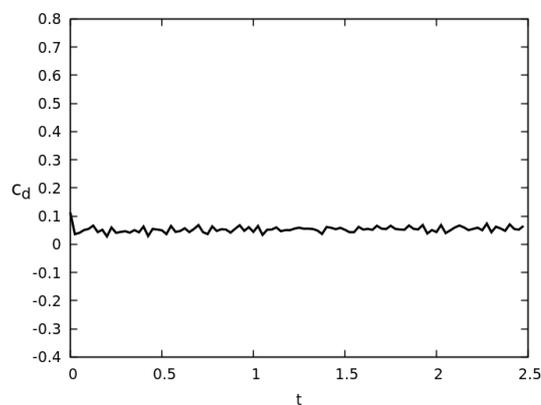


Figura 165 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e
 $t = 2.5$.

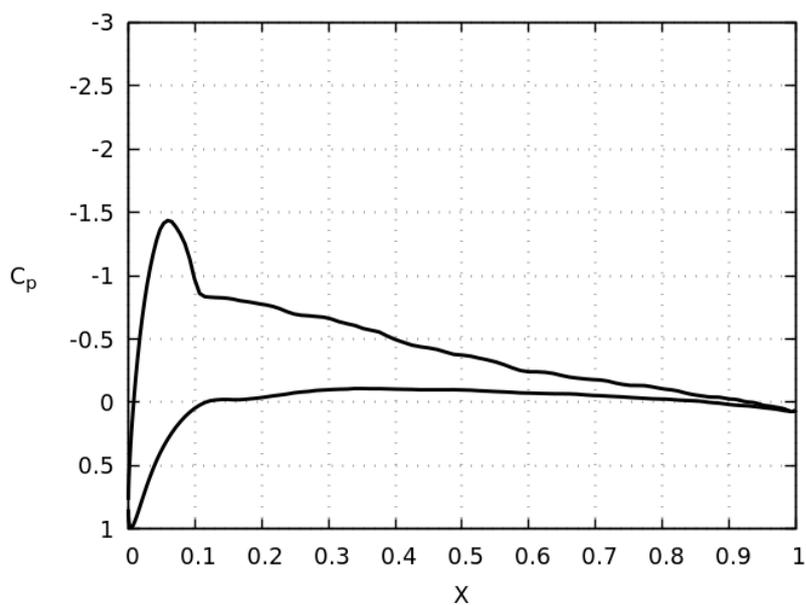


Figura 166 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 2.5$.

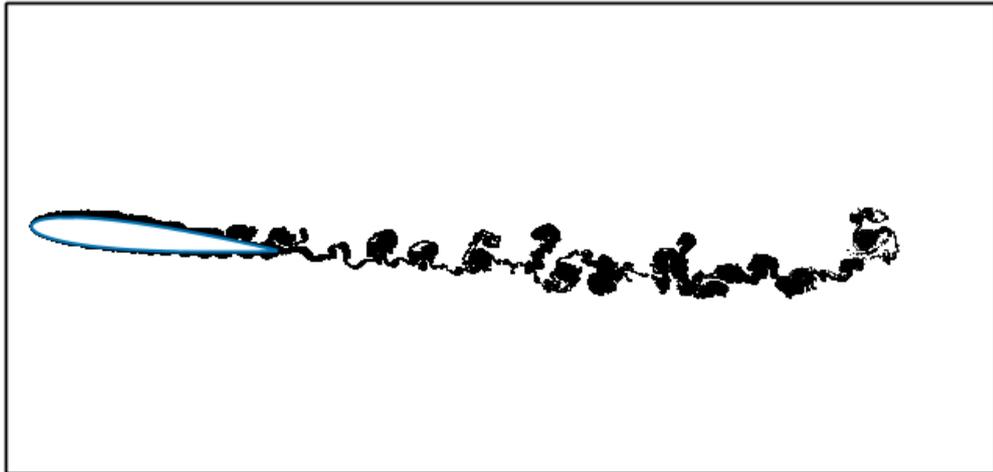


Figura 167 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 2.5$.

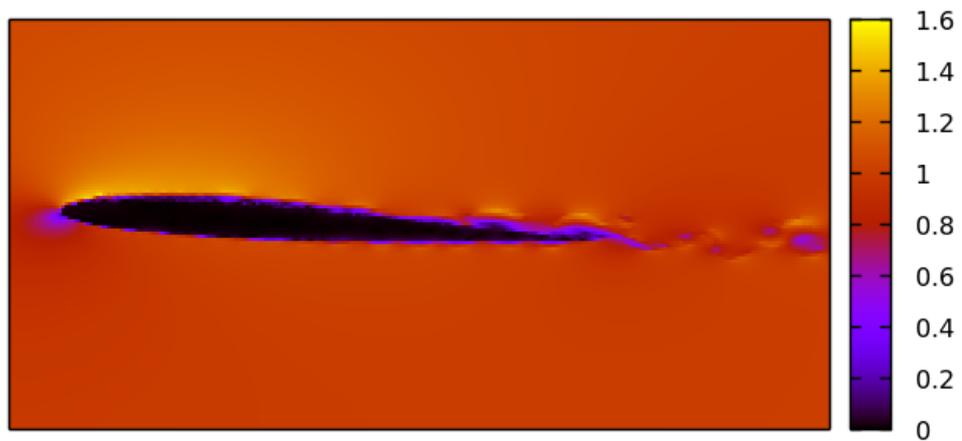


Figura 168 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 2.5$.

NACA 0012, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 8^\circ$

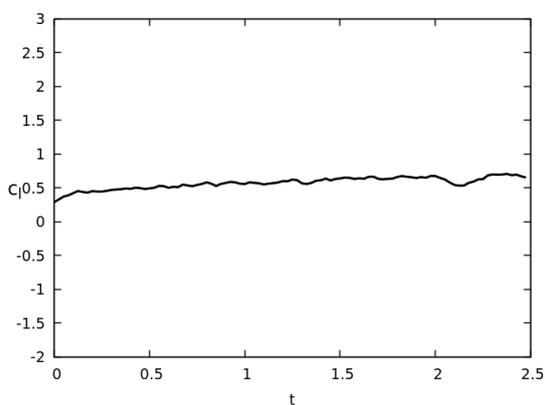


Figura 169 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 8^\circ$ e
 $t = 2.5$.

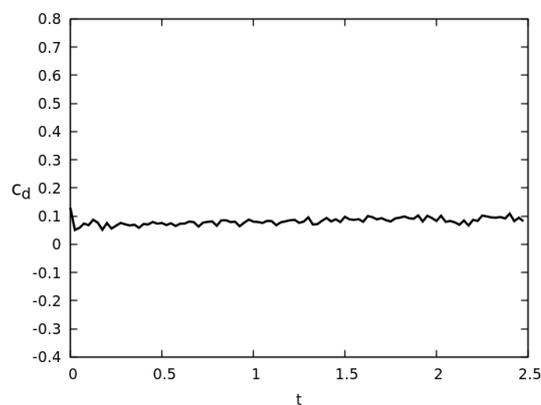


Figura 170 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 8^\circ$ e
 $t = 2.5$.

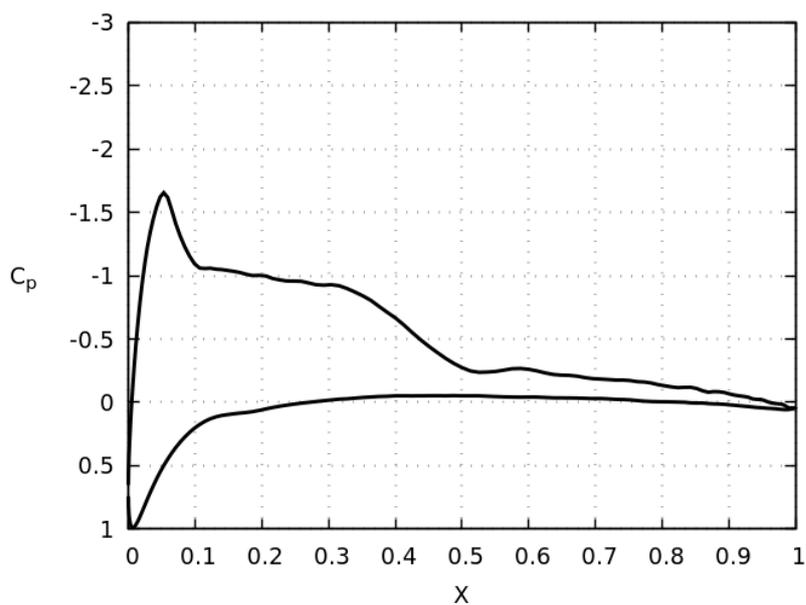


Figura 171 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 8^\circ$ e $t = 2.5$.

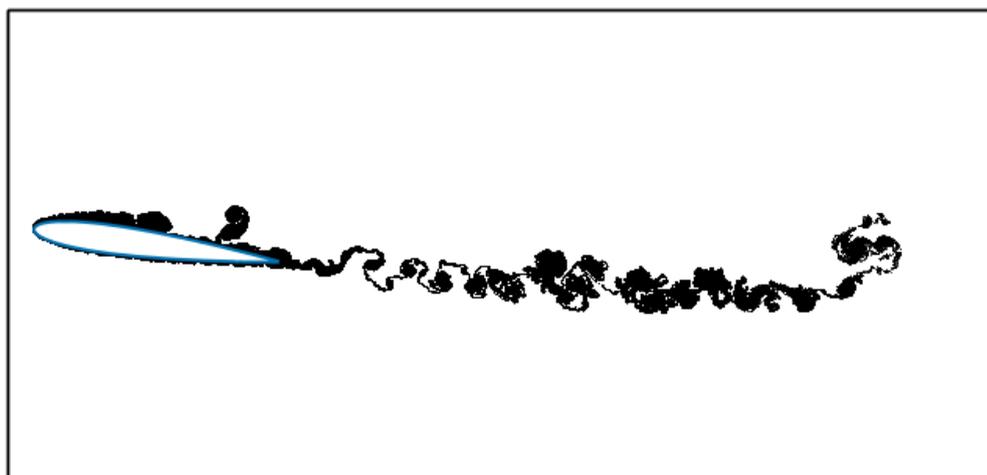


Figura 172 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 8^\circ$ e $t = 2.5$.

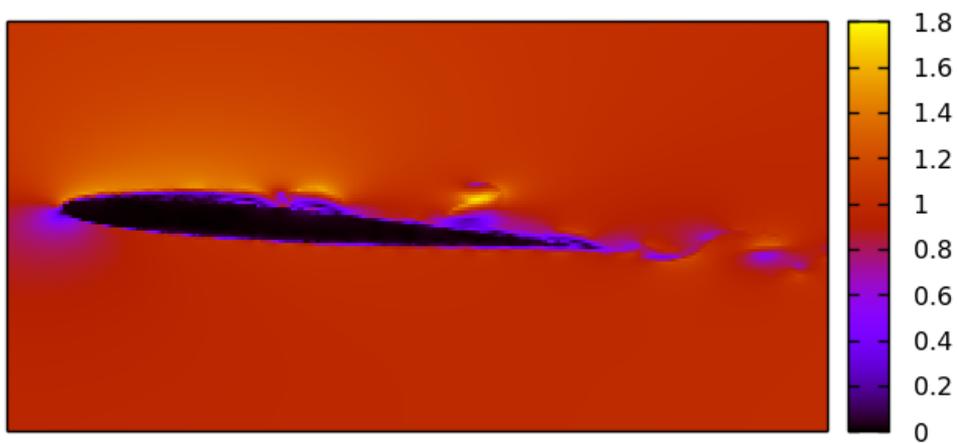


Figura 173 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 8^\circ$ e $t = 2.5$.

NACA 0012, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 10^0$

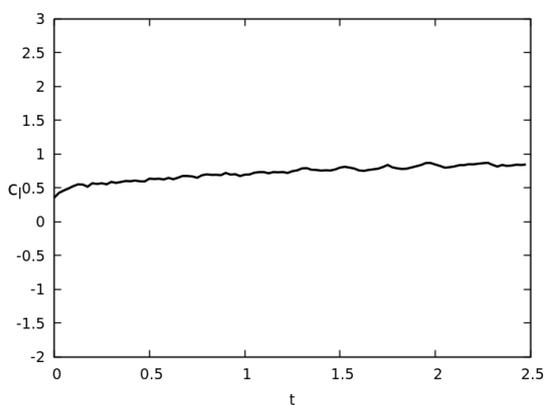


Figura 174 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 10^0$ e
 $t = 2.5$.

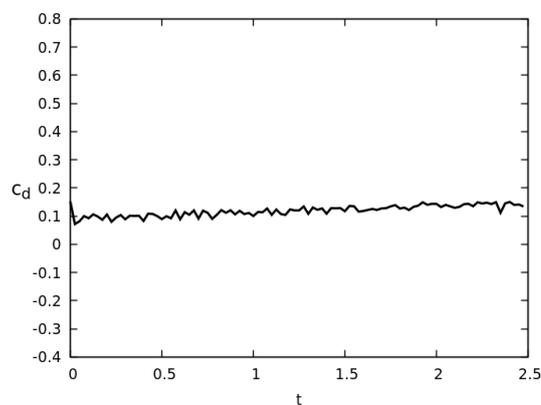


Figura 175 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 10^0$ e
 $t = 2.5$.

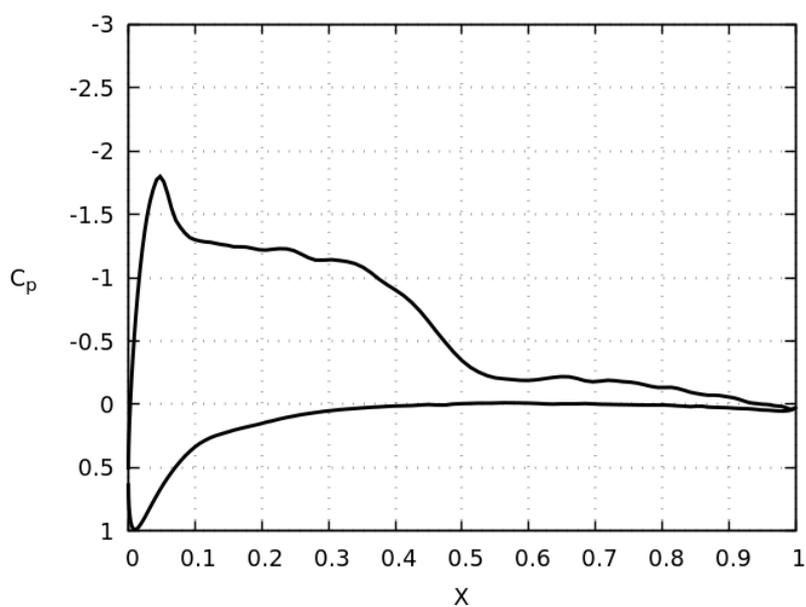


Figura 176 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 10^0$ e $t = 2.5$.

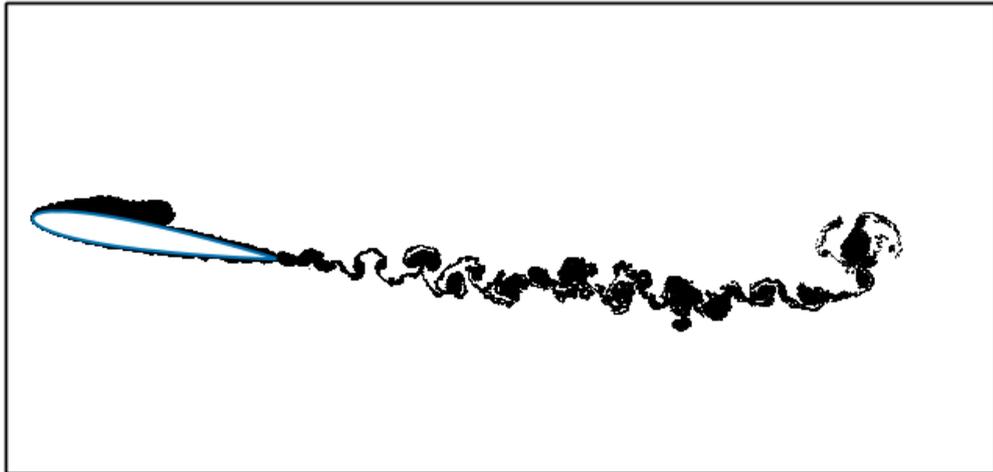


Figura 177 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 10^0$ e $t = 2.5$.

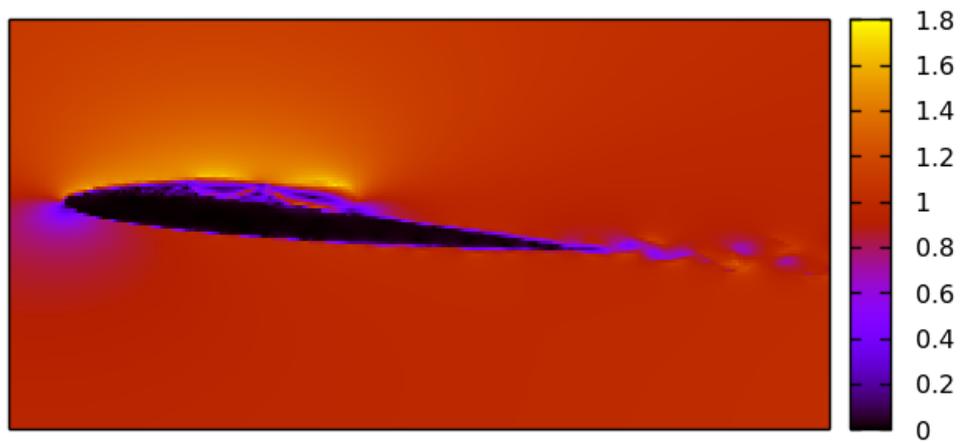


Figura 178 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 10^0$ e $t = 2.5$.

NACA 0012, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 12^\circ$

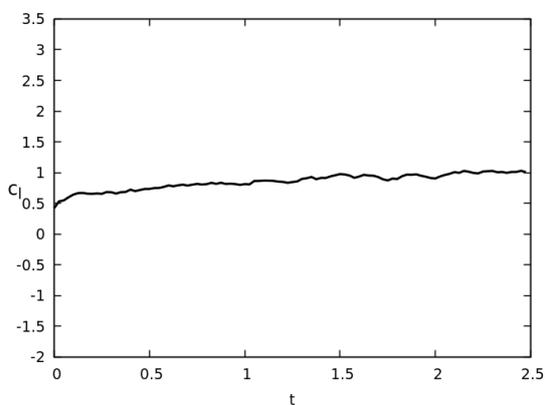


Figura 179 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 12^\circ$ e
 $t = 2.5$.

