



## COMPARAÇÃO ENTRE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE MOVIMENTO PARA UM VEÍCULO SUBMARINO AUTÔNOMO

Érika Felipes de Miranda Santana

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Afonso Celso Del Nero Gomes

Rio de Janeiro  
Junho de 2024

COMPARAÇÃO ENTRE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE MOVIMENTO  
PARA UM VEÍCULO SUBMARINO AUTÔNOMO

Érika Felipes de Miranda Santana

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO  
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE  
ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO  
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU  
DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Orientador: Afonso Celso Del Nero Gomes

Aprovada por: Prof. Afonso Celso Del Nero Gomes  
Prof. Ramon Romankevicius Costa  
Prof. Paulo César Pellanda

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
JUNHO DE 2024

Santana, Érika Felipes de Miranda

Comparação entre Estratégias de Controle de Movimento para um Veículo Submarino Autônomo/Érika Felipes de Miranda Santana. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2024.

XXII, 127 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Afonso Celso Del Nero Gomes

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2024.

Referências Bibliográficas: p. 108 – 113.

1. veículo submarino autônomo. 2. guiagem.  
3. controle preditivo baseado em modelo. 4. controle deslizante. I. Gomes, Afonso Celso Del Nero. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*Ao meu filho Lucas;  
Aos meus sobrinhos  
Arthur, Heitor e Estela.*

# Agradecimentos

Depois de me tornar mãe eu poderia dizer que a maternidade é a coisa mais difícil, mas concluir um mestrado sendo mãe, isso sim é a coisa mais difícil e desafiadora que eu já fiz na vida. E o mérito com certeza não é meu. Por muitas vezes me achei incapaz mas nunca perdi a esperança, afinal “Deus não faz a obra pela metade”. E com essa certeza, com essa fé que foi possível continuar.

## **À Deus**

À Ele toda honra e toda a glória. Deus que me deu a força necessária para sonhar e correr atrás de realizar esse sonho. Deus que me faz acreditar que é possível, por sempre conceder os desejos do meu coração. Deus que me concedeu uma família linda e preocupada, que é também o meu suporte.

À legião de anjos e santos, a quem recorro e sempre peço por poderosa intercessão, em especial minha Mãezinha Maria (N. S. Aparecida, N. S. de Fátima, N. S. das Graças, N. S. Desatadora dos Nós, N. S. do Carmo e tantas outras denominações) e meus Santos de devoção (Sto. Expedito, Sto. Antônio, São João Maria Vianney, Sta. Rita de Cássia, São Tomás de Aquino, Sta. Dulce dos Pobres).

## **À minha família**

Aos meus pais, Amauri e Roziléa, que me amam e que acreditam mais em mim do que eu mesma, que sempre valorizaram e incentivaram os estudos, que se entregaram de corpo e alma na construção de quem eu sou hoje, que sempre investiram tudo (tempo, sabedoria, recursos) em nossa educação, minha e da minha irmã. Também é por vocês que dou mais este passo. Obrigada pelas noites que vieram de longe para olhar o Lucas para que eu pudesse ter mais tempo disponível para finalizar este trabalho. Reconheço o sacrifício de vocês na minha criação e também, agora, em prol da realização deste meu sonho que não seria possível sem o apoio de vocês. À minha irmã, Élide, companheira e amiga que torce sempre por mim e me apoia, e aos meus sobrinhos, Arthur, Heitor e Estela, que me fazem querer ser melhor, ser exemplo, para mostrar que para Deus nada é impossível.

Ao meu esposo e melhor amigo, Leonardo, obrigada pela parceria de sempre,

pela ajuda com esta dissertação, pela companhia nas noites em claro na reta final para que eu não esmorecesse e, principalmente, pelo apoio com o nosso filho Lucas. Esse título não é só meu, é nosso!

Ao meu filho, Lucas, obrigada por todo amor que recebo de ti. Saiba que não foi fácil concluir o mestrado, não foi fácil abrir mão de alguns momentos com você, e eu sei que não foi fácil para você também, mas é principalmente por você, para que você saiba que é possível, para que você acredite e vá além.

À minha família, todo meu amor, reconhecimento e gratidão. Sem vocês eu nada sou.

### **Aos amigos**

Tem aqueles que torcem por ti, te dão força, palavras de incentivo e aqueles que além disso tudo vivem e sofrem o processo contigo. Os primeiros não vou nomear, são muitos e não quero cometer nenhuma “injustiça”, mas aqui incluo meus amigos de vida, primos e tios. A vocês que sempre torceram por mim, muito obrigada.

Aos que compartilharam mais de perto a angústia, Alessandra Vieira e Augusto Pedro, obrigada por tornarem a rotina mais leve, pela ajuda mútua nos estudos. Encontrar vocês e nos tornarmos mais próximos durante essa fase que vivemos as mesmas situações e conflitos foi fundamental. Muito obrigada por tudo!

### **À Marinha do Brasil**

Que possibilitou essa capacitação e que através do Instituto de Pesquisas da Marinha, reduto de tantas mentes brilhantes, fez nascer em mim a vontade de me especializar e me tornar uma profissional melhor.

Ao Alte Ricardo, Comte Affonso, Comte Carla Sousa, Comte André Chaves, Comte Melo, Comte Rui Rodrigues, obrigada pelo incentivo e por me permitirem viver esse sonho. Ao Comte Vinícius Vasco, obrigada pela parceria quando fomos colegas de curso, no início do meu mestrado. Ao Eng. Pedro Roquette e aos Ten. Diogo Lopes e Ten. Rebouças, obrigada por toda orientação e apoio durante a realização deste trabalho.

### **Aos Professores da COPPE**

Da área de Controle e Automação do Programa de Engenharia Elétrica, em especial Prof. Dr. Afonso Celso Del Nero Gomes, Prof. Dr. Ramon Romankevicius Costa, Prof. Dr. Fernando Cesar Lizarralde, Prof. Dr. Alessandro Jacoud Peixoto, Prof. Dr. Oumar Diene, e aos do Programa de Engenharia Mecânica, Prof. Dr. Max Suell Dutra e Prof. Dr. Fernando Castro Pinto: A vocês minha admiração e gratidão pelos conhecimentos passados.

## **Aos membros da banca**

Ao meu orientador acadêmico Prof. Dr Afonso Celso Del Nero Gomes, obrigada pela paciência, orientação e apoio cruciais para a realização desta Dissertação de Mestrado, muito obrigada por não ter desistido de mim, sou eternamente grata ao Senhor.

Aos Prof. Dr. Ramon Romankevicius Costa e Cel Paulo César Pellanda, profissionais de grande prestígio e reconhecimento em suas áreas de atuação, que eu muito admiro, e, que gentilmente aceitaram fazer parte da banca, provendo significativas contribuições a este trabalho, meus sinceros agradecimentos e gratidão.

Obrigada a todos que acreditaram, que sonharam junto comigo: sonho que se sonha junto, se torna realidade.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## COMPARAÇÃO ENTRE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE MOVIMENTO PARA UM VEÍCULO SUBMARINO AUTÔNOMO

Érika Felipes de Miranda Santana

Junho/2024

Orientador: Afonso Celso Del Nero Gomes

Programa: Engenharia Elétrica

Apresenta-se, nesta dissertação, a comparação das técnicas Controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID), Controle em Modo Deslizante (SMC - *Sliding Mode Control*) e Controle Preditivo baseado em Modelo (MPC - *Model Predictive Control*) aplicadas no controle de direção de um Veículo Submarino Autônomo (VSA) no formato de torpedo. A modelagem dinâmica do VSA é explicitada e para o projeto dos controladores o modelo desacoplado com três graus de liberdade é utilizado. A técnica SMC foi escolhida devido à sua robustez às incertezas paramétricas associadas às dinâmicas não modeladas e rejeição aos distúrbios externos, já a técnica MPC foi selecionada por lidar com sistemas de múltiplas entradas e saídas que podem ter interdependências entre si e por lidar bem com restrições de entradas e saídas. A comparação das técnicas de controle foi realizada por meio de simulações de acompanhamento da referência, considerando cenários com distúrbios e sob a influência de correntes marítimas. A integral do erro e o consumo de energia foram utilizados como métricas de avaliação. As técnicas de controle analisadas apresentam bons resultados para o controle de direção, tendo o MPC demonstrado melhor desempenho.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## MOTION CONTROL STRATEGIES ANALYSIS FOR AN AUTONOMOUS SUBMARINE VEHICLE

Érika Felipes de Miranda Santana

June/2024

Advisor: Afonso Celso Del Nero Gomes

Department: Electrical Engineering

In this study, we compare Proportional-Integral-Derivative Control (PID), Sliding Mode Control (SMC) and Model Predictive Control (MPC) techniques applied to the steering control of a torpedo-shaped Autonomous Underwater Vehicle (AUV). The dynamic modeling of the AUV is presented, utilizing a decoupled model with three degrees of freedom for controller design. SMC was chosen for its robustness against parametric uncertainties, unmodeled dynamics, and its ability to reject external disturbances. MPC was selected for its capability to manage multiple input-output systems with interdependencies and to handle input and output constraints. The comparison of control techniques was carried out through reference tracking simulations, considering scenarios with disturbances and under the influence of sea currents. The integral of the error and energy consumption were used as evaluation metrics. The results indicate that all analyzed control techniques perform well in motion control tasks, with MPC demonstrating superior performance.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xviii</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xix</b>
<b>Lista de Abreviaturas</b>	<b>xxi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	3
1.2 Objetivos . . . . .	4
1.3 Revisão Bibliográfica . . . . .	4
1.4 Organização da Dissertação . . . . .	7
<b>2 Modelagem de um Veículo Submarino</b>	<b>8</b>
2.1 Cinemática . . . . .	8
2.1.1 Transformação de Coordenadas . . . . .	11
2.1.2 Conversão de Velocidade . . . . .	12
2.1.3 Equações Cinemáticas . . . . .	15
2.1.4 Singularidade . . . . .	16
2.2 Dinâmica . . . . .	16
2.2.1 Equação do Movimento . . . . .	16
2.2.2 Matriz de Inércia do Corpo Rígido . . . . .	17
2.2.3 Matriz Coriolis e Centrípeta do Corpo Rígido . . . . .	19
2.2.4 Vetor de Forças e Momentos Externos . . . . .	19
2.2.5 Modelo Dinâmico Resultante . . . . .	24
2.3 Conclusão . . . . .	25
<b>3 Modelo Dinâmico Resultante</b>	<b>26</b>
3.1 Simplificação do Modelo . . . . .	26
3.1.1 Velocidade . . . . .	26
3.1.2 Simetria do veículo . . . . .	27

3.1.3	Desacoplamento dos Planos Lateral e Longitudinal . . . . .	27
3.1.4	Posicionamento do referencial móvel . . . . .	31
3.1.5	Flutuabilidade do veículo . . . . .	32
3.1.6	Ângulos de <i>roll</i> e de <i>pitch</i> . . . . .	33
3.1.7	Distúrbios do ambiente . . . . .	33
3.1.8	Propulsor e superfícies de controle . . . . .	33
3.2	Modelo Dinâmico Resultante . . . . .	35
3.3	Conclusão . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Controle</b>	<b>37</b>
4.1	Sistema de Controle . . . . .	37
4.1.1	Modelagem no Espaço de Estados . . . . .	37
4.1.2	Controlabilidade e Observabilidade . . . . .	40
4.2	Estratégias de Controle . . . . .	41
4.2.1	Controle PID . . . . .	41
4.2.2	Controle por Modo Deslizante . . . . .	45
4.2.3	Controle Preditivo Baseado em Modelo . . . . .	51
4.3	Conclusão . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Simulação e Resultados</b>	<b>58</b>
5.1	Rastreamento dos <i>Waypoints</i> das Trajetórias Considerando Ausência de Distúrbios . . . . .	61
5.2	Rastreamento dos <i>Waypoints</i> das Trajetórias Considerando a Presença de Distúrbios . . . . .	67
5.3	Rastreamento dos <i>Waypoints</i> das Trajetórias Considerando os Efeitos da Correnteza . . . . .	72
5.4	Rastreamento dos <i>Waypoints</i> das Trajetórias Considerando Distúrbios e Correntes . . . . .	77
5.5	Análise de Desempenho . . . . .	82
5.5.1	Integral do Erro Absoluto (IAE) . . . . .	82
5.5.2	Consumo de Energia . . . . .	101
5.6	Conclusão . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Conclusão e Trabalhos Futuros</b>	<b>106</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>108</b>
<b>A</b>	<b>Descrição do Veículo</b>	<b>114</b>
<b>B</b>	<b>Considerações de Simetria para Matriz de Inércia</b>	<b>116</b>

<b>C Propulsor</b>	<b>118</b>
<b>D Lemes</b>	<b>119</b>
<b>E Guiagem LOS</b>	<b>122</b>
<b>F Trajetórias</b>	<b>125</b>
F.1 Distância dos <i>Waypoints</i> . . . . .	126

# Lista de Figuras

2.1	Sistema de coordenadas. . . . .	10
4.1	Esquema simplificado contendo o controlador PID. . . . .	43
4.2	Diagrama de Bode da Planta em Malha Aberta. . . . .	43
4.3	Diagrama de Bode - Multiplicação entre a Malha Aberta e a Constante de Erro Estático $K_v$ . . . . .	44
4.4	Diagrama de Bode de Malha Aberta com o Controlador Projetado. . . . .	45
4.5	Controlador Modo Deslizante (Adaptado de [1]). . . . .	48
4.6	Esquema Básico do MPC ( <i>Fonte: Martin Behrendt, via Wikimedia Commons</i> [2]). . . . .	51
4.7	Diagrama Simplificado da malha de controle usando MPC. . . . .	53
5.1	Piloto Automático de Direção do VSA (Adaptado de [3]). . . . .	58
5.2	Trajcetórias geradas. . . . .	60
5.3	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1 para o caso ideal (sem distúrbio). . . . .	62
5.4	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2 para o caso ideal (sem distúrbio). . . . .	63
5.5	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3 para o caso ideal (sem distúrbio). . . . .	63
5.6	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4 para o caso ideal (sem distúrbio). . . . .	64
5.7	Informações da manobra para trajetória 1. . . . .	64
5.8	Informações da manobra para trajetória 2. . . . .	65
5.9	Informações da manobra para trajetória 3. . . . .	65
5.10	Informações da manobra para trajetória 4. . . . .	66
5.11	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1 considerando distúrbios. . . . .	67
5.12	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2 considerando distúrbios. . . . .	67
5.13	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3 considerando distúrbios. . . . .	68
5.14	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4 considerando distúrbios. . . . .	68

5.15	Comparação do rastreamento dos <i>waypoints</i> das trajetórias considerando distúrbios. . . . .	69
5.16	Informações da manobra para trajetória 1 considerando distúrbios. . .	70
5.17	Informações da manobra para trajetória 2 considerando distúrbios. . .	70
5.18	Informações da manobra para trajetória 3 considerando distúrbios. . .	71
5.19	Informações da manobra para trajetória 4 considerando distúrbios. . .	71
5.20	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1 considerando efeito das correntes. . . . .	72
5.21	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2 considerando efeito das correntes. . . . .	73
5.22	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3 considerando efeito das correntes. . . . .	74
5.23	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4 considerando efeito das correntes. . . . .	74
5.24	Informações da manobra para trajetória 1, considerando efeito das correntes. . . . .	75
5.25	Informações da manobra para trajetória 2, considerando efeito das correntes. . . . .	75
5.26	Informações da manobra para trajetória 3, considerando efeito das correntes. . . . .	76
5.27	Informações da manobra para trajetória 4, considerando efeito das correntes. . . . .	76
5.28	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1 considerando distúrbios e correntes. . . . .	77
5.29	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2 considerando distúrbios e correntes. . . . .	77
5.30	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3 considerando distúrbios e correntes. . . . .	78
5.31	Rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4 considerando distúrbios e correntes. . . . .	78
5.32	Comparação do rastreamento dos <i>waypoints</i> das trajetórias considerando distúrbios e correntes. . . . .	79
5.33	Informações da manobra para trajetória 1, considerando efeito de distúrbios e correntes. . . . .	80
5.34	Informações da manobra para trajetória 2, considerando efeito de distúrbios e correntes. . . . .	80
5.35	Informações da manobra para trajetória 3, considerando efeito de distúrbios e correntes. . . . .	81

5.36	Informações da manobra para trajetória 4, considerando efeito de distúrbios e correntes. . . . .	81
5.37	Erro absoluto no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1 considerando o caso ideal. . . . .	83
5.38	Erro absoluto no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2 considerando o caso ideal. . . . .	83
5.39	Erro absoluto no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3 considerando o caso ideal. . . . .	84
5.40	Erro absoluto no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4 considerando o caso ideal. . . . .	84
5.41	IAE considerando o caso ideal no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1. . . . .	85
5.42	IAE considerando o caso ideal no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2. . . . .	85
5.43	IAE considerando o caso ideal no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3. . . . .	86
5.44	IAE considerando o caso ideal no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4. . . . .	86
5.45	Erro absoluto considerando distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1. . . . .	87
5.46	Erro absoluto considerando distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2. . . . .	88
5.47	Erro absoluto considerando distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3. . . . .	88
5.48	Erro absoluto considerando distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4. . . . .	89
5.49	IAE considerando distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1. . . . .	89
5.50	IAE considerando distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2. . . . .	90
5.51	IAE considerando distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3. . . . .	91
5.52	IAE considerando distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4. . . . .	91
5.53	Erro absoluto considerando correntes no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1. . . . .	92
5.54	Erro absoluto considerando correntes no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2. . . . .	93

5.55	Erro absoluto considerando correntes no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3. . . . .	93
5.56	Erro absoluto considerando correntes no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4. . . . .	94
5.57	IAE considerando a correntes no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1. . . . .	94
5.58	IAE considerando correntes no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2. . . . .	95
5.59	IAE considerando correntes no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3. . . . .	95
5.60	IAE considerando correntes no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4. . . . .	96
5.61	Erro absoluto considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1. . . . .	97
5.62	Erro absoluto considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2. . . . .	97
5.63	Erro absoluto considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3. . . . .	98
5.64	Erro absoluto considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4. . . . .	98
5.65	IAE considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1. . . . .	99
5.66	IAE considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2. . . . .	99
5.67	IAE considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3. . . . .	100
5.68	IAE considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4. . . . .	100
5.69	Consumo de energia no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1. .	101
5.70	Consumo de energia no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2. .	102
5.71	Consumo de energia no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3. .	102
5.72	Consumo de energia no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4. .	102
5.73	Consumo de energia no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 1. .	103
5.74	Consumo de energia no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 2. .	104
5.75	Consumo de energia no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 3. .	104
5.76	Consumo de energia no rastreamento dos <i>waypoints</i> da trajetória 4. .	104
E.1	LOS (Adaptado de [1]). . . . .	122
E.2	Guiagem LOS (Adaptado de [1]). . . . .	123

E.3	Círculo de Aceitação (Adaptado de [1]). . . . .	124
F.1	Trajelórias. . . . .	126

# Lista de Tabelas

2.1	Notação da SNAME(1950) para embarcações marítimas [4]. . . . .	8
3.1	Coefficientes de Massa Adicionada. . . . .	29
3.2	Coefficientes de Amortecimento Hidrodinâmico. . . . .	31
3.3	Coordenadas do CG e do CB. . . . .	32
3.4	Coefficientes Hidrodinâmicos para os Esforços de Sustentação do Leme. 35	
4.1	Parâmetros PID. . . . .	45
4.2	Parâmetros SMC. . . . .	51
4.3	Parâmetros MPC. . . . .	56
5.1	Condições Iniciais [3] . . . . .	59
A.1	Principais dimensões do DARPA SUBOFF ML02 [5] [3]. . . . .	114
A.2	Momentos de Inércia. . . . .	115
D.1	Parâmetros do Ambiente . . . . .	119
D.2	Parâmetros do Leme para Cálculo da Força de Sustentação . . . . .	120
D.3	Distância Percorrida versus Ângulo do Leme . . . . .	121
F.1	Distância entre posição do VSA e <i>Waypoints</i> para Trajetória 1. . . . .	126
F.2	Distância entre posição do VSA e <i>Waypoints</i> para Trajetória 2. . . . .	127
F.3	Distância entre posição do VSA e <i>Waypoints</i> para Trajetória 3. . . . .	127
F.4	Distância entre posição do VSA e <i>Waypoints</i> para Trajetória 4. . . . .	127
F.5	Erro Médio ao Rastrear os <i>Waypoints</i> . . . . .	127

# Lista de Símbolos

$A_p$	Área projetada, p. 120
$B$	Força de flutuação, p. 23
$C_L$	Coefficiente de sustentação, p. 120
$F_L$	Força de sustentação, p. 120
$L_c$	Comprimento característico, p. 119
$N_c$	Horizonte de controle, p. 52
$N_p$	Horizonte de predição, p. 52
$Re$	Número de Reynolds, p. 119
$T_s$	Tempo de amostragem, p. 52
$V$	Velocidade de operação do veículo, p. 119
$W$	Força peso, p. 23
$\Phi$	Camada limite ou largura de banda, p. 49
$\alpha$	Ângulo de ataque, p. 120
$\nabla$	Volume de fluido deslocado, p. 23
$\delta$	Sinal de comando do leme, p. 35
$\delta_r$	Sinal de comando do leme vertical, p. 35
$\delta_s$	Sinal de comando do leme horizontal, p. 35
$\eta$	Vetor de posição e orientação, p. 10
$\{b\}$	Referencial do corpo, p. 9
$\{e\}$	Referencial da Terra, p. 9

$\{i\}$	Referencial Inercial, p. 9
$\{n\}$	Referencial Navegacional, p. 9
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido, p. 119
$\nu$	Vetor de velocidades linear e angular, p. 11
$\nu_k$	Viscosidade cinemática do fluido, p. 119
$\phi$	Ângulo de balanço denominado <i>roll</i> , p. 8
$\psi$	Ângulo de direção denominado <i>yaw</i> ou <i>heading</i> , p. 8
$\rho$	Densidade do fluido, p. 23
$\sigma$	Hiperplano deslizante, p. 47
$\theta$	Ângulo de caturro denominado <i>pitch</i> , p. 8
$\tilde{x}$	Erro de rastreamento, p. 46
$g$	Aceleração da gravidade, p. 23
$h_\delta$	Altura do Leme, p. 120
$k$	Vetor de ganho de realimentação, p. 47
$m$	Massa do veículo, p. 23
$w_\delta$	Largura do Leme, p. 120

# Lista de Abreviaturas

AUV	Autonomous Underwater Vehicle, p. 1
CB	Centro de Flutuabilidade, p. 22
CG	Centro de Gravidade, p. 10
COPPE	Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, p. 2
DDNM	Diretoria de Desenvolvimento Nuclear da Marinha, p. 114
DOF	Degree of Freedom, p. 8
EACF	Estação Antártica Comandante Ferraz, p. 2
ECEF	Earth-Centered, Earth-Fixed, p. 9
ECI	Earth-Centered Inertial, p. 9
GNC	Guiagem, Navegação e Controle, p. 3
IAE	<i>Integral Absolute Error</i> , p. 82
IPqM	Instituto de Pesquisas da Marinha, p. 3
LABHIDRO	Laboratório de Hidrodinâmica, p. 114
LOS	Line of Sight, p. 59
LQR	Controle Linear Quadrático, p. 4
MB	Marinha do Brasil, p. 3
MIMO	<i>Multiple Inputs Multiple Outputs</i> , p. 42
MPC	Model Predictive Control, p. 3
NED	North-East-Down, p. 9
PEE	Programa de Engenharia Elétrica, p. 2

PID	Proporcional-Integral-Derivativo, p. 4
Poli-USP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, p. 2
QP	Programação Quadrática, p. 53
ROV	Remotely Operated Vehicle, p. 1
SISO	<i>Single Input Single Output</i> , p. 42
SMC	Sliding Mode Control, p. 3
SNAME	Society of Naval Architects and Marine Engineers, p. 8
SNI	Sistema de Navegação Inercial, p. 59
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro, p. 2
USV	Unmanned Surface Vehicle, p. 1
UUV	Unmanned Underwater Vehicle, p. 1
VNT	Veículos Não Tripulados, p. 1
VSA	Veículos Submarinos Autônomos, p. 1

# Capítulo 1

## Introdução

O Brasil é detentor do 16° maior litoral do mundo e o 10° com maior área marítima: são 3,6 milhões de quilômetros quadrados por onde circulam 95% do comércio exterior brasileiro e de onde são extraídos 91% do petróleo e 73% do gás natural produzidos no Brasil [6].

O mar territorial brasileiro, denominado Amazônia Azul, possui enorme importância estratégica devido a seu elevado potencial econômico e, portanto, a sua defesa e o uso sustentável dos seus recursos naturais são essenciais à soberania nacional.

Em aplicações militares navais o uso de veículos não tripulados (VNT) de superfície (USV - *Unmanned Surface Vehicle*) e subaquáticos (UUV - *Unmanned Underwater Vehicle*) denota uma forte vantagem tática, pois representam uma extensão do navio de guerra e são componentes essenciais para o sucesso das missões da força naval, aumentando a capacidade operacional da frota e estendendo o potencial de vigilância e intervenção [3].

Os UUV tem sido cada vez mais utilizados, tanto em aplicações civis quanto militares, como facilitadores na realização de tarefas em ambiente hostil ao homem seja pela dificuldade de acesso, grande profundidade, espaços reduzidos ou em missões relacionadas à vigilância, reconhecimento, monitoramento, operações de busca e salvamento em que não se justifica o emprego humano. Também são utilizados em grande escala nas atividades de exploração de petróleo, de recursos minerais, na inspeção de dutos.

Os UUV são veículos pequenos e capazes de se propulsionar tanto sob quanto na superfície da água e são classificados de acordo com o tipo de aplicação: veículos operados remotamente (ROV - *Remotely Operated Vehicle*) e veículos submarinos autônomos (VSA, ou em inglês, AUV - *Autonomous Underwater Vehicle*) [7].

Um ROV é conectado por cabo ao navio e comandado por um operador enquanto um AUV opera independentemente, de forma autônoma, sem a intervenção humana, é controlado pelo sistema embarcado e possui fonte própria de energia.

A escolha entre um tipo ou outro de veículo submarino é feita de acordo com a

tarefa a ser realizada. Esses veículos são dotados de diversos sensores, por exemplo, um ROV, em geral, é equipado com câmera de vídeo e iluminação subaquática que permitem ao operador guiá-lo e realizar as tarefas (de inspeção, identificação, etc.), sonar para calcular distâncias, além de braço articulado para realizar instalações de linhas, fazer ajustes ou consertos, recuperar objetos, entre outros. Os AUV também podem ser equipados com câmera de vídeo para registro da missão, sonares, etc. Porém apenas ao final da missão, quando o AUV retorna ao local previamente programado, os dados gerados/coletados são processados. Os AUV podem ser utilizados para pesquisa subaquática, mapeamento do ambiente marinho, detecção, inspeção, etc.

Como exemplo desses veículos tem-se o ROV LUMA, desenvolvido por pesquisadores do Programa de Engenharia Elétrica (PEE) do Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). O LUMA, entre outras missões, foi utilizado no levantamento da fauna, algas e microrganismos do mar da Baía do Almirantado na Estação Antártica Comandante Ferraz (EACF) por meio de coleta de amostras e do registro de organismos marinhos via câmera fotográfica e sensores capazes de medir as características ambientais como temperatura e quantidade da luz solar que chega até o fundo [8].

Outro exemplo é o AUV Pirajuba desenvolvido na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli-USP) para navegar sem intervenção de um operador, utilizando um computador de bordo com informações de percurso, profundidade e outros parâmetros, programadas e inseridas em um software, para que o veículo possa ir a um local pré-determinado e voltar. O Pirajuba foi desenvolvido objetivando missões de levantamento de atividades geológicas do fundo do mar e de auxílio à prospecção de petróleo [9].

Uma desvantagem do ROV em relação ao AUV é a necessidade de um operador, porém os avanços tecnológicos obtidos através das diversas pesquisas e desenvolvimento de algoritmos de orientação e controle denotam que diversas das atividades realizadas utilizando preferencialmente o ROV poderão ser substituídas pelo uso do AUV.

As limitações de um veículo autônomo consistem no não monitoramento em tempo real do cumprimento da tarefa, pois a comunicação com a superfície é dificultada. Apesar de a comunicação acústica permitir transmissão de longo alcance (até 20 km), em baixas profundidades ela é afetada pelo gradiente de pressão, turbulência, ruído, salinidade, não conseguindo realizar transição suave entre os meios água e ar. E, embora as ondas eletromagnéticas consigam atravessar a fronteira água/ar com facilidade, a transmissão do sinal é atrapalhada pela grande atenuação que a água do mar impõe a essas ondas, além do alcance reduzido quando se utiliza

comunicação via rádio.

O emprego de embarcações autônomas pode incrementar o Poder Naval que, segundo [10], tem como tarefas básicas controlar áreas marítimas, negar o uso do mar, projetar poder sobre terra e contribuir para a dissuasão.

Destarte, este trabalho visa apresentar o modelamento dinâmico e comparar as técnicas Controle por Modo Deslizante (SMC - *Sliding Mode Control*) utilizada em estudo anterior por [3] e Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC - *Model Predictive Control*) utilizada neste trabalho, para o controle de movimento de um VSA em formato de torpedo, a fim de selecionar a mais adequada para o fim que se destina. Para isto são utilizados os mesmos veículo e trajetórias do trabalho de referência. A métrica será o menor erro medido no acompanhamento da trajetória.

Posteriormente este veículo modelado poderá ser construído e utilizado, por exemplo, para perseguição de alvos, vigilância, inspeção, coleta de dados, defesa antecipada de ameaças, patrulha antissubmarina, operações de minagem e varredura, desenvolvendo-se um software para realização da missão específica e dotando-o com sensores apropriados.

## 1.1 Motivação

É de interesse da Marinha do Brasil (MB) assegurar a proteção das águas jurisdicionais brasileiras, a Amazônia Azul, e para tanto ela utiliza seus meios navais, aeronavais e de fuzileiros navais.