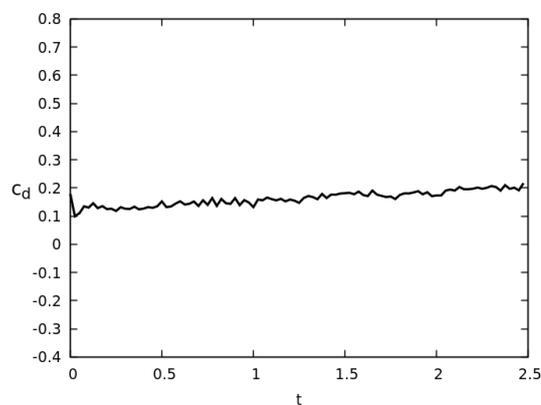


Figura 180 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 12^\circ$ e
 $t = .5$.

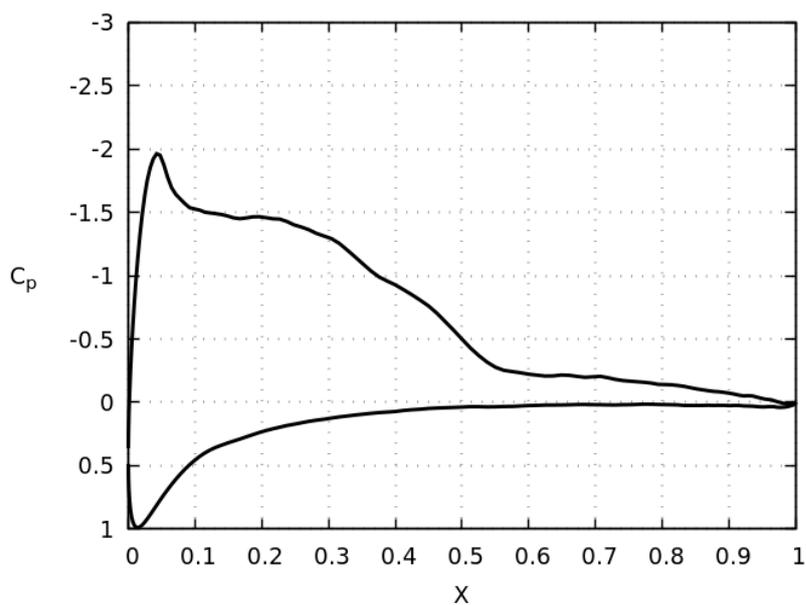


Figura 181 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 12^\circ$ e $t = 2.5$.

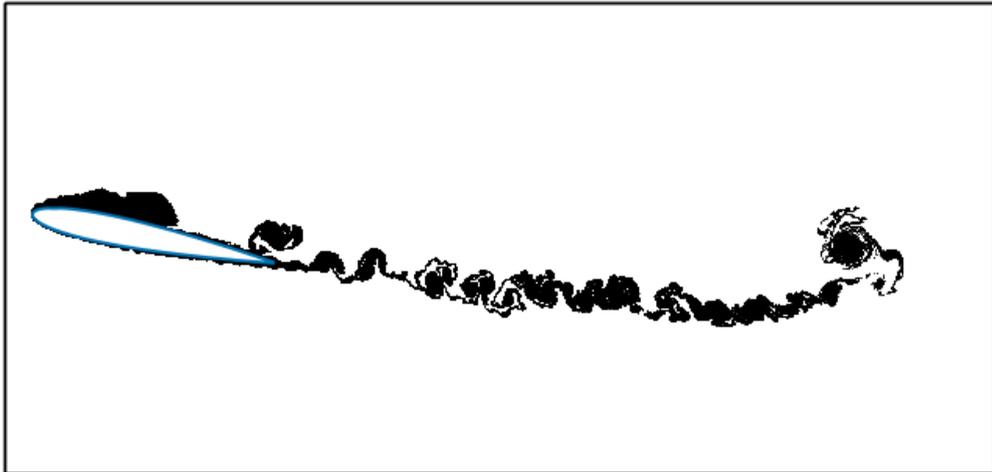


Figura 182 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 12^\circ$ e $t = 2.5$.

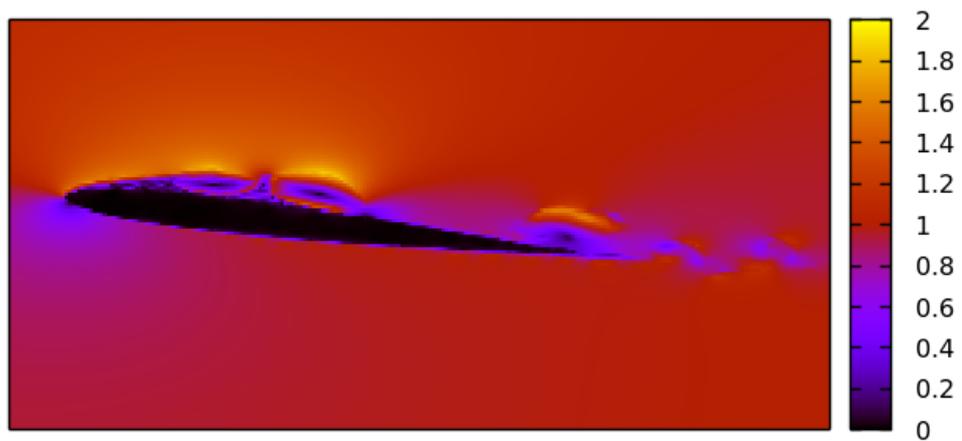


Figura 183 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 12^\circ$ e $t = 2.5$.

NACA 0012, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 14^\circ$

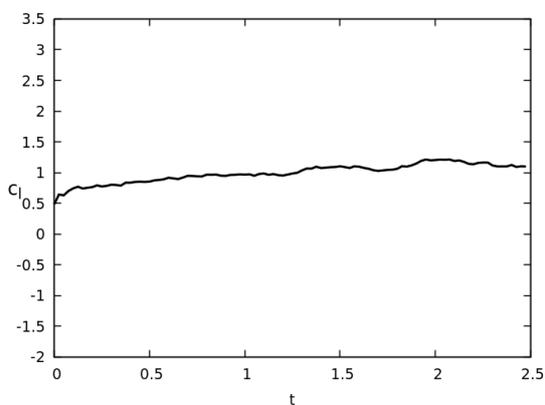


Figura 184 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 14^\circ$ e
 $t = 2.5$.

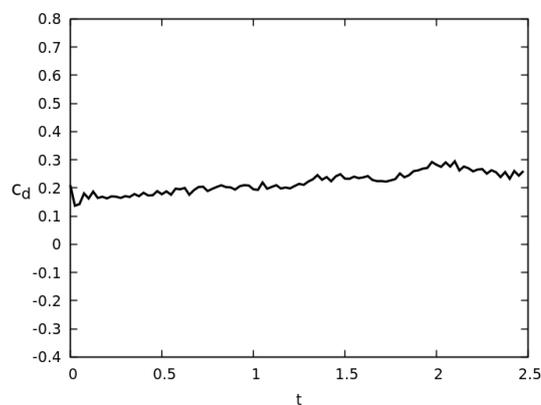


Figura 185 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 14^\circ$ e
 $t = 2.5$.

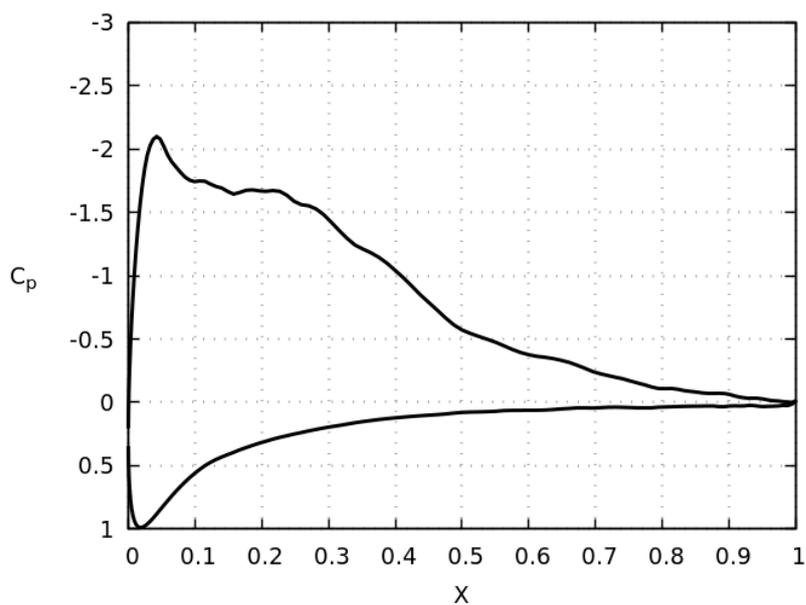


Figura 186 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 14^\circ$ e $t = 2.5$.

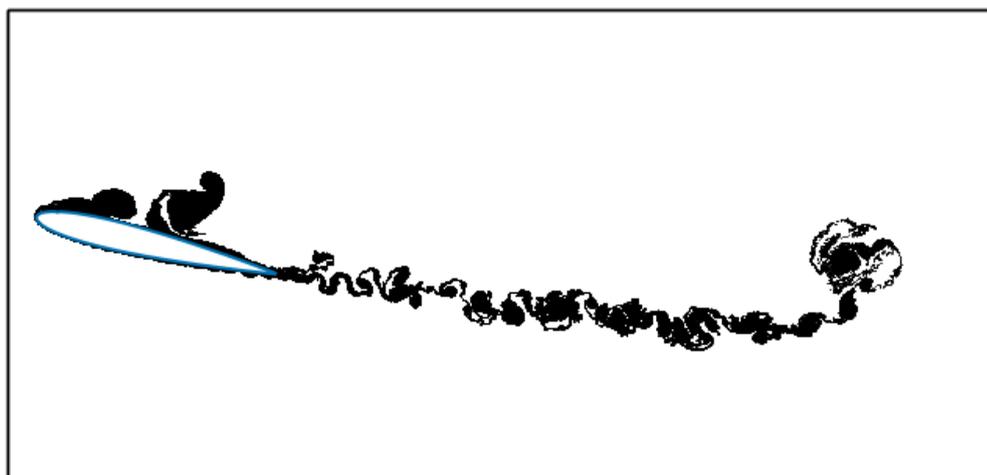


Figura 187 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 14^\circ$ e $t = 2.5$.

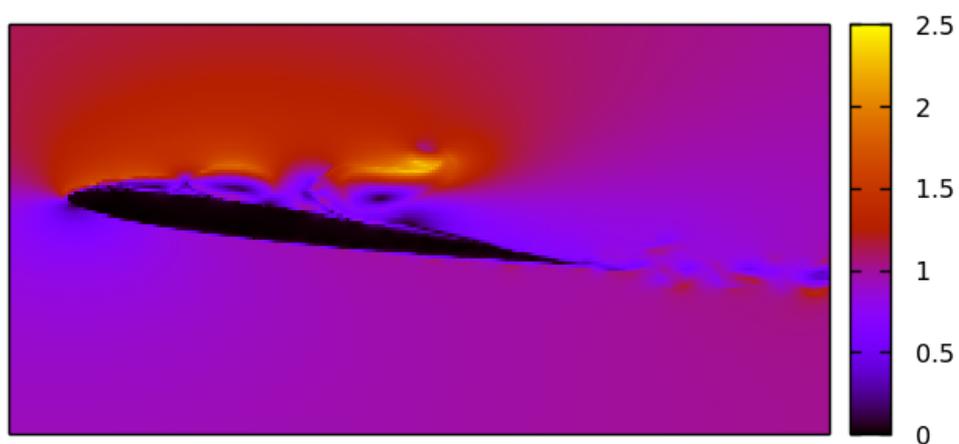


Figura 188 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 14^\circ$ e $t = 2.5$.

NACA 0012, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 16^\circ$

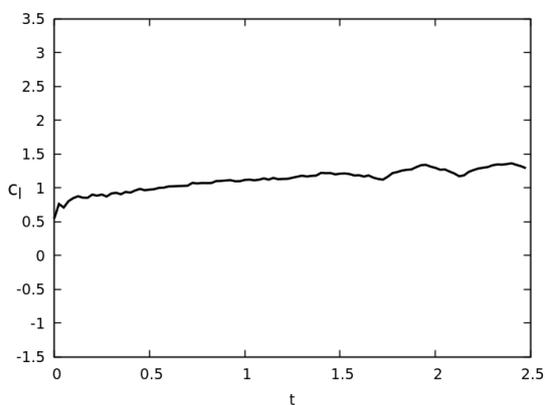


Figura 189 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 16^\circ$ e
 $t = 2.5$.

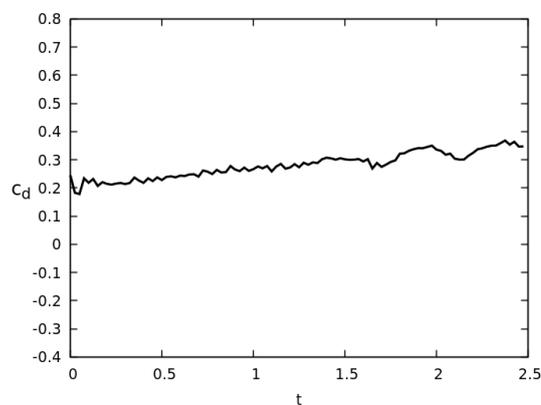


Figura 190 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 16^\circ$ e
 $t = 2.5$.

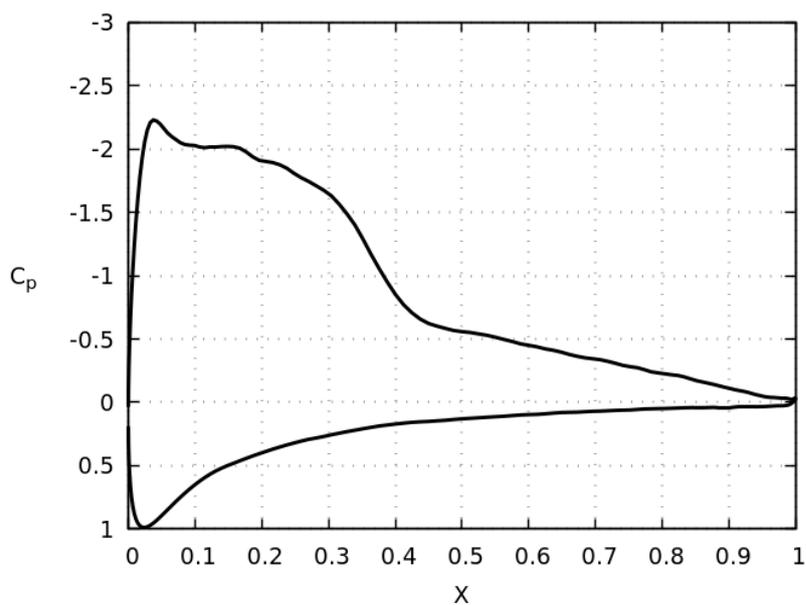


Figura 191 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 16^\circ$ e $t = 2.5$.

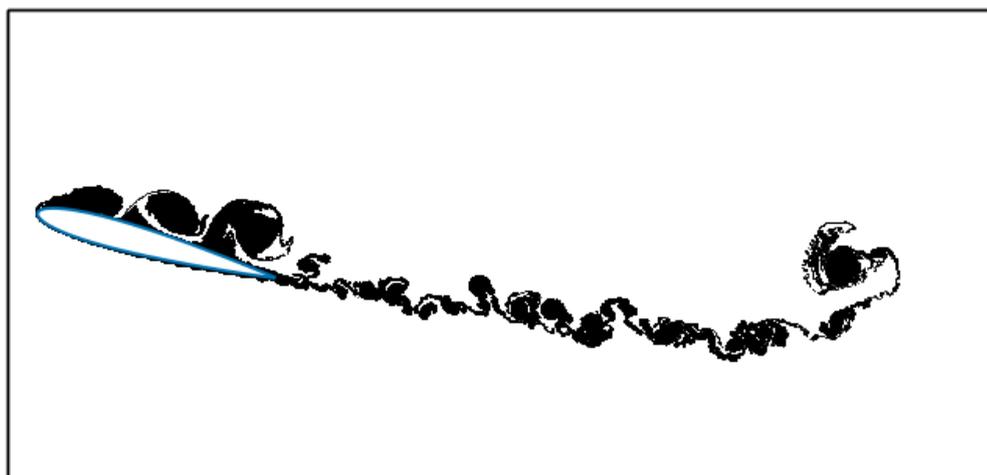


Figura 192 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 16^\circ$ e $t = 2.5$.

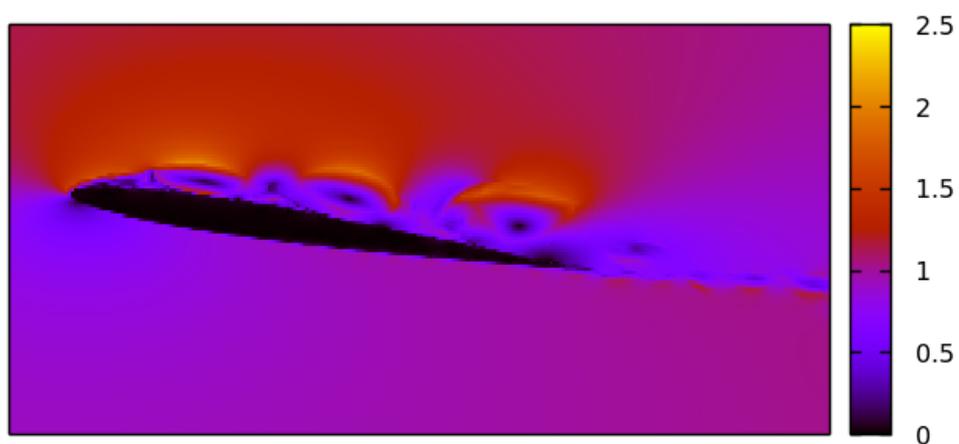


Figura 193 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 16^\circ$ e $t = 2.5$.

NACA 0012, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 18^\circ$

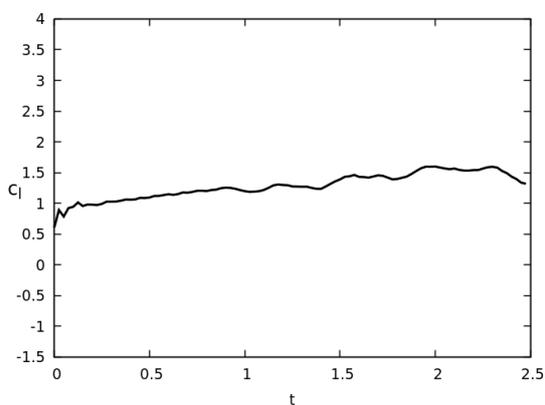


Figura 194 – Coeficiente de sustentação.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 18^\circ$ e
 $t = 2.5$.

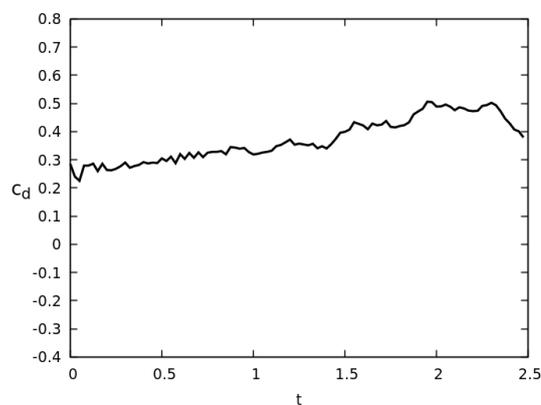


Figura 195 – Coeficiente de arrasto.
 $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 18^\circ$ e
 $t = 2.5$.

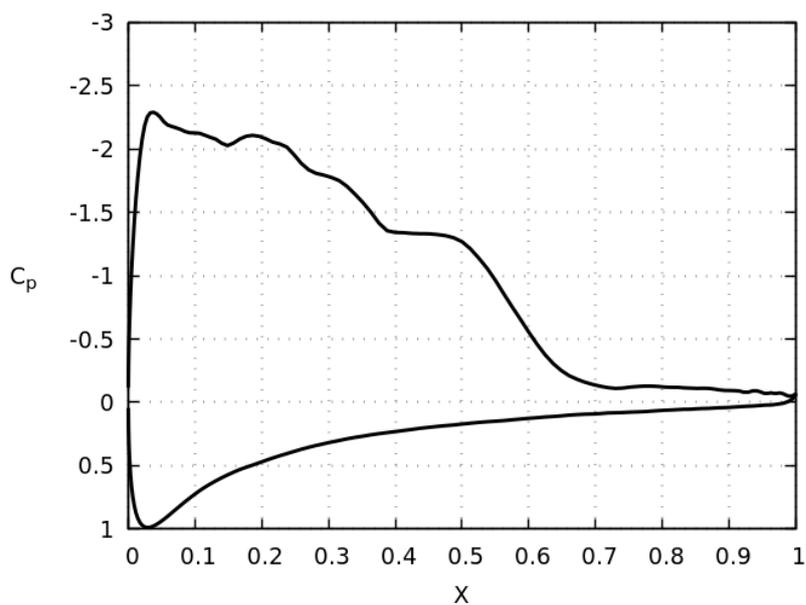


Figura 196 – Coeficiente de pressão. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 18^\circ$ e $t = 2.5$.

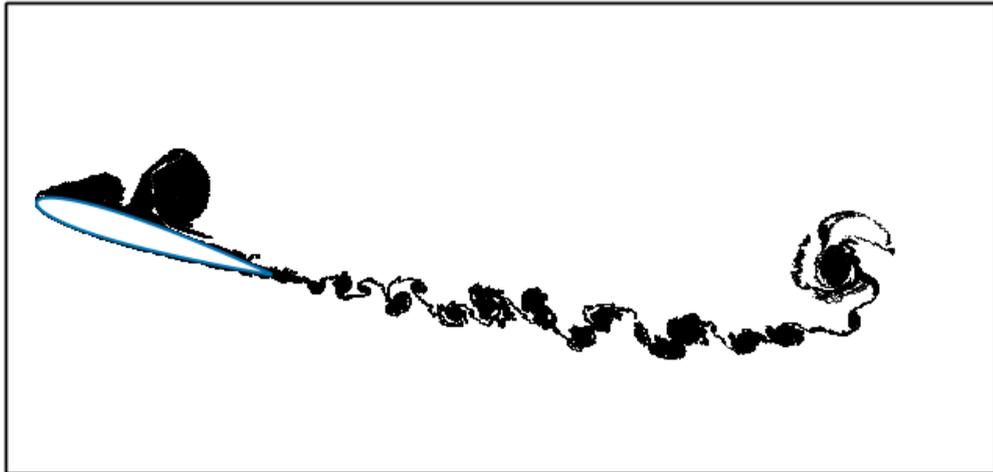


Figura 197 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 18^\circ$ e $t = 2.5$.

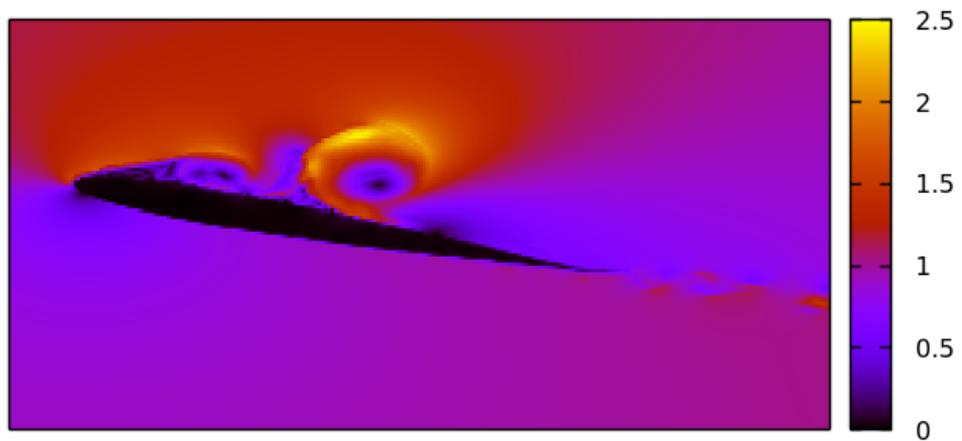


Figura 198 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 18^\circ$ e $t = 2.5$.

APÊNDICE C –

RESULTADOS PARA O PERFIL DA ALETA DO MÍSSIL SS-09 TS

REYNOLDS = 1.0×10^6 , $\delta_t = 0.025$, $h/\sigma = 0.8$, $N = 250$ e L variável (conforme 3.45).

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = -7^\circ$

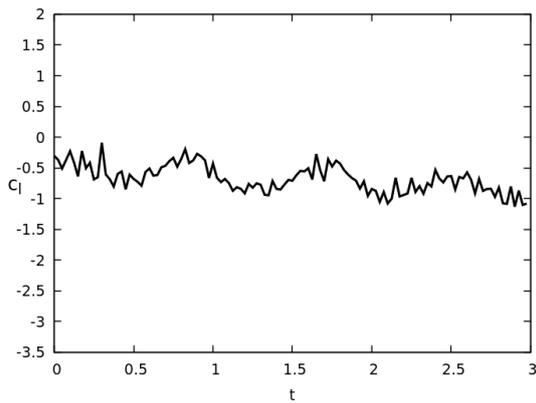


Figura 199 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

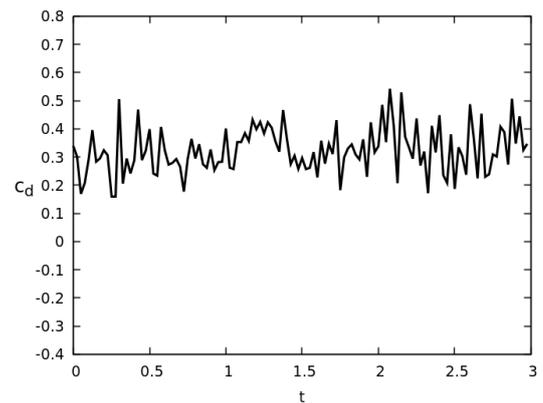


Figura 200 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

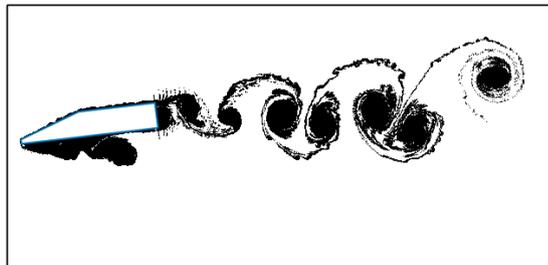


Figura 201 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

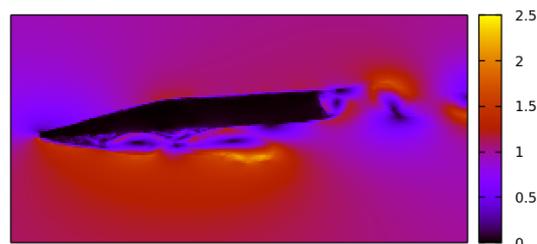


Figura 202 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = -6^0$

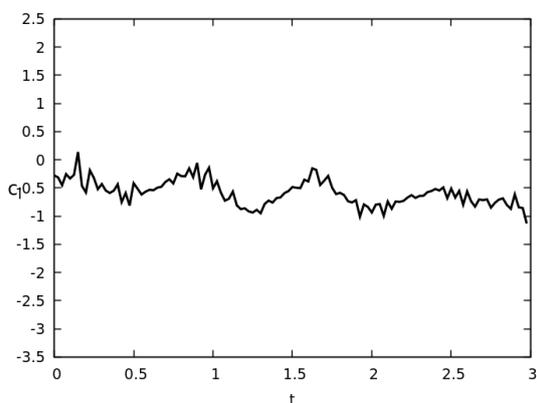


Figura 203 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$.

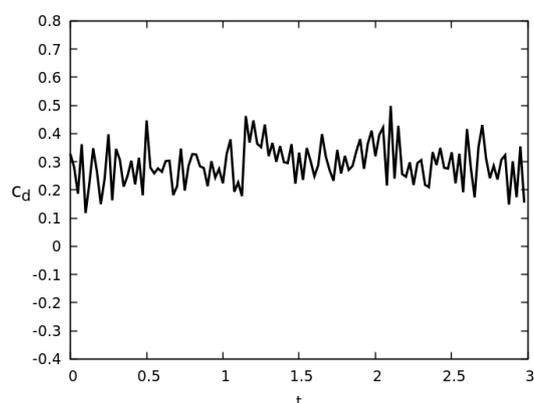


Figura 204 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$.

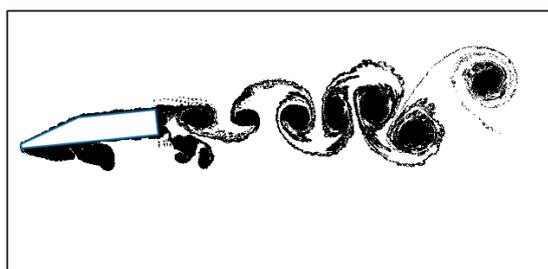


Figura 205 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$.

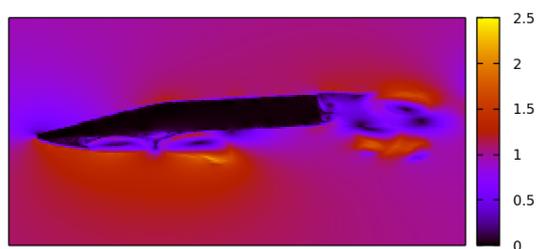


Figura 206 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = -4^0$

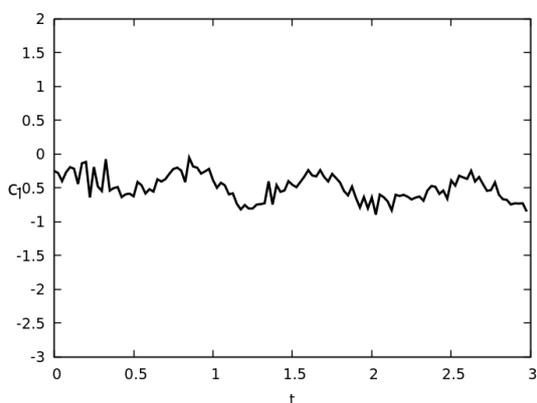


Figura 207 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$.

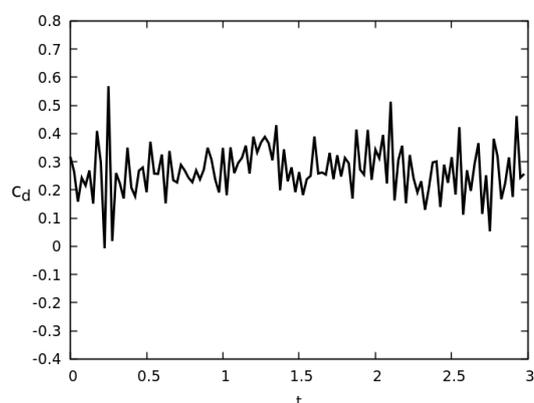


Figura 208 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$.



Figura 209 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$.

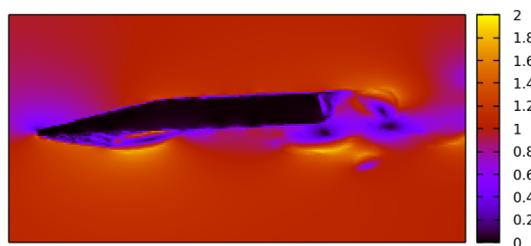


Figura 210 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = -3^0$

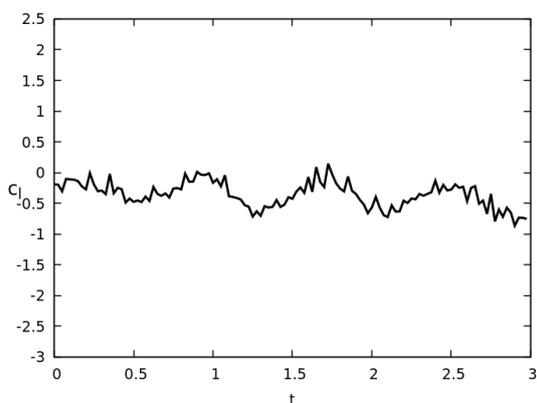


Figura 211 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$.

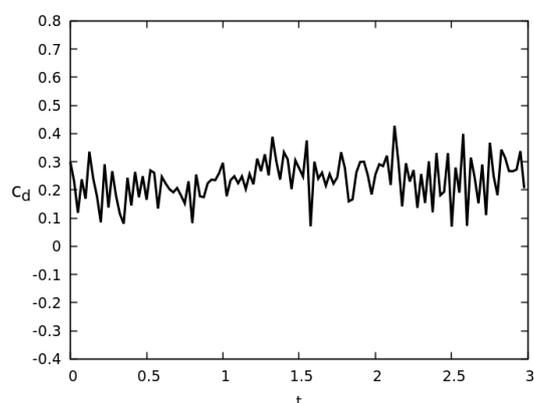


Figura 212 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$.

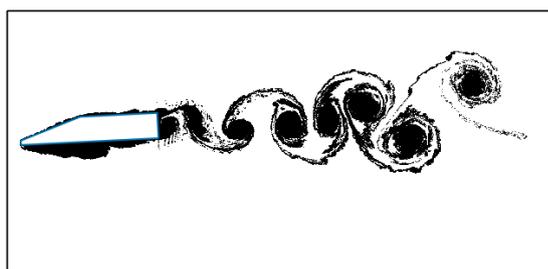


Figura 213 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$.

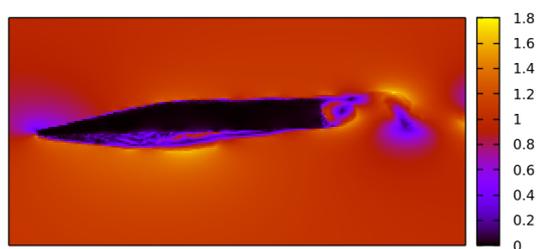


Figura 214 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = -2^\circ$

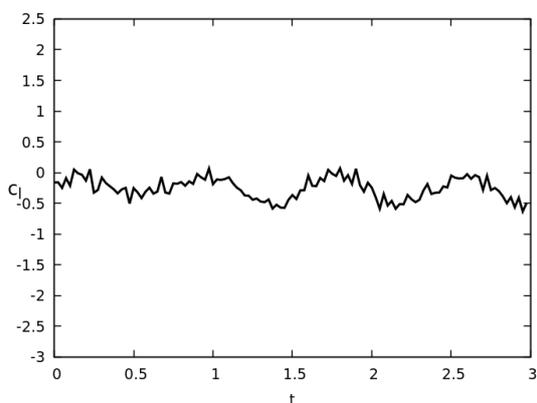


Figura 215 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

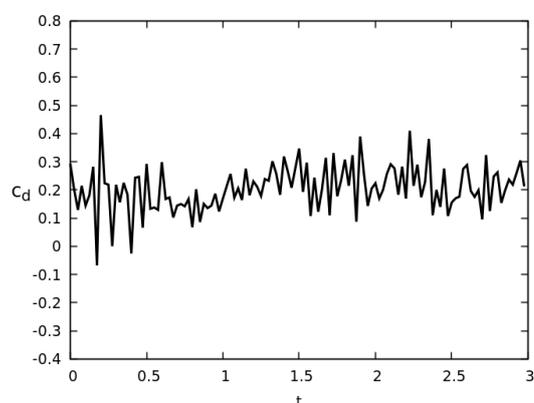


Figura 216 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

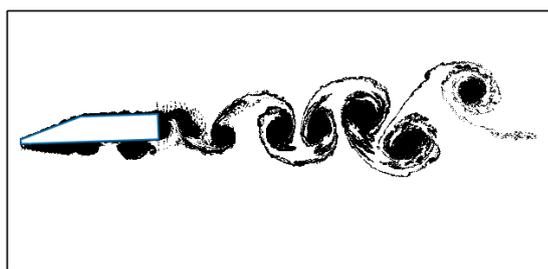


Figura 217 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

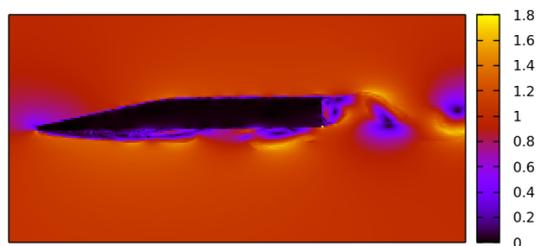


Figura 218 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = -1^0$

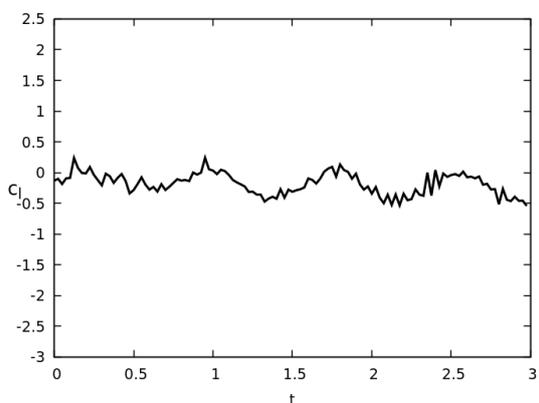


Figura 219 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$.