Neste contexto, torna-se mister a utilização de VSA pois permitem realizar operações de esclarecimento, de contramedida de minagem, antissubmarino, de guerra eletrônica, de guerra acústica e de defesa nuclear, biológica, química e radiológica, com redução do risco imposto à tripulação e menor custo operacional, se comparado com a utilização dos meios convencionais.

Desta maneira, a MB por meio do Instituto de Pesquisas da Marinha (IPqM), vem intensificando pesquisas na área de Guiagem, Navegação e Controle (GNC), visando o desenvolvimento de VNT.

Em resumo, o sistema de guiagem é responsável por determinar a trajetória a ser percorrida e fornecer as informações necessárias de posição, velocidade e aceleração desejadas para que o sistema de controle permita ao veículo seguir esta trajetória. O sistema de navegação é responsável pela determinação da posição, velocidade e orientação atuais do veículo em relação a um referencial. E o sistema de controle é responsável pela implementação dos comandos de guiagem para manobrar o veículo ao longo da trajetória de referência.

Atualmente está sendo desenvolvido no IPqM o projeto de pesquisa “Veículo Submarino Autônomo (VSA)” que visa prover à MB o aperfeiçoamento tecnológico na

área de sistemas inerciais, controle, guiagem, sistemas de transdução sonar e ensaios integrados destes sensores, a fim de contribuir com a consciência situacional naval de diversas atividades, apoiar o desenvolvimento e a pesquisa nas áreas de biologia, oceanografia, de sensores e sistemas, contribuir para o monitoramento e localização de desastres ambientais provocados nas águas costeiras do Brasil, aprimorar a estrutura do sistema de coleta, processamento e disseminação de dados ambientais, dentre outros. Este projeto está dividido em áreas, sendo controle uma delas.

Em relação ao controle de movimento de veículos submarinos, diversas estratégias de controle podem ser empregadas. Mendonça [3] em seu trabalho intitulado “Piloto Automático de Direção Aplicado a um Veículo Autônomo Submarino” utiliza o SMC no controle de direção do VSA e sugere avaliar a possibilidade de uso de outro controlador. Estudar e selecionar qual estratégia usar é essencial para o projeto em desenvolvimento. Sendo esta a principal contribuição deste trabalho.

## 1.2 Objetivos

- Implementar a técnica de controle PID e MPC para, a partir de *waypoints* gerados, realizar o controle de direção de um navio autônomo;
- Comparar as técnicas de controle PID e MPC com a técnica de controle SMC, utilizada no trabalho de referência, visando validar a plataforma de simulação na utilização de diferentes controladores;
- Selecionar o controlador mais adequado para o projeto VSA em desenvolvimento no IPqM.

## 1.3 Revisão Bibliográfica

Os sistemas de controle de movimento para embarcações marítimas têm sido um campo ativo de pesquisa desde que o primeiro piloto automático mecânico foi construído em 1911 [1]. É possível encontrar na literatura diversas estratégias de controle empregadas no controle de movimento de veículos submarinos, como controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID), controle linear quadrático (LQR), controle linear quadrático ótimo, controle  $h_\infty$ , controle fuzzy, controle por modos deslizantes (SMC), controle preditivo baseado em modelo (MPC), entre outros.

A escolha do tipo de controlador a ser utilizado deve ser decidida com base na natureza da planta e nas condições de operação, incluindo considerações como segurança, custo, disponibilidade, confiabilidade, precisão, peso e tamanho [11].

O primeiro passo no projeto de um sistema de controle é a obtenção do modelo matemático da planta ou do objeto a ser controlado [11].

O modelo dinâmico de um veículo submarino é composto por equações não lineares e complexas. No entanto, a depender das características geométricas e de operação da embarcação, o modelo pode ser simplificado. As considerações utilizadas para a simplificação do modelo utilizadas nesta dissertação são feitas de acordo com o definido por Fossen [12], [13], [7], [1], e podem ser vistas também em Mendonça [3], Goulart [14], Cunha [15], Vervoort [16], Luque [17], [18], Estrela et al. [19], Farhan et al. [20], Akcakaya et al. [21], Chen et al. [22], Vahid e Javanmard [23], Wu et al. [24], Yao et al. [25] e Du et al. [26].

Em Cunha [15], os propulsores são modelados. Mas, ao se considerar a baixa velocidade como sendo constante, pode-se negligenciar a modelagem do propulsor, como visto em Fossen [1] e em Mendonça [3].

Em Cunha [15] e Goulart [14], cujo objeto de estudo são ROV, a dinâmica não linear, acoplada e multivariável, é desacoplada de modo a possibilitar o controle de cada grau de liberdade de forma independente, através de projetos de controladores monovariáveis, um para cada grau de liberdade. Já Fossen [7], [1] indica o desacoplamento nos planos lateral e longitudinal para os AUV, o que foi realizado por Mendonça [3], dentre outros autores.

Segundo Cunha [15], as técnicas de controle convencionais requerem um modelo preciso da dinâmica do veículo submarino que, devido a fatores econômicos, raramente está disponível. Além de ganhos fixos de controladores convencionais não garantem alto desempenho em todas as condições de operação, o que pode ser encontrado também em Li e Du [27].

Porém, técnicas de controle clássico implementadas para sistemas desacoplados com poucos graus de liberdade possuem resultados satisfatórios [17]. Poucos são os trabalhos onde o controle de AUV é feito de forma centralizada e multivariável.

Todos os autores cujos trabalhos utilizam controladores convencionais assumem o modelo linearizado.

Lakhwani e Adhyaru [28] fazem uma comparação entre as estratégias de controle PI, PD e LQR no rastreamento da trajetória, onde os autores concluem que, para o controle de profundidade, os controladores PD e LQR podem ser aplicados mas o controlador PI não, e que, além disso, se faz necessário um ajuste adequado do controlador PD para um melhor desempenho e o LQR apresenta comportamento estável.

Jagtap et al. [29], reduz o modelo de 6 DOF não linear e subatuado em dois modelos linearizados para controle de movimento nos planos vertical e horizontal, onde o problema para controlar o AUV nesses planos é formulado como dois problemas de otimização independentes. Neste artigo, os resultados obtidos utilizando o controlador MCP são comparados com os obtidos utilizando PID e pode-se verificar que devido o fato do controlador PID ser um controlador linear, ele não apresenta

resultados satisfatórios para o modelo não linear, enquanto o controlador proposto apresenta resultados melhores no rastreamento das trajetórias. Eles concluem que o uso do MPC de ordem reduzida é eficaz para lidar com os problemas envolvidos no uso da abordagem de MPC convencional para sistemas não lineares, bem como reduz os esforços computacionais necessários para resolver o problema de otimização.

Li e Du [27] em sua revisão trazem a comparação entre diferentes métodos de controle no rastreamento de trajetória de AUV mostrando a aplicação das diversas técnicas de controle, que podem servir como base para seleção da técnica a ser utilizada de acordo com o objetivo de controle esperado pelo projetista. Sobre o MPC, concluem que embora tenha alcançado bom desempenho, possui a desvantagem de envolver cálculos complexos e tempo de computação mais longa, sendo desejável a utilização de diferentes estratégias como pré-computação offline, compensação de atraso, entre outras, na tentativa de reduzir o tempo de cálculo.

Vários autores listam como desvantagem o MPC exigir alto recurso computacional devido à solução do problema de controle ótimo a cada instante de tempo. Como solução, se propõe transferir a carga computacional associada ao MPC convencional para um estágio offline. Para isso, Gomes [30], em sua tese, utiliza um esquema de Conjunto Atingível MPC (attainable Set-MPC). Em Yang et al. [31], propõe-se métodos capazes de reduzir o consumo de energia na utilização do MPC ao rastrear uma referência usando a lei de guiagem em linha de visada.

O controle em modo deslizante é aplicado com sucesso a veículos subaquáticos [32]. Fato que pode ser demonstrado em diversos trabalhos, por exemplo, Healey e Lienard [33], Farhan et al. [20], Akcakaya et al. [21].

O grande destaque do SMC é a sua robustez à dinâmica não modelada e à variação paramétrica, garantindo a estabilidade e o desempenho do sistema, mesmo em condições onde perturbações, ruídos e incertezas de modelagem estejam presentes [17], [3], [27].

Já o MPC utiliza o modelo dinâmico para prever o comportamento futuro do sistema, então, para este controlador o modelo é o elemento central [34], [35], [36].

O SMC por ser um controlador robusto lida bem com as incertezas do modelo. Já o MPC se destaca por poder incluir restrições no projeto do controlador [37], além de também ser conhecido por sua capacidade de lidar com perturbações e incertezas, uma vez que é baseado em previsões e otimização contínua. Vários trabalhos apresentaram resultados satisfatórios na utilização do MPC no controle de veículos submarinos autônomos, como por exemplo, Sudirman [38], Gomes [39] e Budiyono [40], muitas vezes combinadas com outras técnicas de controle, como pode ser visto em Saback et al. [41], Yan et al. [42], Yao et al. [43] e Gong et al. [44].

## 1.4 Organização da Dissertação

Este trabalho está dividido em 6 capítulos. O capítulo 2 apresenta os conceitos teóricos relacionados à modelagem matemática de um veículo submarino. No capítulo 3, são apresentadas as premissas utilizadas para definição do modelo dinâmico do VSA utilizado neste trabalho. No capítulo 4, apresentam-se as estratégias de controle propostas para a comparação. No capítulo 5, são apresentados o controle de direção e os resultados obtidos das simulações ao seguir os *waypoints* das trajetórias de referência desejadas para as estratégias de controle verificadas. No capítulo 6, são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Modelagem de um Veículo Submarino

Na robótica móvel, precisa-se entender o comportamento mecânico do robô, tanto para projetá-lo para realizar tarefas quanto para desenvolver o seu controle [45]. Para isso, é necessário a análise do movimento, que se divide em estática e dinâmica.

A estática diz respeito ao equilíbrio dos corpos em repouso ou movendo-se a velocidade constante, enquanto a dinâmica está relacionada aos corpos em movimento e se divide em duas partes: a cinemática, que trata dos aspectos geométricos do movimento, e a dinâmica que trata das forças e momentos que causam esse movimento [7].

A notação utilizada neste trabalho é a estabelecida pela *Society of Naval Architects and Marine Engineers* (SNAME) [4] e apresentada na Tabela 2.1 que resume os seis graus de liberdade (DOF - *Degree of Freedom*) ou componentes com diferentes posições e orientações que descrevem o movimento da embarcação.

Tabela 2.1: Notação da SNAME(1950) para embarcações marítimas [4].

DOF	Tipo de Movimento	Força	Velocidade	Posição
1	Translação em $x$ (avanço/ <i>surge</i> )	$X$	$u$	$x$
2	Translação em $y$ (deriva/ <i>sway</i> )	$Y$	$v$	$y$
3	Translação em $z$ (subida-descida/ <i>heave</i> )	$Z$	$w$	$z$
4	Rotação em torno de $x$ (balanço/ <i>roll</i> )	$K$	$p$	$\phi$
5	Rotação em torno de $y$ (caturro/ <i>pitch</i> )	$M$	$q$	$\theta$
6	Rotação em torno de $z$ (guinada/ <i>yaw</i> )	$N$	$r$	$\psi$

### 2.1 Cinemática

A cinemática é o estudo do movimento sem se preocupar com as forças que causam esse movimento. Nela, são analisadas a posição, a velocidade, a aceleração

e todas as derivadas de ordem superior das variáveis de posição (com relação ao tempo ou a qualquer outra variável) [46].

O movimento realizado pela embarcação é um movimento de corpo rígido, composto por translações e rotações. O movimento resultante do veículo é, portanto, obtido pela composição desses movimentos.

O veículo possui seis DOF, que pode ser entendido como o número mínimo de coordenadas necessárias para descrever o movimento. Ou seja, são necessárias seis coordenadas independentes: três coordenadas espaciais  $x$ ,  $y$  e  $z$  para determinar a posição e três ângulos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ , definidos ângulos de Euler, para determinar a orientação (ou atitude) da embarcação.

Na análise do movimento de uma embarcação com seis DOF, é conveniente definir os sistemas de coordenadas [1]:

- Referencial Inercial (ECI - Earth-Centered Inertial) -  $\{i\} = (x_i, y_i, z_i)$ , é o referencial inercial centrado na Terra para navegação terrestre. É um referencial não acelerado, no qual as leis de movimento de Newton se aplicam, o que inclui os sistemas de navegação inercial. A origem de  $\{i\}$  está localizada no centro da Terra.
- Referencial da Terra (ECEF - Earth-Centered, Earth-Fixed) -  $\{e\} = (x_e, y_e, z_e)$ , é o referencial centrado no centro de massa da Terra e gira em relação ao referencial inercial (ECI). Para embarcações que se movem em velocidade relativamente baixa, a rotação da Terra pode ser negligenciada e, portanto,  $\{e\}$  pode ser considerado inercial.
- Referencial Navegacional (NED - North-East-Down) -  $\{n\} = (x_n, y_n, z_n)$ , é definido geralmente como o plano tangente na superfície da Terra se movendo com a embarcação, mas com eixos apontando em direções diferentes dos eixos fixados ao corpo da embarcação. Para este sistema, o eixo  $x$  aponta para o norte verdadeiro, o eixo  $y$  aponta para o leste, e o eixo  $z$  aponta para baixo, normal à superfície da Terra. Para embarcações que operam em uma área local, com longitude e latitude aproximadamente constantes, um plano tangente fixo à Terra na superfície é usado para navegação, geralmente chamado de navegação terrestre plana e pode-se assumir que  $\{n\}$  é inercial, de modo que as leis de Newton ainda se aplicam.
- Referencial do Corpo (Body-Fixed-Frame) -  $\{b\} = (x_b, y_b, z_b)$ , é um sistema de coordenadas móvel, fixo à embarcação. A origem do referencial é geralmente escolhida para coincidir com o seu centro de gravidade ( $CG$ ). Os eixos do corpo  $x_b$ ,  $y_b$  e  $z_b$  são escolhidos para coincidir com os principais eixos de inércia e geralmente são definidos como:  $x_b$  - eixo longitudinal (direcionado de ré para

vante),  $y_b$  - eixo transversal (direcionado à boreste) e  $z_b$  - eixo normal (alinhado com a vertical para baixo).

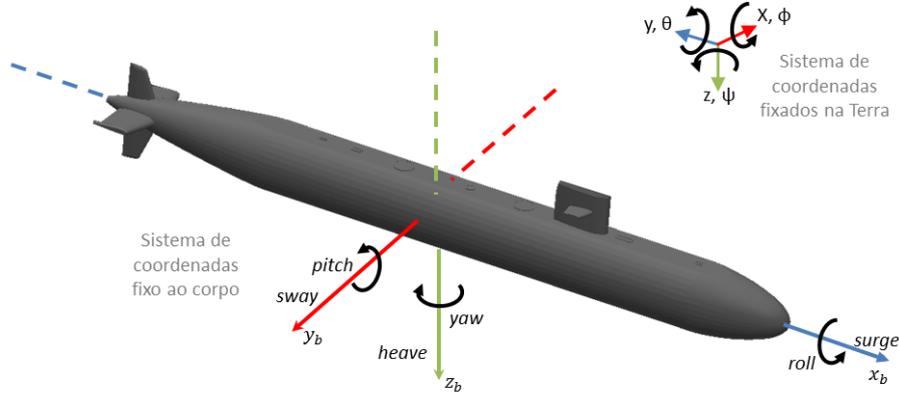


Figura 2.1: Sistema de coordenadas.

A posição  $\boldsymbol{\eta}_1$  e a orientação  $\boldsymbol{\eta}_2$  da embarcação são descritas em relação ao sistema de referencial inercial, aproximado por  $\{e\}$  ou  $\{n\}$ . O vetor de posição e orientação,  $\boldsymbol{\eta}$ , utilizando a notação SNAME, é dado por:

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T & \boldsymbol{\eta}_2^T \end{bmatrix}^T \quad (2.1)$$

$$\boldsymbol{\eta}_1 = [x, y, z]^T, \quad \boldsymbol{\eta}_2 = [\phi, \theta, \psi]^T \quad (2.2)$$

Assim, posição e os movimentos de translação são definidos por meio de três variáveis e suas derivadas no tempo:

$$\boldsymbol{\eta}_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

E a orientação e os movimentos de rotação em cada eixo são definidos através de outras três variáveis e as respectivas derivadas no tempo:

$$\boldsymbol{\eta}_2 = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, \quad \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Já a velocidade linear  $\boldsymbol{\nu}_1$  e a angular  $\boldsymbol{\nu}_2$  são expressas no sistema de coordenadas fixo ao corpo. Na forma vetorial, o vetor de velocidades linear e angular,  $\boldsymbol{\nu}$ ,

utilizando a notação SNAME, é dado por:

$$\boldsymbol{\nu} = \left[ \boldsymbol{\nu}_1^T, \boldsymbol{\nu}_2^T \right]^T \quad (2.5)$$

$$\boldsymbol{\nu}_1 = \left[ u, v, w \right]^T, \quad \boldsymbol{\nu}_2 = \left[ p, q, r \right]^T \quad (2.6)$$

### 2.1.1 Transformação de Coordenadas

Como mostrado, as velocidades linear  $\boldsymbol{\nu}_1$  e angular  $\boldsymbol{\nu}_2$  estão referenciadas no sistema de coordenadas móvel, fixo ao corpo, portanto devem ser transformadas para o sistema de referencial inercial.

#### Ângulos de Euler

As transformações de eixos são realizadas através de operações com matrizes de rotação, usando a sequência de rotação dos ângulos de Euler.

Segundo [47], pode-se determinar a orientação no campo (aero)náutico pelos ângulos de Euler  $ZYX$ , também chamados ângulos de *Yaw-Pitch-Roll* ( $\psi, \theta, \phi$ , respectivamente), que denotam as típicas mudanças de atitude de uma aeronave ou embarcação.

Assim, a rotação a partir dos ângulos de Euler resultante é obtida por uma rotação do ângulo  $\psi$  em torno do eixo  $z$ , descrita pela matriz de rotação  $R_z(\psi)$ , uma rotação do ângulo  $\theta$  em torno do eixo  $y$ , descrita pela matriz de rotação  $R_y(\theta)$  e uma rotação do ângulo  $\phi$  em torno do eixo  $x$ , descrita pela matriz de rotação  $R_x(\phi)$ .

A matriz de transformação  $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  converte dados medidos no referencial móvel para o referencial inercial e é dada por:

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi) \quad (2.7)$$

Onde,

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_y(\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}, \quad R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix}$$

Sendo,

$$s \cdot = \sin(\cdot) \text{ e } c \cdot = \cos(\cdot)$$

Assim,

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Quando os ângulos  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  são pequenas variações, geralmente denotadas por  $\delta\phi$ ,  $\delta\theta$  e  $\delta\psi$ , a matriz acima é simplificada para:

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & -\delta\psi & \delta\theta \\ \delta\psi & 1 & -\delta\phi \\ -\delta\theta & \delta\phi & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Note que a matriz de transformação é ortonormal, sendo a inversa igual a sua transposta, ou seja:

$$\mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) = \mathbf{J}_1^T(\boldsymbol{\eta}_2) \quad (2.10)$$

o que torna simples a conversão do referencial inercial para o referencial móvel.

A ordem da rotação deve ser observada ao se converter de um referencial para outro. Pela convenção, ao se converter do referencial móvel para o referencial inercial, a primeira rotação é feita em torno do eixo  $z$ , seguidas pelas rotações em torno dos eixos  $y$  e  $x$ . Assim, ao se converter do referencial inercial para o referencial móvel, o inverso deve ser utilizado.

Segundo [48], as parametrizações dos ângulos de Euler têm a vantagem de não possuírem singularidade na orientação identitária,  $R = I$ , porém contêm singularidades em outras diferentes orientações. Para reverter essas singularidades algumas considerações serão feitas mais adiante.

## 2.1.2 Conversão de Velocidade

Para converter a velocidade linear do sistema móvel para o sistema de referência inercial utiliza-se, portanto, a matriz de transformação definida na seção anterior, como segue:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\nu}_1 \quad (2.11)$$

Assim,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Para a conversão do sistema de referencial inercial para o referencial móvel, a inversa ou a transposta da matriz de transformação pode ser usada:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1^T(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Para a transformação da velocidade angular do sistema móvel para o sistema inercial, não é possível integrar diretamente as velocidades angulares, uma vez que integrar ângulos não tem nenhuma interpretação física [7]. Porém, as velocidades angulares no sistema de coordenadas inercial podem ser interpretadas como sendo as derivadas dos ângulos de orientação da embarcação.

Assim, a velocidade angular no sistema de referência da embarcação é dada por:

$$\boldsymbol{\nu}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_x(\phi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_x(\phi)R_y(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \quad (2.14)$$

Desta maneira, a conversão da velocidade angular do sistema fixo à embarcação para o sistema de referencial inercial, é dada por:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\nu}_2 \quad (2.15)$$

ou seja,

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

onde,

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Sendo,

$s \cdot = \sin(\cdot)$ ,  $c \cdot = \cos(\cdot)$  e  $t \cdot = \tan(\cdot)$

Como a matriz  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$  não é ortogonal,  $\mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \neq \mathbf{J}_2^T(\boldsymbol{\eta}_2)$ , a sua transposta não pode ser usada para encontrar a inversa. Porém, podem-se utilizar as equações acima para se obter a matriz inversa de  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Portanto,

$$\dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \quad (2.19)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (2.20)$$

$$\dot{\psi} = \frac{q \sin \phi + r \cos \phi}{\cos \theta} \quad (2.21)$$

Rearranjando as equações acima, obtêm-se:

$$p = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \quad (2.22)$$

$$q = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta \quad (2.23)$$

$$r = -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta \quad (2.24)$$

Com isso, é possível obter a matriz inversa de  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ :

$$\mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & s\phi c\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Onde,

$s \cdot = \sin(\cdot)$  e  $c \cdot = \cos(\cdot)$

Desta maneira, torna-se possível obter a velocidade angular no referencial móvel a partir do referencial inercial:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

### 2.1.3 Equações Cinemáticas

As equações cinemáticas para o sistema com 6 DOF podem ser expressas na forma vetorial, para expressar as velocidades no referencial inercial a partir do referencial móvel, como:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu} \quad (2.27)$$

Onde,

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Ou seja,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

E, para expressar as velocidades no referencial móvel a partir do inercial, como:

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (2.30)$$

Onde,

$$\mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Ou seja,

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

### 2.1.4 Singularidade

Observa-se que para  $\theta = \pm 90^\circ$ , a matriz  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$  torna-se singular. De acordo com [7], neste caso, devem-se utilizar *Quaternions* para representação da orientação do veículo no sistema inercial a fim de evitar a singularidade. Para veículos submersos, porém, a operação pode ser próxima a esta singularidade, sendo as equações cinemáticas descritas pela representação de dois dos ângulos de Euler com diferentes singularidades, evitando o ponto singular alternando entre eles.

No VSA modelado, objeto deste trabalho, os centros de gravidade e de flutuação estão afastados de tal modo que o ângulo  $\theta$  permaneça pequeno o suficiente para evitar essa singularidade.

Para ângulos pequenos  $\delta\phi$ ,  $\delta\theta$  e  $\delta\psi$  a matriz  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ , mostrada na equação 2.17, é simplificada para:

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \delta\theta \\ 0 & 1 & -\delta\phi \\ 0 & \delta\phi & 1 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

A singularidade também pode ser evitada através das técnicas de controle, que pode ser projetada de forma a evitar esses ângulos.

De maneira geral, a fim de evitar uma matriz singular, os ângulos de Euler que descrevem a atitude de um veículo submarino devem ser restringidos aos seguintes ângulos de rotação [49]:

$$-\pi < \phi \leq \pi \quad (2.34)$$

$$\frac{-\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \quad (2.35)$$

$$0 \leq \psi < 2\pi \quad (2.36)$$

## 2.2 Dinâmica

### 2.2.1 Equação do Movimento

O movimento do veículo com seis DOF pode ser descrito utilizando-se os seguintes vetores [7]:

$\boldsymbol{\tau}_1 = [X, Y, Z]^T$  - forças externas

$\boldsymbol{\tau}_2 = [K, M, N]^T$  - momentos

$\boldsymbol{\nu}_1 = [u, v, \omega]^T$  - velocidades lineares

$\boldsymbol{\nu}_2 = [p, q, r]^T$  - velocidades angulares

$\mathbf{r}_g = [x_g, y_g, z_g]^T$  - centro de gravidade

A dinâmica de um corpo é composta por movimentos de translação e de rotação, cujas equações são dadas por [7], [1]:

$$\begin{aligned} m [\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})] &= X \\ m [\dot{v} - wp + ur - y_g(r^2 + p^2) + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})] &= Y \\ m [\dot{w} - uq + vp - z_g(p^2 + q^2) + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rq + \dot{p})] &= Z \end{aligned} \quad (2.37)$$

que representam o movimento de translação, e:

$$\begin{aligned} I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} + \\ m [y_g(\dot{w} - uq + vp) - z_g(\dot{v} - wp + ur)] &= K \\ I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} + \\ m [z_g(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{w} - uq + vp)] &= M \\ I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} + \\ m [x_g(\dot{v} - wp + ur) - y_g(\dot{u} - vr + wq)] &= N \end{aligned} \quad (2.38)$$

que representam o movimento de rotação. Onde  $m$  é a massa do veículo;  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  são os momentos de inércia em relação a  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ; e  $I_{xy} = I_{yx}$ ,  $I_{xz} = I_{zx}$ ,  $I_{yz} = I_{zy}$  são os produtos de inércia.

Para um corpo rígido, as equações 2.37 e 2.38 são dadas por [13]:

$$m [\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 + \boldsymbol{\nu}_2 \times \boldsymbol{\nu}_1 + \dot{\boldsymbol{\nu}}_2 \times \mathbf{r}_g + \boldsymbol{\nu}_2 \times (\boldsymbol{\nu}_2 \times \mathbf{r}_g)] = \boldsymbol{\tau}_1 \quad (2.39)$$

$$\mathbf{I}_0 \dot{\boldsymbol{\nu}}_2 + \boldsymbol{\nu}_2 \times (\mathbf{I}_0 \boldsymbol{\nu}_2) + m \mathbf{r}_g \times (\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 + \boldsymbol{\nu}_2 \times \boldsymbol{\nu}_1) = \boldsymbol{\tau}_2 \quad (2.40)$$

que podem ser escritas na forma compacta como [13], [7]:

$$\mathbf{M}_{CR} \dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) \boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\tau}_{CR} \quad (2.41)$$

onde  $\mathbf{M}_{CR}$  é a matriz de inércia para corpo rígido;  $\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu})$  é a matriz de forças de Coriolis e forças centrípetas para corpo rígido;  $\boldsymbol{\nu} = [u, v, \omega, p, q, r]^T$  é o vetor de velocidades lineares e angulares; e  $\boldsymbol{\tau}_{CR} = [X, Y, Z, K, M, N]^T$  é o vetor de forças e momentos externos.

## 2.2.2 Matriz de Inércia do Corpo Rígido

De acordo com [13], a matriz de inércia de um corpo rígido pode ser determinada a partir de 2.39 e 2.40, isto é:

$$\mathbf{M}_{CR}\dot{\boldsymbol{\nu}} = \begin{bmatrix} m\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 + m\dot{\boldsymbol{\nu}}_2 \times \mathbf{r}_g \\ \mathbf{I}_0\dot{\boldsymbol{\nu}}_2 + m\mathbf{r}_g \times \dot{\boldsymbol{\nu}}_1 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

assim, a matriz de inércia para um corpo rígido é dada por:

$$\mathbf{M}_{CR} = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3 \times 3} & -m\mathbf{S}(\mathbf{r}_g) \\ m\mathbf{S}(\mathbf{r}_g) & \mathbf{I}_o \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

onde,

$\mathbf{I}_{3 \times 3}$  - matriz identidade  $3 \times 3$ ;

$\mathbf{S}(\mathbf{r}_g)$  - rotacional do vetor centro de gravidade da embarcação.

$\mathbf{I}_o$  - tensor de inércia com respeito a origem  $O$  do referencial fixo no corpo, composto pelos momentos de inércia  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$  em relação a  $x_b$ ,  $y_b$ ,  $z_b$  e pelos produtos de inércia  $I_{xy} = I_{yx}$ ,  $I_{xz} = I_{zx}$ ,  $I_{yz} = I_{zy}$ .

ou seja,

$$m\mathbf{I}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}; \quad m\mathbf{S}(\mathbf{r}_g) = \begin{bmatrix} 0 & -mz_g & my_g \\ mz_g & 0 & -mx_g \\ -my_g & mx_g & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{I}_o = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}$$

portanto,

$$\mathbf{M}_{CR} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_g & -my_g \\ 0 & m & 0 & -mz_g & 0 & mx_g \\ 0 & 0 & m & my_g & -mx_g & 0 \\ 0 & -mz_g & my_g & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_g & 0 & -mx_g & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -my_g & mx_g & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

A representação da matriz de inércia de um corpo rígido é única e satisfaz [7]:

$$\mathbf{M}_{CR} = \mathbf{M}_{CR}^T > \mathbf{0}, \quad \dot{\mathbf{M}}_{CR} = \mathbf{0}. \quad (2.45)$$

isto é, a matriz  $\mathbf{M}_{CR}$  é definida positiva.

### 2.2.3 Matriz Coriolis e Centrípeta do Corpo Rígido

De acordo com [13], a matriz de Coriolis e centrípeta para o corpo rígido é uma matriz anti-simétrica,  $\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) = -\mathbf{C}_{CR}^T(\boldsymbol{\nu}) \forall \boldsymbol{\nu} \in \mathbb{R}^6$ , e pode ser representada por:

$$\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_1) - m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2)\mathbf{S}(\mathbf{r}_g) \\ -m\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_1) + m\mathbf{S}(\mathbf{r}_g)\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2) & -\mathbf{S}(\mathbf{I}_o\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

onde,

$\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu})$  - rotacional do vetor velocidade, sendo  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_1)$  para o vetor velocidade  $\boldsymbol{\nu}_1$  e  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2)$  para o vetor velocidade  $\boldsymbol{\nu}_2$ .