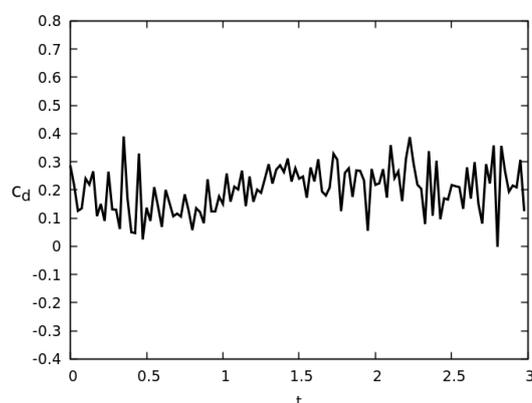


Figura 220 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$.



Figura 221 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$.

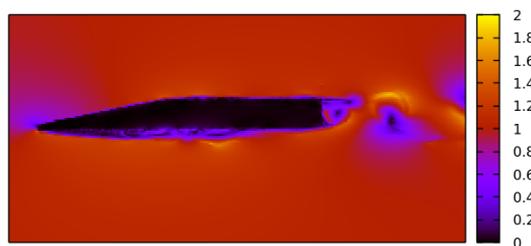


Figura 222 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = 0^0$

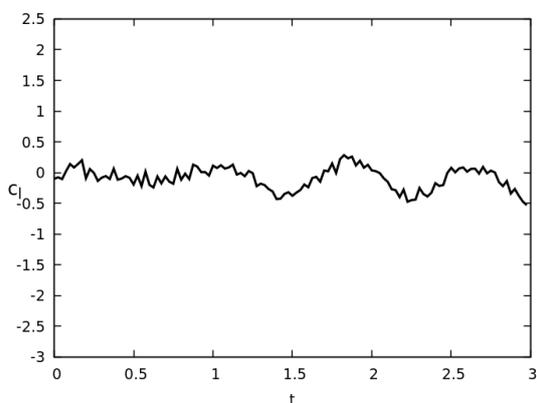


Figura 223 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

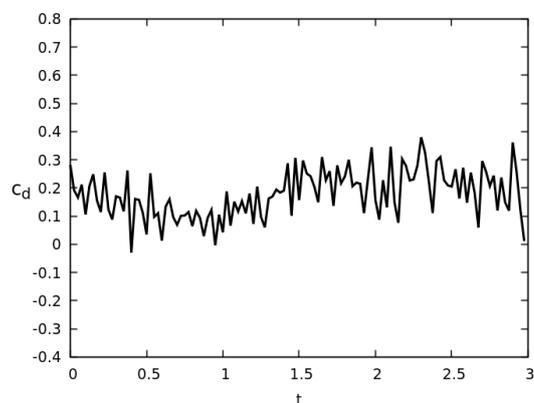


Figura 224 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.



Figura 225 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

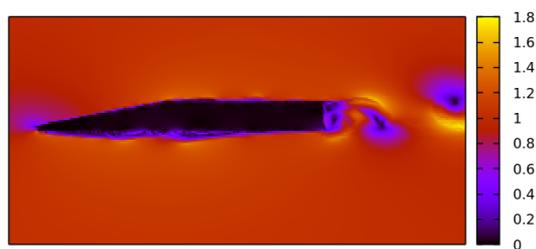


Figura 226 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = 1^0$

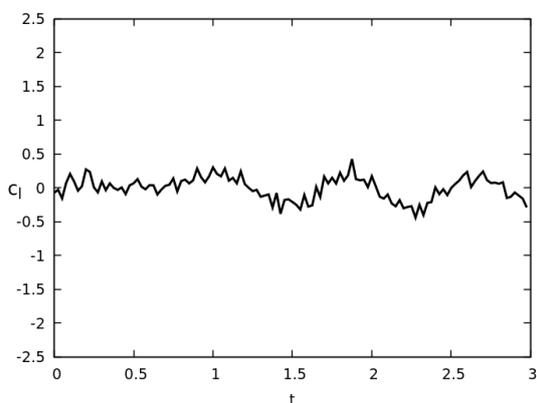


Figura 227 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

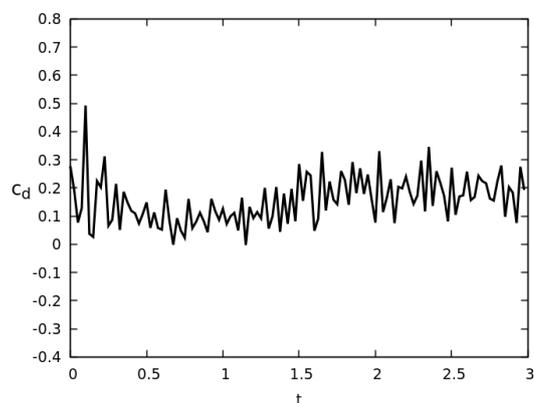


Figura 228 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.



Figura 229 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

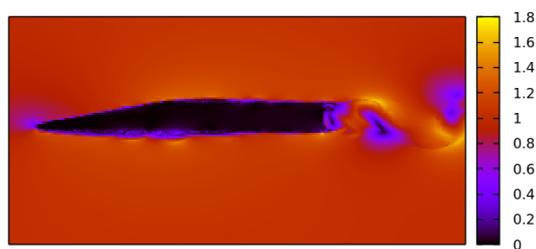


Figura 230 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = 2^0$

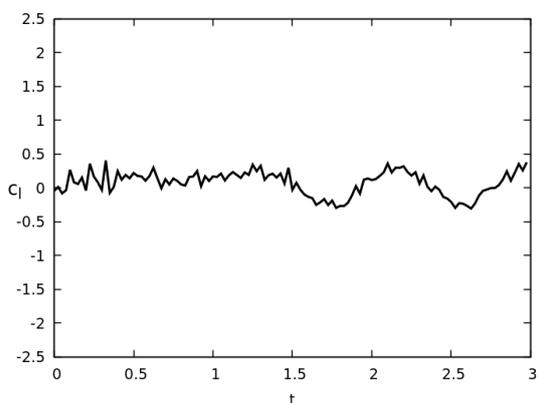


Figura 231 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

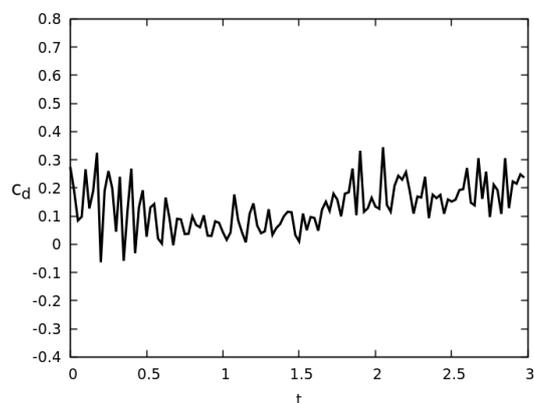


Figura 232 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

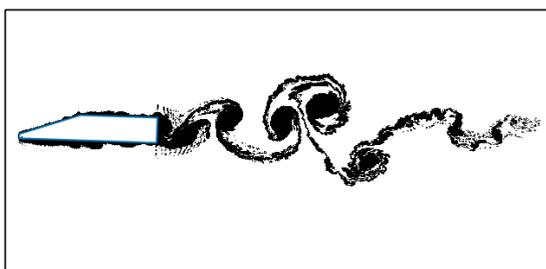


Figura 233 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

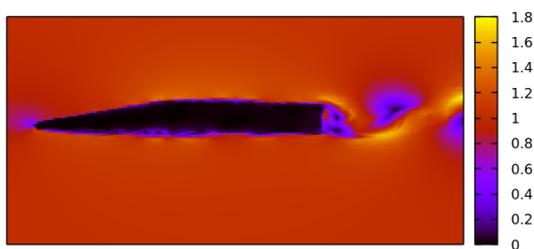


Figura 234 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = 3^0$

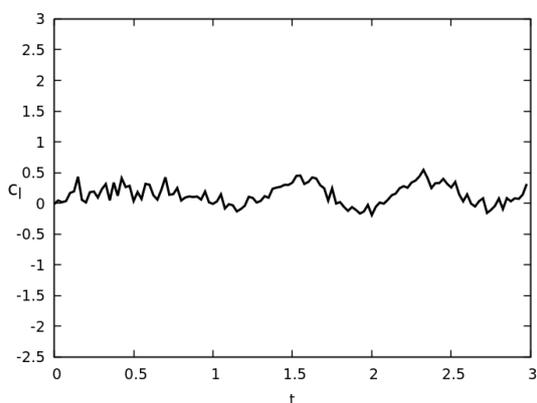


Figura 235 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

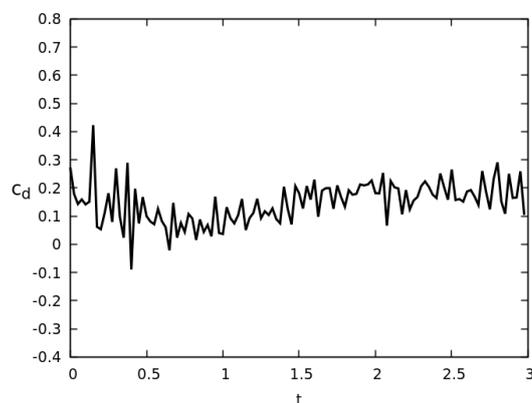


Figura 236 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.



Figura 237 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

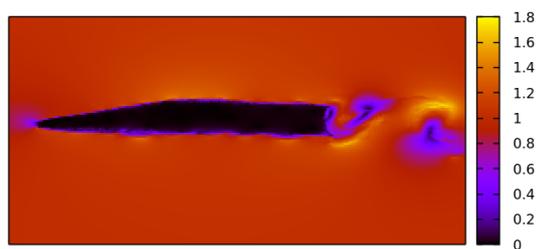


Figura 238 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = 4^0$

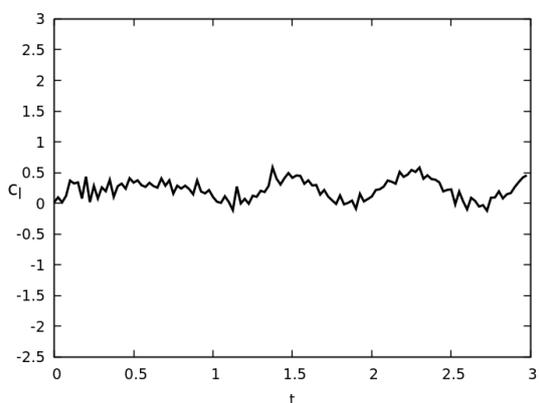


Figura 239 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

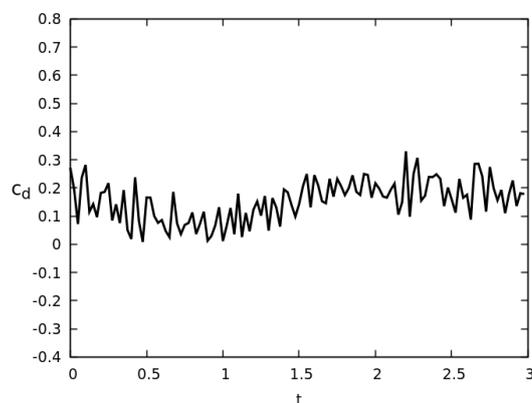


Figura 240 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

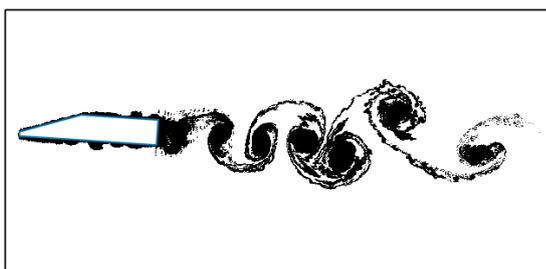


Figura 241 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

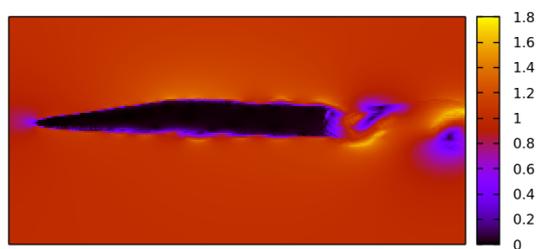


Figura 242 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = 5^\circ$

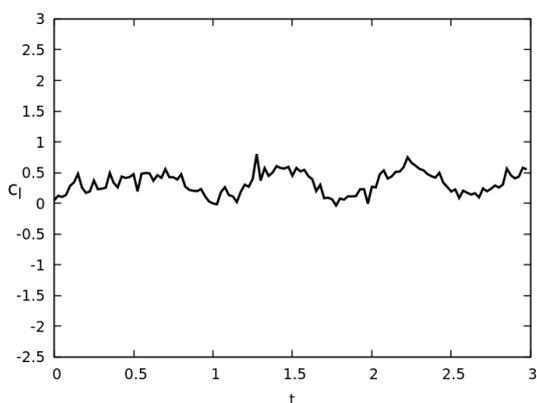


Figura 243 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^\circ$ e $t = 3.0$.

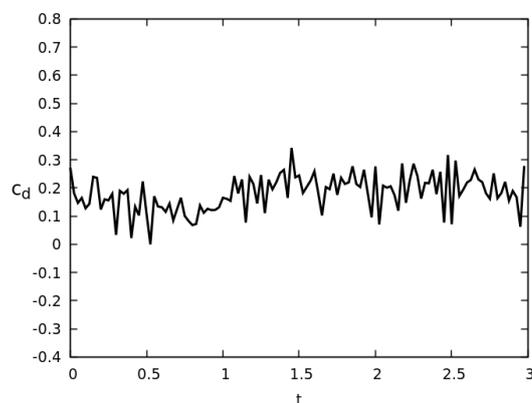


Figura 244 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^\circ$ e $t = 3.0$.

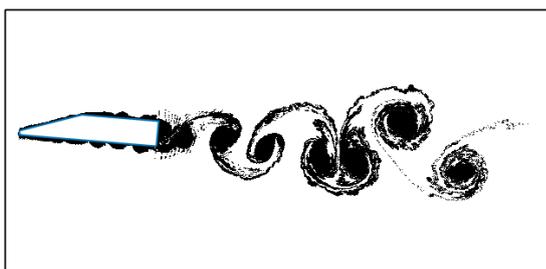


Figura 245 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^\circ$ e $t = 3.0$.

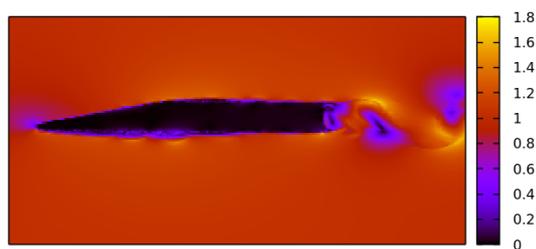


Figura 246 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = 6^\circ$

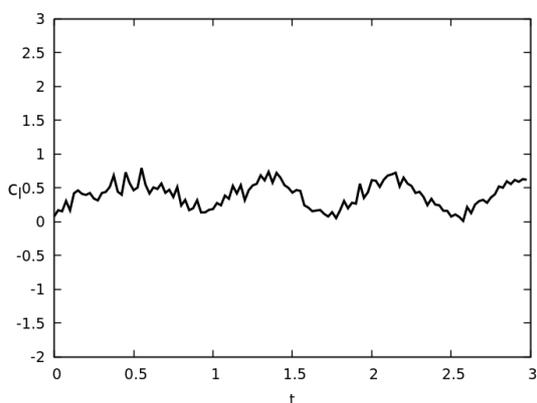


Figura 247 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 3.0$.

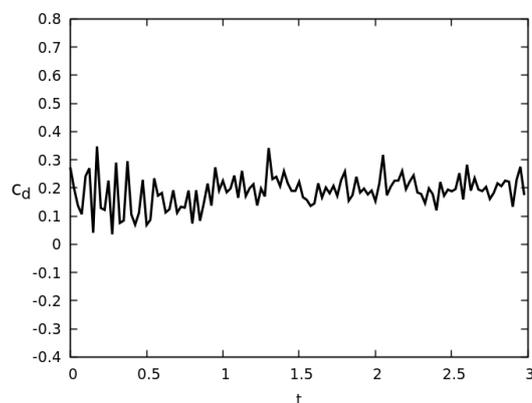


Figura 248 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 3.0$.

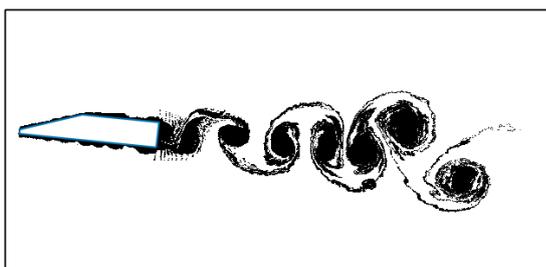


Figura 249 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 3.0$.

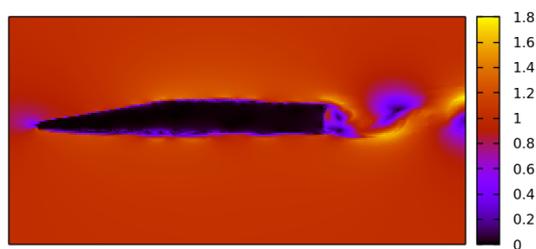


Figura 250 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 1.0×10^6 e $\alpha = 7^\circ$

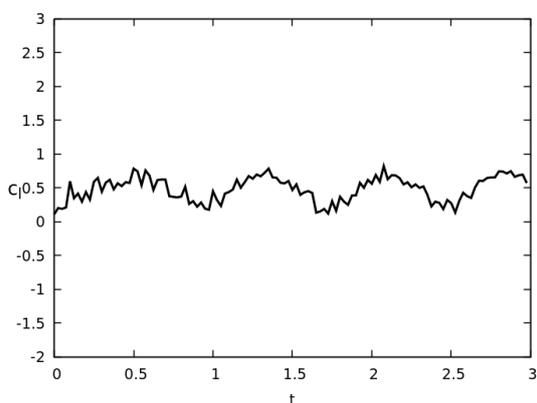


Figura 251 – Coeficiente de sustentação. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

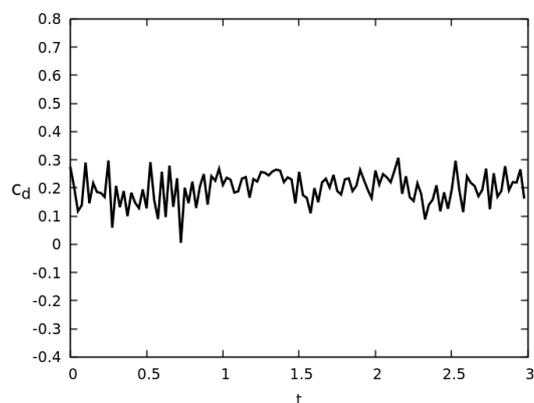


Figura 252 – Coeficiente de arrasto. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

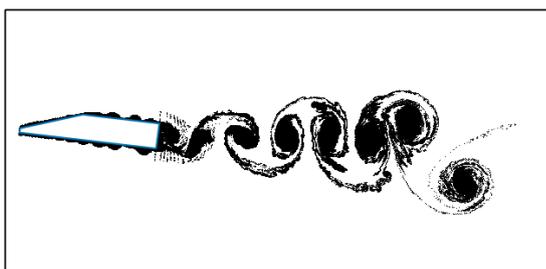


Figura 253 – Esteira. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

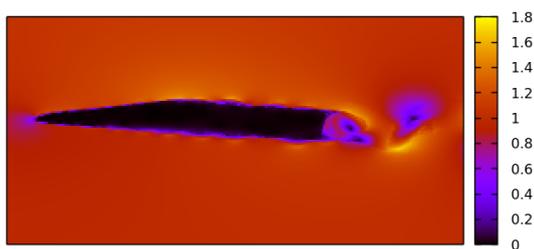


Figura 254 – Campo de velocidade. $Re = 1.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

APÊNDICE D –

RESULTADOS PARA O PERFIL DA ALETA DO MÍSSIL SS-09 TS

REYNOLDS = 3.0×10^6 , $\delta_t = 0.025$, $h/\sigma = 0.8$, $N = 250$ e L variável (conforme 3.45).