De acordo com [1],  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2)\mathbf{S}(\mathbf{r}_g) = [\mathbf{S}(\mathbf{r}_g)\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_2)]^T$  e  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\nu}_1)\boldsymbol{\nu}_1 = 0$ , portanto, a equação 2.46 pode ser escrita como  $\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -m(y_gq + z_gr) & m(y_gp + \omega) & m(z_gp - v) \\ 0 & 0 & 0 & m(x_gq - \omega) & -m(z_gr + x_gp) & m(z_gq + u) \\ 0 & 0 & 0 & m(x_gr + v) & m(y_gr - u) & -m(x_gp + y_gq) \\ -m(y_gq + z_gr) & m(y_gp + \omega) & m(z_gp - v) & 0 & -I_{yz}q - I_{xz}p + I_zr & I_{yz}r + I_{xy}p - I_yq \\ m(x_gq - \omega) & -m(z_gr + x_gp) & m(z_gq + u) & I_{yz}q + I_{xz}p - I_zr & 0 & -I_{xz}r - I_{xy}q + I_xp \\ m(x_gr + v) & m(y_gr - u) & -m(x_gp + y_gq) & -I_{yz}r - I_{xy}p + I_yq & I_{xz}r + I_{xy}q - I_xp & 0 \end{bmatrix}$$

### 2.2.4 Vetor de Forças e Momentos Externos

Para um corpo rígido, o vetor de forças e momentos  $\boldsymbol{\tau}_{CR}$  é dado pela soma do vetor de forças e momentos hidrodinâmicos total  $\boldsymbol{\tau}_H$  e do vetor de forças e momentos de atuação ou controle  $\boldsymbol{\tau}$ .

$$\boldsymbol{\tau}_{CR} = \boldsymbol{\tau}_H + \boldsymbol{\tau} \quad (2.47)$$

#### Forças e Momentos Hidrodinâmicos

A força hidrodinâmica,  $\boldsymbol{\tau}_H$ , que atua no veículo é dada por [50]:

$$\boldsymbol{\tau}_H = - \underbrace{\mathbf{M}_A \dot{\boldsymbol{\nu}} - \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}}_{\text{massa adicionada}} - \underbrace{\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}}_{\text{amortecimento}} - \underbrace{\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})}_{\text{forças de restauração}} \quad (2.48)$$

onde,

$\mathbf{M}_A$  - matriz de massas e inércias adicionadas;

$\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$  - matriz de Coriolis e centrípeta hidrodinâmica;

$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$  - matriz de amortecimento hidrodinâmico; e

$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  - vetor de forças e momentos de restauração.

As forças de massa adicionada são devidas à inércia do fluido, as forças de amortecimento hidrodinâmico são devidas à viscosidade do fluido e as forças de restauração

são devidas ao peso e empuxo do veículo [50].

Assim, substituindo 2.48 em 2.47, o vetor de forças e momentos do corpo rígido,  $\boldsymbol{\tau}_{CR}$ , se torna:

$$\boldsymbol{\tau}_{CR} = - \underbrace{\mathbf{M}_A \dot{\boldsymbol{\nu}} - \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}}_{\text{massa adicionada}} - \underbrace{\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}}_{\text{amortecimento}} - \underbrace{\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})}_{\text{forças de restauração}} + \underbrace{\boldsymbol{\tau}}_{\text{forças de controle}} \quad (2.49)$$

### Massa Adicionada

Devido ao movimento do veículo submerso, são gerados no fluido forças e momentos proporcionais à aceleração do corpo. Esses esforços causados pela inércia do fluido são expressos pela matriz de massas e inércias adicionadas,  $\mathbf{M}_A$ , e pela matriz de Coriolis e centrípeta hidrodinâmica,  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$ .

Para embarcações submersas, é assumido que os coeficientes de massa adicionais são constantes e a matriz  $\mathbf{M}_A$  é dada por [7]:

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

onde os elementos da primeira coluna representam as massas e inércias adicionadas no veículo quando o mesmo acelera na direção  $x$  com valor  $u$ . Assim,  $X_{\dot{u}}$ ,  $Y_{\dot{u}}$  e  $Z_{\dot{u}}$  são as massas adicionadas nos respectivos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  do veículo, e  $K_{\dot{u}}$ ,  $M_{\dot{u}}$  e  $N_{\dot{u}}$  as inércias adicionadas respectivamente ao redor dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  do veículo [51]. Assim, a força hidrodinâmica da massa adicionada  $Y_A$  ao longo do eixo  $y$  devido a aceleração  $\dot{u}$  na direção do eixo  $x$  é dada por [13]:

$$Y_{\dot{u}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}} \quad , \quad Y_A = Y_{\dot{u}} \dot{u}$$

Para veículos submersos, a matriz  $\mathbf{M}_A$  sempre será estritamente positiva,  $\mathbf{M}_A > \mathbf{0}$ . Para um corpo rígido em repouso ( $U \approx 0$ ; onde  $U = \sqrt{u^2 + v^2} \approx u$ ), navegando em um fluido ideal, sem incidências de ondas, correntes ou outras perturbações, a matriz de inércia hidrodinâmica é definida positiva:  $\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_A^T > \mathbf{0}$ , sendo esta uma boa aproximação para controle de sistemas marinhos [7].

Assim como a matriz de inércia, a matriz de Coriolis e centrípeta também sofre a influência das massas adicionais. O termo da massa adicionada da matriz de Coriolis

e centrípeta,  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$ , é por definição [7] [13]:

$$\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{11}\boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{A}_{12}\boldsymbol{\nu}_2) \\ -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{11}\boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{A}_{12}\boldsymbol{\nu}_2) & -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{21}\boldsymbol{\nu}_1 + \mathbf{A}_{22}\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

onde,  $\mathbf{A}_{11}$ ,  $\mathbf{A}_{12}$ ,  $\mathbf{A}_{21}$ ,  $\mathbf{A}_{22}$  são mostrados em 2.50 e que, substituindo, resulta em:

$$\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

onde,

$$a_1 = X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r$$

$$a_2 = Y_{\dot{u}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r$$

$$a_3 = Z_{\dot{u}}u + Z_{\dot{v}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r$$

$$b_1 = K_{\dot{u}}u + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{w}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r$$

$$b_2 = M_{\dot{u}}u + M_{\dot{v}}v + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{p}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r$$

$$b_3 = N_{\dot{u}}u + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{w}}w + N_{\dot{p}}p + N_{\dot{q}}q + N_{\dot{r}}r$$

### Amortecimento Hidrodinâmico

Sempre que existir movimento relativo entre um corpo sólido e o fluido viscoso que o circunda, o corpo experimentará uma força resultante [52]. Tipicamente, esta força resultante é decomposta na força de arrasto, definida como a componente da força paralela à direção do movimento, e na força de sustentação, definida como a componente da força resultante perpendicular à direção do movimento.

A matriz de amortecimento hidrodinâmico representa essas forças de arrasto e de sustentação agindo no veículo submerso em movimento. Porém, devido à baixa velocidade do veículo modelado, a força de sustentação pode ser desconsiderada pois é muito menor que a força de arrasto. Já a força de arrasto pode ser decomposta em dois termos, um linear e um quadrático.

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{D}_L + \mathbf{D}_Q \quad (2.53)$$

A matriz de arrasto linear,  $\mathbf{D}_L$ , é dada por:

$$\mathbf{D}_L = - \begin{bmatrix} X_u & X_v & X_w & X_p & X_q & X_r \\ Y_u & Y_v & Y_w & Y_p & Y_q & Y_r \\ Z_u & Z_v & Z_w & Z_p & Z_q & Z_r \\ K_u & K_v & K_w & K_p & K_q & K_r \\ M_u & M_v & M_w & M_p & M_q & M_r \\ N_u & N_v & N_w & N_p & N_q & N_r \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

E a matriz de arrasto quadrático,  $\mathbf{D}_Q$ , por:

$$\mathbf{D}_Q = - \begin{bmatrix} X_{u|u}|u| & X_{v|v}|v| & X_{w|w}|w| & X_{p|p}|p| & X_{q|q}|q| & X_{r|r}|r| \\ Y_{u|u}|u| & Y_{v|v}|v| & Y_{w|w}|w| & Y_{p|p}|p| & Y_{q|q}|q| & Y_{r|r}|r| \\ Z_{u|u}|u| & Z_{v|v}|v| & Z_{w|w}|w| & Z_{p|p}|p| & Z_{q|q}|q| & Z_{r|r}|r| \\ K_{u|u}|u| & K_{v|v}|v| & K_{w|w}|w| & K_{p|p}|p| & K_{q|q}|q| & K_{r|r}|r| \\ M_{u|u}|u| & M_{v|v}|v| & M_{w|w}|w| & M_{p|p}|p| & M_{q|q}|q| & M_{r|r}|r| \\ N_{u|u}|u| & N_{v|v}|v| & N_{w|w}|w| & N_{p|p}|p| & N_{q|q}|q| & N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Os elementos destas matrizes são os coeficientes de amortecimento hidrodinâmicos e podem ser entendidos de maneira análoga aos elementos da matriz de massas adicionais. Neste caso, cada elemento representa a força em um determinado eixo com velocidade no mesmo ou em outro eixo.

Para um corpo rígido se movendo através de um fluido ideal, a matriz de amortecimento hidrodinâmico será real, não simétrica e estritamente positiva:  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) > \mathbf{0} \forall \boldsymbol{\nu} \in \Re^6$  [7].

## Forças e Momentos de Restauração

Além das forças de massa e amortecimento, os veículos submersos também são afetados pelas forças de gravidade e de flutuabilidade, que são as forças hidrodinâmicas restauradoras.

As forças restauradoras são determinadas pelo volume do fluido deslocado, pela localização do centro de flutuabilidade ( $CB$ ), pelo nível da água e seus momentos associados [1].

A força de gravidade do corpo, no referencial  $\{n\}$ , é definida como:

$$\mathbf{f}_g^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

onde  $W$  é o peso submerso do corpo [ $N$ ],  $m$  é a massa do veículo [ $kg$ ] e  $g$  é a

aceleração da gravidade  $[m/s^2]$ .

E a força de flutuação, no referencial  $\{n\}$ , é definida como:

$$\mathbf{f}_b^n = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho g \nabla \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

onde  $B$  é a força de flutuação  $[N]$ ,  $\rho$  é a densidade do fluido  $[kg/m^3]$ ,  $g$  é a aceleração da gravidade  $[m/s^2]$  e  $\nabla$  é o volume de fluido deslocado pelo veículo  $[m^3]$ .

Essas forças atuam no  $CG$  e no  $CB$ , respectivamente. Dependendo da relação entre a força de gravidade e a força de flutuação, a flutuabilidade pode ser definida como positiva, neutra ou negativa.

A flutuabilidade é dita neutra quando as forças se anulam, isto é,

$$W = B$$

Negativa quando,

$$W > B$$

E positiva quando,

$$W < B$$

As forças de gravidade e flutuação estão referenciadas ao sistema inercial  $n$  e, portanto, devem ser transformadas para o sistema fixo ao veículo  $b$ . Para isto, basta pré-multiplicar essas forças pela inversa da matriz transformação  $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  mostrada em 2.9. Assim,

$$\mathbf{f}_g^b = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \mathbf{f}_g^n = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

e

$$\mathbf{f}_b^b = \mathbf{f}_b^n = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \mathbf{f}_b^n = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho g \nabla \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Desta maneira, o vetor de forças e momentos restauradores é dado por:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_g^b + \mathbf{f}_b^b \\ \mathbf{r}_g^b \times \mathbf{f}_g^b + \mathbf{r}_b^b \times \mathbf{f}_b^b \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)(\mathbf{f}_g^n + \mathbf{f}_b^n) \\ \mathbf{r}_g^b \times \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{f}_g^n + \mathbf{r}_b^b \times \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{f}_b^n \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Como a matriz de transformação é ortonormal, então:

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)^{-1} = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)^T = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\psi c\theta & -s\theta \\ -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & c\theta s\phi \\ s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Assim, aplicando 2.61 em 2.60, tem-se que:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = - \begin{bmatrix} (W - B) \sin \theta \\ -(W - B) \cos \theta \sin \phi \\ -(W - B) \cos \theta \cos \phi \\ -(y_g W - y_b B) \cos \theta \cos \phi + (z_g W - z_b B) \cos \theta \sin \phi \\ (z_g W - z_b B) \sin \theta + (x_g W - x_b B) \cos \theta \cos \phi \\ -(x_g W - x_b B) \cos \theta \sin \phi - (y_g W - y_b B) \sin \theta \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

## 2.2.5 Modelo Dinâmico Resultante

A dinâmica do corpo rígido é dada por  $\mathbf{M}_{CR}\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\tau}_{CR}$ , como mostrado em 2.41, e o vetor de forças e momentos do corpo rígido é dado por  $\boldsymbol{\tau}_{CR} = \boldsymbol{\tau}_H + \boldsymbol{\tau}$ , conforme mostrado na seção 2.2.4.

A matriz de inércia total,  $\mathbf{M}$ , é dada por:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{CR} + \mathbf{M}_A \quad (2.63)$$

onde  $\mathbf{M}_{CR}$  é a matriz de inércia do corpo rígido e  $\mathbf{M}_A$  a matriz de massas adicionais.

A matriz de Coriolis e centrípeta total,  $\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})$ , é dada por:

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu}) \quad (2.64)$$

onde  $\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu})$  é a matriz de Coriolis e centrípeta para o corpo rígido e  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})$  a matriz de massa adicionada relativa à matriz de Coriolis e centrípeta.

Assim, de 2.41, 2.48, 2.63 e 2.64, resulta a equação de Newton-Euler para corpos rígidos em fluidos, apresentada em [7] e [13]:

$$\mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.65)$$

onde,

$\mathbf{M}$  - matriz de inércia para corpo rígido, incluindo massa adicionada;  
 $\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})$  - matriz de forças de Coriolis e forças centrípetas para corpo rígido, incluindo massa adicionada;  
 $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$  - matriz de amortecimento hidrodinâmico;  
 $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  - vetor de forças e momentos de restauração;  
 $\boldsymbol{\tau}$  - vetor de forças e momentos =  $[X, Y, Z, K, M, N]^T$ ;  
 $\boldsymbol{\eta}$  - vetor de posição e de orientação =  $[x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$ ;  
 $\boldsymbol{\nu}$  - vetor de velocidades lineares e angulares =  $[u, v, \omega, p, q, r]^T$ .

## 2.3 Conclusão

O primeiro passo no projeto de um sistema de controle é a obtenção do modelo matemático da planta ou do objeto a ser controlado [11].

De acordo com [22], as equações clássicas bem conhecidas são as de Gertler e Hagen [53], Feldman [54] e Fossen e Fjellstad [13]. Nesta dissertação, utiliza-se o modelo para veículos submarinos com 6 DOF proposto por Fossen [12], [13], [7] e [1] como referência.

Neste capítulo, a teoria para modelagem de veículos submarinos é apresentada, o modelo dinâmico resultante é obtido e cada uma das matrizes é modelada de acordo com as características do veículo a ser projetado. As propriedades do sistema como simetria, assimetria e positividade das matrizes serão incorporadas na análise de estabilidade.

# Capítulo 3

## Modelo Dinâmico Resultante

Neste capítulo, a modelagem dinâmica para um veículo submarino apresentada no capítulo anterior é ajustada para o VSA, objeto de estudo deste trabalho. Abaixo são listadas as características que simplificam as matrizes do modelo dinâmico:

- O VSA é projetado para navegar em baixa velocidade;
- O veículo é simétrico em relação aos planos  $xy$  e  $xz$  (base/topo e bom-bordo/boreste);
- Desacoplamento dos planos lateral e longitudinal;
- *Roll* e *pitch* são controlados passivamente, devido ao torque restaurador, e, portanto, podem ser negligenciados;
- Os distúrbios do ambiente como ondas e correntes não serão considerados;
- O veículo é projetado de forma que sua flutuabilidade seja ligeiramente positiva;
- O referencial móvel é posicionado no centro de gravidade do dispositivo;
- Para a propulsão, o comportamento pode ser considerado como uma fonte constante de empuxo e torque.

### 3.1 Simplificação do Modelo

#### 3.1.1 Velocidade

O VSA é projetado para navegar à velocidade de aproximadamente 2 nós ( $1m/s$ ). Além disso, supõe-se que a velocidade à vante é estabilizada por um controle de velocidade que a mantém constante,

$$u = u_o = \text{constante} \quad (3.1)$$

desta forma, a velocidade à vante  $u$  pode ser eliminada das equações de movimento longitudinal [1].

### 3.1.2 Simetria do veículo

O veículo é considerado simétrico em relação aos planos  $xy$  e  $xz$  (base/topo e bombordo/boreste).

De maneira geral, a matriz de massas resultante para um veículo com simetria no plano  $ij$  e no plano  $jk$  é formada pela intersecção [7]:

$$m_{ij \cap jk} = m_{ij} \cap m_{jk}$$

Para o VSA modelado, considerando intersecção nos planos  $xy$  e  $xz$ ,

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 & 0 & m_{26} \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 & m_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{53} & 0 & m_{55} & 0 \\ 0 & m_{62} & 0 & 0 & 0 & m_{66} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

como pode-se ver no Apêndice B.

### 3.1.3 Desacoplamento dos Planos Lateral e Longitudinal

Para corpos simétricos e esbeltos (razão comprimento/largura elevada), tipicamente aeronaves, mísseis e submarinos, uma boa abordagem é a utilização do desacoplamento dos planos lateral e longitudinal [53], [54], [1]. Assim, as equações de movimento em 6 (seis) DOF podem ser divididas em dois subsistemas com pouca ou nenhuma interação entre eles [1]:

- Subsistema longitudinal: estados  $u$ ,  $\omega$ ,  $q$  e  $\theta$ ;
- Subsistema lateral: estados  $v$ ,  $p$ ,  $r$ ,  $\phi$  e  $\psi$ .

Este trabalho visa o controle de direção, portanto, o subsistema lateral será o utilizado. Assumindo que os estados  $u$ ,  $\omega$ ,  $p$ ,  $r$ ,  $\phi$  e  $\theta$  são pequenos, a cinemática lateral fica reduzida a [1]:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p \\ \dot{\psi} &= r \end{aligned}$$

## Matriz de Inércia

De acordo com o exposto na seção 2.2.5, a matriz de inércia total,  $\mathbf{M}$ , é dada por:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{CR} + \mathbf{M}_A$$

Para um veículo com simetria no plano  $xz$  (bombordo/boreste), a matriz  $\mathbf{M}$  é dada por:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} & 0 & m_{15} & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & m_{24} & 0 & m_{26} \\ m_{31} & 0 & m_{33} & 0 & m_{35} & 0 \\ 0 & m_{42} & 0 & m_{44} & 0 & m_{46} \\ m_{51} & 0 & m_{53} & 0 & m_{55} & 0 \\ 0 & m_{62} & 0 & m_{64} & 0 & m_{66} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

que pode ser separada em:

$$\mathbf{M}_{long} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{13} & m_{15} \\ m_{31} & m_{33} & m_{35} \\ m_{51} & m_{53} & m_{55} \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_{lat} = \begin{bmatrix} m_{22} & m_{24} & m_{26} \\ m_{42} & m_{44} & m_{46} \\ m_{62} & m_{64} & m_{66} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

o que confirma que os subsistemas longitudinal e lateral podem ser desacoplados [1].

Assim, de 2.44 e 2.50, para o subsistema lateral,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & -mz_g - Y_{\dot{p}} & mx_g - Y_{\dot{r}} \\ -mz_g - K_{\dot{v}} & I_x - K_{\dot{p}} & -I_{xz} - K_{\dot{r}} \\ mx_g - N_{\dot{v}} & -I_{zx} - N_{\dot{p}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

## Coefficientes de Massa Adicionada

Em Inlay [55], são mostradas expressões para determinação dos coeficientes de massa adicionada para corpos com formas diversas. Segundo o mesmo, a massa adicionada é função apenas do formato do corpo e da densidade do fluido. Sendo o esferoide prolato o formato que melhor se aproxima do veículo submarino objeto desta dissertação.

A equação de um elipsoide, com seções transversais elípticas nos três planos de simetria, quando referidos aos eixos principais com a origem no centro do elipsoide, é dada por [55]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (3.6)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os semi-eixos. Quando  $b = c$  e  $a > b$ , então o elipsoide é um esferoide prolato. O volume de um esferoide prolato é dado por  $v = \frac{4}{3}\pi ab^2$  e a excentricidade é dada por  $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$ .

Os coeficientes de massa adicionada para um esferoide prolato definidos em [55] são:

$$X_{\dot{u}} = -\frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0}m \quad (3.7)$$

$$Y_{\dot{v}} = Z_{\dot{w}} = -\frac{\beta_0}{2 - \beta_0}m \quad (3.8)$$

$$K_{\dot{p}} = 0 \quad (3.9)$$

$$N_{\dot{r}} = M_{\dot{q}} = -\frac{1}{5} \frac{(b^2 - a^2)^2(\alpha_0 - \beta_0)}{2(b^2 - a^2) + (b^2 + a^2)(\beta_0 - \alpha_0)}m \quad (3.10)$$

onde,  $m = \frac{4}{3}\pi\rho ab^2$ ,  $b = r$  e  $a = l/2$ . As constantes  $\alpha_0$  e  $\beta_0$  podem ser calculadas como:

$$\alpha_0 = \frac{2(1 - e^2)}{e^3} \left( \frac{1}{2} \ln \frac{1 + e}{1 - e} - e \right) \quad (3.11)$$

$$\beta_0 = \frac{1}{e^2} - \frac{1 - e^2}{2e^3} \ln \frac{1 + e}{1 - e} \quad (3.12)$$

Todos os outros coeficientes de massa adicionada são iguais a zero para o esferoide prolato com a localização considerada dos eixos de referência [55].

Os coeficientes de massa adicionada calculados são, portanto,

$$X_{\dot{u}} = -4.656kg$$

$$Y_{\dot{v}} = Z_{\dot{w}} = -168.153kg$$

$$K_{\dot{p}} = 0kg.m^2/rad$$

$$N_{\dot{r}} = M_{\dot{q}} = -47.723kg.m^2/rad$$

sintetizados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Coeficientes de Massa Adicionada.

$X_{\dot{u}}$	$-4.656 \text{ kg}$	$K_{\dot{p}}$	$0 \text{ kg.m}^2/rad$
$Y_{\dot{v}}$	$-168.153 \text{ kg}$	$N_{\dot{r}}$	$-47.723 \text{ kg.m}^2/rad$
$Z_{\dot{w}}$	$-168.153 \text{ kg}$	$M_{\dot{q}}$	$-47.723 \text{ kg.m}^2/rad$

## Matriz de Coriolis e Centrípeta

Para o subsistema lateral:

$$\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} -m(y_g p + \omega)p + m(z_g r + x_g p)q - m(y_g r - u)r \\ -m(y_g q + z_g r)u + m(y_g p + \omega)v + m(z_g p - v)\omega \\ m(x_g r + v)u + m(x_g r + v)u - m(x_g p + y_g q)\omega \\ +(-I_{yz}q - I_{xz}p + I_z r)q + (I_{yz}r + I_{xy}p - I_y q)r \\ +(-I_{yz}r - I_{xy}p + I_y q)p + (I_{xz}r + I_{xy}q - I_x p)q \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

E, sendo os termos de Coriolis em  $u = u_o$  os mais importantes [1]:

$$\mathbf{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & mu_o \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mx_g u_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Para a matriz de massas adicionadas  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}$ , assume-se uma estrutura diagonal devido a baixa velocidade do veículo e a consideração de simetria nos três planos [1], pois os termos de massa adicionada  $Y_{\dot{r}} = -Z_{\dot{q}}$  e  $N_{\dot{v}} = -M_{\dot{w}}$  devido à assimetria entre proa e popa são valores pequenos e podem ser desconsiderados [19], então,  $\mathbf{C}_A(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} =$

$$\begin{bmatrix} Z_{\dot{w}}wp - X_{\dot{u}}ur \\ (Y_{\dot{v}} - Z_{\dot{w}})vw + (M_{\dot{q}} - N_{\dot{r}})qr \\ (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})uv + (K_{\dot{p}} - M_{\dot{q}})pq \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 \\ (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})u & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

## Matriz de Amortecimento Hidrodinâmico

Como exposto em 2.53, a matriz de amortecimento hidrodinâmico é dada por  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{D}_L + \mathbf{D}_Q$ . Ao considerar *roll* e *pitch* desprezíveis, isto é,  $\phi = \theta = 0$ , as forças e momentos de amortecimento hidrodinâmico podem ser linearizados em torno da rotação no eixo  $x$  ( $\phi = 0$ ) e da rotação em torno do eixo  $y$  ( $\theta = 0$ ). Com esta condição de contorno, o termo que corresponde à matriz de amortecimento hidrodinâmico não linear,  $\mathbf{D}_Q$ , mostrada em 2.55, é igual a zero,  $\mathbf{D}_Q(0) = \mathbf{0}$ . Assim, a matriz de amortecimento hidrodinâmico passa a ter apenas a contribuição do termo linear:

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{D}_L + \mathbf{D}_Q(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{D}_L + \mathbf{D}_Q(0) = \mathbf{D}_L + \mathbf{0} = \mathbf{D}_L = \mathbf{D} \quad (3.16)$$

Para o subsistema lateral,

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{D}_L = - \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & Y_r \\ K_v & K_p & K_r \\ N_v & N_p & N_r \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

## Coeficientes de Amortecimento Hidrodinâmico

Os coeficientes hidrodinâmicos dependem da forma, do tamanho, da distribuição de inércia e das condições de equilíbrio do veículo. Para sua determinação podem ser utilizados métodos analíticos, numéricos e empíricos [17].

A força que um corpo experimenta é decomposta na componente paralela ao escoamento, o arrasto, e na componente perpendicular ao escoamento, a sustentação. A maioria dos corpos possui ponto de separação e esteira, devida a existência das camadas limite, o que torna difícil a utilização de métodos analíticos para determinar as componentes da força [52].

Devido a essa dificuldade, as forças e os momentos de amortecimento hidrodinâmico são geralmente encontrados através de experimentos em tanque de provas ou utilizando softwares de simulação computacional, como por exemplo o CFD (*Computational Fluid Dynamics*), que precisam ser confrontados com testes experimentais para sua validação. Também, podem ser usados observadores não lineares para a estimativa dos parâmetros hidrodinâmicos.

Neste trabalho, serão considerados os valores dos coeficientes hidrodinâmicos utilizados por [3] e mostrados na Tabela 3.2:

Tabela 3.2: Coeficientes de Amortecimento Hidrodinâmico.

$X_u$	$-15 \text{ kg.m}^2/\text{s}$	$K_p$	$0 \text{ kg.m}^2/\text{s}$
$Y_v$	$-100 \text{ kg.m}^2/\text{s}$	$Y_r$	$-30 \text{ kg.m}^2/\text{s}$
$N_v$	$-25 \text{ kg.m}^2/\text{s}$	$N_r$	$-30 \text{ kg.m}^2/\text{s}$

### 3.1.4 Posicionamento do referencial móvel

A força gravitacional,  $\mathbf{f}_g^b$ , atua no  $CG$  definido pelo vetor  $\mathbf{r}_g^b = [x_g, y_g, z_g]$ . Já a força de flutuação,  $\mathbf{f}_b^b$ , atua no  $CB$  definido pelo vetor  $\mathbf{r}_b^b = [x_b, y_b, z_b]$ .

O veículo é modelado de forma que seu referencial esteja posicionado no  $CG$ ,  $\mathbf{r}_g^b = [0 \ 0 \ 0]^T$ , então o vetor de forças e momentos restauradores da equação 2.60 torna-se:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_g^b + \mathbf{f}_b^b \\ \mathbf{r}_b^b \times \mathbf{f}_b^b \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Desta maneira, a matriz mostrada na equação 2.62 é simplificada para:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = - \begin{bmatrix} (W - B) \sin \theta \\ -(W - B) \cos \theta \sin \phi \\ -(W - B) \cos \theta \cos \phi \\ B(y_b \cos \theta \cos \phi - z_b \cos \theta \sin \phi) \\ -B(z_b \sin \theta + x_b \cos \theta \cos \phi) \\ B(x_b \cos \theta \sin \phi + y_b \sin \theta) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

As coordenadas do CG e do CB consideradas são mostradas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Coordenadas do CG e do CB.

<i>CG</i>		<i>CB</i>	
$x_g$	0 m	$x_b$	0 m
$y_g$	0 m	$y_b$	0 m
$z_g$	0 m	$z_b$	-0.125 m

### 3.1.5 Flutuabilidade do veículo

A flutuabilidade do veículo é dimensionada de modo que seja ligeiramente positiva para que, na fase de construção e testes (que não serão abordados neste projeto conceitual), seja possível resgatar o veículo com mais facilidade caso haja alguma situação de emergência.

A magnitude de  $B$  é projetada para ser ligeiramente maior que a de  $W$ , evitando assim que muita energia de controle seja necessária para manter o veículo submerso. Desta maneira, um balanço entre a flutuabilidade positiva e a controlabilidade é realizado.

Como o veículo é projeto de forma que sua flutuabilidade seja ligeiramente positiva, pode-se considerar  $W \approx B$ . Além disso, os centros de gravidade e flutuabilidade são alinhados ao longo dos eixos  $x$  e  $y$ . Assim,  $x_g = x_b$  e  $y_g = y_b$ .

Com estas considerações, a equação 3.19 é reduzida para:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -Bz_b \cos \theta \sin \phi \\ -Bz_b \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Para o subsistema lateral, o vetor de forças e momentos de restauração, se torna

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} 0 \\ Bz_b \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

### 3.1.6 Ângulos de *roll* e de *pitch*

Os ângulos de balanço  $\phi$  (*roll*) e de caturro  $\theta$  (*pitch*) são considerados pequenos. Nas embarcações onde os movimentos de *pitch* e *roll* são limitados, isto é, embarcações com elevada estabilidade metacêntrica, a distância entre os centroides (*CG* e *CB*) pode fornecer um momento de endireitamento que controla passivamente esses movimentos.