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = -7^\circ$

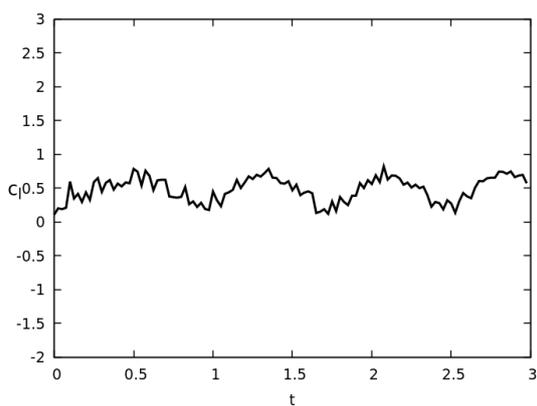


Figura 255 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

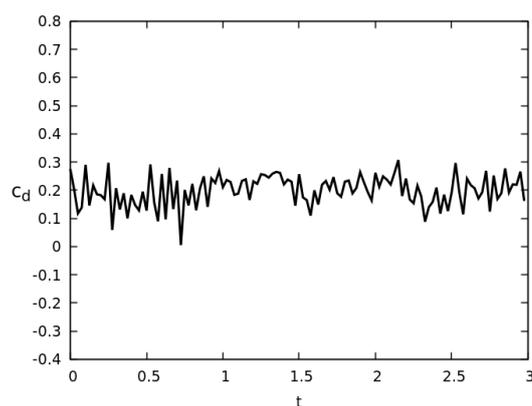


Figura 256 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.



Figura 257 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

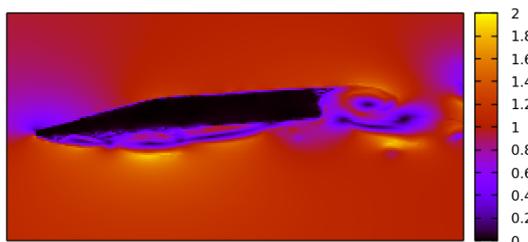


Figura 258 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = -6^0$

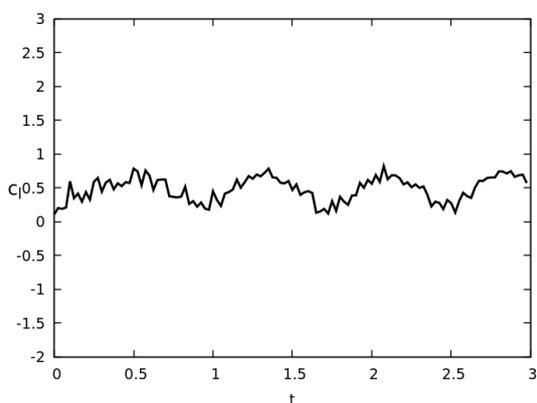


Figura 259 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$.

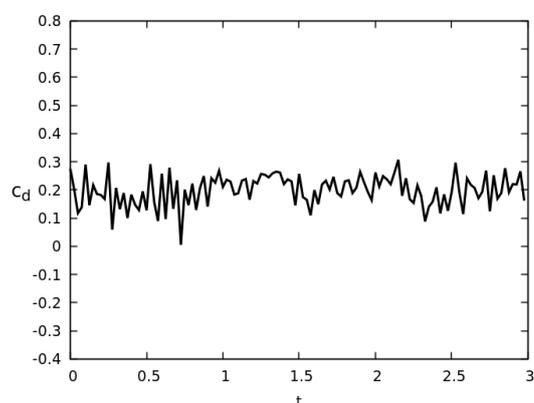


Figura 260 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$.

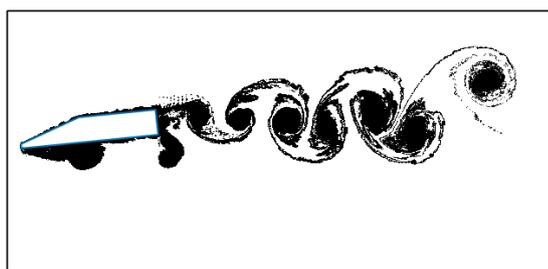


Figura 261 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$.

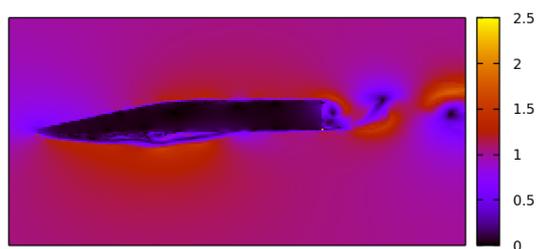


Figura 262 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = -5^0$

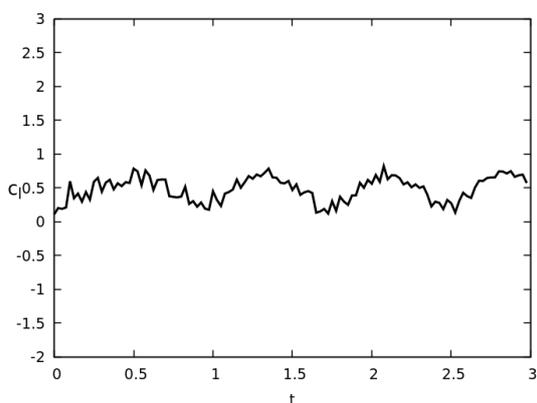


Figura 263 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$.

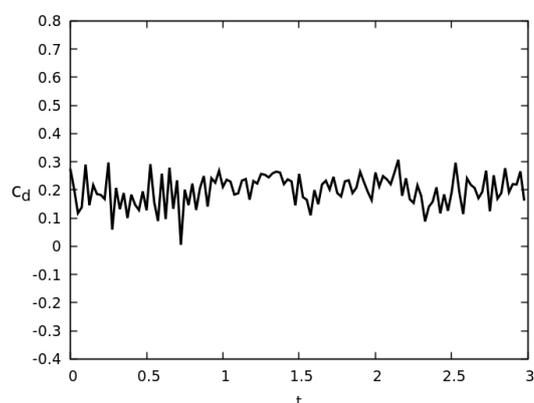


Figura 264 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$.

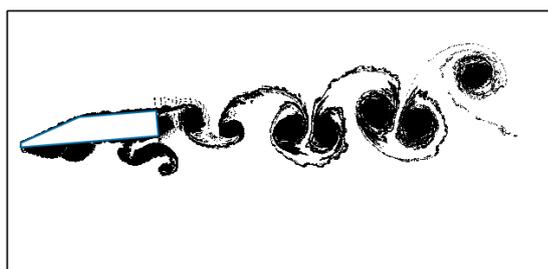


Figura 265 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$.

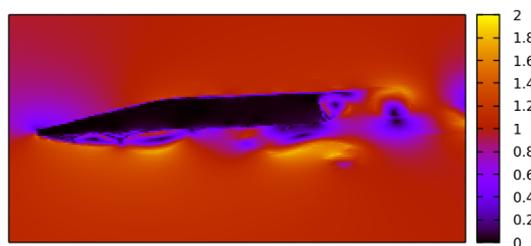


Figura 266 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = -4^\circ$

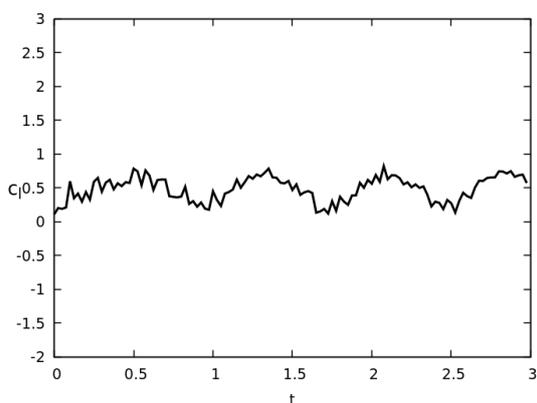


Figura 267 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^\circ$ e $t = 3.0$.

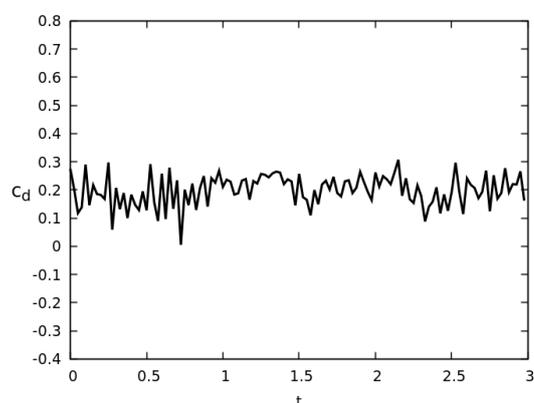


Figura 268 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^\circ$ e $t = 3.0$.



Figura 269 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^\circ$ e $t = 3.0$.

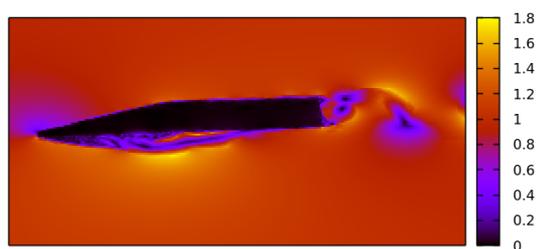


Figura 270 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = -3^0$

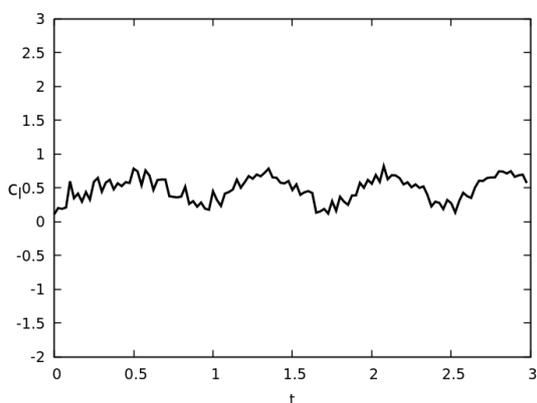


Figura 271 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$.

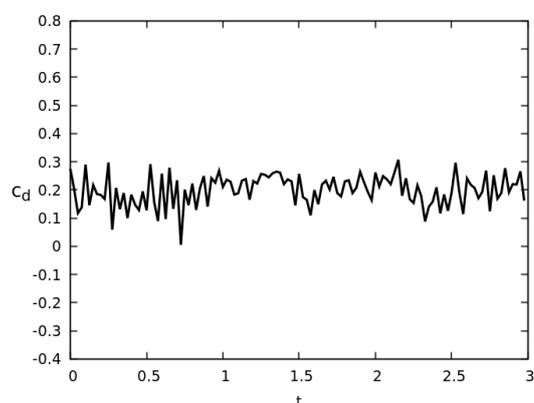


Figura 272 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$.

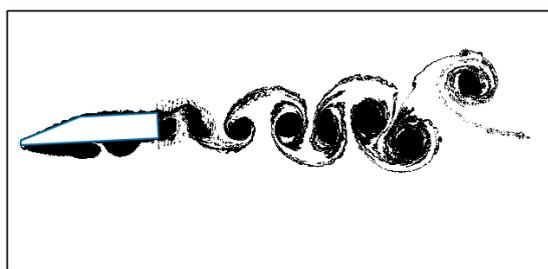


Figura 273 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$.

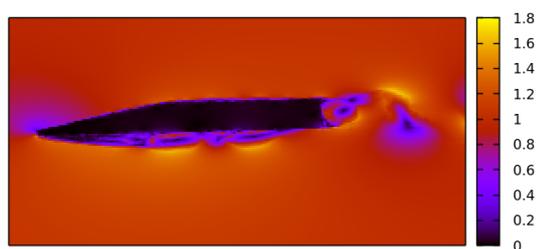


Figura 274 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = -2^\circ$

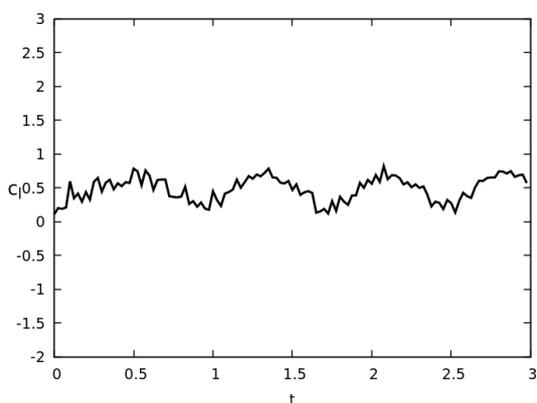


Figura 275 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

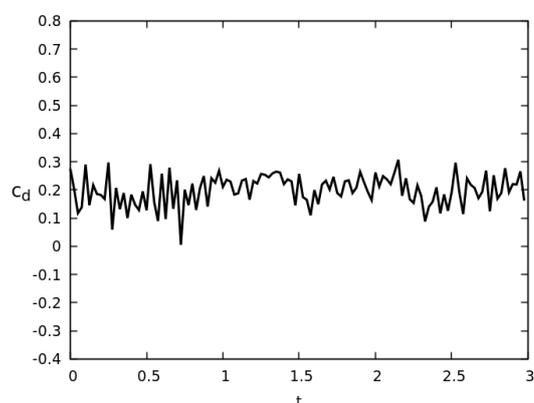


Figura 276 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

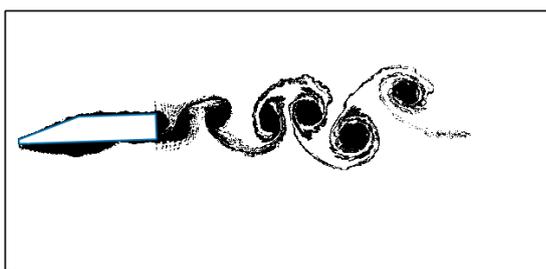


Figura 277 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

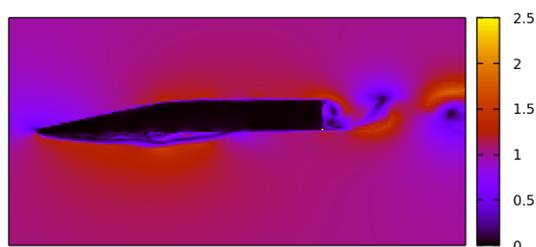


Figura 278 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = -1^\circ$

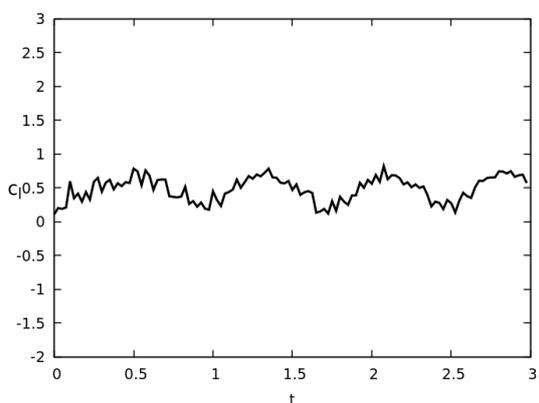


Figura 279 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^\circ$ e $t = 3.0$.

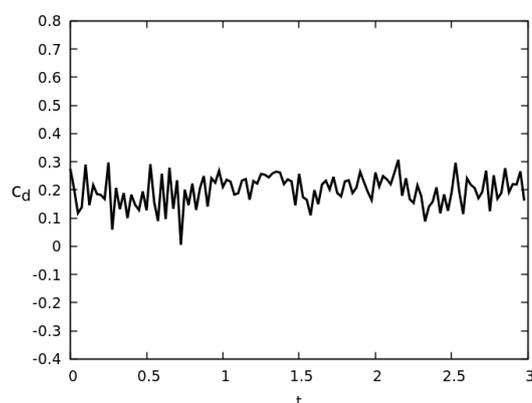


Figura 280 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^\circ$ e $t = 3.0$.

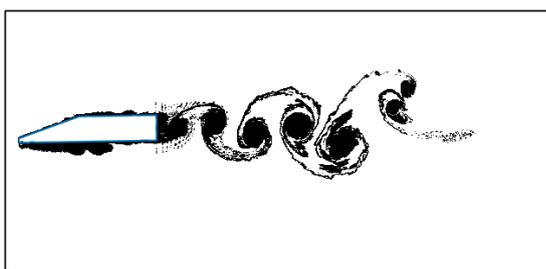


Figura 281 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^\circ$ e $t = 3.0$.