Uma embarcação com estabilidade metacêntrica resistirá a inclinações distantes de seu estado estacionário ou pontos de equilíbrio em *heave*, *roll* e *pitch* [1].

Assim, *roll* e *pitch* são controlados passivamente, devido ao torque restaurador, e, portanto, podem ser desconsiderados.

### 3.1.7 Distúrbios do ambiente

Assume-se que o veículo está submerso em um fluido homogêneo e ilimitado, em uma profundidade tal que pode-se desconsiderar os distúrbios do ambiente como ondas e correntes.

### 3.1.8 Propulsor e superfícies de controle

VSA são tipicamente equipados com um propulsor para o movimento longitudinal (avanço) e superfícies de controle idênticas denominadas leme horizontal, atuador responsável pelo ângulo de mergulho ( $\theta$ ), e leme vertical, atuador que faz com que o veículo altere seu ângulo de direção ( $\psi$ ).

### Vetor de Forças e Momentos do Propulsor e Lemes

O controle de um VSA é realizado pelo conjunto motopropulsor para controlar o avanço (*sugre*) e através das superfícies de controle: lemes verticais para controlar a direção (*yaw*) e lemes horizontais para controlar a profundidade (*heave*).

As considerações feitas para o propulsor e para os lemes são apresentadas nos Apêndices C e D, respectivamente.

As forças e os momentos gerados pelo propulsor atuam na direção do eixo  $x$ , assim os principais termos da propulsão,  $\mathbf{T}_p$ , são a força no eixo longitudinal  $X_p$  e o momento  $K_p$ . Onde,

$$\mathbf{T}_p = [X_p, Y_p, Z_p, K_p, M_p, N_p]^T \quad (3.22)$$

As forças e os momentos gerados pelos lemes verticais,  $\boldsymbol{\delta}_r$ , atuam no sentido de alterar o ângulo de guinada ( $\psi$ ) ao redor do eixo  $z$ , assim os principais termos do vetor são a força  $Y_{\delta_r}$  e o momento  $N_{\delta_r}$ . Onde,

$$\boldsymbol{\delta}_r = [X_{\delta_r}, Y_{\delta_r}, Z_{\delta_r}, K_{\delta_r}, M_{\delta_r}, N_{\delta_r}]^T \quad (3.23)$$

As forças e os momentos gerados pelos lemes horizontais,  $\boldsymbol{\delta}_s$ , atuam no sentido de alterar o ângulo de mergulho ( $\theta$ ) ao redor do eixo  $y$ , assim os principais termos do vetor são a força  $Y_{\delta_s}$  e o momento  $M_{\delta_s}$ . Onde,

$$\boldsymbol{\delta}_s = [X_{\delta_s}, Y_{\delta_s}, Z_{\delta_s}, K_{\delta_s}, M_{\delta_s}, N_{\delta_s}]^T \quad (3.24)$$

Assim, o vetor de forças e momentos do propulsor e lemes é dado por:

$$\boldsymbol{\tau} = [X_p, K_p, \delta_s, \delta_r]^T \quad (3.25)$$

Porém, de acordo com Fossen [1], para embarcações com propulsor único,  $\boldsymbol{\tau}$  será simplesmente uma função do comando do leme  $\delta$ .

Assumindo que a embarcação é controlada por um único leme [1],

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{b}\delta \quad (3.26)$$

Nesta dissertação o objetivo é o controle de direção, portanto,

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} Y_{\delta_r} \\ N_{\delta_r} \end{bmatrix} \delta_r \quad (3.27)$$

onde,  $\delta_r$  é o sinal de comando do leme vertical e  $\delta_s$  é o sinal de comando do leme horizontal do VSA.

O controle de profundidade não faz parte do escopo deste trabalho.

## **Coeficientes Hidrodinâmicos para os Esforços de Sustentação do Leme Vertical**

Os coeficientes hidrodinâmicos para os esforços de sustentação do leme vertical,  $Y_{\delta_r}$  e  $N_{\delta_r}$ , são calculados de acordo com o exposto no Apêndice D e obtidos a partir das equações D.3 e D.5 de esforços dos lemes, como seguem:

$$Y_{\delta_r} = \frac{1}{2}\rho C_L A_p \quad (3.28)$$

$$N_{\delta_r} = \frac{1}{2}\rho C_L A_p x_{\delta_r} \quad (3.29)$$

onde,  $\rho$  é a densidade do fluido,  $C_L$  é o coeficiente de sustentação do leme,  $A_P$  é a área projetada e  $x_{\delta_r}$  é a posição do leme em relação ao sistema de coordenadas móvel.

Substituindo os valores dos lemes do VSA constantes na Tabela D.2 nas Equações 3.28 e 3.29, obtém-se os valores dos coeficientes hidrodinâmicos para os esforços dos lemes que são mostrados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4: Coeficientes Hidrodinâmicos para os Esforços de Sustentação do Leme.

$Y_{\delta_r}$	0.381 kg/m
$N_{\delta_r}$	-0.522 kg

## 3.2 Modelo Dinâmico Resultante

O modelo dinâmico do veículo para o subsistema lateral será, portanto, de 3.5, 3.15, 3.17 e 3.21 em 2.65:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & -mz_g - Y_{\dot{p}} & mx_g - Y_{\dot{r}} \\ -mz_g - K_{\dot{v}} & I_x - K_{\dot{p}} & -I_{xz} - K_{\dot{r}} \\ mx_g - N_{\dot{v}} & -I_{zx} - N_{\dot{p}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Y_v & -Y_p & -Y_r \\ -K_v & -K_p & -K_r \\ -N_v & -N_p & -N_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0 & 0 & (m - X_{\dot{u}})u \\ 0 & 0 & 0 \\ (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})u & 0 & mx_g u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ Bz_b \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_2 \\ \tau_4 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (3.30)
\end{aligned}$$

Para veículos onde os movimentos de roll,  $\dot{p}$  e  $p$ , são pequenos e a velocidade  $u = u_o$ , a equação fica reduzida a:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_g - Y_{\dot{r}} \\ mx_g - N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Y_v & -Y_r \\ -N_v & -N_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0 & (m - X_{\dot{u}})u_o \\ (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})u_o & mx_g u_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} \quad (3.31)
\end{aligned}$$

Para o controle de direção temos, portanto,

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_g - Y_{\dot{r}} & 0 \\ mx_g - N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Y_v & -Y_r & 0 \\ -N_v & -N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} 0 & (m - X_{\dot{u}})u_o & 0 \\ (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})u_o & mx_g u_o & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\delta_r} \\ N_{\delta_r} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (3.32)
\end{aligned}$$

### 3.3 Conclusão

O modelo dinâmico de um veículo submarino é composto por equações não lineares e complexas, no entanto, devido as características geométricas e de operação do VSA, o modelo pode ser simplificado.

O movimento de veículos submarinos com 6-DOF movendo-se em alta velocidade é altamente não linear e acoplado, o que torna complexa a obtenção do modelo matemático. Contudo, para aplicações em baixa velocidade, pode-se considerar que o AUV executa um movimento não acoplado [7], [1]. Neste trabalho, o desacoplamento foi realizado separando as equações de 6-DOF nos planos lateral e longitudinal, como indicado por Fossen [1].

Além destas, outras considerações, como geometria e estabilidade metacêntrica, foram feitas para obtenção das equações de movimento linearizadas e o modelo dinâmico resultante simplificado foi obtido, o que facilita o uso de métodos de controle.

Foram calculados os valores para os coeficientes de massa adicionada e de esforços de sustentação para os lemes e os de amortecimento hidrodinâmico foram apresentados, Tabelas 3.1, 3.4 e 3.2 respectivamente.

# Capítulo 4

## Controle

### 4.1 Sistema de Controle

O objetivo do sistema de controle apresentado neste trabalho é impor ao veículo uma desejada trajetória e compensar os distúrbios, no controle de direção. O controle de profundidade não faz parte do escopo deste trabalho.

Com os resultados do Capítulo 3, a faixa de operação do veículo se torna limitada e então o sistema não linear pode ser razoavelmente aproximado por um sistema linearizado, cuja dinâmica é descrita por um conjunto finito de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem acopladas e o sistema pode ser descrito por uma equação de estado.

Como as velocidades  $v$ ,  $w$ ,  $p$ ,  $q$  e  $r$  são pequenas, a velocidade  $u$  é constante e a equação cinemática é linearizada de acordo com os ângulos de Euler  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ , pode-se considerar o sistema desacoplado.

#### 4.1.1 Modelagem no Espaço de Estados

De acordo com [11], estado é o menor conjunto de variáveis (chamadas variáveis de estado), tais que o conhecimento dessas variáveis em  $t = t_0$ , junto ao conhecimento da entrada para  $t \geq t_0$  determina completamente o comportamento do sistema para qualquer  $t \geq t_0$ .

Se um sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas envolve  $n$  variáveis de estado  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ ,  $p$  entradas  $u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t)$  e  $q$  saídas

$y_1(t), y_2(t), \dots, y_q(t)$ , então o sistema pode ser definido como [11]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_p; t) \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_p; t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_p; t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

E as saídas do sistema podem ser dadas por:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_p; t) \\ y_2(t) &= g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_p; t) \\ &\vdots \\ y_q(t) &= g_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_p; t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

As equações 4.1 e 4.2 podem ser escritas como:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (4.3)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (4.4)$$

onde a equação 4.3 é a equação de estado e a equação 4.4 é a equação de saída,  $x$  se refere ao estado e  $u$  à entrada ou controle. Se essas equações forem linearizadas em torno de um ponto de operação, então o modelo de estado toma a forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (4.5)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) \quad (4.6)$$

sendo,

$\mathbf{x}$  - vetor de estado,  $n \times 1$

$\mathbf{u}$  - vetor de entrada/controle,  $p \times 1$

$\mathbf{y}$  - vetor de saída,  $q \times 1$

$\mathbf{A}$  - Matriz de estado,  $n \times n$

$\mathbf{B}$  - Matriz de variáveis de entrada/controle,  $n \times p$

$\mathbf{C}$  - Matriz de variáveis de saída,  $q \times n$

$\mathbf{D}$  - Matriz de transmissão direta,  $q \times p$

As equações 4.5 e 4.6 são variantes no tempo. Se o sistema for invariante no tempo, essas equações podem ser descritas por um conjunto de equações na forma

[11] [56]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (4.7)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (4.8)$$

Assim, reescrevendo a equação 2.65 na forma de variáveis de estado, para o subsistema lateral, tem-se:

$$\dot{\boldsymbol{\nu}} = -\mathbf{M}^{-1}[\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})] + \mathbf{M}^{-1}\boldsymbol{\tau} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}} & 0 \\ -N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -Y_v & -Y_r + mu_o & 0 \\ N_v & -N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}} & 0 \\ -N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{\delta_r} \\ N_{\delta_r} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \end{aligned} \quad (4.10)$$

Colocando 4.10 na forma apresentada em 4.7:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\delta_r}_{\mathbf{u}} \quad (4.11)$$

Portanto, o vetor de estado  $\mathbf{x}$  é composto pela velocidade lateral (*sway*), pela velocidade angular correspondente à rotação em torno de  $z$  (*yaw*) e pelo ângulo de orientação ( $\psi$ ), que correspondem ao subsistema lateral; a matriz  $\mathbf{A}$  define como o estado atual do sistema afeta o próximo estado não controlado e a matriz  $\mathbf{B}$  define como o sinal de controle  $\mathbf{u}$ , neste caso o ângulo do leme ( $\delta_r$ ), afeta o estado do sistema.

Para os valores de massas adicionadas apresentados na Tabela 3.1, dos coeficientes hidrodinâmicos mostrados na Tabela 3.2, dos coeficientes dos lemes mostrados na Tabela 3.4, e dos momentos de inércia mostrados na Tabela A.2, substituídos na Equação 4.11, tem-se

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2897 & -0.5263 & 0 \\ -1.0229 & 0.1877 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.8304 \\ -0.305 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (4.12)$$

O controlador utilizado deve gerar o sinal adequado para ajustar esse estado com base na diferença entre a trajetória desejada e a trajetória atual.

## 4.1.2 Controlabilidade e Observabilidade

De maneira resumida, a controlabilidade de um sistema denota a possibilidade de direcionar o estado a partir da entrada e a observabilidade denota a possibilidade de estimar o estado a partir da saída.

### Controlabilidade

Considerando a equação de estado de entrada,  $n$ -dimensional

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.13)$$

A equação de estado (4.13) ou o par  $(A, B)$  é dito controlável se para qualquer estado inicial  $x(0) = x_0$  e qualquer estado final  $x_1$ , existe uma entrada que leva  $x_0$  a  $x_1$  em um tempo finito. De outra forma, o sistema é dito não controlável [56].

Ou seja, a entrada deve ser capaz de mover o sistema de qualquer estado inicial para qualquer estado final desejado.

Uma forma simples de verificar a controlabilidade de um sistema é analisar a matriz de controlabilidade: Um sistema é controlável se, e somente se, a matriz de controlabilidade  $\mathcal{C}$ ,  $n \times n$ , tem posto completo.

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Para o cálculo do valor numérico da matriz de controlabilidade utilizou-se a rotina “ $Co = ctrb(A, B)$ ” no software *Matlab*.

Para análise do posto, pode-se utilizar, no *Matlab*, a rotina “ $\text{rank}(Co)$ ” que retorna o posto da matriz, se esse valor for igual ao número de colunas  $n$ , o sistema tem posto completo e, portanto, é controlável. Ou a rotina “ $\text{length}(A) - \text{rank}(Co)$ ” que retorna o número de estados não controláveis, indicando se a matriz tem posto completo ou não, então a rotina retorna o valor 0 (zero) se o sistema é controlável, e valor  $\neq 0$  se não é controlável, indicando o número de estados não controláveis.

De acordo com os resultados obtidos, verifica-se que o sistema, o par  $(A, B)$ , é controlável, isto é, pode-se mover o sistema de qualquer estado inicial para qualquer estado final desejado.

### Observabilidade

Considerando a equação de estado de entrada e saída,  $n$ -dimensional

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (4.15)$$

A equação de estado (4.15) é dita observável se para qualquer estado inicial  $x(0)$  não conhecido, existe um tempo finito  $t_1 > 0$  de tal modo que o conhecimento da entrada  $u$  e da saída  $y$  em  $[0, t_1]$  seja suficiente para determinar unicamente o estado inicial  $x(0)$ . De outra forma, o sistema é dito não observável [56].

Ou seja, um sistema é dito observável se o estado pode ser estimado a partir dos dados de entradas e saídas do sistema.

Semelhante ao processo para verificar a controlabilidade, um sistema é observável se a matriz de observabilidade  $\mathcal{O}$  tem posto completo.

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Para verificar se o sistema é observável, pode-se utilizar a rotina no *Matlab* “ $Ob = obsv(A, C)$ ” (ou “ $Ob = obsv(sys\_ss)$ ”) para definir a matriz de observabilidade do sistema e a análise do posto, tal como a utilizada anteriormente, é feita através do comando  $observ = rank(Ob)$ .

De acordo com os resultados obtidos, verifica-se que o par  $(A, C)$  é observável.

## 4.2 Estratégias de Controle

Optou-se por estudar e comparar algumas técnicas de controle que são amplamente utilizadas para o controle de movimento de um AUV para verificar, nas condições apresentadas, qual se comporta melhor. O acompanhamento de trajetórias será utilizado para comparar as estratégias de controle.

### 4.2.1 Controle PID

O controle PID ou controle Proporcional-Integral-Derivativo é um controlador em malha fechada que ajusta continuamente a entrada de um sistema para corrigir o erro entre a variável medida, neste caso o ângulo direção  $\psi$ , e a variável de referência desejada,  $\psi_d$ , utilizando uma ação corretiva.

A utilidade dos controles PID está na sua aplicabilidade à maioria dos sistemas de controle, muitas vezes conferindo um controle satisfatório, embora não consiga proporcionar um controle ótimo em muitas situações [11].

O controle PID tem sua origem na teoria de controle convencional para sistemas lineares com uma entrada e uma saída (SISO, do inglês *Single Input Single Output*). No entanto, segundo Fossen [1], é possível generalizar para sistemas de múltiplas

entradas e múltiplas saídas (MIMO, do inglês *Multiple Inputs Multiple Outputs*) não lineares, o que requer que as equações de movimento das embarcações marítimas sejam expressas em uma configuração vetorial, como a apresentada no Capítulo 2:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu}$$

$$\mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} + g(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}$$

Para esta classe de modelo, sistemas de controle PID não lineares podem ser projetados explorando o fato de que a matriz de massa é positiva definida e constante ( $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T > \mathbf{0}$ ,  $\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{0}$ ), a matriz de Coriolis e centrípeta é antisimétrica ( $\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu}) = -\mathbf{C}(\boldsymbol{\nu})$ ) e a matriz de amortecimento é estritamente positiva ( $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) > \mathbf{0}$ ) [1].

A técnica de controle PID é a combinação das ações de controle proporcional, integral e derivativo, conferindo ao controlador as vantagens individuais de cada uma dessas ações, onde o ganho proporcional determina a reação ao erro atual, ajustando a saída com base na magnitude do erro. O ganho integral determina a reação com base na soma acumulada dos erros recentes ao longo do tempo, o que é útil para eliminar o erro residual (*offset*) que pode permanecer após a ação proporcional, ajustando a saída para garantir que o erro médio ao longo do tempo seja zero. E, o ganho derivativo determina a reação à taxa na qual o erro está mudando, promovendo uma correção baseada na tendência futura do erro, o que ajuda a antecipar mudanças no erro, suavizando a resposta do sistema e melhorando a estabilidade. A soma ponderada destas três ações é usada para ajustar o resultado [16].

A equação do controlador PID é dada por [11]:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.17)$$

onde,  $u(t)$  é o valor da saída do controlador,  $e(t)$  é o sinal de erro atuante,  $K_p$  é o ganho proporcional,  $K_i$  é o ganho integral e  $K_d$  é o ganho derivativo.

Um esquema simplificado contendo o controlador PID é mostrado na Figura 4.1.

A função de transferência do controlador PID dado em 4.17 é dada por [11]:

$$G_c(s) = K_p + K_d s + \frac{K_i}{s} \quad (4.18)$$

A lei de controle PID que estabiliza o movimento de guinada do veículo é dada por:

$$\delta_r = -k_p \tilde{\psi} - k_d \tilde{r} - k_i \int_0^t \tilde{\psi}(\tau) d\tau \quad (4.19)$$

onde,  $\tilde{\psi} = \psi - \psi_d$  é o erro de direção,  $\tilde{\psi} = \tilde{r}$ , e,  $k_p$ ,  $k_d = k_p T_d$  e  $k_i = k_p / T_i$  são ganhos positivos.

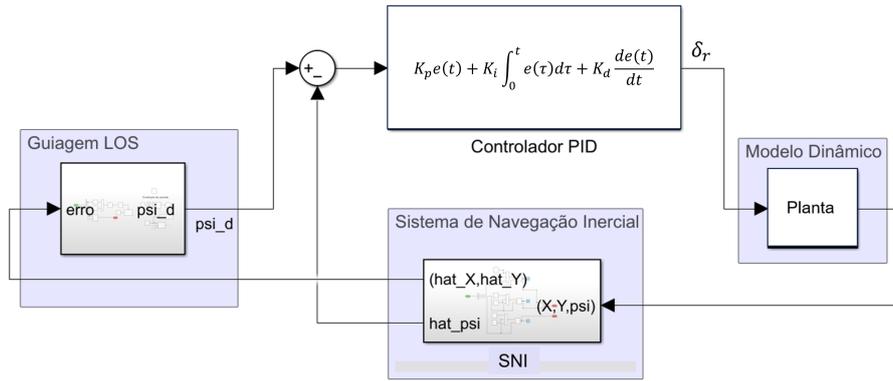


Figura 4.1: Esquema simplificado contendo o controlador PID.

### Projeto do Controlador PID

Para determinação dos parâmetros do controlador que garantam as especificações de desempenho, várias técnicas podem ser utilizadas, como as regras de Ziegler-Nichols, o método de resposta em frequência ou abordagem de otimização computacional. Neste trabalho, os parâmetros foram definidos pelo método de resposta em frequência, de acordo com o exposto em Ogata [11].

Considerando o sistema em malha aberta dado em 4.12 com a seguinte função de transferência,

$$G_c(S) = \frac{-0.5225s - 0.2384}{s^3 - 0.4774s^2 - 0.484s} \quad (4.20)$$

a planta apresenta o diagrama de Bode mostrado na Figura 4.2.

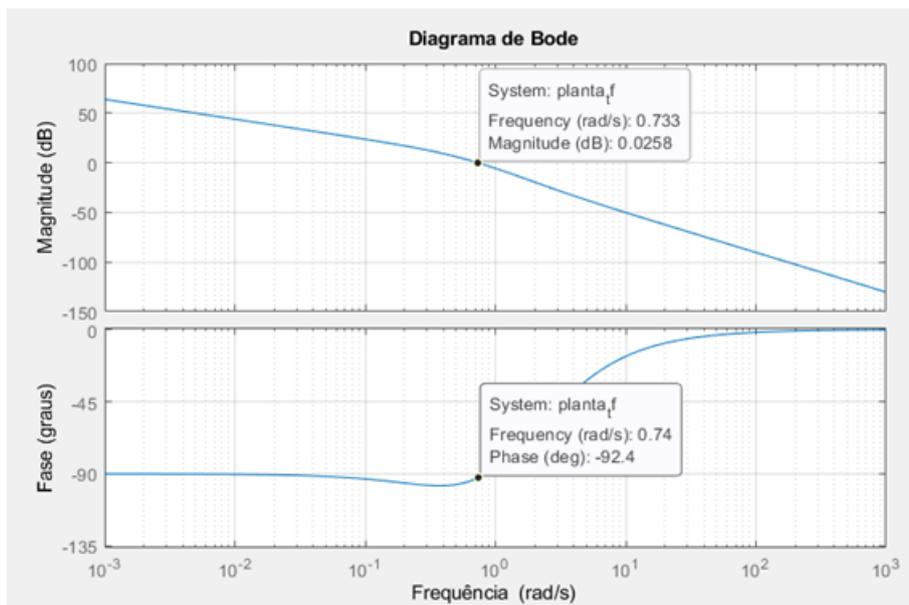


Figura 4.2: Diagrama de Bode da Planta em Malha Aberta.

O controlador PID é projetado através da estimativa do erro estático de velocidade em conjunto com o método da frequência, conforme pode ser visto em [11]. O controlador terá, inicialmente, o formato

$$G_c = K \frac{(as + 1)(bs + 1)}{s} \quad (4.21)$$

Para determinação dos ganhos do controlador  $K_p$ ,  $K_d$  e  $K_i$ , foi realizado o seguinte método de acordo com Ogata [11]:

1. Para a constante de erro estático de velocidade,  $K_v$ , foi escolhido um valor de projeto de aproximadamente 300. Algebricamente, obteve-se  $K_v = 374.1$ ;
2. No diagrama de Bode da planta em malha aberta, Figura 4.3, realizou-se a escolha das Margem de Fase (MF) e Margem de Ganho (MG), a fim de projetar os demais parâmetros do controlador PID;
3. Para este controlador, definiu-se uma Margem de Ganho objetivo entre 35 dB e 40 dB e uma Margem de Fase de aproximadamente 90°. Selecionando os valores  $a = -0.7$  e  $b = -0.8$ , a planta terá um Diagrama de Bode como mostrado na Figura 4.4.

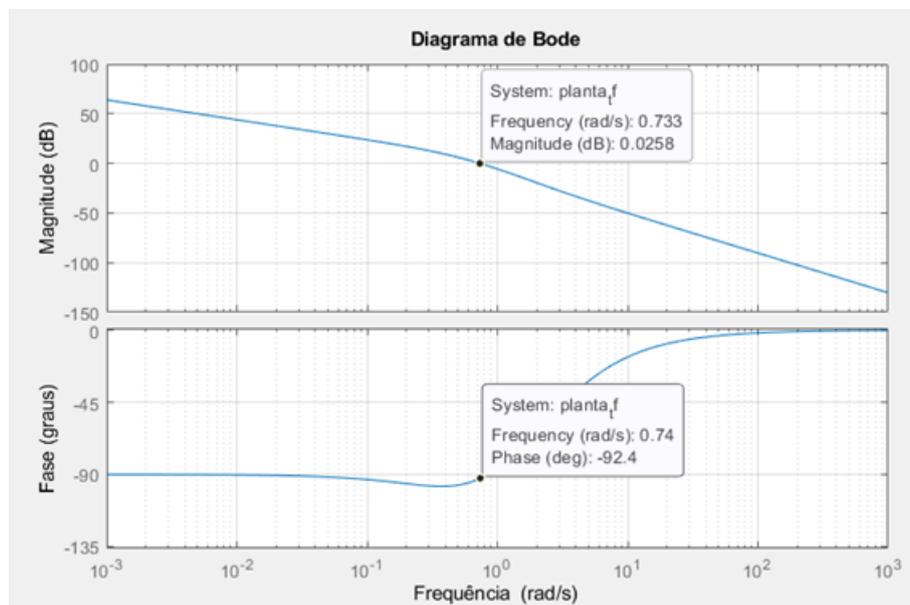


Figura 4.3: Diagrama de Bode - Multiplicação entre a Malha Aberta e a Constante de Erro Estático  $K_v$ .

Por fim, obtem-se um controlador PID descrito por:

$$G_c(s) = \frac{374.1s^2 + 544.5s + 198}{s} \quad (4.22)$$

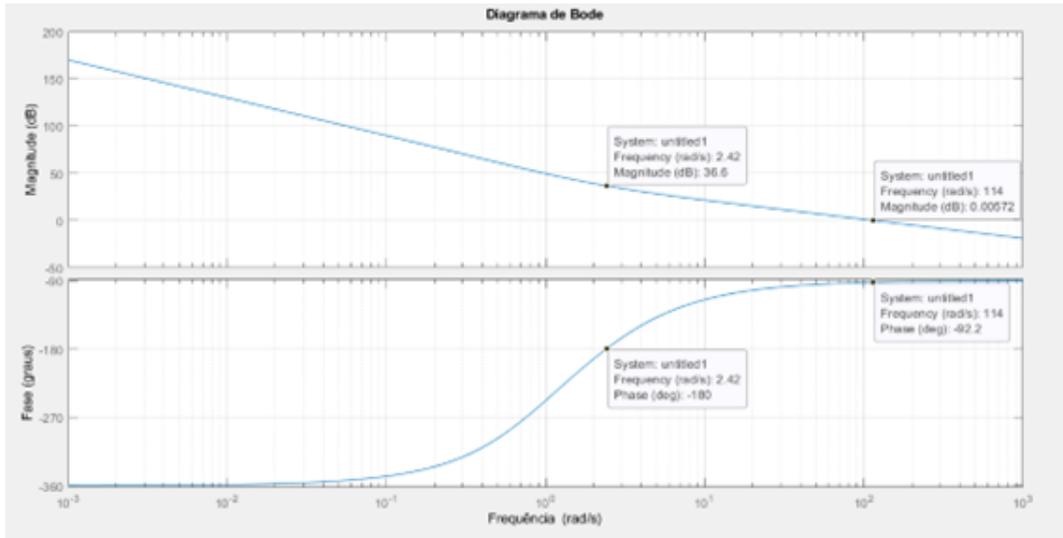


Figura 4.4: Diagrama de Bode de Malha Aberta com o Controlador Projetado.

A Tabela 4.1 sintetiza os ganhos do controlador descritos em 4.22 nos termos de 4.18.

Tabela 4.1: Parâmetros PID.

Parâmetro	Descrição	Valor
$k_p$	Ganho proporcional	544.5
$k_i$	Ganho integrativo	198
$k_d$	Ganho derivativo	374.1

Substituindo os valores dos coeficientes e parâmetros calculados para o VSA e os ganhos calculados para o PID mostrados na Tabela 4.1, na Equação 4.19, o sinal de entrada do controle do leme vertical, utilizando o PID, é dado por:

$$\delta_{r_{PID}} = -544.5\tilde{\psi} - 374.1\tilde{r} - 198 \int_0^t \tilde{\psi}(\tau) d\tau$$

## 4.2.2 Controle por Modo Deslizante

De acordo com Ogata [11], qualquer modelo de uma planta que quisermos controlar incluirá um erro no processo de modelagem. Para garantir que o controlador projetado com base em um modelo funcionará satisfatoriamente quando for utilizado em uma planta real, uma abordagem razoável consiste em presumir, desde o início, que existe incerteza ou erro entre a planta real e seu modelo matemático, incluindo tal incerteza ou erro no próprio projeto do sistema de controle. O sistema de controle projetado a partir desta abordagem é chamado controle de sistema robusto.

O controle por modo deslizante é uma estratégia de projeto não linear robusto para embarcações marítimas que incorpora técnicas para lidar com a incerteza do modelo [1]. A estrutura típica de um controlador robusto é composta de uma parte

nominal, linearizante, e de termos adicionais para lidar com a incerteza do modelo [32].

Segundo [32], a ideia é pegar uma função bem comportada do erro de rastreamento,  $S$ , e então selecionar a lei de controle de realimentação  $u$  tal que  $S^2$  permaneça uma função do tipo Lyapunov do sistema em malha fechada, apesar da presença de imprecisão do modelo e de perturbações. O procedimento de projeto do controlador consiste em duas partes: uma lei de controle realimentada,  $\bar{u}$ , é selecionada para verificar a condição de deslizamento, no entanto, para dar conta da presença de imprecisão de modelagem e de perturbações, a lei de controle deve ser descontínua em  $S(t)$ . Uma vez que a implementação das comutações de controle associadas é necessariamente imperfeita (por exemplo, na prática a comutação não é instantânea e o valor de  $S$  não é conhecido com precisão infinita), isso leva ao *chattering* que envolve alta atividade de controle e pode excitar dinâmicas de alta frequência negligenciadas no curso da modelagem. Assim, em uma segunda parte, a lei de controle descontínua,  $\hat{u}$ , é adequadamente suavizada para alcançar uma compensação ideal entre largura de banda de controle e precisão de rastreamento. Desta forma, enquanto a primeira parte é responsável pela incerteza paramétrica, a segunda parte alcança robustez para alta frequência da dinâmica não modelada.

Considerando um sistema dinâmico com entrada simples [32],

$$\dot{x}^{(n)} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \quad (4.23)$$

onde o escalar  $x$  é a saída de interesse, o escalar  $u$  é a entrada de controle e  $\mathbf{x} = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{(n-1)}]^T$  é o vetor de estado, o problema de controle é fazer com que o estado  $\mathbf{x}$  rastreie um estado específico variável no tempo  $\mathbf{x}_d = [x_d \ \dot{x}_d \ \dots \ x_d^{(n-1)}]^T$  na presença de imprecisões do modelo em  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ .

Definindo o erro de rastreamento da variável  $x$  por

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d = [\tilde{x} \ \dot{\tilde{x}} \ \dots \ \tilde{x}^{(n-1)}]^T \quad (4.24)$$

e definindo a superfície deslizante variante no tempo  $s(x, t)$  no espaço de estados  $\mathbb{R}^n$  por  $s(x, t) = 0$ , onde

$$s(x, t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{(n-1)} \tilde{x} = 0, \quad \lambda > 0, \quad (4.25)$$

dada a condição inicial  $\mathbf{x}_d(0) = \mathbf{x}(0)$ , o problema de rastreamento  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_d$  é equivalente a fazer o estado permanecer na superfície de deslizamento, ou seja, manter  $s(\mathbf{x}, t) = 0, \forall t > 0$ .

Portanto, a superfície de deslizamento,  $s(x)$ , é uma função que define o compor-

tamento desejado do sistema e  $\lambda$  é um parâmetro positivo que determina a taxa de convergência do sistema para esta superfície de deslizamento.

Fossen [1] apresenta o seguinte método a ser aplicado ao modelo lateral, considerando o modelo no espaço de estados:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u + \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad (4.26)$$

onde  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$  descreve o desvio da linearidade em termos de distúrbios e dinâmica não modelada,  $\mathbf{x} = [v, r, \psi]^T$  e  $u = \delta_r$  é o ângulo do leme. A lei de controle é composta de duas partes:

$$u = \underbrace{-\mathbf{k}^T \mathbf{x}}_{\tilde{u}} + \underbrace{\mathbf{u}_o}_{\dot{\tilde{u}}} \quad (4.27)$$

onde  $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3$  é o vetor de ganho de realimentação e  $\mathbf{u}_o$  é a parte não linear, conforme figura 4.5. Substituindo 4.27 em 4.26, então

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)}_{\mathbf{A}_c} \mathbf{x} + \mathbf{b}\mathbf{u}_o + \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad (4.28)$$

sendo  $\mathbf{k}$  calculado através da realocação de pólos. Para determinar a parte não linear da lei de controle,  $\mathbf{u}_o$ , considere o hiperplano deslizante

$$\sigma = \mathbf{S}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (4.29)$$

onde  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^3$  é o vetor escolhido para levar o erro de rastreamento  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \rightarrow 0$ .

Assim,

$$\dot{\sigma} = \mathbf{S}^T \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{S}^T \mathbf{b}\mathbf{u}_o + \mathbf{S}^T \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{x}}_d \quad (4.30)$$

Assumindo-se  $\mathbf{S}^T \mathbf{b} \neq 0$  e escolhendo a lei de controle não linear como

$$\mathbf{u}_o = (\mathbf{S}^T \mathbf{b})^{-1} [\mathbf{S}^T \dot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{S}^T \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, t) - \eta \text{sgn}(\sigma)], \quad \eta > 0 \quad (4.31)$$

onde  $\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, t)$  é uma estimativa de  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ . Substituindo 4.31 em 4.27, a lei de controle resulta em:

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + (\mathbf{S}^T \mathbf{b})^{-1} [\mathbf{S}^T \dot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{S}^T \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, t) - \eta \text{sgn}(\sigma)], \quad \eta > 0 \quad (4.32)$$

A dinâmica de  $\sigma$  é dada por:

$$\dot{\sigma} = \mathbf{S}^T \mathbf{A}_c \mathbf{x} - \eta \text{sgn}(\sigma) + \mathbf{S}^T \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \quad (4.33)$$

onde  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}, t)$ . Reescrevendo o primeiro termo de 4.33 em função de  $\lambda$ :

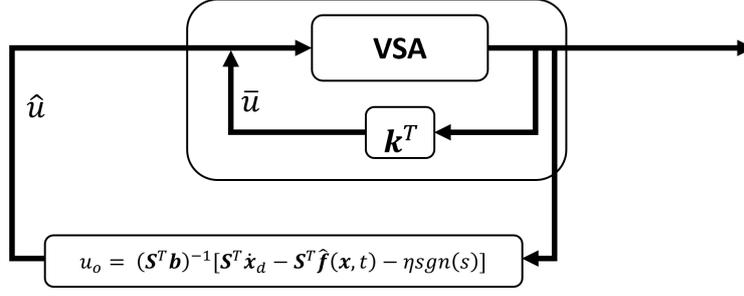


Figura 4.5: Controlador Modo Deslizante (Adaptado de [1]).

$$\mathbf{S}^T \mathbf{A}_c \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{A}_c^T \mathbf{S} = \lambda \mathbf{x}^T \mathbf{S} \quad (4.34)$$

Ao fazer  $\mathbf{S}$  um autovetor à direita de  $\mathbf{A}_c^T$  tal que  $\mathbf{A}_c^T \mathbf{S} = \lambda \mathbf{S}$ , onde  $\lambda = \lambda \mathbf{A}_c^T$  é o autovalor correspondente a  $\mathbf{S}$ , então,

$$\dot{\sigma} = \lambda \mathbf{x}^T \mathbf{S} - \eta \text{sgn}(\sigma) + \mathbf{S}^T \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \quad (4.35)$$

Considerando as matrizes da equação 4.26 como apresentadas em 4.11,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

o autovalor  $\lambda$  pode ser zerado ao verificar que 4.36 possui um integrador puro. Fazendo  $k = [k_1, k_2, 0]^T$  tal que a parte linear do controlador apenas estabiliza a velocidade de balanço  $v$  e a taxa de guinada  $r$ . O ângulo de guinada  $\psi$  é deixado sem controle no *loop* interno, resultando em uma matriz de sistema de malha fechada:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} a_{11} - b_1 k_1 & a_{12} - b_1 k_2 & 0 \\ a_{21} - b_2 k_1 & a_{22} - b_2 k_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

onde um dos autovalores é zero. Como consequência,  $\lambda \mathbf{x}^T \mathbf{S} = 0$  se  $\mathbf{S}$  é um autovetor a direita de  $\mathbf{A}_c^T$  para  $\lambda = 0$ . Com essa escolha de  $\mathbf{S}$ , a dinâmica de  $\sigma$  se reduz a

$$\dot{\sigma} = -\eta \text{sgn}(\sigma) + \mathbf{S}^T \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \quad (4.38)$$

Escolhendo a função candidata de Lyapunov como

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (4.39)$$

então,

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} = -\eta \text{sgn}(\sigma) \sigma + \sigma \mathbf{S}^T \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = -\eta |\sigma| + \sigma \mathbf{S}^T \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \quad (4.40)$$

Se o ganho  $\eta$  for escolhido como  $\eta > \|\mathbf{S}\| \cdot \|\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)\|$ , então  $\dot{V} \leq 0$ , a dinâmica de  $\sigma$  será globalmente assintoticamente estável. Aplicando o Lemma de Barbalat,  $\sigma$  converge para zero em um tempo finito se  $\eta$  for escolhido para ser grande o suficiente para superar os efeitos desestabilizantes da dinâmica não modelada  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ . A magnitude de  $\eta$  será o fator de ajuste entre a robustez e a performance [1].

O efeito *chattering* pode ser removido ao substituir a função  $sgn(s)$  por uma função de saturação, tal que:

$$sat(s) = \begin{cases} sgn(s), & \text{se } |\frac{s}{\Phi}| \geq 1 \\ \frac{s}{\Phi}, & \text{se } |\frac{s}{\Phi}| < 1 \end{cases} \quad (4.41)$$

onde o parâmetro  $\Phi$  é uma camada limite na vizinhança da superfície de deslizamento. Alternativamente, a função contínua  $\tanh(\frac{s}{\Phi})$  pode ser utilizada ao invés da função descontínua  $sat(\frac{s}{\Phi})$ .

### Projeto do Controlador SMC

A técnica de controle SMC requer o projeto de uma superfície deslizante de erro no espaço de estados, garantindo assim a estabilidade geral do sistema [1].

Para o VSA cuja dinâmica é dada pela equação 4.9, onde  $\mathbf{x} = [v, r, \psi]^T$ , o vetor de erro da superfície deslizante no espaço de estados é dado por:

$$\tilde{\mathbf{x}} = [v - v_d, r - r_d, \psi - \psi_d] \quad (4.42)$$

e o hiperplano de deslizamento pode ser definido como:

$$\sigma = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v} \\ \tilde{r} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{S}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (4.43)$$

assim,

$$\sigma = s_1(v - v_d) + s_2(r - r_d) + s_3(\psi - \psi_d) \quad (4.44)$$

onde,  $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_3$  são as constantes da superfície deslizante. De 4.10 e 4.36 temos que:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (4.45)$$

Para os valores de massas adicionadas apresentados na Tabela 3.1, dos coeficientes hidrodinâmicos mostrados na Tabela 3.2, dos coeficientes dos lemes mostrados

na Tabela 3.4, e dos momentos de inércia mostrados na Tabela A.2, substituídos na Equação 4.11, tem-se

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2897 & -0.5263 & 0 \\ -1.0229 & 0.1877 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.8304 \\ -0.305 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (4.46)$$

Sendo o par  $(\mathbf{A}, \mathbf{b})$  controlável e  $(\mathbf{S}^T \mathbf{b})^{-1} \neq 0$ , pode-se calcular o vetor de ganho  $\mathbf{k}$  através da utilização de técnicas de controle clássico [57], assim, pelo método de alocação de polos, o valor de  $\mathbf{k}$  para por os polos em  $P = [-3, -0.5, 0]$  é de:

$$\mathbf{k} = [3.8409, -2.5833, 0]^T \quad (4.47)$$

A matriz matriz de sistema de malha fechada,  $\mathbf{A}_c = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{k}$ , resulta em:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} a_{11} - b_1 k_1 & a_{12} - b_1 k_2 & 0 \\ a_{21} - b_2 k_1 & a_{22} - b_2 k_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

substituindo os valores,

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -2.8998 & 1.6189 & 0 \\ 0.1485 & -0.6002 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Escolhendo o autovalor associado a  $\lambda = 0$ , então

$$\mathbf{S} = [0.0455, 0.8873, 0.4590]^T \quad (4.49)$$

fazendo  $v_d = r_d = 0$  e derivando 4.44:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= s_1 \dot{v} + s_2 \dot{r} + s_3 (\dot{\psi} - \dot{\psi}_d) \\ &= s_1 (a_{11}v + a_{12}r + b_1 \delta_r) + s_2 (a_{21}v + a_{22}r + b_2 \delta_r) + s_3 r \\ &= (s_1 a_{12} + s_2 a_{22} + s_3) r + (s_1 a_{11} + s_2 a_{21}) v + (s_1 b_1 + s_2 b_2) \delta_r \end{aligned}$$

Incluindo a entrada descontínua  $\dot{\sigma} = -\eta \cdot \text{sign}(\sigma)$ , a lei de controle resulta em

$$\delta_r = \frac{(s_3 + s_1 a_{12} + s_2 a_{22})}{s_1 b_1 + s_2 b_2} r - \frac{s_1 a_{11} + s_2 a_{21}}{s_1 b_1 + s_2 b_2} v - \frac{\eta \cdot \text{sign}(\sigma)}{s_1 b_1 + s_2 b_2} \quad (4.50)$$

A espessura da camada limite da superfície deslizante  $\Phi$  e o ganho  $\eta$  foram ajustados de modo a conferir uma relação de equilíbrio entre robustez e performance. O controle da camada limite (ou largura de banda) foi realizado multiplicando  $\sigma$  por um ganho de  $1/\Phi$  [3]. A Tabela 4.2 apresenta os valores usados no controlador SMC.

Tabela 4.2: Parâmetros SMC.

Parâmetro	Descrição	Valor
$\Phi$	Espessura da camada limite	0.4
$\eta$	Ganho	0.3

Substituindo os valores dos coeficientes e parâmetros considerados para o VSA em 4.50, o sinal de entrada do controle do leme, utilizando o SMC, é dado por:

$$\delta_{r_{SMC}} = -3.8409v + 2.5833r - \frac{1}{0.2329} \left[ -0.3 \tanh \left( \frac{0.0455v + 0.8873r + 0.4590(\psi - \psi_d)}{0.4} \right) \right]$$

### 4.2.3 Controle Preditivo Baseado em Modelo

O Controle Preditivo Baseado em Modelo, do inglês, *Model Predictive Control* (MPC) tem suas origens no controle ótimo. O conceito básico é fazer uso de um modelo dinâmico do sistema para prever o comportamento futuro do mesmo e otimizar a previsão para produzir a melhor decisão do movimento de controle no momento atual [36], em outras palavras, o MPC utiliza um modelo explícito do sistema para obter o sinal de controle através da minimização da função objetivo [35].

A partir de um horizonte de predição (*Prediction Horizon*) no qual espera-se que o sistema alcance determinado estado, calcula-se o melhor sinal de controle (*Predict Control Input*), baseado no modelo da planta, para ser aplicado no instante atual. O MPC precisa encontrar quais entradas devem ser usadas no processo para atingir a trajetória de referência (*Reference Trajectory*) e para isso faz várias simulações para prever qual melhor trajetória (*Predict Output*) para chegar na referência, o que pode ser observado na Figura 4.6.

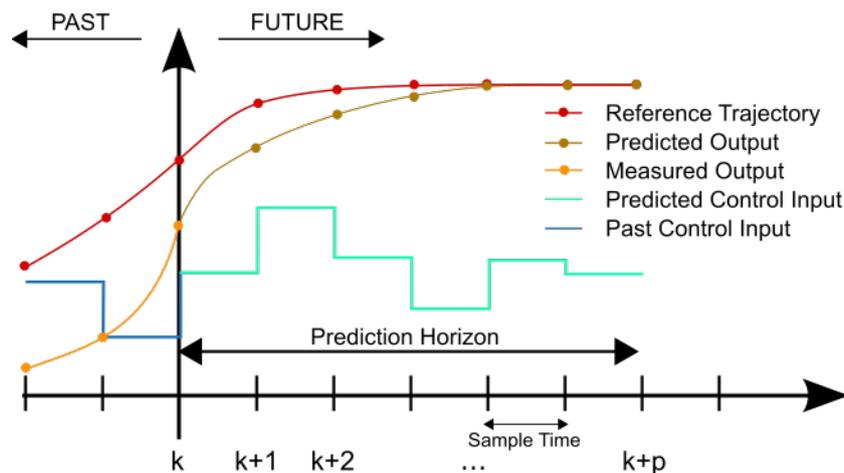


Figura 4.6: Esquema Básico do MPC (Fonte: Martin Behrendt, via Wikimedia Commons [2]).

O horizonte de predição,  $N_p$ , é o intervalo de tempo que mede o quão longe o MPC pode prever o comportamento futuro do sistema; o horizonte de controle,  $N_c$ , é

o número de movimentos de controle para o intervalo de tempo definido, durante os quais o controlador pode ajustar as variáveis de controle; o tempo de amostragem,  $T_s$ , determina a taxa com que o controlador executa o algoritmo de controle.

O controlador MPC formula o problema de controle como um problema de otimização, isto é, ele tenta minimizar os erros entre a trajetória de referência e o caminho previsto, bem como os incrementos do ângulo de direção. Assim, a trajetória com a menor função custo será a escolhida pelo controlador, sendo a solução o caminho que a embarcação deve percorrer.

Convertendo o problema de controle na forma de um problema de otimização, pode-se descrevê-lo da seguinte maneira:

$$J = \min \sum_{k=1}^{N_p} (\mathbf{x}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k^T \mathbf{R} \mathbf{u}_k) \quad (4.51)$$

sujeito a  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{x}_k + \mathbf{B} \mathbf{u}_k$ ,  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T \geq 0$  e  $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0$ , onde  $\mathbf{x}_k$  é o vetor de estados,  $u_k$  é a entrada de controle,  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são as matrizes de pesos sobre as entradas e saídas do MPC que serão levadas em consideração na função custo.

As matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são reais e simétricas,  $\mathbf{Q}$  é semidefinida positiva e  $\mathbf{R}$  é definida positiva. Estas considerações garantem que a solução para o problema de controle ótimo existe e é única.

A matriz  $\mathbf{Q}$  penaliza os desvios dos estados em relação a valores desejados, enquanto a matriz  $\mathbf{R}$  penaliza o esforço de controle que, para o controle de direção, são a magnitude e a variação do ângulo do leme vertical.

Para os estados do modelo dinâmico resultante definido em 3.32, a matriz  $\mathbf{Q}$  será dada por

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \{q_1, q_2, q_3\}$$

onde,  $q_1$  é o peso para a velocidade lateral  $v$  (*sway*);  $q_2$  é o peso para a taxa de guinada  $r$  (*yaw*); e,  $q_3$  é o peso para o ângulo de direção  $\psi$ . Como  $v$  e  $r$  não são controlados diretamente, a matriz  $\mathbf{Q}$  é dada por  $\mathbf{Q} = \text{diag}(0, 0, q_3)$ .

Para o controle de direção, o atuador utilizado será somente o leme vertical, portanto,  $\mathbf{R}$  será uma matriz  $1 \times 1$ ,

$$\mathbf{R} = r_1 \quad (4.53)$$

As matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  são os parâmetros de sintonia no controlador. Valores grandes

de  $\mathbf{Q}$  em comparação com  $\mathbf{R}$  leva o estado à origem rapidamente ao custo de uma grande ação de controle. Penalizar a ação de controle através de grandes valores de  $\mathbf{R}$  em relação a  $\mathbf{Q}$  reduz a ação de controle e desacelera a taxa na qual o estado se aproxima da origem, o que resulta em uma resposta mais suave [36].

O problema de otimização no MPC é encontrar a sequência de entradas de controle  $\mathbf{u}(k)$  que minimiza a função custo  $J$  sujeita às restrições.

A malha de controle pode ser representada conforme o diagrama na figura 4.7, onde  $\mathbf{x}$  representa o estado da planta,  $\mathbf{x}_{ref}$  é o estado de referência que se espera seguir com o controlador,  $u$  é o sinal de controle a ser aplicado,  $y$  é o sinal de saída da planta e  $k$  caracteriza os instantes de tempo para  $t = kT_s$ , onde  $T_s$  é o tempo de amostragem.

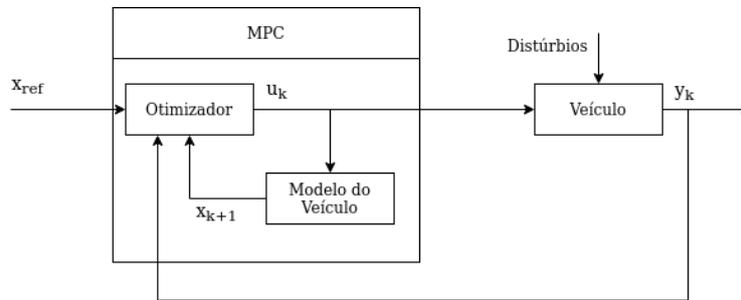


Figura 4.7: Diagrama Simplificado da malha de controle usando MPC.

A função objetivo que mede o desvio de  $\mathbf{x}(k)$  e  $\mathbf{u}(k)$  da trajetória é dada pela equação 4.51. A função objetivo depende das sequências das entradas e do estado. O movimento de controle ideal, utiliza o registro anterior de medições para determinar o estado inicial mais provável do sistema. Assim, o estado inicial é dado pela medição e as outras trajetórias  $x(k), k = 1, \dots, N$ , são determinadas pelo modelo e pela sequência de entrada de controle  $\mathbf{u}$  [36].

De modo geral, o MPC busca calcular uma sequência ótima de controle,  $\delta(t)$ , em cada passo de tempo que minimiza a função de custo quadrática ao longo de um horizonte de predição, enquanto respeita restrições no estado e na entrada. A solução desse problema é feita utilizando Programação Quadrática (QP), formulada como

$$\min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{f}^T \mathbf{x} \quad (4.54)$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor solução, neste caso, a sequência de controle,  $\mathbf{u} = (u(0), u(1), \dots, u(N-1))$  [36];  $\mathbf{H}$  é uma matriz Hessiana, definida positiva simétrica  $n \times n$ , onde  $n$  é o número de variáveis de otimização; e,  $\mathbf{f}$  é o vetor de linearização da função objetivo em torno do estado atual.

As entradas manipuladas para a maioria dos sistemas físicos são limitados. O MPC permite a inclusão de restrições no controle e nas variáveis de estado, essas

restrições são incluídas por desigualdades lineares:

$$u_{min} \leq u(t) \leq u_{max} \quad \forall t$$

$$\delta u_{min} \leq -u(t-1) \leq \delta u_{max} \quad \forall t$$

$$y_{min} \leq y(t) \leq y_{max} \quad \forall t$$

sendo as restrições impostas ao ângulo,  $\delta_{r_{max}}$ , e à velocidade de rotação,  $r_{max}$ , do leme vertical.

O objetivo do controlador MPC será ajustar o ângulo do leme,  $\delta_r(t)$  de forma que o VSA siga a trajetória desejada ou mantenha a direção desejada,  $\psi_d$ , respeitando as restrições e minimizando a função de custo.

A seguir, apresenta-se um pseudo-algoritmo (1) a fim de representar as etapas de execução do algoritmo MPC que podem ser implementadas em um sistema embarcado. É interessante observar que o problema de otimização pode ser resolvido em um único passo dado um horizonte de predição  $N$ . Isso se dá devido a possibilidade de se expandir matematicamente a 4.55 utilizando recursividade para  $N$  estados seguintes, sendo o modelo ideal previsível quando se conhece o estado inicial.

---

**Algorithm 1** Algoritmo do MPC

---

```

A, B, C, Q, R ← DEFINA ▷ Defina as matrizes
while tarefa não completada do
  x ← obterEstadoAtual()
  f ← defineRestricoesModelo(A, B, C)
  J ← defineFuncaoCusto(xref, x, Q, R, N)
  u1:N ← resolveProblemaDeOtimizacao(f, J)
  u ← obterPrimeiroElemento(u1:N)
  aplicaEntrada(u)
end while

```

---

Um controlador preditivo baseado em modelo possui algumas vantagens como:

- a capacidade de lidar com múltiplas entradas e múltiplas saídas simultaneamente, de forma sucinta, formulada em espaço de estados;
- calcula a melhor ação de controle (ótimo local) a ser aplicada na planta para cada instante de tempo, levando em consideração nesse cálculo um horizonte de predição;
- devido a característica de encontrar o ótimo local, é robusto à perturbações provocadas por distúrbios ou incertezas do modelo;

- consegue incorporar restrições do sistema definindo intervalos de operação para as variáveis de controle e de estado, dessa forma podendo lidar com problemas de saturação no controlador e com problemas de obstáculos no espaço de estados.

Uma desvantagem é o alto custo computacional na execução do algoritmo, pois envolve a resolução de um problema de otimização (geralmente quadrático) a cada passo de tempo, o que pode inviabilizar algumas aplicações devido uma capacidade limitada de processamento ou alto consumo de energia. Isso pode ser desafiador para sistemas com altas taxas de amostragem ou para sistemas com muitos estados e variáveis de controle, exigindo hardware computacional mais potente.

### Projeto do Controlador MPC

A equação de controle que minimiza a função custo é determinada resolvendo o problema de otimização no MPC. A fim de implementar o controlador, descreve-se o modelo em espaço de estados no tempo discreto, dado por:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k \end{cases} \quad (4.55)$$

onde as matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  representam, respectivamente, a matriz de estados, de entrada e de saída. Se existe um  $N$  finito, tal que  $\forall x(0)$ ,  $N$  medida  $(y(0), y(1), \dots, y(N-1))$  distingue unicamente o estado inicial  $x(0)$ .

Reescrevendo 4.55 na forma,

$$\mathbf{x}(k+1|t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k|t) + \mathbf{B}\delta(k|t) \quad (4.56)$$

e, portanto, reescrevendo a função custo 4.51 como,

$$J = \min \sum_{k=1}^{N_p} (\mathbf{x}(k|t) - \mathbf{x}_{ref}(k|t))^T \mathbf{Q} (\mathbf{x}(k|t) - \mathbf{x}_{ref}(k|t)) + \delta(k|t)^T \mathbf{R} \delta(k|t) \quad (4.57)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1|t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k|t) + \mathbf{B}\delta(k|t) \\ \delta_{k_{min}} &\leq \mathbf{G}\Delta\mathbf{U} \leq \delta_{k_{max}}, \forall k. \end{aligned}$$

sendo,  $\mathbf{x}(k|t)$  o estado previsto no tempo  $k$ , com base no estado atual  $\mathbf{x}(t)$ ;  $\mathbf{x}_{ref}(k|t)$  a trajetória de referência; e,  $\delta(k|t)$  o controle aplicado no instante  $k$ , com base no estado atual  $\mathbf{x}(t)$ .

A partir do problema de QP resolvido pelo MPC, dado em 4.54, onde  $x$  é a sequência de variações de controle  $\Delta\mathbf{U} = [\Delta\delta(0), \Delta\delta(1), \dots, \Delta\delta(N_c-1)]^T$  e  $\Delta\delta(k) = \delta(k) - \delta(k-1)$ , então,

$$\min_{\Delta \mathbf{U}} \frac{1}{2} \Delta \mathbf{U}^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{U} + \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{U} \quad (4.58)$$

a matriz Hessiana  $\mathbf{H}$  define a penalização quadrática do controle e pode ser escrita como

$$\mathbf{H} = 2(\mathbf{G}^T \mathbf{Q}_p \mathbf{G} + \mathbf{R}_p) \quad (4.59)$$

onde,  $\mathbf{G}$  é uma matriz de influência do controle sobre os estados no horizonte de predição,  $N_p$ , calculada a partir das matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  do sistema;  $\mathbf{Q}_p$  é a matriz expandida de ponderação dos estados  $\mathbf{Q}$ , replicada ao longo do horizonte de predição,  $N_p$ ; e,  $\mathbf{R}_p$  é a matriz expandida de ponderação do controle  $\mathbf{R}$ , replicada ao longo do horizonte de controle.

O vetor de custo  $\mathbf{f}$  define o desvio em relação ao estado desejado,

$$\mathbf{f} = 2(\mathbf{F}\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{ref}^T) \mathbf{Q}_p \mathbf{G} \quad (4.60)$$

onde,  $\mathbf{F}$  é uma matriz de transição do estado atual para os estados futuros;  $\mathbf{x}(t)$  é o estado atual; e,  $\mathbf{x}_{ref}$  é a trajetória de referência ao longo do horizonte de predição.

No início de cada intervalo de controle, o controlador calcula  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{f}$  e  $\mathbf{H}$ . Como  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{H}$  são constantes, ou seja, o modelo e os pesos do sistema não mudam a cada intervalo de controle, o controlador recupera os valores pré-computados para essas matrizes.

Assim, o MPC busca calcular uma sequência ótima de controle,  $\Delta \mathbf{U}$ , a cada passo de tempo, de forma repetida e recursiva, resolvendo um problema de otimização que minimiza a função de custo quadrática ao longo do horizonte de predição,  $N_p$ , considerando penalizações nos estados e controle, enquanto respeita restrições. As restrições impostas ao VSA são na entrada de controle  $\delta_r$  e na taxa de rotação do leme  $r$ .

Os valores considerados para os parâmetros de projeto do controlador MPC para movimento no plano lateral são mostrados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Parâmetros MPC.

Parâmetro	Descrição	Valor
$N_p$	Horizonte de predição	15
$N_c$	Horizonte de controle	3
$T_s$	Tempo de amostragem	0.5
$Q$	Matriz de peso para o estado	$diag\{0, 0, 1\}$
$R$	Matriz de peso para a entrada	0.1
$\delta_{rmax}$ (rad)	Restrição ângulo leme	$\pm 0.4$
$r_{max}$ (°/s)	Restrição rotação leme	15

## 4.3 Conclusão

O projeto do controlador para um sistema de controle é basicamente uma iteração entre a síntese de um controlador e a avaliação de seu desempenho. Se o desempenho não é satisfatório, então se faz necessário ajustar algum parâmetro do controlador ou ajustar algum fator de ponderação no índice de desempenho escolhido, no caso de controles ótimos [17], a fim de se obter um sinal de controle que seja capaz de levar a saída ao valor da referência desejada (*setpoint*), neste caso, para que o VSA seja capaz de acompanhar os *waypoints* das trajetórias de referência, utilizando a estratégia de controle selecionada.

Neste capítulo foram apresentadas as técnicas de controle PID, SMC e MPC a serem comparadas no acompanhamento dos *waypoints* das trajetórias de referência para o VSA, bem como a lei de controle utilizada por cada controlador. O controlador a ser utilizado deve gerar o sinal para ajustar o estado com base na diferença entre a trajetória desejada e a trajetória atual.

# Capítulo 5

## Simulação e Resultados

Para o desenvolvimento do sistema de controle de direção, foi utilizado o modelo dinâmico reduzido com 3 DOF apresentado em 4.9. As simulações foram realizadas utilizando os softwares Matlab e Simulink, baseadas no projeto do piloto automático de direção desenvolvido por Mendonça [3] para o AUV Darpa ML02. O sistema de controle de atitude é um piloto automático de direção, onde o balanço e o caturro são regulados para zero ou deixados sem controlar [1].