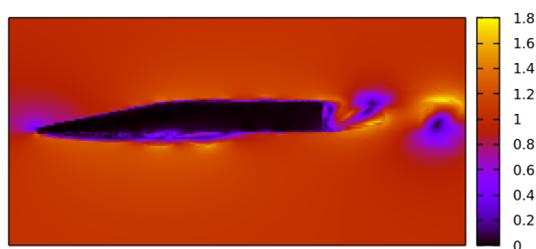


Figura 282 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = 0^0$

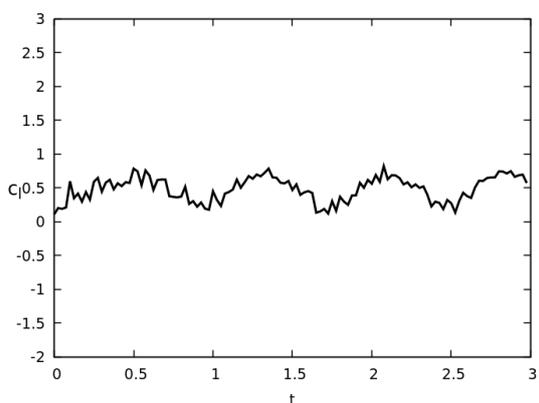


Figura 283 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

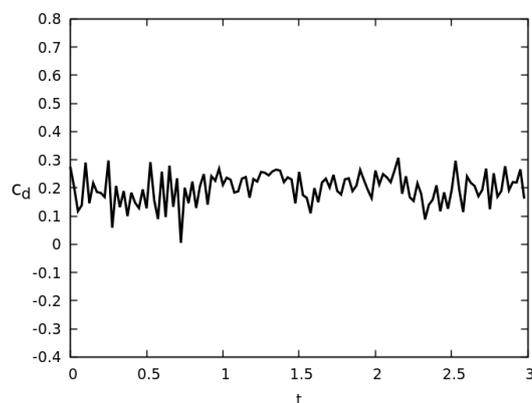


Figura 284 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

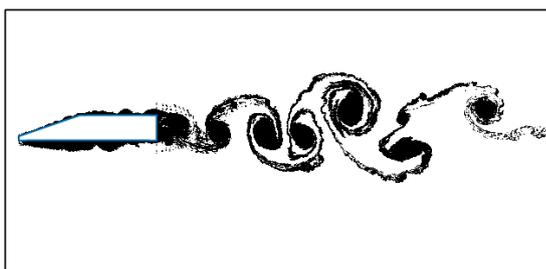


Figura 285 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

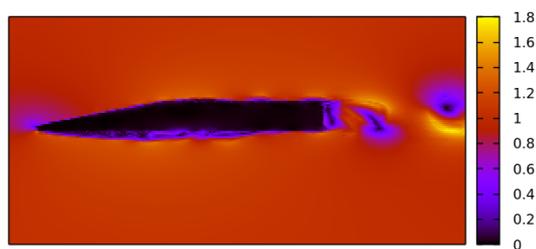


Figura 286 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = 1^0$

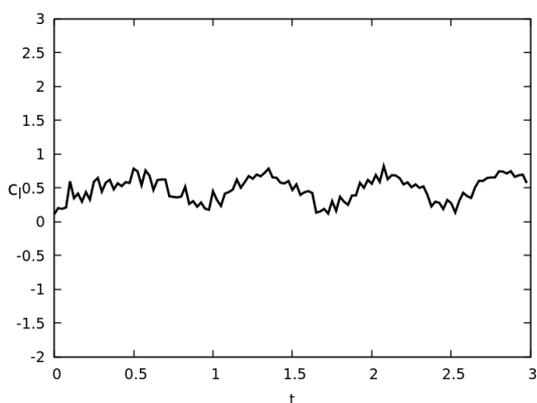


Figura 287 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

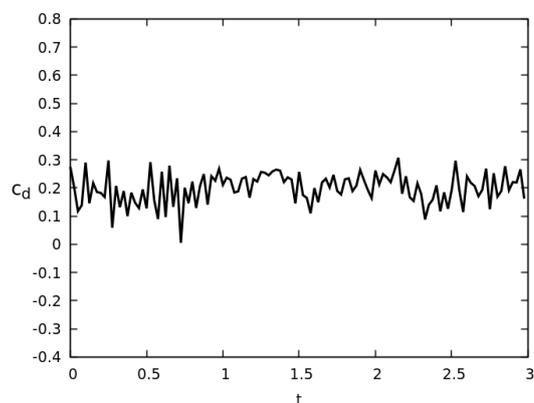


Figura 288 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

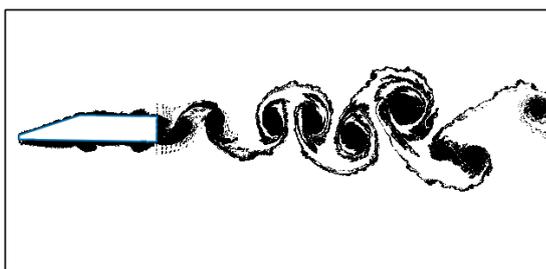


Figura 289 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

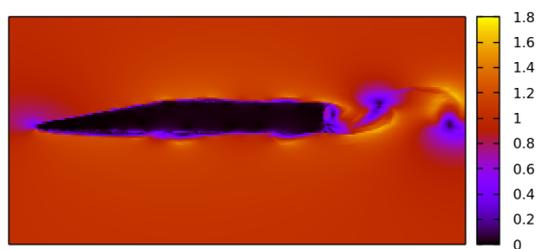


Figura 290 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = 2^0$

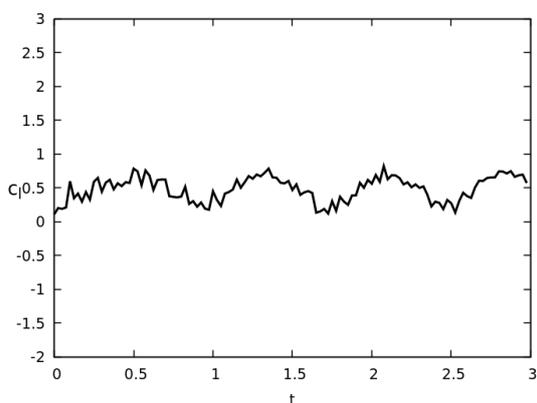


Figura 291 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

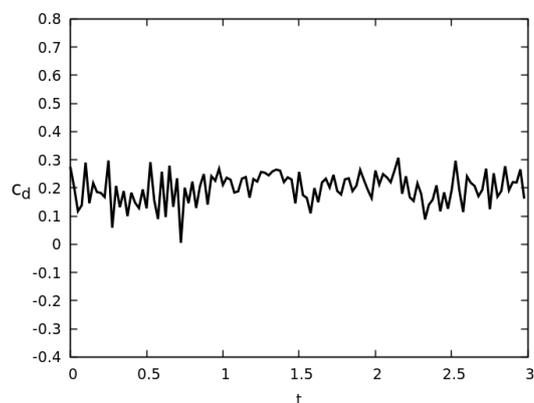


Figura 292 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

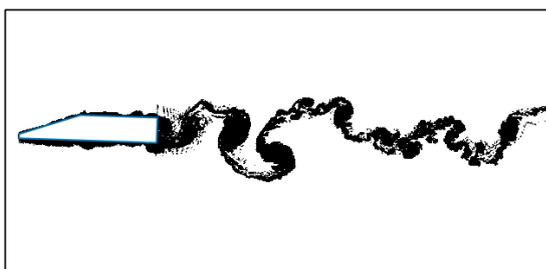


Figura 293 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

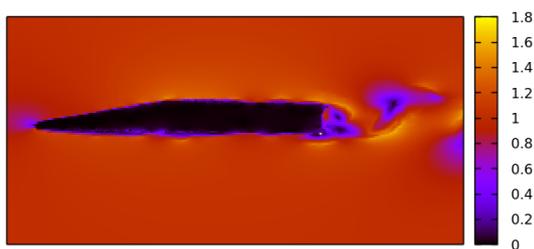


Figura 294 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = 3^0$

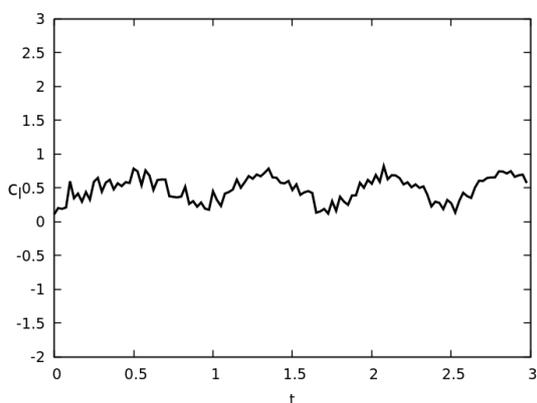


Figura 295 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

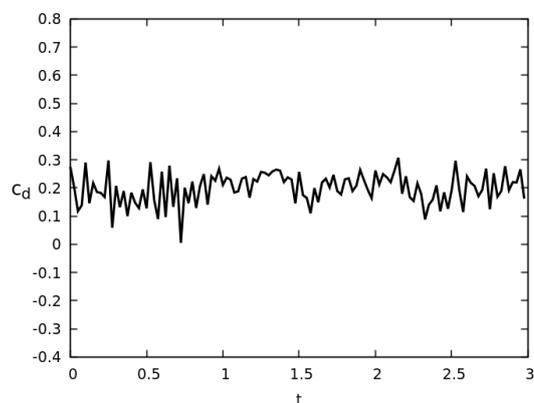


Figura 296 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

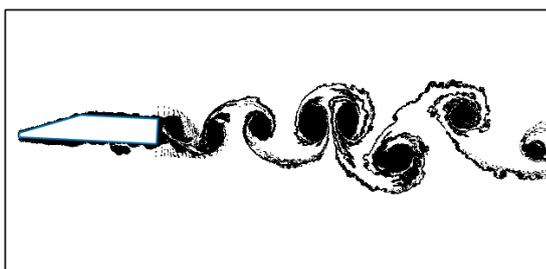


Figura 297 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

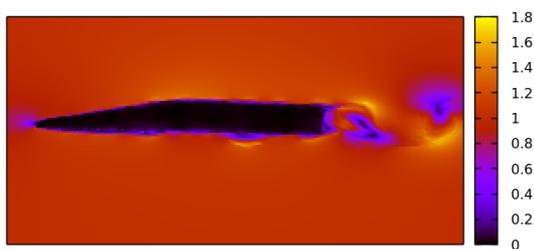


Figura 298 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = $3,0 \times 10^6$ e $\alpha = 4^0$

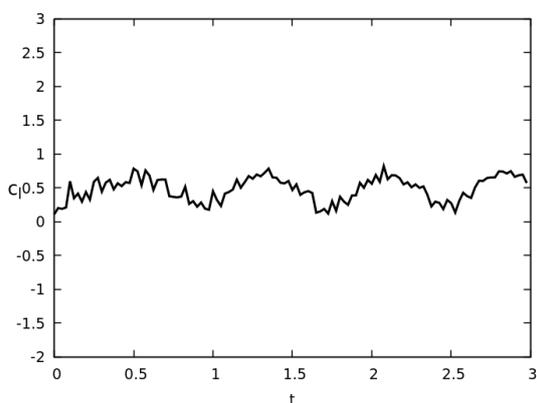


Figura 299 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

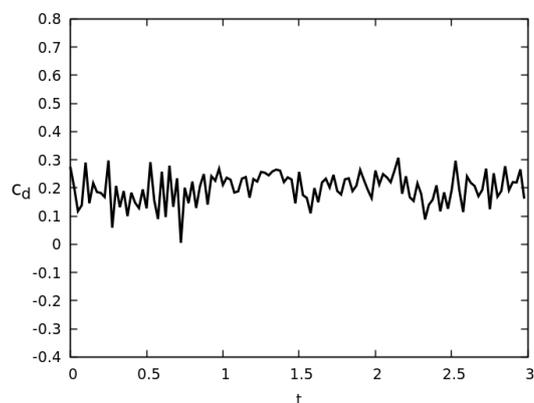


Figura 300 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.



Figura 301 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

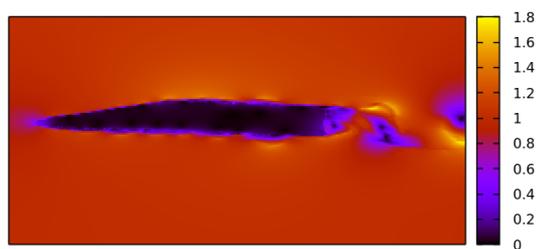


Figura 302 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = 5^\circ$

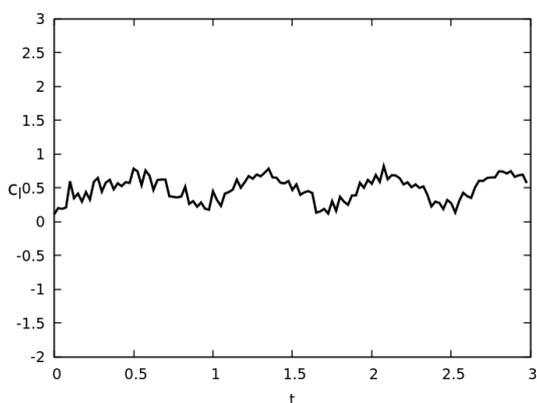


Figura 303 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^\circ$ e $t = 3.0$.

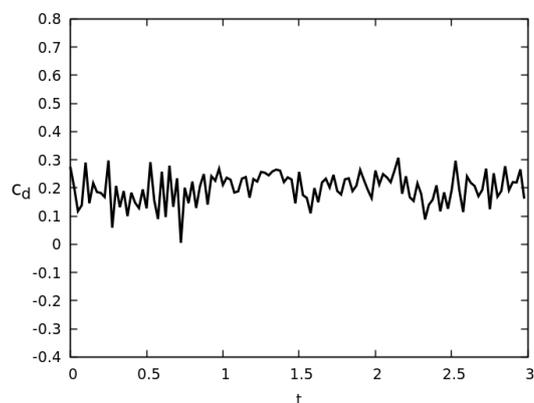


Figura 304 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^\circ$ e $t = 3.0$.

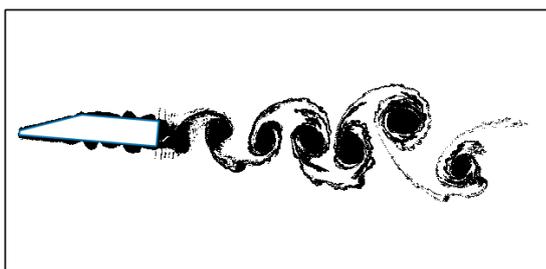


Figura 305 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^\circ$ e $t = 3.0$.

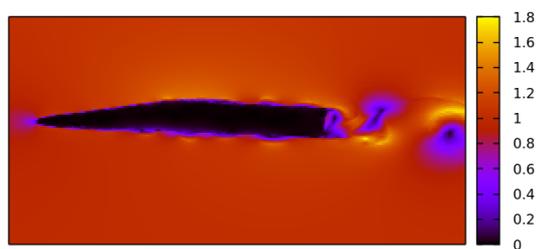


Figura 306 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = $3,0 \times 10^6$ e $\alpha = 6^0$

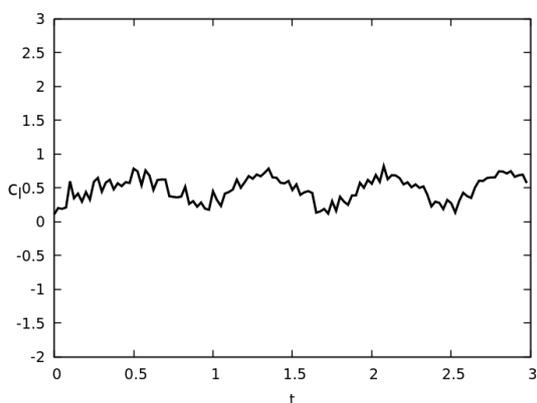


Figura 307 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$.

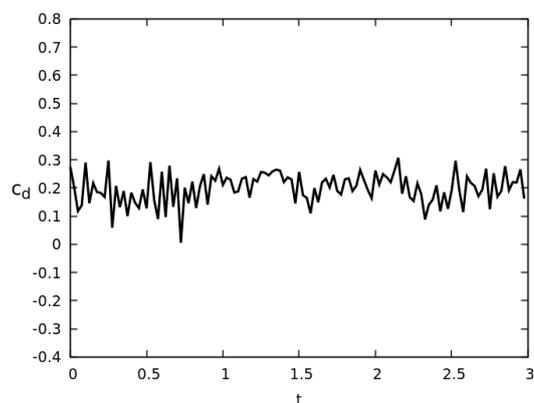


Figura 308 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$.



Figura 309 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$.

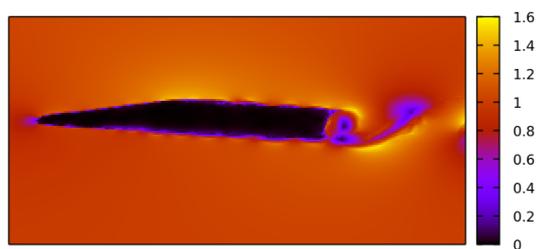


Figura 310 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 3.0×10^6 e $\alpha = 7^\circ$

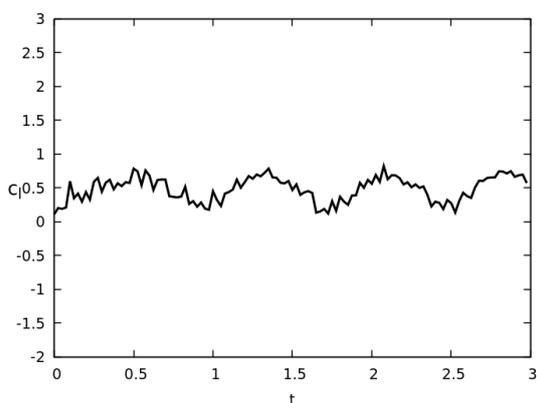


Figura 311 – Coeficiente de sustentação. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

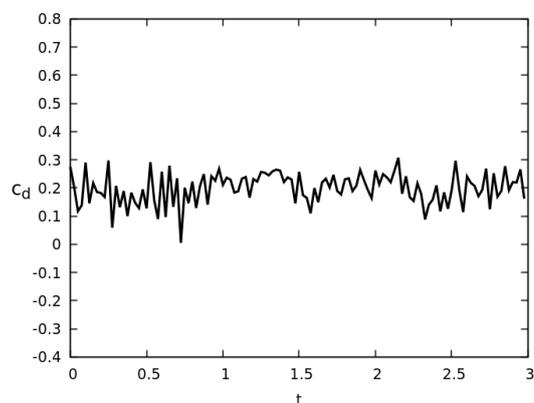


Figura 312 – Coeficiente de arrasto. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

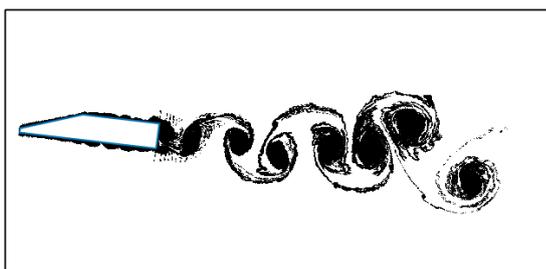


Figura 313 – Esteira. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

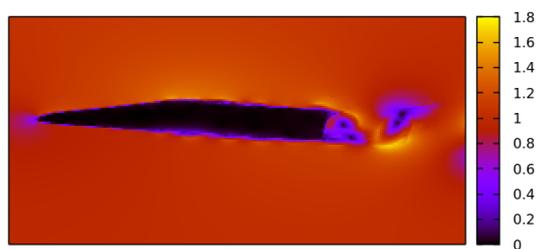


Figura 314 – Campo de velocidade. $Re = 3.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

APÊNDICE E –

RESULTADOS PARA O PERFIL DA ALETA DO MÍSSIL SS-09 TS

REYNOLDS = 3.0×10^6 , $\delta_t = 0.025$, $h/\sigma = 0.8$, $N = 250$ e L variável (conforme 3.45).