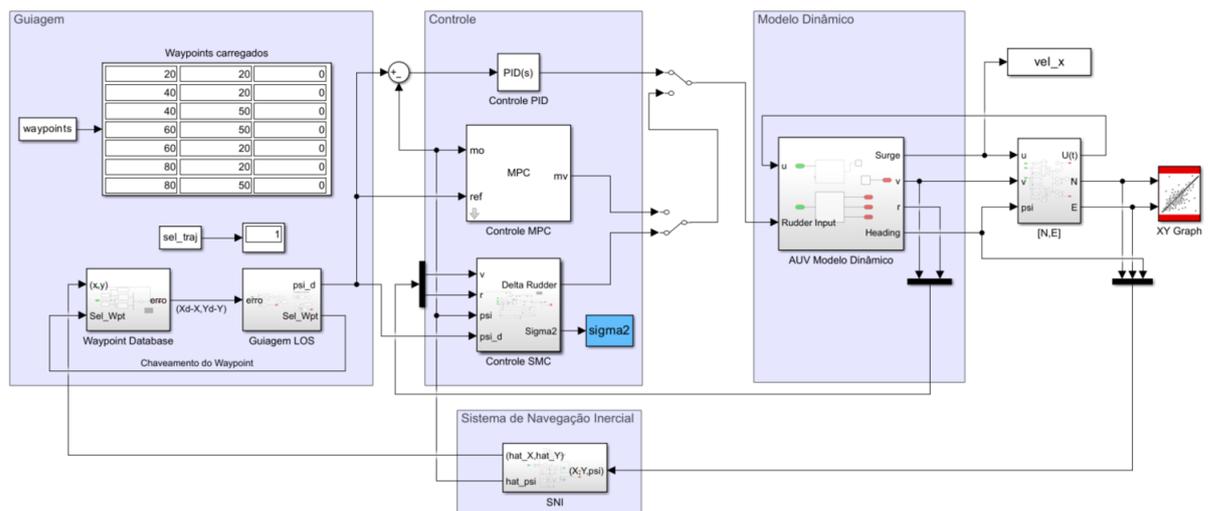


Figura 5.1: Piloto Automático de Direção do VSA (Adaptado de [3]).

No bloco relativo ao modelo dinâmico, Figura 5.1, os sinais de saída  $(u, v, \psi)$  são utilizados para calcular as equações cinemáticas através do bloco  $[N, E]$ , dadas por  $\dot{x} = u \cos \psi - v \sin \psi + V_x$  e  $\dot{y} = u \sin \psi + v \cos \psi + V_y$ , onde  $V_x$  e  $V_y$  representam a velocidade das correntes que podem ou não ser inseridas nas simulações. Ao integrar os valores de  $\dot{x}$  e  $\dot{y}$  e somar às coordenadas iniciais  $x_o$  e  $y_o$ , a posição atual do veículo é obtida em relação ao sistema de referencial navegacional.

O piloto de direção é composto pelos blocos guiagem, navegação e controle. Para o bloco de guiagem, desenvolvido por [3], as trajetórias a serem rastreadas foram ge-

radas usando a função *pchip* do Matlab, que utiliza o método de interpolação cúbica para produzir curvas através dos *waypoints* predefinidos utilizando as coordenadas cartesianas  $(x_k, y_k) \in \mathbb{R}^2$ . O método de guiagem escolhido foi Guiagem em Linha de Visada (LOS, do inglês *Line of Sight*), onde a orientação da trajetória é calculada de acordo com a equação  $\psi_d = \text{atan2}(y_{\text{los}} - y(t), x_{\text{los}} - x(t))$ . A escolha do próximo *waypoint* ocorre quando o veículo entra na área do círculo de aceitação de raio  $R$ , conforme pode-se ver no Apêndice E.

Para o bloco de navegação, o Sistema de Navegação Inercial (SNI) calcula e fornece constantemente uma estimativa da pose do veículo através da posição  $(\hat{x}, \hat{y})$  e da orientação  $(\hat{\psi})$ , por meio das medidas dos sensores inerciais. Considerando que os sensores não são ideais, para o erro de posição foi adicionado um ruído branco de  $10^{-2}$  para as coordenadas e para o erro de direção foi considerado um ruído branco de  $10^{-2}$  (as equações de navegação não são consideradas, apenas os erros estimados das medidas dos sensores, esses valores podem ser interpretados como o erro típico do sinal de GPS) [3].

Para o bloco de controle, o *setpoint* é dado pelo ângulo de direção desejado,  $\psi_d$ , e a saída é dada pelo momento de guinada,  $\tau_N$ . De acordo com [1], para embarcações com único propulsor,  $\tau_N$  será simplesmente uma função do comando do leme  $\delta_r$ .

Objetivando verificar qual das técnicas de controle possui um melhor desempenho no acompanhamento da trajetória para o VSA, as simulações foram realizadas considerando as mesmas trajetórias utilizadas por [3] e mostradas na Figura 5.2. Onde a trajetória 1 verifica a capacidade de seguir uma linha reta e mudanças bruscas de direção, a trajetória 2 em formato de “S” desafia o controlador a mudar rapidamente de direção mas apresenta curvas mais suaves, a trajetória 3 é uma combinação das trajetórias 1 e 2 com uma mudança de direção extrema, com curvas mais fechadas e a trajetória 4 mostra como cada controlador lida com os ajustes constantes para manter a curva, onde o acúmulo de erro pode ser um desafio. As condições iniciais consideradas são apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Condições Iniciais [3]

Trajatória	$(x_o, y_o, \psi_o)$	$u$	$\psi_{max}$ (rad)	$r_{max}$ ( $^\circ/s$ )	$R$ (m)
1	(10, 10, 0)	tanh	$\pm 0.4$	15	4
2	(-5, 10, 0)				
3	(-5, -5, 0)				
4	(0, 0, 0)				

De acordo com [3], o uso da função *sign* resultou muita variação em torno da trajetória de referência. Desta forma, foi utilizada a função *tanh* devido ao bom desempenho obtido no rastreamento, além de tornar a ação de controle mais suave. Funções de saturação com valores  $\psi_{max}$  para o ângulo de direção e  $r_{max}$  para a velocidade de rotação foram adicionadas na simulação devido as limitações do

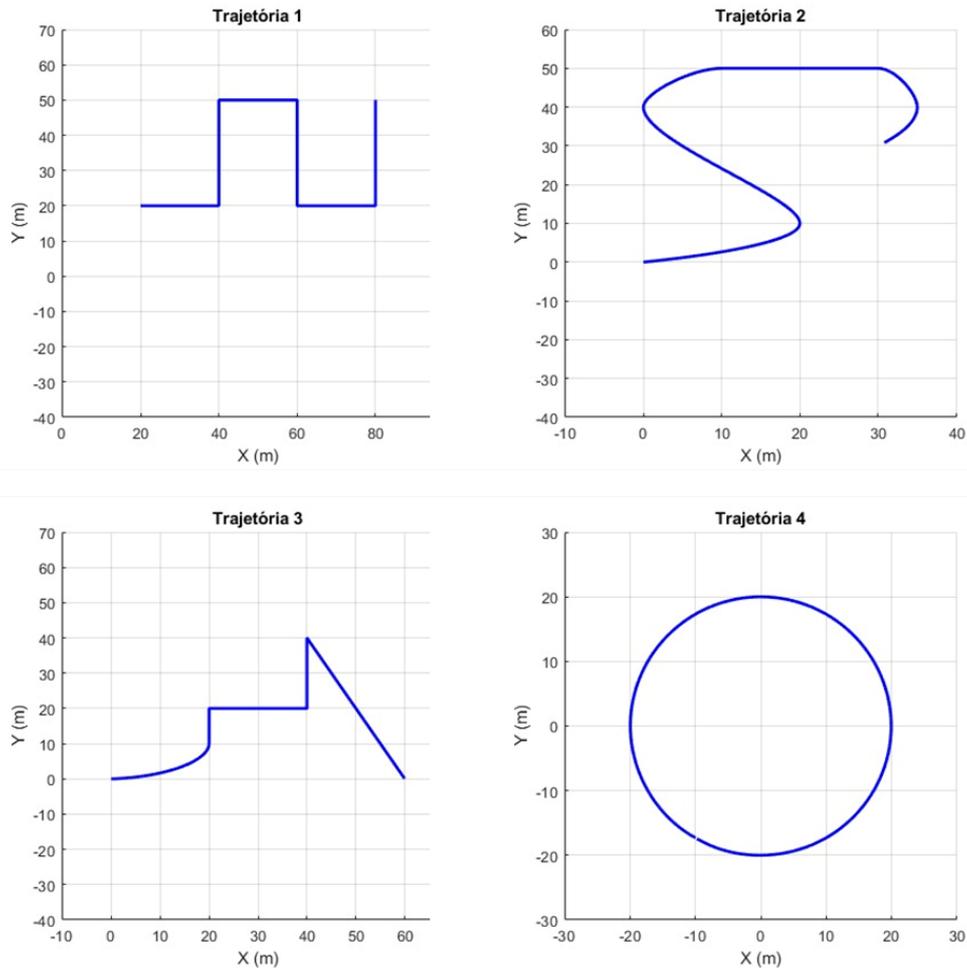


Figura 5.2: Trajetórias geradas.

atuador.

As simulações são realizadas para cada controlador nos seguintes cenários: sem distúrbios, com distúrbios, considerando o efeito de correnteza e considerando o efeito combinado de correnteza e distúrbios. Ao final, avalia-se a integral do erro e o consumo de energia.

O objetivo é que a pose (posição e orientação) da embarcação acompanhe os sinais de referência de posição e orientação variáveis no tempo desejados.

De acordo com [17], além de garantir a estabilidade, um sistema de controle deve satisfazer um certo conjunto de especificações relativas ao desempenho, sendo a análise da magnitude de alguns sinais, uma das maneiras de se verificar se as especificações foram satisfeitas, por exemplo, a magnitude do sinal de erro de acompanhamento (*tracking*) do sistema deve ser pequena, enquanto os sinais de controle não devem ser muito grandes.

Ainda segundo [17], considera-se que um sistema controlado tem bom desempenho nas seguintes situações: quando ele é capaz de seguir um sinal de referência com bastante proximidade; quando sua capacidade de recuperação frente a distúr-

bios externos é boa; quando ele apresenta boas características de resposta, apesar de eventuais incertezas de modelagem; quando ele apresenta boa rejeição a ruídos de medida na saída.

Os resultados obtidos das simulações realizadas para as quatro trajetórias utilizando os controladores PID, SMC e MPC são mostrados nas próximas seções, onde as linhas tracejadas indicam as trajetórias geradas a partir da interpolação cúbica das coordenadas dos *waypoints* de cada trajetória, as linhas em azul ilustram os trajetos percorridos pelo veículo na utilização da estratégia de controle SMC, as linhas em verde ilustram os trajetos percorridos pelo veículo na utilização da estratégia de controle MPC e as linhas em vermelho ilustram os trajetos percorridos pelo veículo na utilização da estratégia de controle PID.

## 5.1 Rastreamento dos *Waypoints* das Trajetórias Considerando Ausência de Distúrbios

A guiagem em malha fechada pela LOS foi realizada mostrando o alcance dos *waypoints* e comprovando o acompanhamento da trajetória. Ao receber o ângulo de direção desejado,  $\psi_d$ , o controlador comanda o atuador para que o veículo se aproxime das coordenadas do ponto de referência. Após cada atualização do ângulo de direção, o sistema de guiagem verifica se a condição de proximidade definida por  $[x_{k+1} - x(t)]^2 + [y_{k+1} - y(t)]^2 \leq R_{k+1}^2$  é satisfeita. Quando esse ponto de referência entra na área do círculo de aceitação, um novo ponto de referência é selecionado para o cálculo do ângulo de direção desejado [3].

Os controladores são utilizados para ajustar a taxa de *yaw* (velocidade angular em torno do eixo z) do veículo submarino, de modo a manter sua trajetória o mais próximo possível da trajetória de referência. Pode-se notar nas Figuras 5.3 a 5.6, que o veículo se desloca da sua posição inicial em direção ao primeiro *waypoint*, e, então segue a trajetória desejada. Os controladores comandam a atuação do leme para minimizar o erro em relação à trajetória desejada, a posição da embarcação é atualizada com base na velocidade de avanço, considerando que o veículo se move para frente, e na orientação atual definida pelo ângulo de guinada.

Os controladores SMC e MPC apresentam comportamento semelhantes no acompanhamento das trajetórias, quando se considera o caso ideal (sem a influência dos erros que são inerentes dos sensores do SNI ou das perturbações do ambiente).

Em todas as trajetórias, os três controladores seguem a trajetória de referência de perto, indicando um bom rastreamento dos *waypoints* pré-definidos. Contudo, na trajetória 1, Figura 5.3, o SMC apresenta mais sobressinal que o MPC e, visualmente, o PID parece apresentar resultado menos preciso. Na trajetória 2, Figura

5.4, com curvas mais suaves, o SMC permanece mostrando mais sobressinal do que o MPC e, visualmente, o PID parece apresentar resultado menos preciso. Na trajetória 3, Figura 5.5, o SMC continua apresentando mais sobressinal do que o MPC, e o PID permanece sendo o menos preciso, apresentando pior resultado quando há mudança brusca de direção. Para a trajetória 4, Figura 5.6, o SMC e o MPC apresentaram resultados bem semelhantes, enquanto o PID apresentou, visualmente, resultado inferior.

Contudo, observa-se que em todos os casos, as trajetórias realizadas pela embarcação estão convergindo para a trajetória desejada, estando os desvios dentro do raio de aceitação definido mas a convergência nem sempre é suave. Sendo o pior caso observado no acompanhamento da trajetória 3 para todos os controladores.

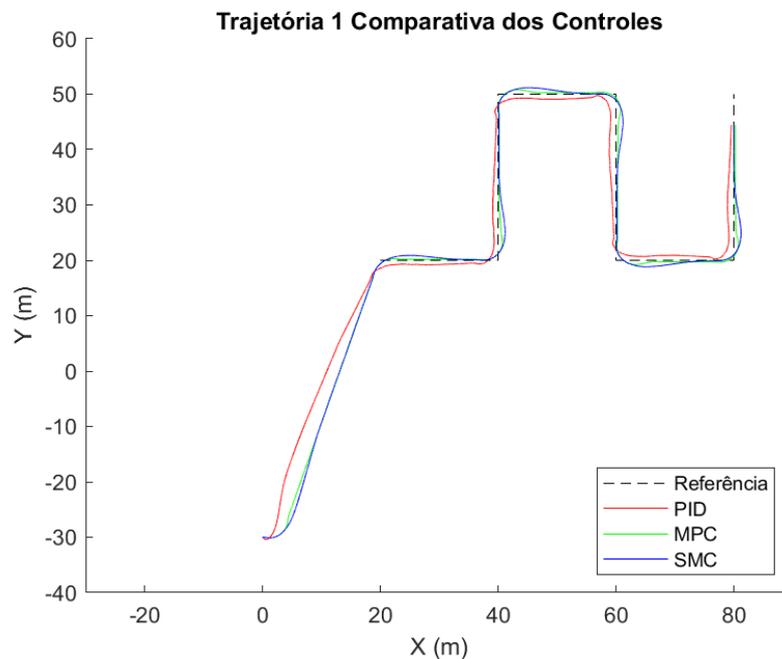


Figura 5.3: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1 para o caso ideal (sem distúrbio).

Quando se analisa o esforço de controle, Figuras 5.7 a 5.10, observa-se que os gráficos exibem picos que indicam a atuação limite do atuador. Para o primeiro caso, o MPC apresenta maior esforço que o SMC para manter o veículo na trajetória. O SMC utiliza menos o atuador porém não consegue se manter tão bem na trajetória quanto o MPC, o que se percebe ao analisar juntamente com o gráfico de direção (*heading*). Já o PID, além de utilizar muito mais esforço de controle, o acompanhamento da trajetória se dá de forma irregular, o que pode ser percebido na Figura 5.7.

Para a trajetória 2, além do SMC apresentar um comportamento melhor do que o do MPC no acompanhamento da trajetória, com mudanças mais suaves no *heading*,

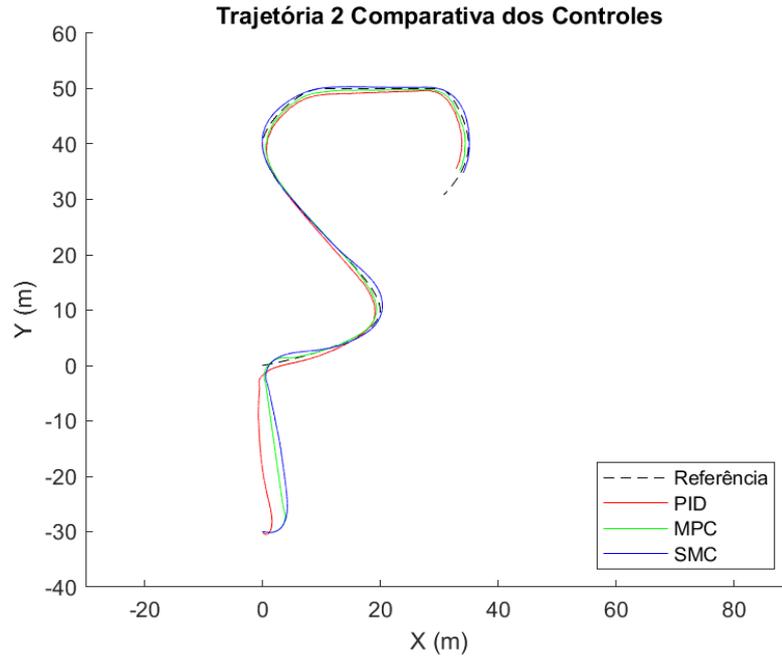


Figura 5.4: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2 para o caso ideal (sem distúrbio).

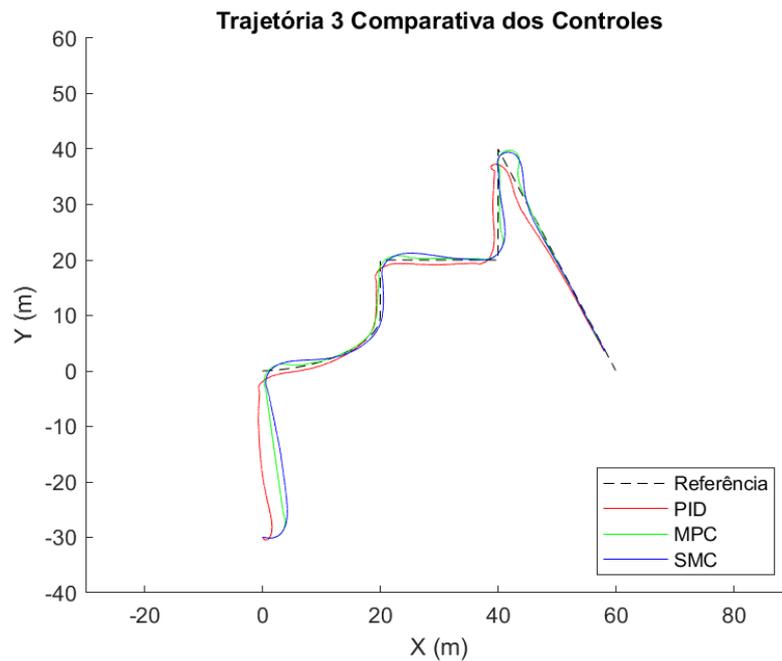


Figura 5.5: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3 para o caso ideal (sem distúrbio).

este controlador utiliza menos esforço de controle, mostrando que para este tipo de trajetória o SMC é superior ao MPC, quando se considera esses pontos. Já o PID apresenta acompanhamento menos suave da trajetória que o SMC e demandando muito mais esforço de controle, Figura 5.8.

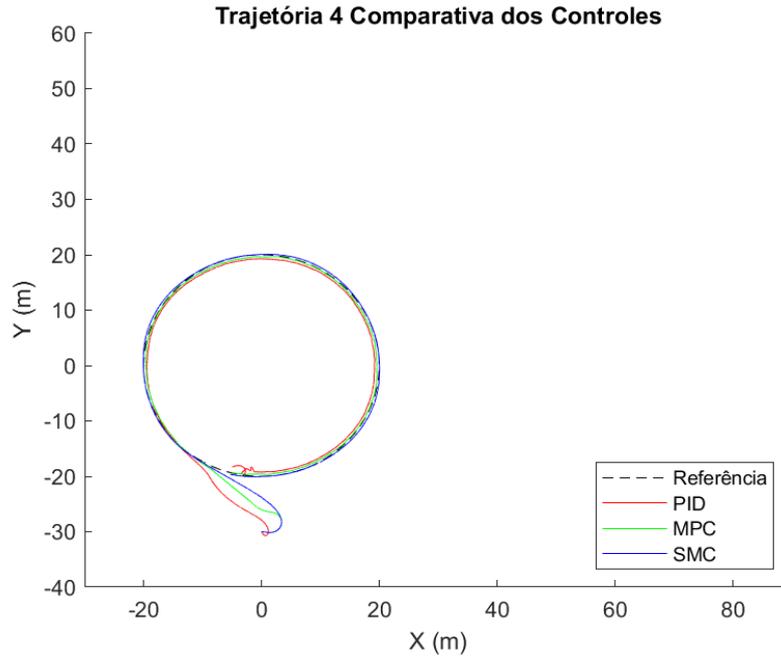


Figura 5.6: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4 para o caso ideal (sem distúrbio).

### Informações da Manobra da Trajetória 1

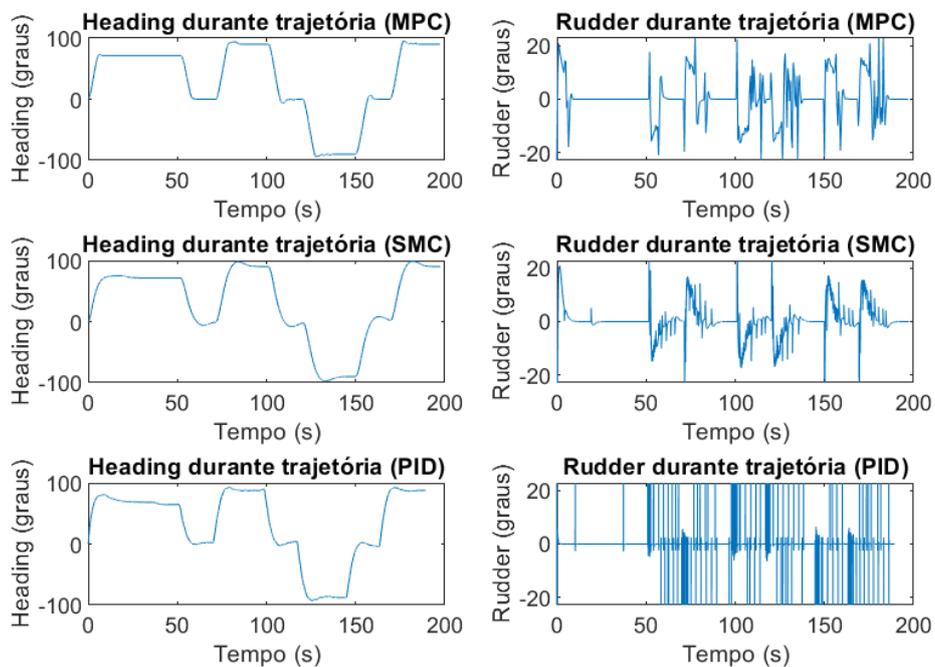


Figura 5.7: Informações da manobra para trajetória 1.

Para a trajetória 3, o SMC apresenta resultado com curvas mais suaves, o que pode ser observado na Figura 5.9, enquanto o MPC demanda mais esforço de controle, e o PID permanece apresentando *heading* com comportamento não suave e grande esforço de controle.

## Informações da Manobra da Trajetória 2

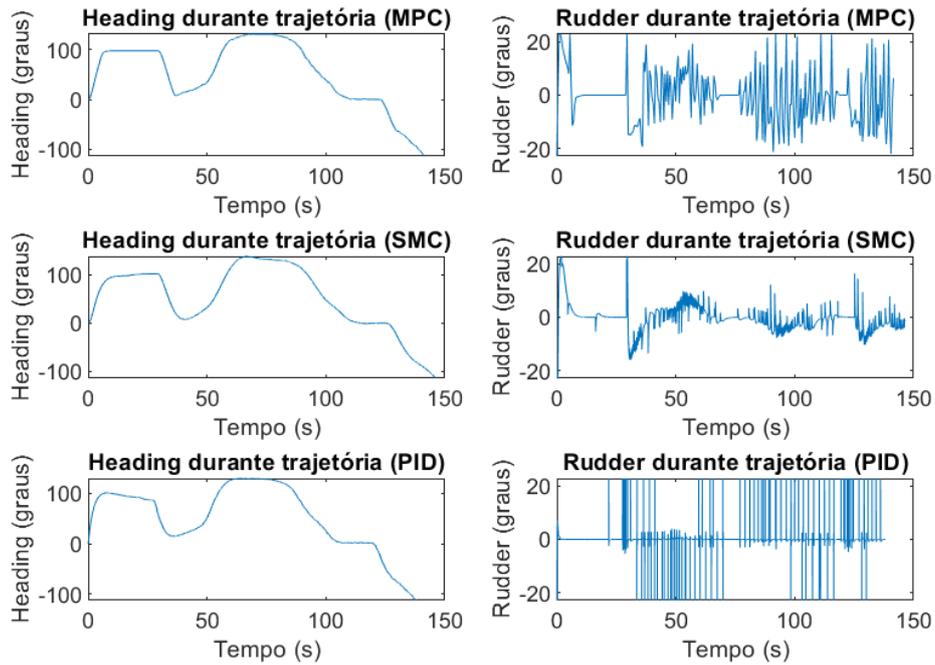


Figura 5.8: Informações da manobra para trajetória 2.

## Informações da Manobra da Trajetória 3

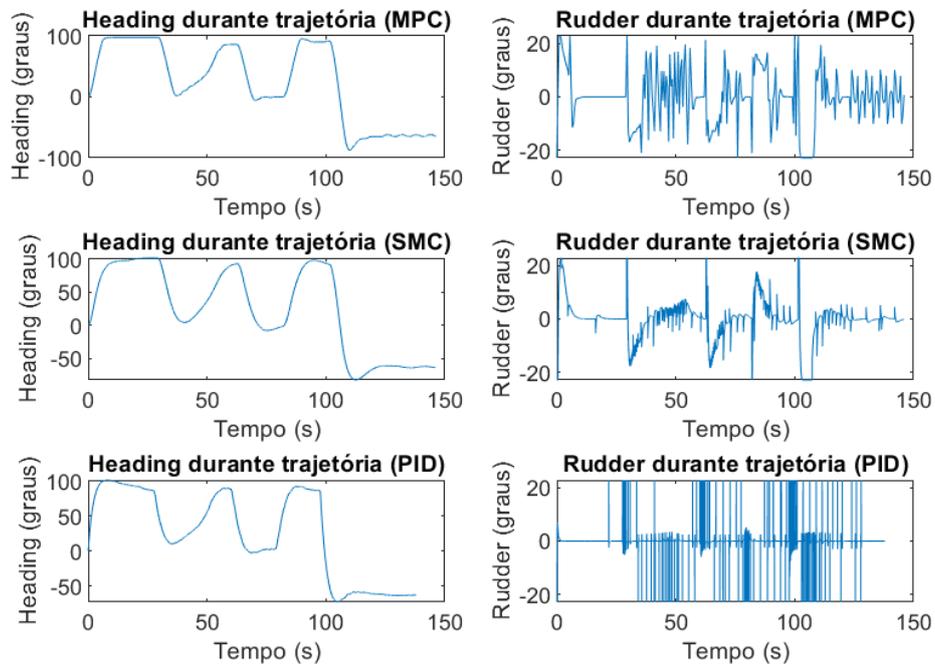


Figura 5.9: Informações da manobra para trajetória 3.

Para a trajetória 4, o SMC apresenta um *heading* com curva mais suave e menor demanda do atuador que o MPC. Para o MPC há uma alta frequência de ajustes no leme e o PID utiliza muito mais esforço de controle para manter o *heading* desejado,

Figura 5.10.

### Informações da Manobra da Trajetória 4

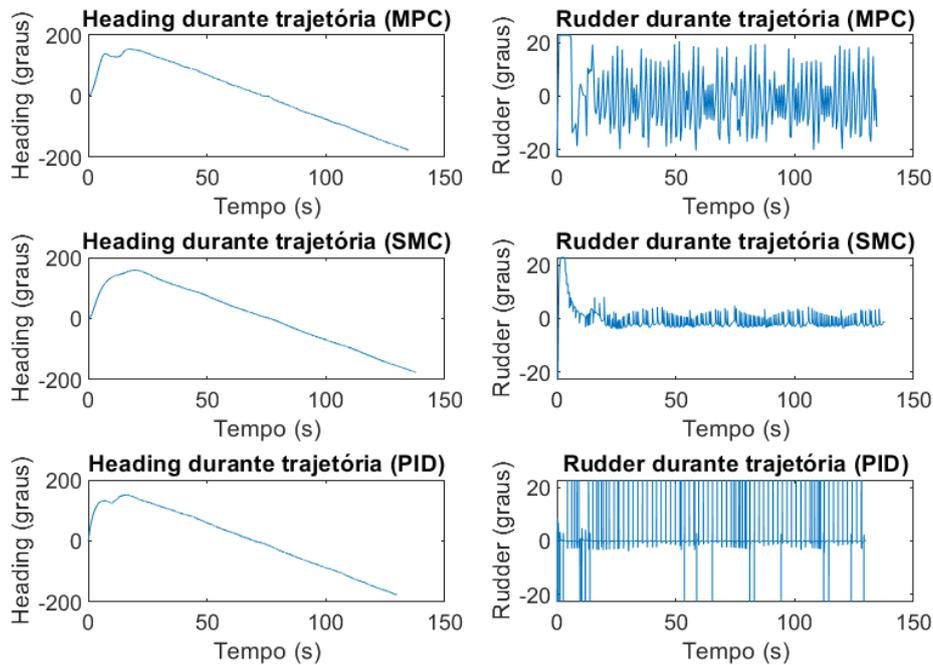


Figura 5.10: Informações da manobra para trajetória 4.

Assim, conclui-se que no cenário sem distúrbio, o SMC e o MPC apresentam um controle mais suave e estável que o PID, o que sugere uma abordagem menos reativa que pode ser benéfico em termos de durabilidade do equipamento e consumo de energia, já que o PID, apesar de ser eficaz em manter o curso, demanda um esforço de controle mais intenso e frequente em todas as trajetórias analisadas.

O MPC se mostrou proativo, ajustando frequentemente o atuador, indicando uma busca por otimizar constantemente a trajetória através dos ajustes frequentes, o que pode ser vantajoso para manter precisão em trajetórias complexas ou para situações que exigem resposta rápida a mudanças contínuas.

O SMC apresenta uma resposta mais equilibrada, conferindo estabilidade com menos ajustes do leme, o que pode ser mais eficiente em termos energéticos e menos desgastante para os sistemas de controle.

O PID, apesar de manter um *heading* estável, requer ajustes frequentes e intensos do leme, o que pode não ser o mais eficiente para operações prolongadas.

## 5.2 Rastreamento dos *Waypoints* das Trajetórias Considerando a Presença de Distúrbios

O ruído pode ser entendido como perturbações ou imprecisões na medição que podem fazer com que o veículo desvie ligeiramente da trajetória ideal planejada. Para inserção dos distúrbios é utilizado o bloco de navegação conforme descrito anteriormente, considerando um ruído branco de  $10^{-2}$  para o erro de posição e um ruído branco de  $10^{-2}$  para o erro de direção.

As Figuras 5.11 a 5.14 mostram os gráficos das trajetórias percorridas pelo VSA na presença de distúrbios ao utilizar o (a) SMC, o (b) PID e (c) o MPC para corrigir os desvios. O ruído ou distúrbio, é representado pela nuvem de pontos coloridos ao redor da trajetória. A linha em vermelho representa a trajetória de referência e a linha em azul representa a posição da embarcação ao longo do tempo.

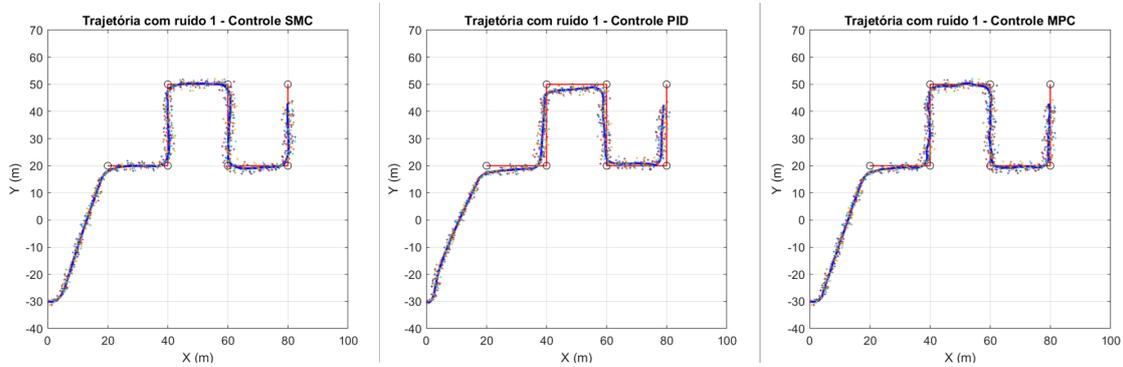


Figura 5.11: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1 considerando distúrbios.

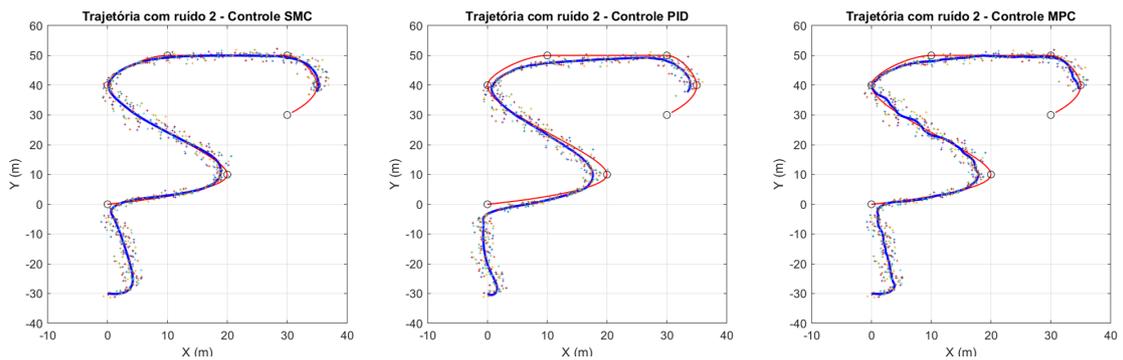


Figura 5.12: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2 considerando distúrbios.

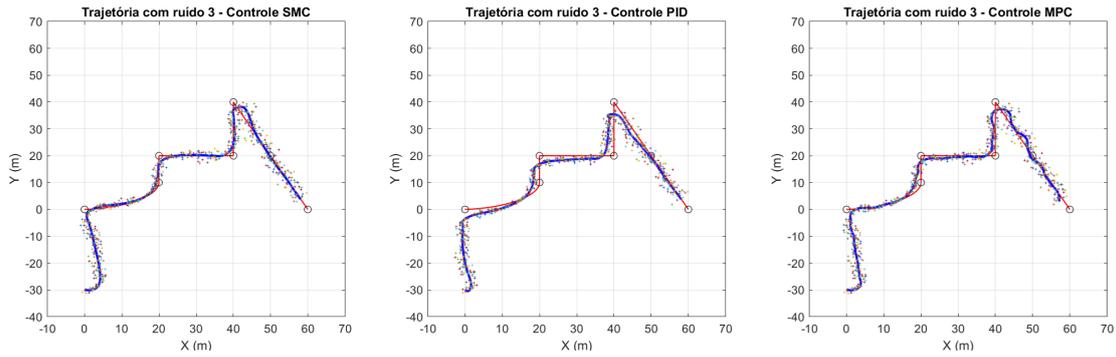


Figura 5.13: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3 considerando distúrbios.

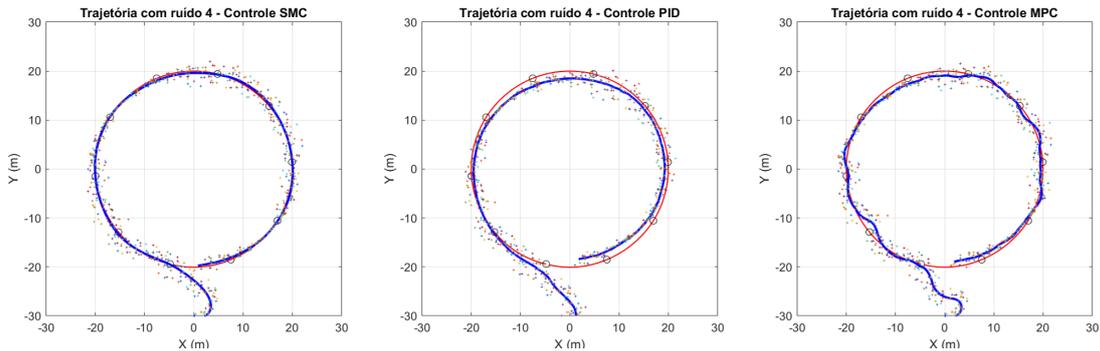


Figura 5.14: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4 considerando distúrbios.

Pode-se observar que, em todos os casos, o SMC por ser um controlador robusto à incertezas e distúrbios, oferece boa rejeição às perturbações, o que fica evidente pelo seu desempenho relativamente estável sob condições de ruído. O MPC por utilizar em sua técnica a previsão para compensar distúrbios futuros, resulta uma trajetória próxima da desejada. Já o PID apresenta maiores desvios em comparação com o MPC e o SMC, o que pode ser observado na Figura 5.15.

A nuvem de pontos ao redor da trajetória de referência, representa a posição do veículo medida pelo SNI. Após comparar essa posição com a posição desejada, é gerado um sinal de erro e os controladores são comandados a ajustar a direção da embarcação através dos atuadores. Assim, a embarcação que está em uma posição atual que não coincide com posição medida é levada a ajustar sua posição, a partir da que ela realmente está para a que o sistema entende que ela esteja. Por este fato, o controle MPC apresenta um comportamento aparentemente com mais variação, ao corrigir continuamente a trajetória, indicando uma modelagem preditiva eficaz que ajusta suas ações com base em uma previsão do comportamento futuro do sistema, resultando em uma trajetória teoricamente suave e consistente. Além disso, a precisão do MPC pode ser limitada pela qualidade do modelo utilizado. Já o PID, por ser um controlador mais simples que não possui capacidades preditivas ou adaptativas inerentes, acaba não compensando tão bem os distúrbios quanto o SMC ou o MPC.

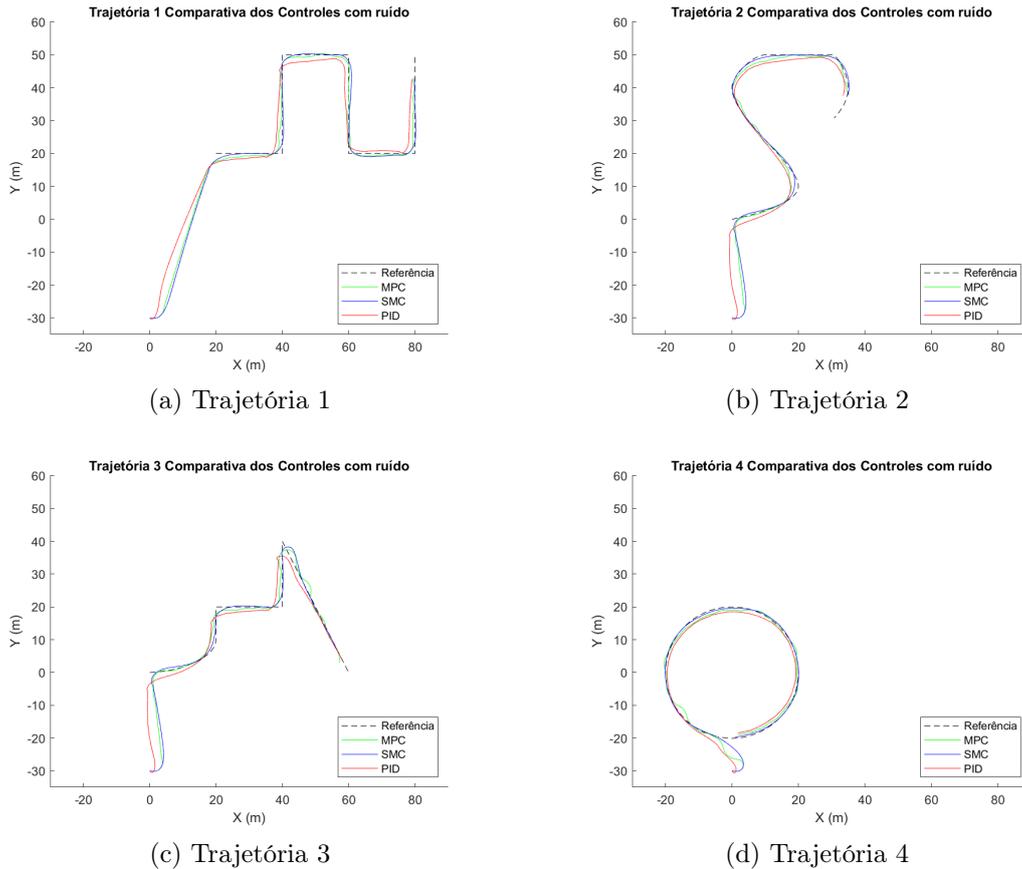


Figura 5.15: Comparação do rastreamento dos *waypoints* das trajetórias considerando distúrbios.

Já para o esforço de controle é possível observar, nas Figuras 5.16 a 5.19, que ao comparar a resposta obtida quando do acompanhamento na presença de distúrbio com a resposta obtida no rastreamento do caso ideal, os atuadores trabalham mais para manter o veículo na trajetória desejada, o que comprova a robustez dos controladores projetados.

Assim, conclui-se que no cenário com distúrbio, o MPC é capaz de antecipar mudanças e ajustar os comandos de controle de maneira eficiente para minimizar o erro de rastreamento. O SMC demonstra um rastreamento robusto, mas com uma resposta menos suave ao ruído. O PID apresenta um desvio mais significativo da trajetória de referência em comparação com os outros controladores, especialmente em curvas mais acentuadas ou mudanças bruscas na trajetória, o que pode indicar que o PID, embora funcional sob condições normais, tem dificuldade em lidar eficientemente com distúrbios, o que resulta em maior erro de rastreamento.

### Informações da Manobra da Trajetória 1 com ruído

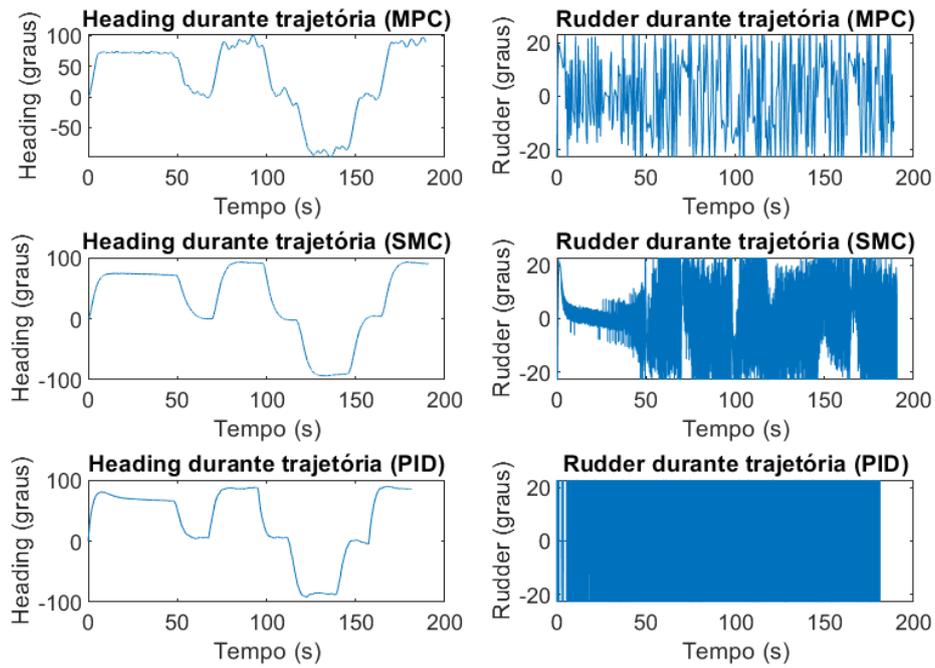


Figura 5.16: Informações da manobra para trajetória 1 considerando distúrbios.

### Informações da Manobra da Trajetória 2 com ruído

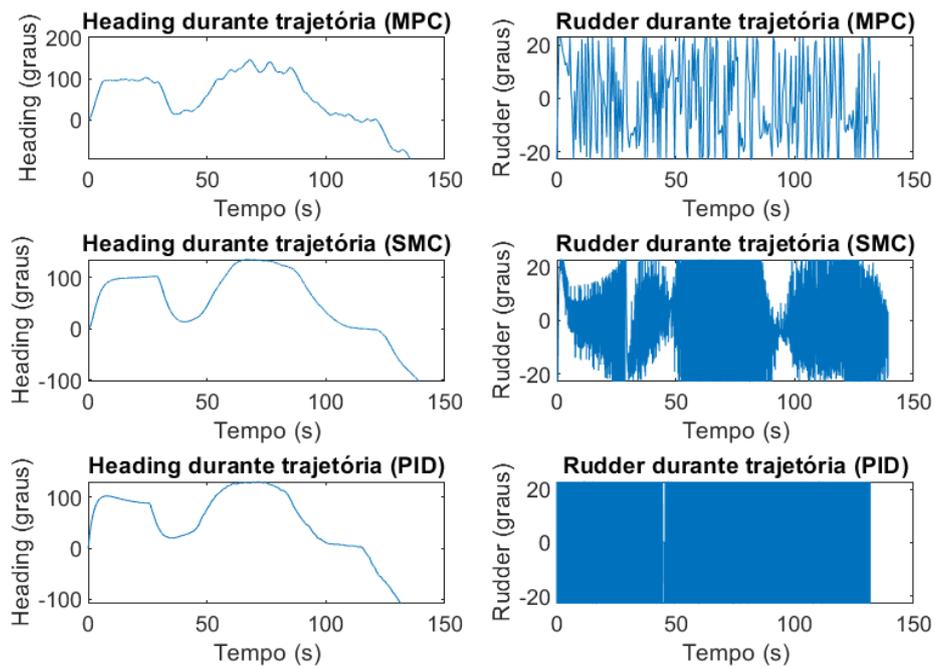


Figura 5.17: Informações da manobra para trajetória 2 considerando distúrbios.

### Informações da Manobra da Trajetória 3 com ruído

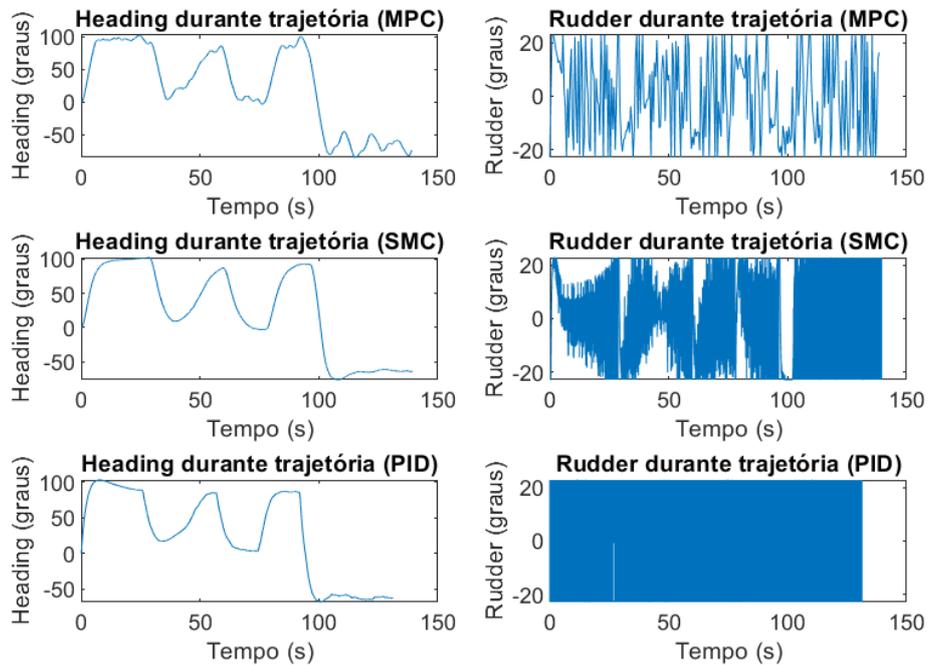


Figura 5.18: Informações da manobra para trajetória 3 considerando distúrbios.

### Informações da Manobra da Trajetória 4 com ruído

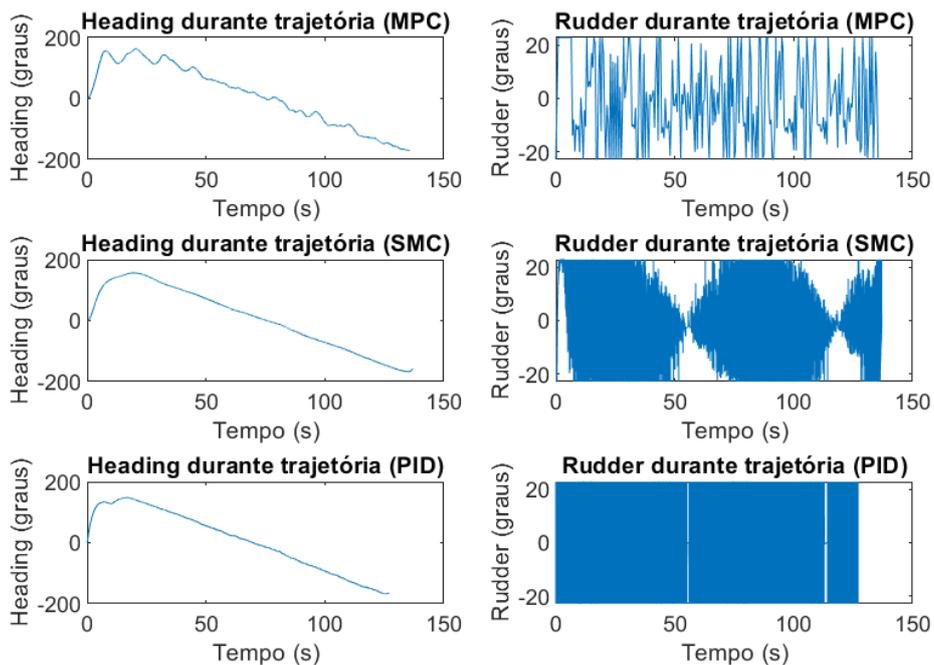


Figura 5.19: Informações da manobra para trajetória 4 considerando distúrbios.

### 5.3 Rastreamento dos *Waypoints* das Trajetórias Considerando os Efeitos da Correnteza

A presença de correntes marítimas inerentes do ambiente aquático, podem atuar no sentido de afastar o veículo da trajetória de referência. O controlador é projetado para ser robustos às perturbações ambientais, dessa forma, foram considerados valores para as velocidades das correntes  $V_x$  e  $V_y$  e observado o comportamento no acompanhamento da trajetória.

Nas Figuras 5.20 a 5.23, pode-se observar que, tanto para o controlador SMC quanto para o MPC e o PID, houve um deslocamento da trajetória em relação à referência, isso deve-se ao fato da lei de controle não levar em consideração o ângulo de deriva causado pelas correntes marítimas.

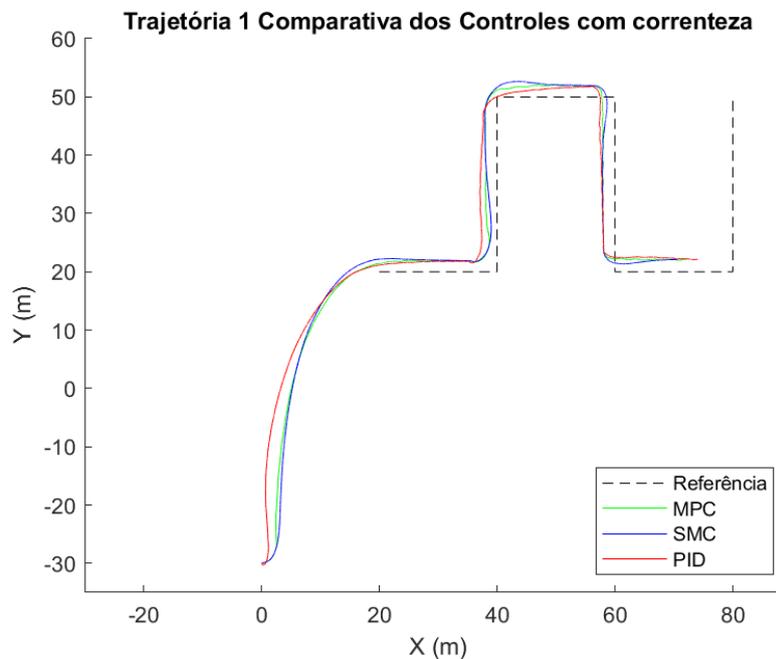


Figura 5.20: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1 considerando efeito das correntes.

Na trajetória 1, Figura 5.20, com ângulos retos, os controladores MPC e SMC obtiveram praticamente o mesmo desempenho, com o SMC apresentando um pouco mais de sobressinal que o MPC, já o PID apresentou maiores variações em relação à trajetória de referência. Para as trajetórias suaves, trajetórias 2 e 4, Figuras 5.21 e 5.23, observa-se que tanto com o MPC quanto com o SMC as trajetórias realizadas desviam menos da referência em comparação ao PID que demonstra maior dificuldade em estabilizar a trajetória. Para a trajetória 3, Figura 5.22, o MPC apresenta uma melhor resposta, mantendo a trajetória realizada mais próxima da trajetória de referência, o SMC apresenta mais sobressinal que os outros dois controladores e

o PID apresenta maior afastamento da trajetória referência.

Os controladores MPC e SMC mostram uma capacidade melhor de compensar os efeitos da correnteza, mantendo a trajetória mais estável e próxima à linha de referência. O controlador PID, apesar de efetivo, parece sofrer mais com essas condições, resultando em maior desvio, especialmente notável na trajetória 3.

Importante notar que os atuadores apresentam comportamentos melhores e esforços de controle menores, Figuras 5.24 a 5.27, na presença de correntes do que na presença de distúrbios, mas as trajetórias realizadas se afastaram mais das trajetórias de referência, o que pode ser explicado pela ausência de propulsor lateral.

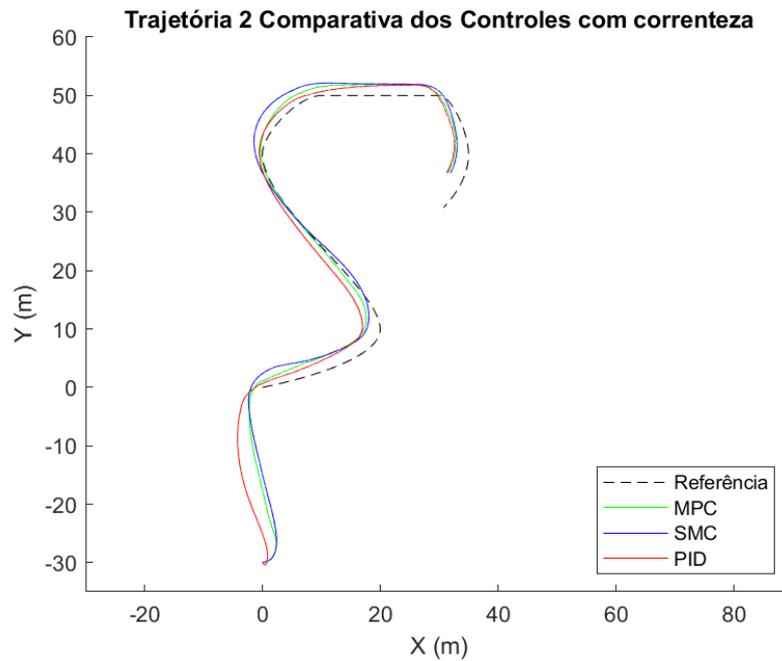


Figura 5.21: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2 considerando efeito das correntes.

Ao se analisar o *heading* e o esforço de controle, percebe-se que o SMC apresenta variações mais suaves tanto no *heading* quanto na atuação do leme em comparação com os outros controladores, já o MPC exibe um controle ativo com ajustes frequentes do leme, indicando a busca contínua para se manter na trajetória desejada. E, o PID, embora mantenha um controle de heading estável com poucas oscilações, apresenta um controle de leme rígido, com ajustes em grandes ângulos e menor frequência, o que pode indicar menor adaptação às mudanças na trajetória devido à correnteza.

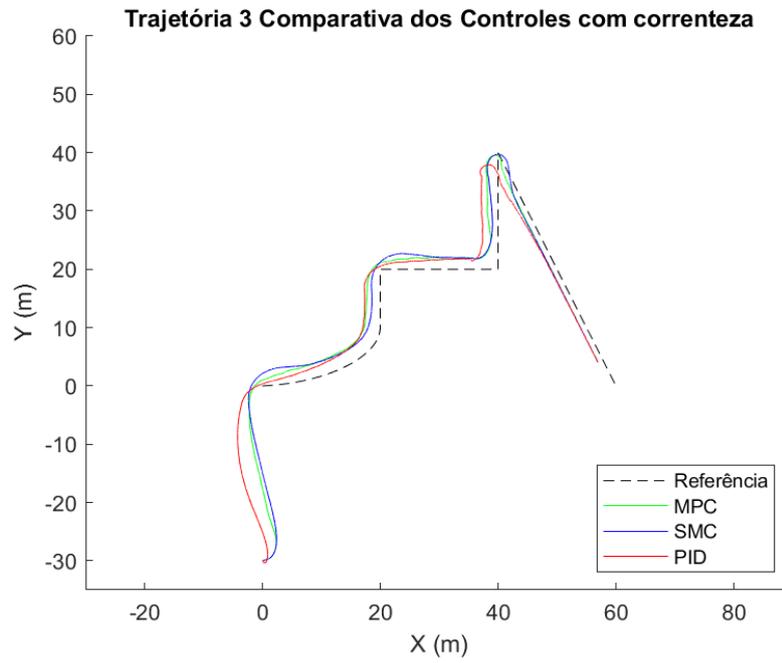


Figura 5.22: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3 considerando efeito das correntes.

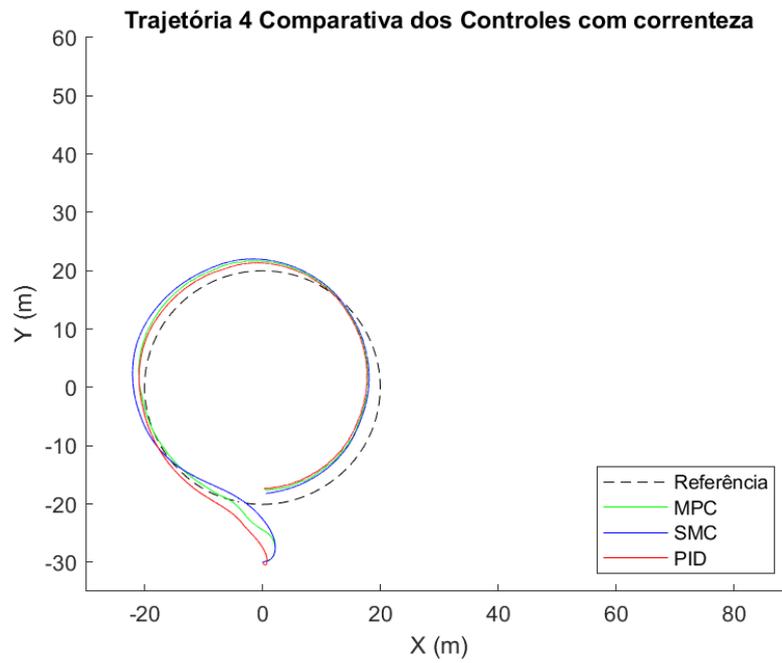


Figura 5.23: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4 considerando efeito das correntes.