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = -7^\circ$

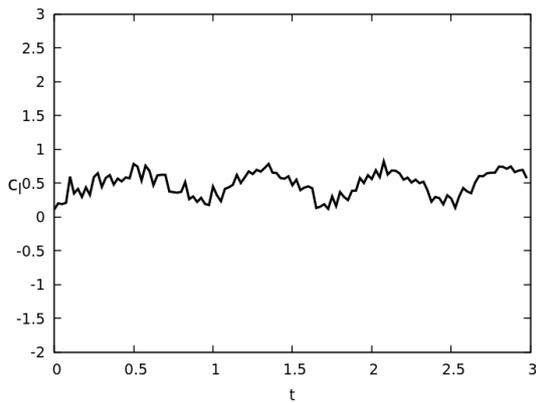


Figura 315 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

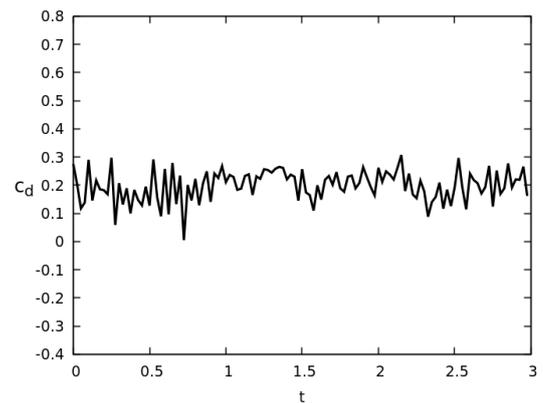


Figura 316 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

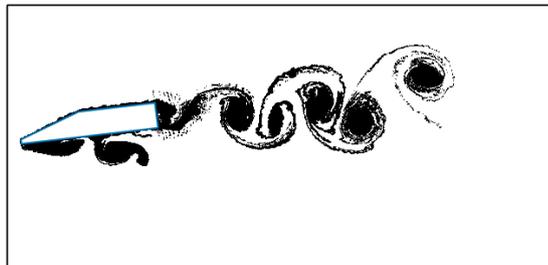


Figura 317 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

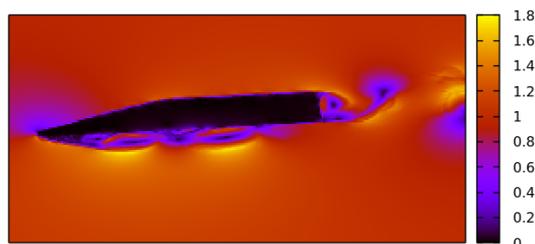


Figura 318 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -7^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = -6^\circ$

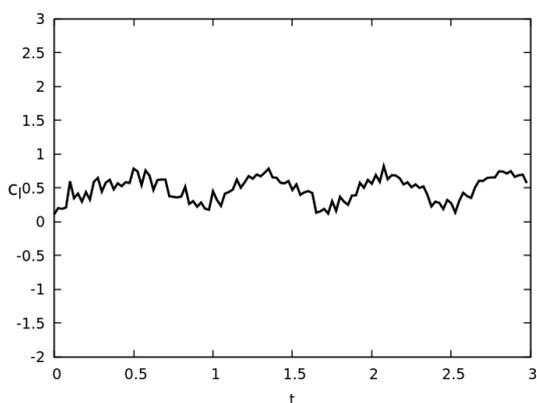


Figura 319 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^\circ$ e $t = 3.0$.

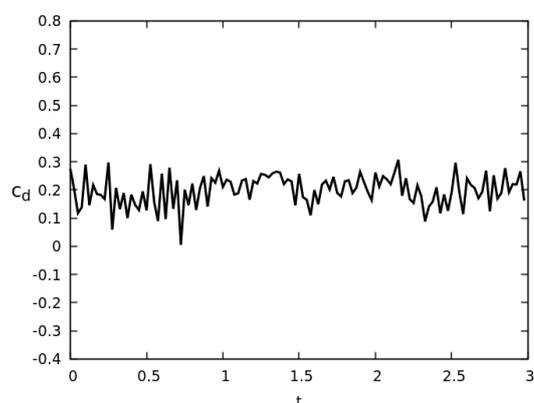


Figura 320 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^\circ$ e $t = 3.0$.

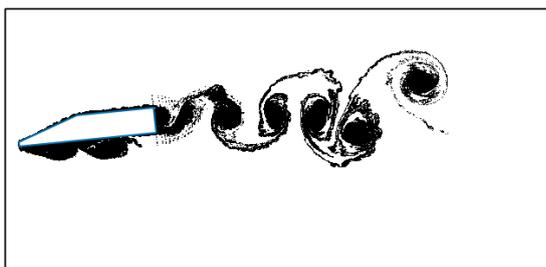


Figura 321 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^\circ$ e $t = 3.0$.

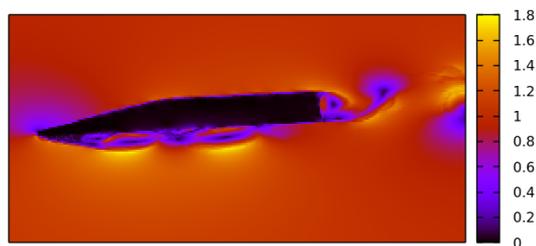


Figura 322 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -6^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = -5^0$

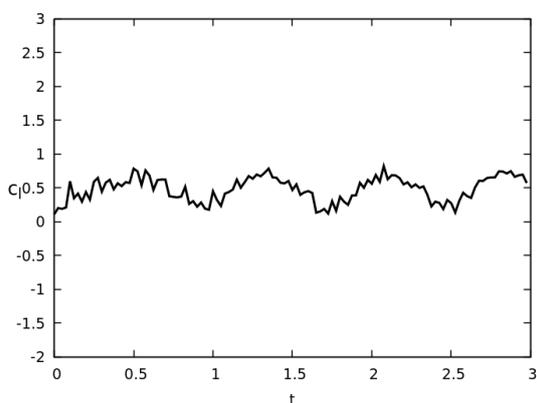


Figura 323 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$.

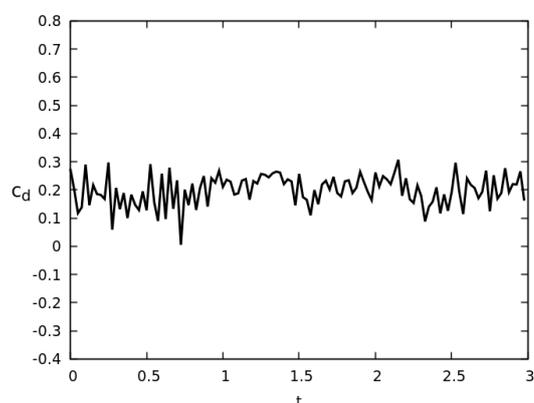


Figura 324 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$.



Figura 325 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$.

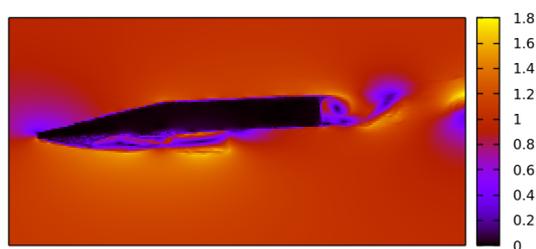


Figura 326 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -5^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = -4^\circ$

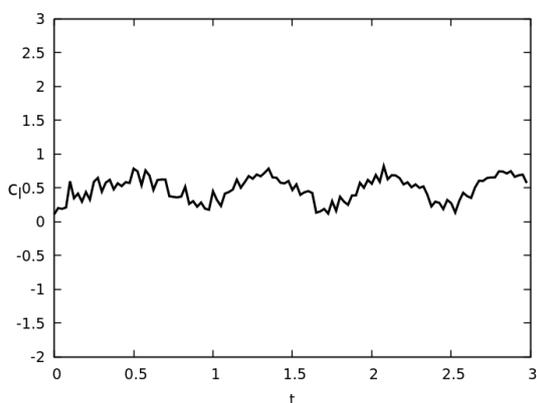


Figura 327 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^\circ$ e $t = 3.0$.

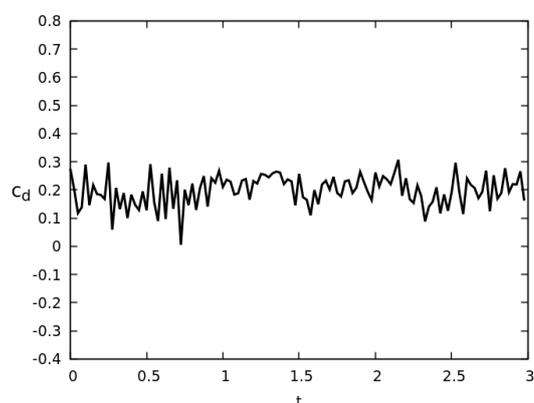


Figura 328 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^\circ$ e $t = 3.0$.



Figura 329 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^\circ$ e $t = 3.0$.

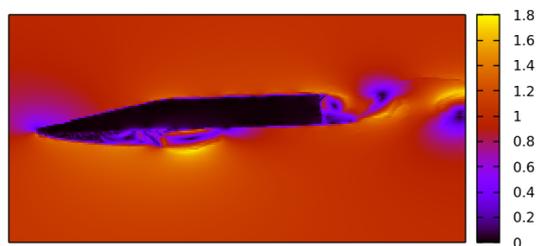


Figura 330 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -4^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = -3^\circ$

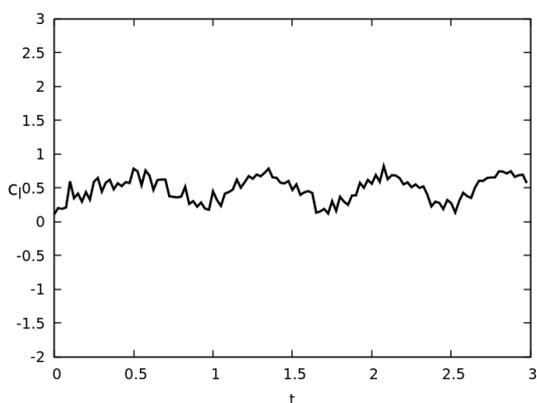


Figura 331 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^\circ$ e $t = 3.0$.

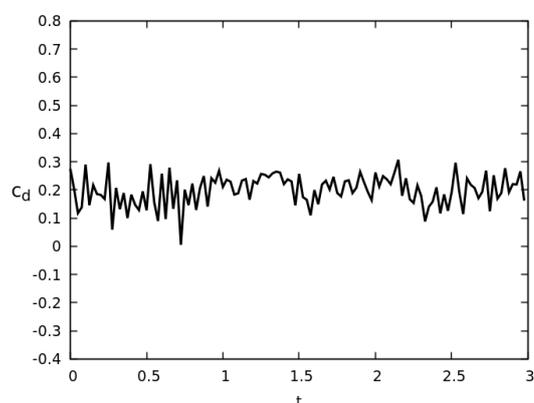


Figura 332 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^\circ$ e $t = 3.0$.

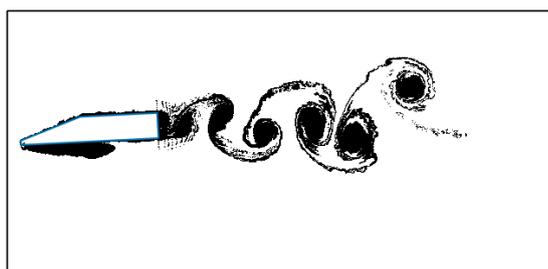


Figura 333 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^\circ$ e $t = 3.0$.

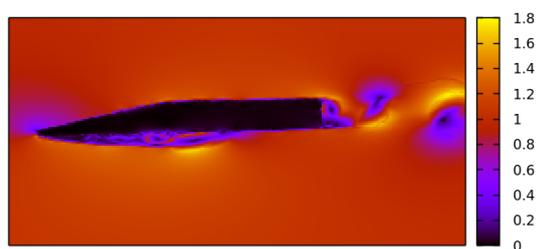


Figura 334 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -3^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = -2^\circ$

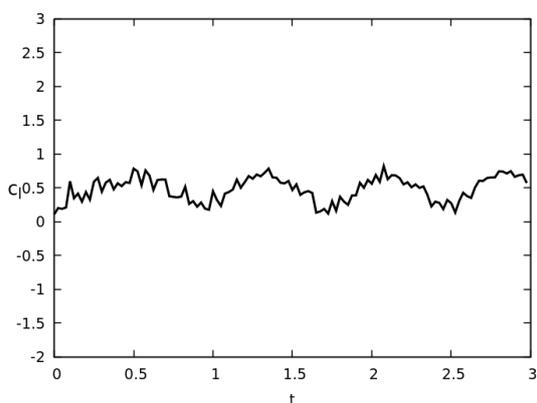


Figura 335 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

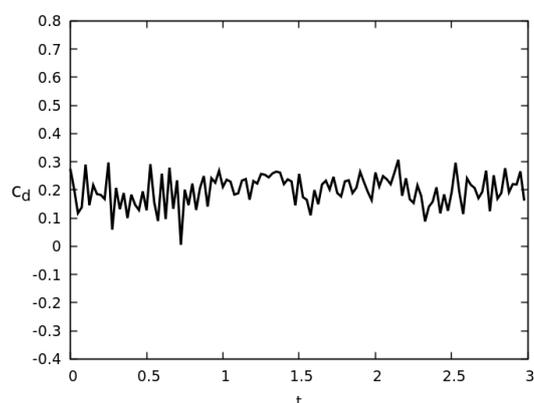


Figura 336 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

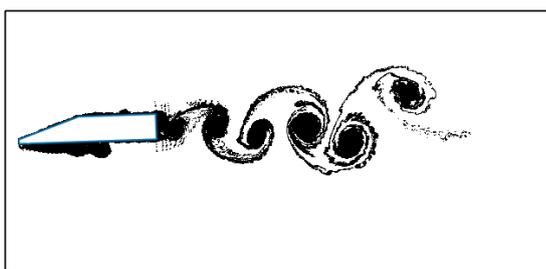


Figura 337 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

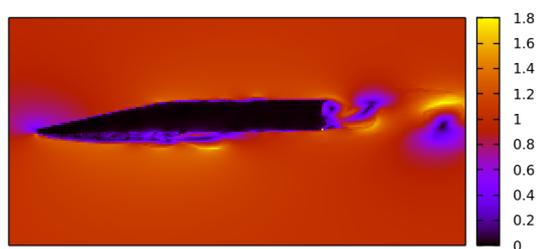


Figura 338 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -2^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = -1^\circ$

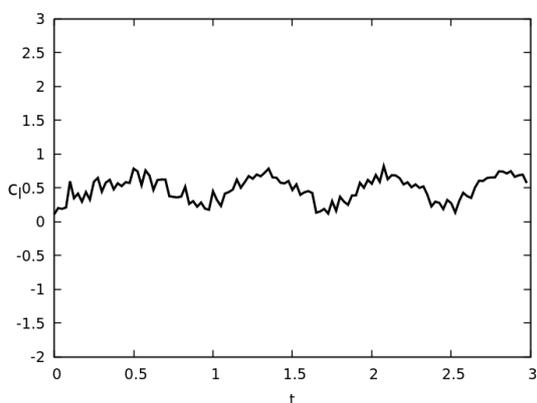


Figura 339 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^\circ$ e $t = 3.0$.

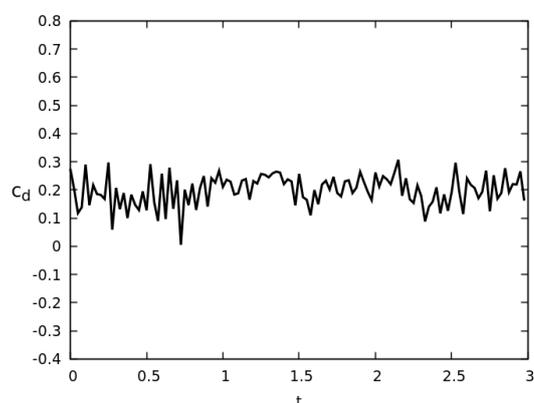


Figura 340 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^\circ$ e $t = 3.0$.

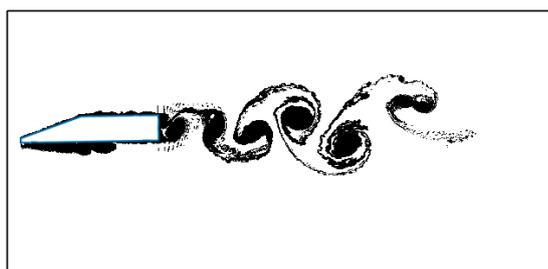


Figura 341 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^\circ$ e $t = 3.0$.

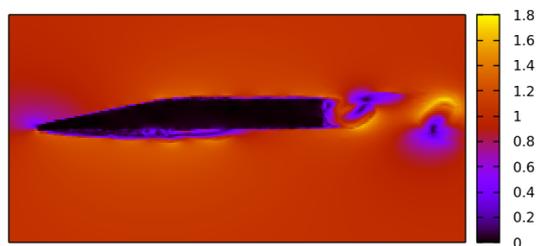


Figura 342 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = -1^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 0^0$

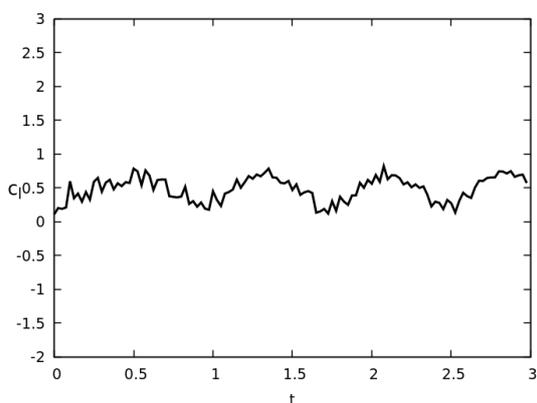


Figura 343 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

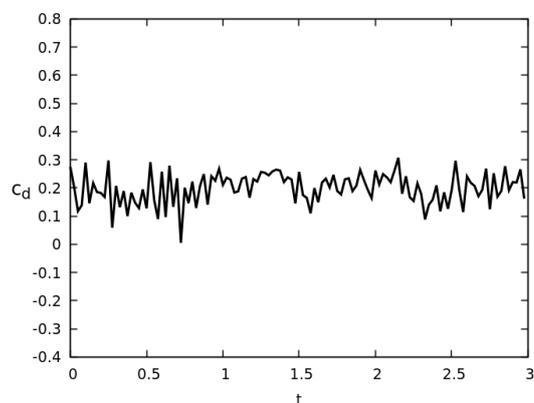


Figura 344 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

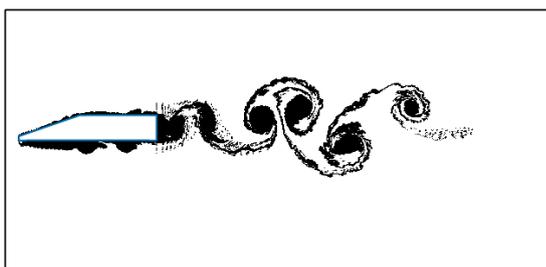


Figura 345 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

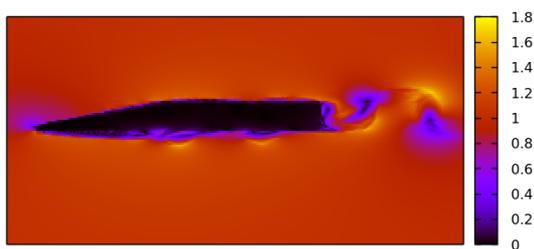


Figura 346 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 0^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 1^0$

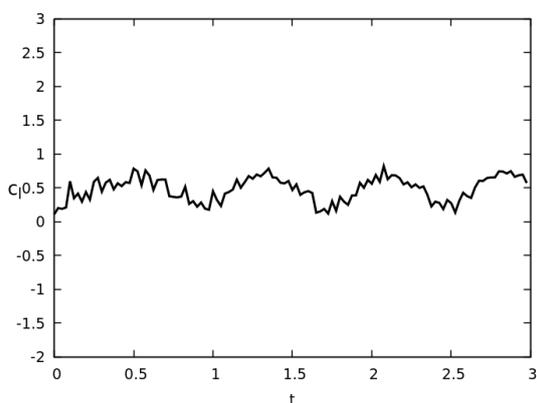


Figura 347 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

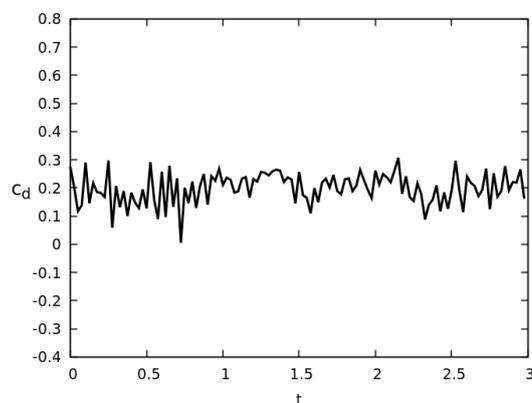


Figura 348 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

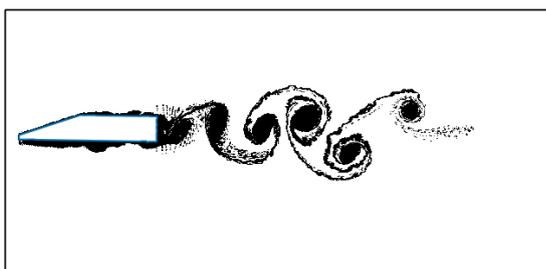


Figura 349 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

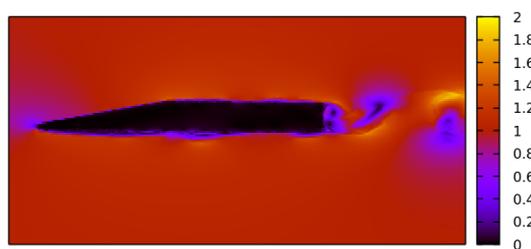


Figura 350 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 1^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 2^0$

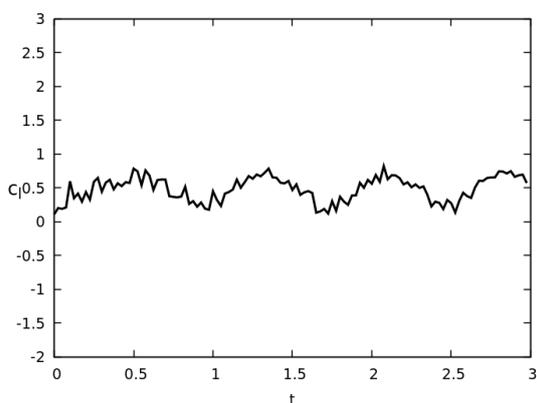


Figura 351 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

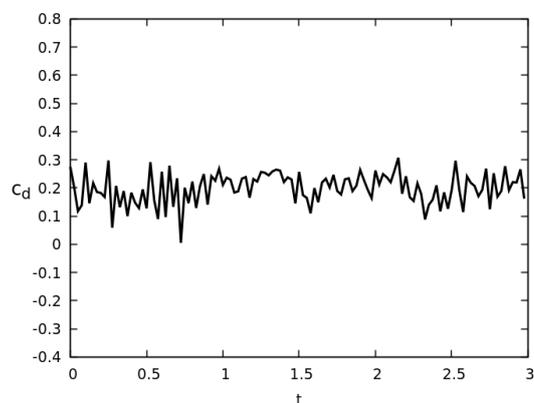


Figura 352 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

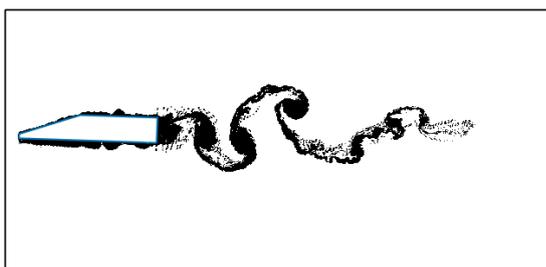


Figura 353 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

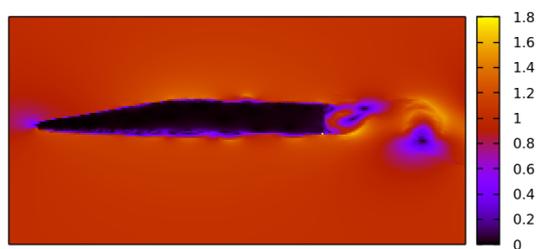


Figura 354 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 2^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 3^0$

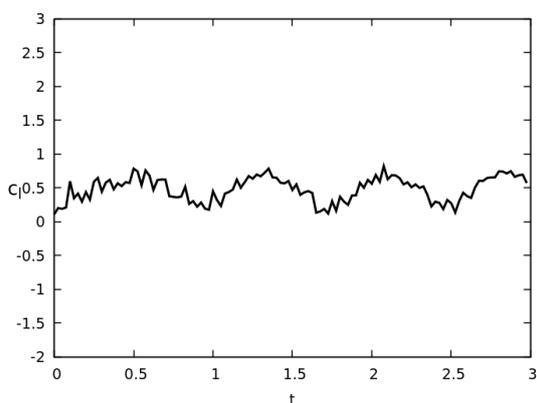


Figura 355 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

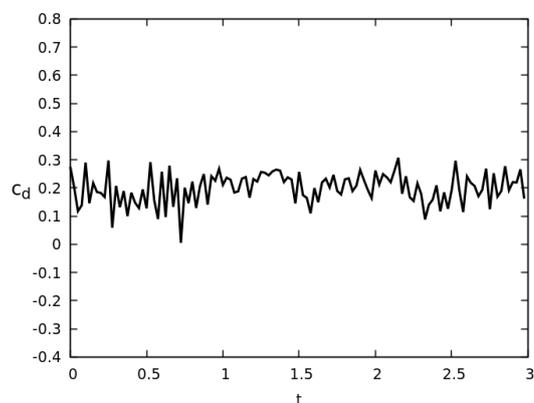


Figura 356 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

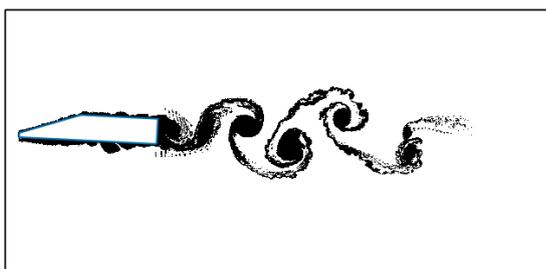


Figura 357 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

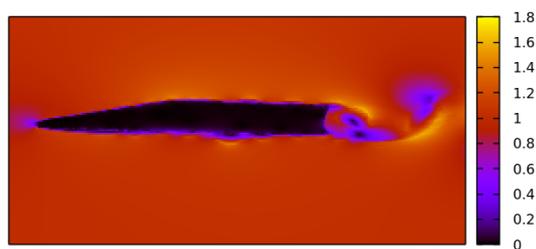


Figura 358 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 3^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 4^0$

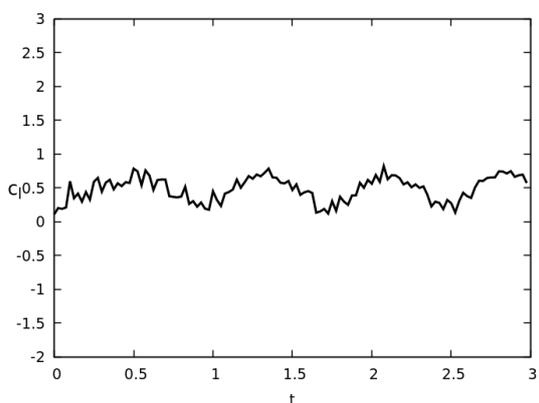


Figura 359 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

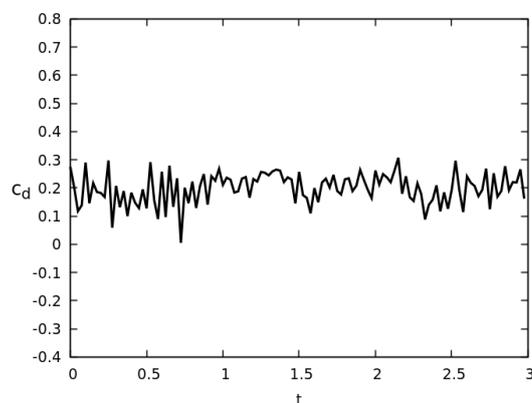


Figura 360 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

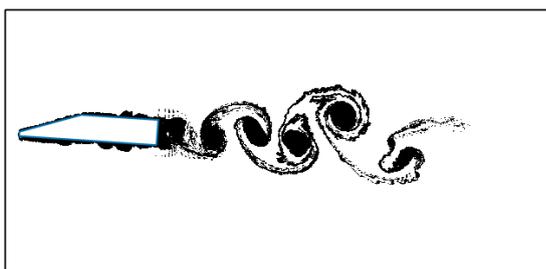


Figura 361 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

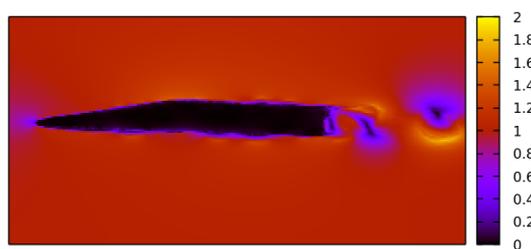


Figura 362 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 4^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 5^0$

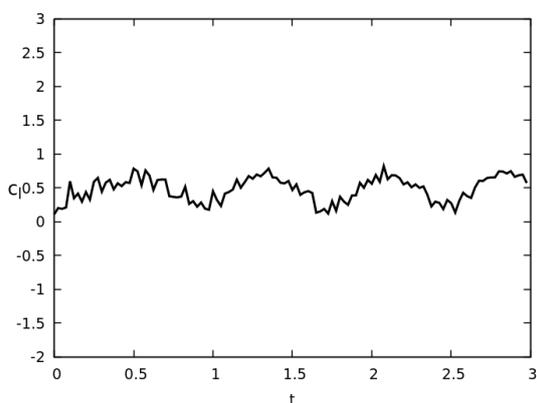


Figura 363 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$.

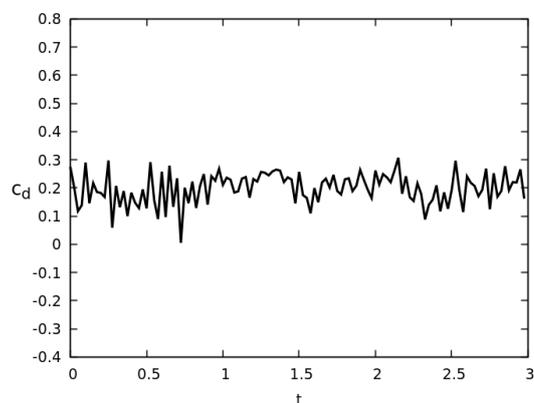


Figura 364 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$.

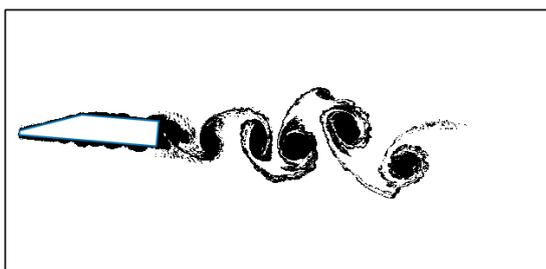


Figura 365 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$.

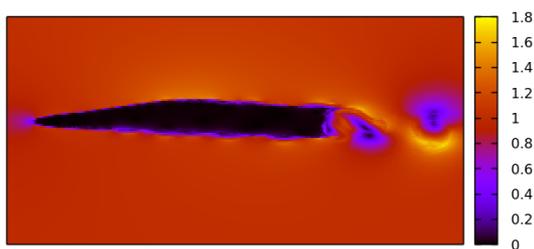


Figura 366 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 5^0$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 6^\circ$

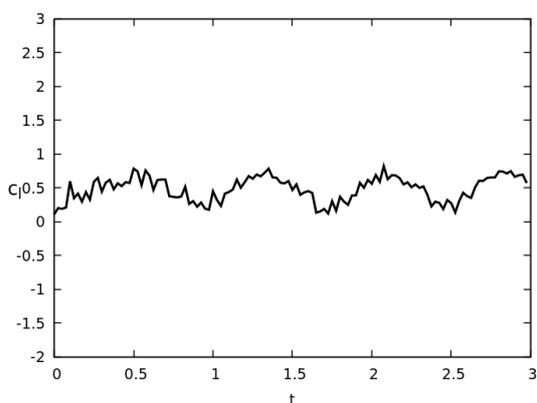


Figura 367 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 3.0$.

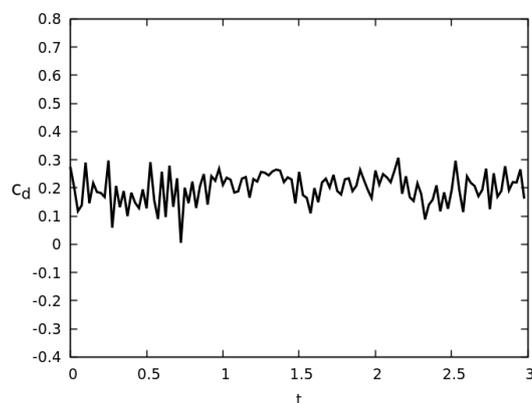


Figura 368 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 3.0$.

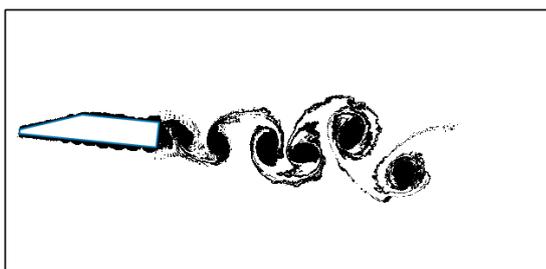


Figura 369 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 3.0$.

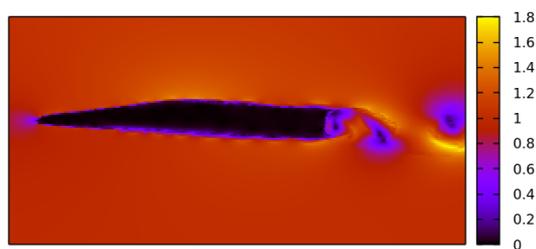


Figura 370 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 6^\circ$ e $t = 3.0$.

SS-09 TS, REYNOLDS = 6.0×10^6 e $\alpha = 7^\circ$

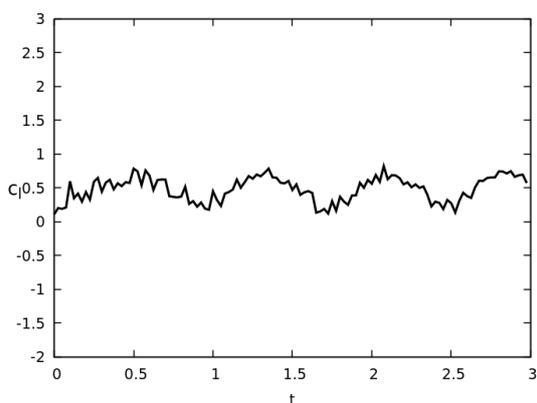


Figura 371 – Coeficiente de sustentação. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

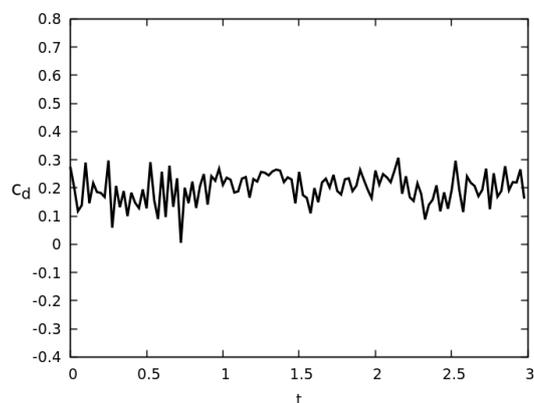


Figura 372 – Coeficiente de arrasto. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

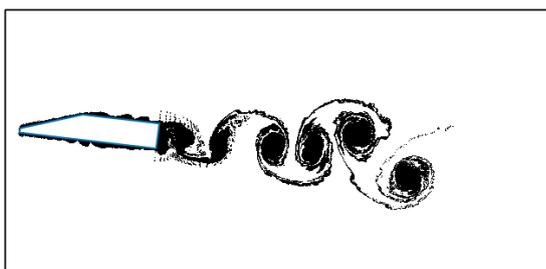


Figura 373 – Esteira. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.

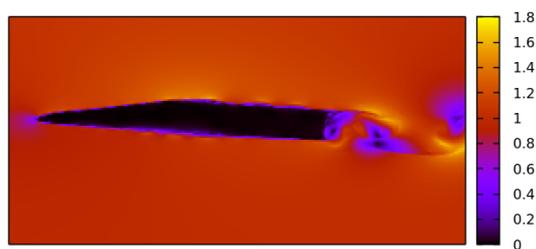


Figura 374 – Campo de velocidade. $Re = 6.0 \times 10^6$, $\alpha = 7^\circ$ e $t = 3.0$.