### Informações da Manobra da Trajetória 1 com correnteza

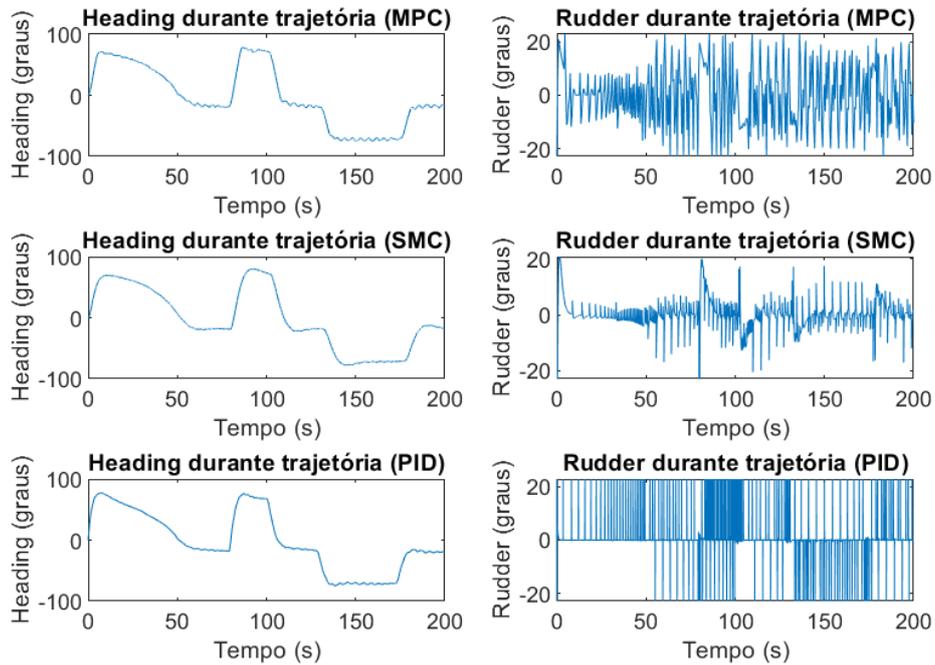


Figura 5.24: Informações da manobra para trajetória 1, considerando efeito das correntes.

### Informações da Manobra da Trajetória 2 com correnteza

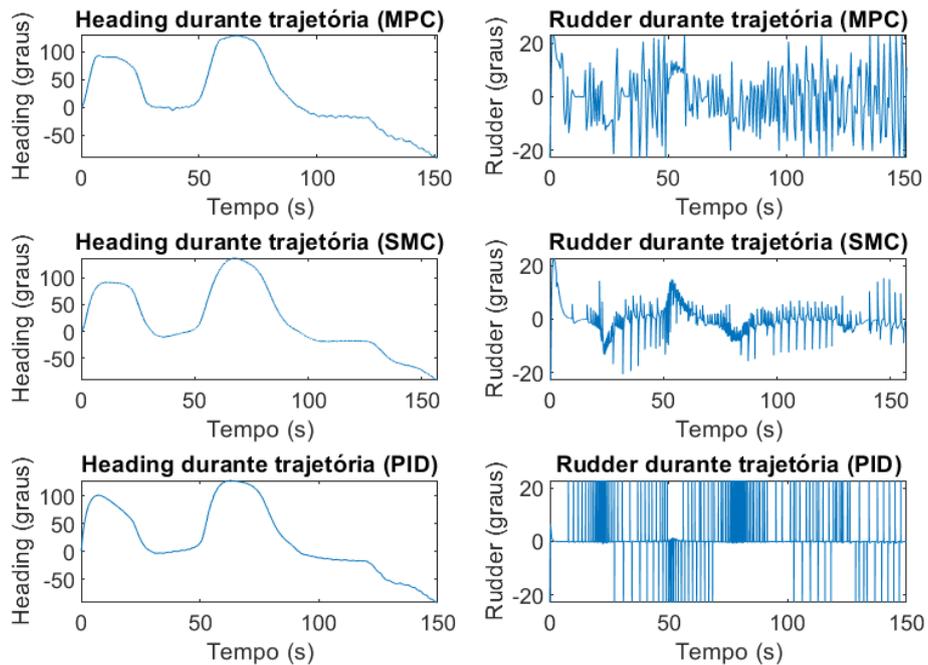


Figura 5.25: Informações da manobra para trajetória 2, considerando efeito das correntes.

### Informações da Manobra da Trajetória 3 com correnteza

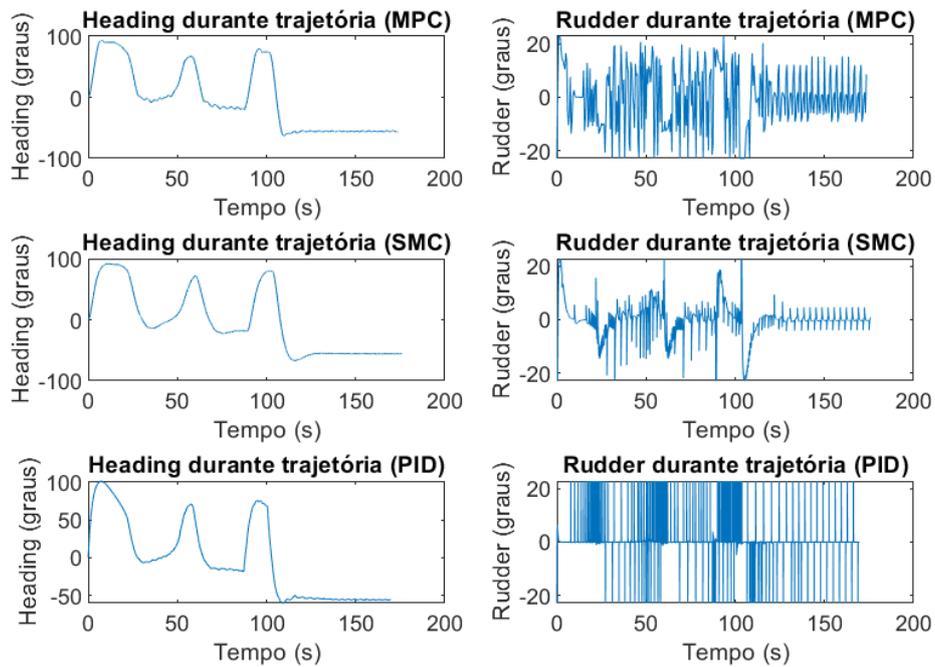


Figura 5.26: Informações da manobra para trajetória 3, considerando efeito das correntes.

### Informações da Manobra da Trajetória 4 com correnteza

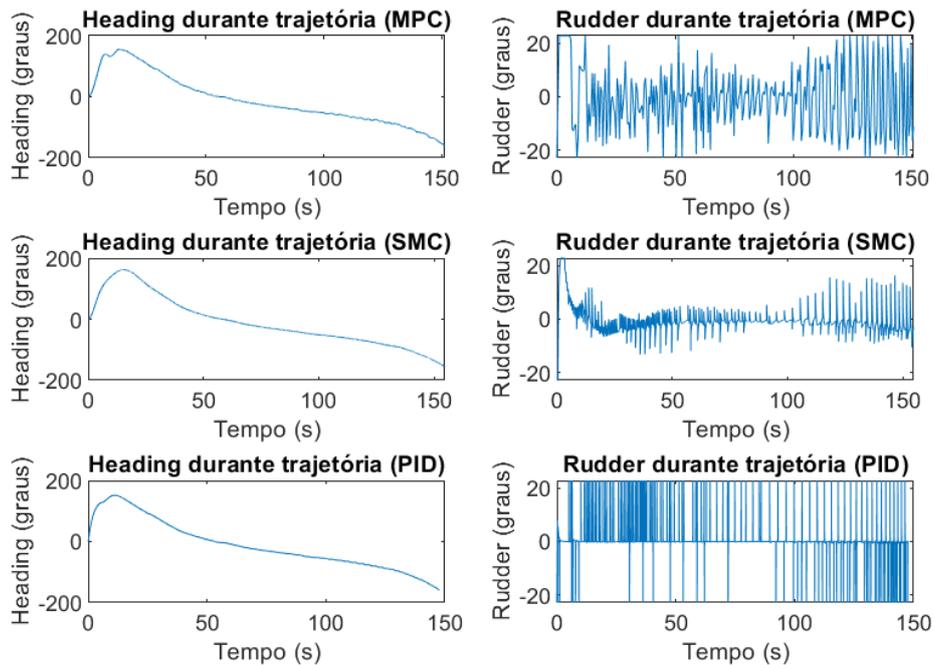


Figura 5.27: Informações da manobra para trajetória 4, considerando efeito das correntes.

## 5.4 Rastreamento dos *Waypoints* das Trajetórias Considerando Distúrbios e Correntes

Como visto anteriormente, o ruído pode ser entendido como perturbações ou imprecisões na medição que podem induzir o desvio do veículo da trajetória de referência 5.2 e a presença de correntes também podem atuar no sentido de afastar o veículo da trajetória de referência 5.3. Nesta seção, veremos como o VSA simulado se comporta diante dessas ações combinadas que tornam o ambiente mais desafiador.

Nas Figuras 5.28 a 5.31, são mostrados os gráficos das trajetórias percorridas pelo VSA na presença de distúrbios e correntes ao utilizar o (a) SMC, o (b) PID e (c) o MPC para corrigir os desvios. O ruído ou distúrbio, é representado pela nuvem de pontos coloridos ao redor da trajetória. A linha em vermelho representa a trajetória de referência e a linha em azul representa a posição da embarcação ao longo do tempo. Em todas as figuras, é possível perceber que os efeitos da corrente e do distúrbio se acumulam, apresentando um resultado cuja trajetória para todos os casos se desvia da trajetória desejada.

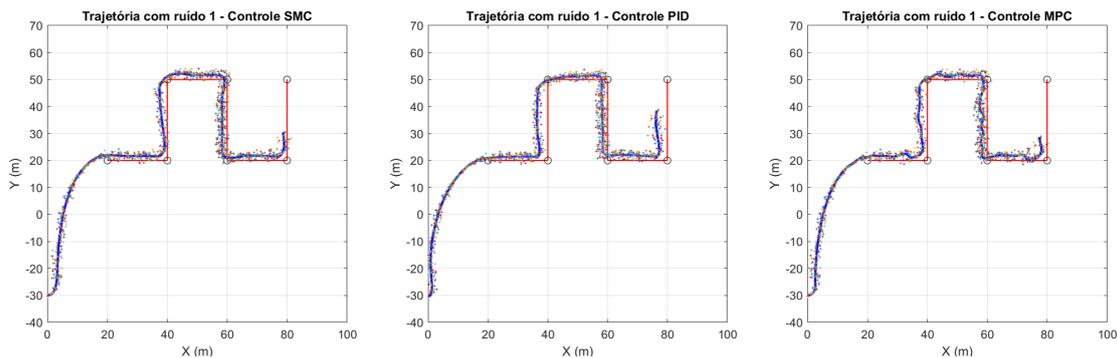


Figura 5.28: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1 considerando distúrbios e correntes.

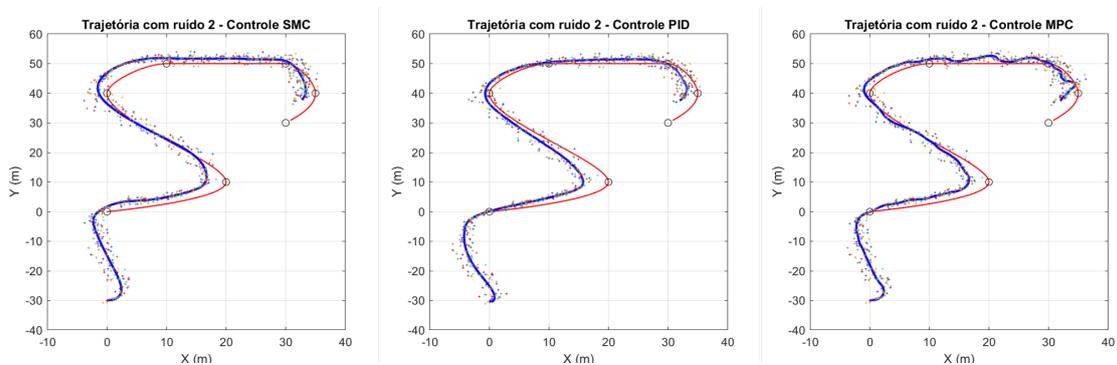


Figura 5.29: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2 considerando distúrbios e correntes.

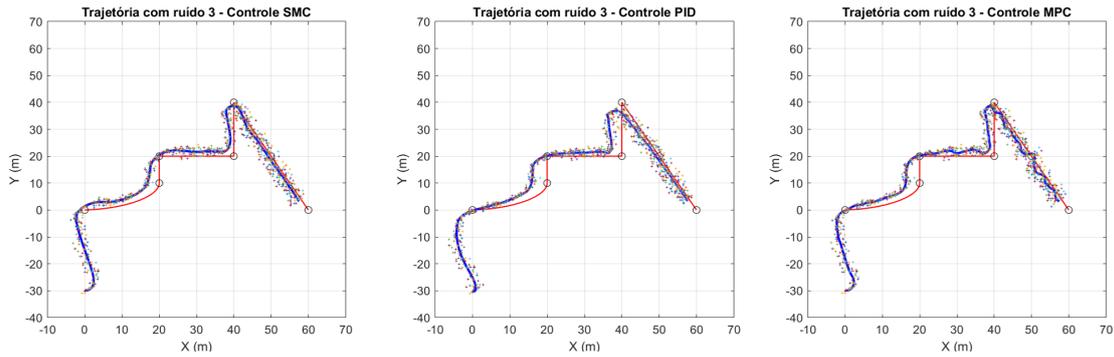


Figura 5.30: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3 considerando distúrbios e correntes.

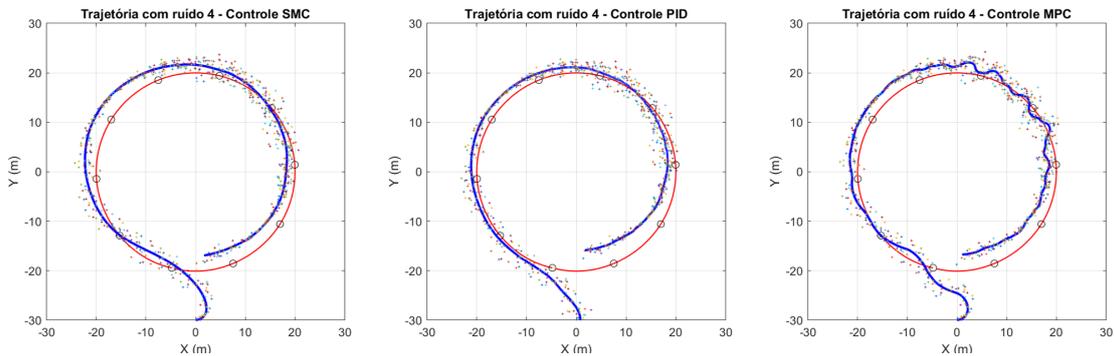


Figura 5.31: Rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4 considerando distúrbios e correntes.

De modo geral, pode-se observar que o SMC e o MPC se aproximam mais da trajetória de referência, enquanto o PID se mostra mais limitado, denotando dificuldade do controlador em responder apropriadamente sob condições mais complexas.

O MPC apresenta um comportamento aparentemente com mais variação pelo fato de corrigir continuamente a trajetória, indicando uma modelagem preditiva que ajusta suas ações com base em uma previsão do comportamento futuro do sistema.

A Figura 5.32 mostra a comparação da (a) Trajetória 1, (b) Trajetória 2, (c) Trajetória 3 e (d) Trajetória 4 ao utilizar os controladores comparados.

Na trajetória 1, o PID desviou mais da referência, o que pode indicar uma menor robustez, e repetiu o comportamento na trajetória 2, se afastando mais da referência que os outros dois controladores, principalmente em curvas mais acentuadas. Na trajetória 3, os três controladores conseguem seguir a trajetória mas com variações mais amplas em torno da referência, principalmente onde há mudanças bruscas de direção. Na trajetória 4, o afastamento da referência continuou se mantendo devido a presença das correntes.

Embora o PID tenha apresentado um pior comportamento dentre os três controladores para este cenário, todos foram capazes de rastrear o waypoints das trajetórias de referência, na presença de ruídos e correntes, com uma resposta bem

regulada, permitindo que o VSA retorne à trajetória desejada após as perturbações.

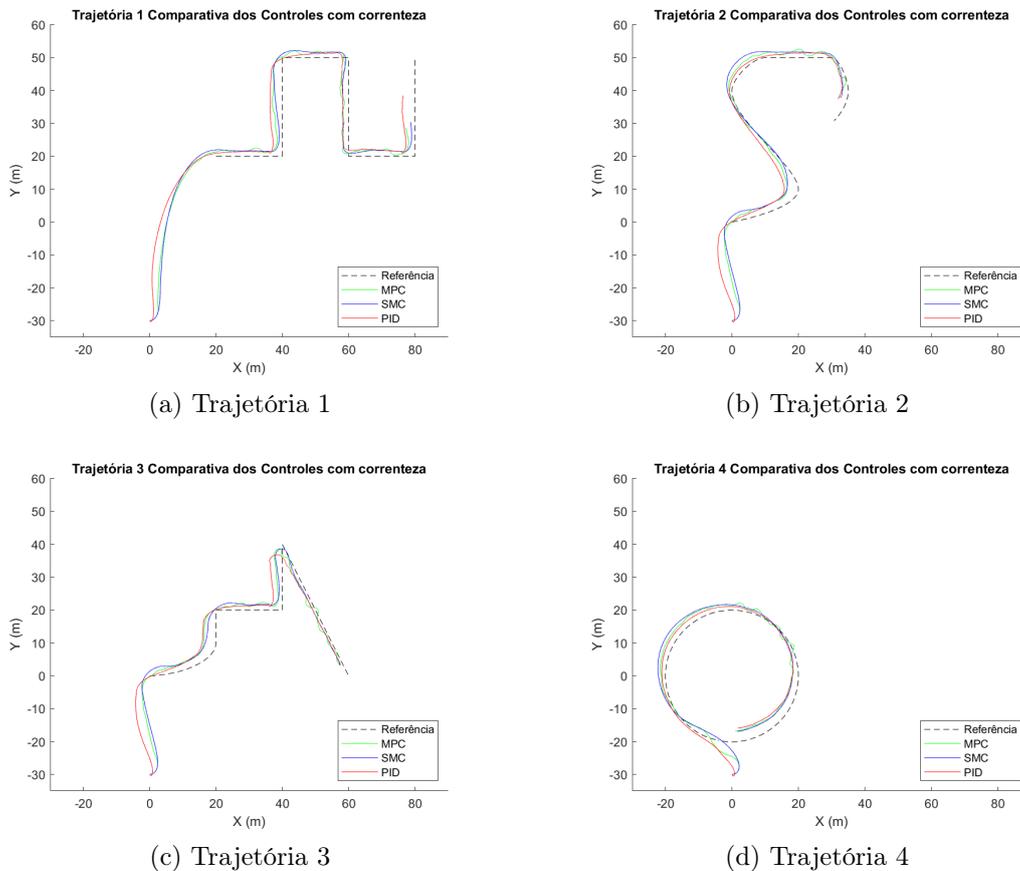


Figura 5.32: Comparação do rastreamento dos *waypoints* das trajetórias considerando distúrbios e correntes.

A respeito das informações da manobra, o MPC continua a corrigir continuamente a trajetória, indicando uma modelagem preditiva que ajusta suas ações com base em uma previsão do comportamento futuro, adaptando-se bem aos desvios causados pelo ruído e correntes. Já o leme apresenta um controle ativo, ajustando-se constantemente, mas em comparação com os outros controladores, o MPC apresenta um esforço de controle mais suave. Já o SMC apresenta um controle mais agressivo e oscilatório, que pode ser verificado no gráfico de atuação do leme. E o PID, está completamente saturado, indicando um esforço de controle demasiadamente grande, sugerindo a necessidade de ajuste nos parâmetros ou na estrutura do controlador para este cenário específico ou de forma geral para melhorar a performance em condições variadas.

### Informações da Manobra da Trajetória 1 com correnteza

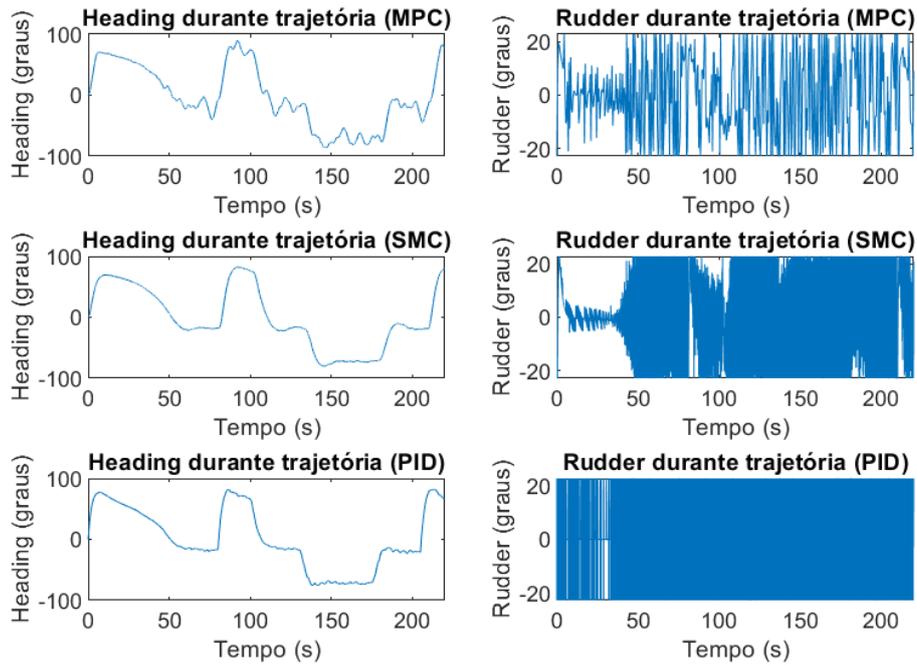


Figura 5.33: Informações da manobra para trajetória 1, considerando efeito de distúrbios e correntes.

### Informações da Manobra da Trajetória 2 com correnteza

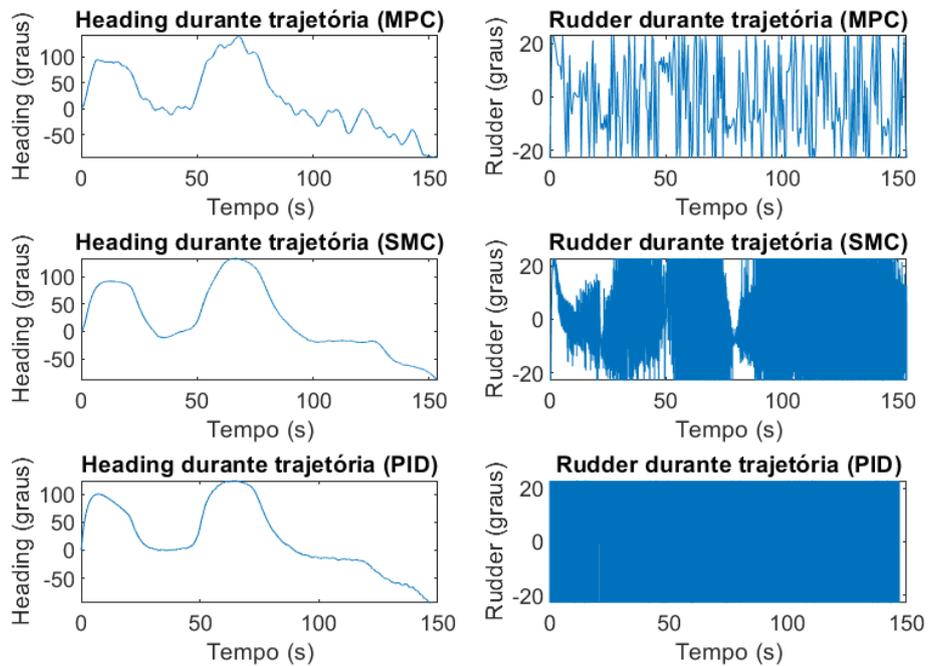


Figura 5.34: Informações da manobra para trajetória 2, considerando efeito de distúrbios e correntes.

### Informações da Manobra da Trajetória 3 com correnteza

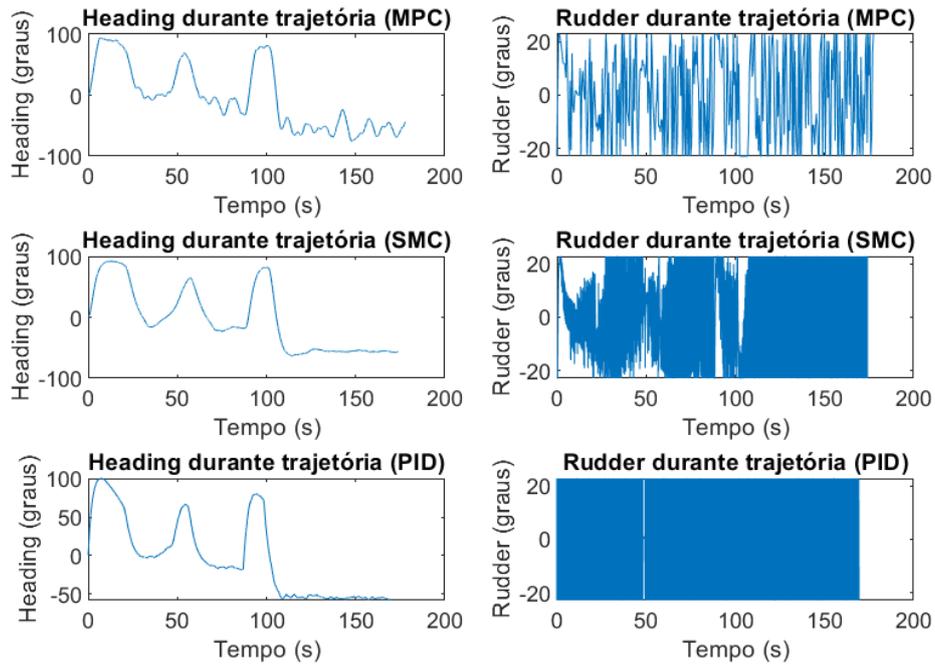


Figura 5.35: Informações da manobra para trajetória 3, considerando efeito de distúrbios e correntes.

### Informações da Manobra da Trajetória 4 com correnteza

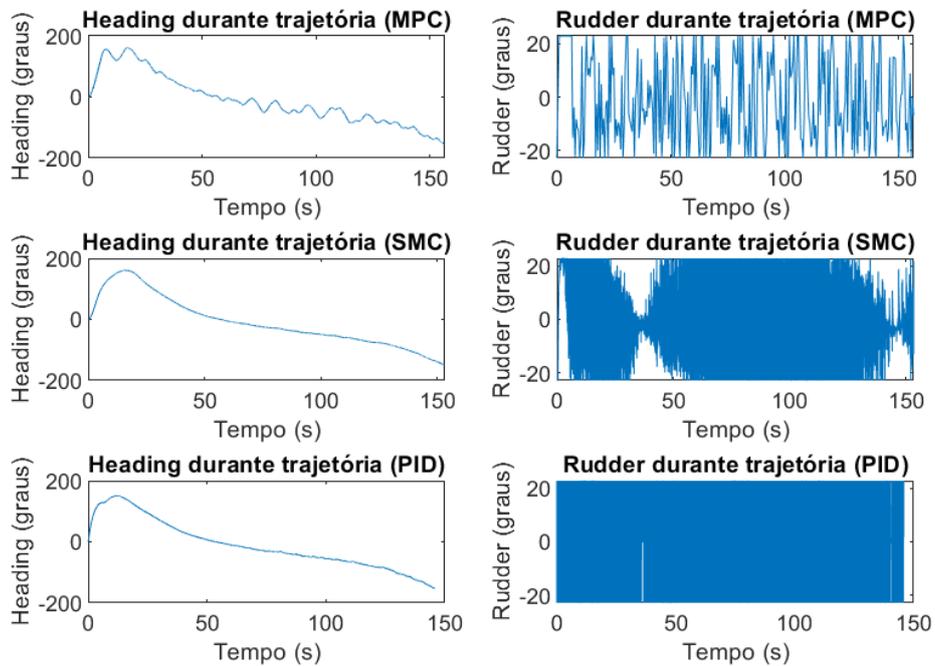


Figura 5.36: Informações da manobra para trajetória 4, considerando efeito de distúrbios e correntes.

## 5.5 Análise de Desempenho

Para identificar qual a melhor técnica de controle a ser utilizada para o VSA em questão, que é o objetivo deste estudo, optou-se por comparar diferentes controladores no acompanhamento de trajetórias pré-programadas. Para isso, optou-se por avaliar os parâmetros de desempenho através de métricas que forneçam uma visão abrangente do desempenho do sistema. Abaixo, apresentam-se métricas utilizadas nesta avaliação:

### 5.5.1 Integral do Erro Absoluto (IAE)

A IAE, do inglês *Integral Absolute Error*, corresponde à soma dos valores absolutos dos erros entre a posição real e a posição de referência ao longo do tempo. Assim, a IAE fornece uma medida do erro acumulado, útil para avaliar a eficiência do controlador em corrigir desvios ao longo de períodos prolongados.

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt \quad (5.1)$$

onde  $e(t)$  é o erro no tempo  $t$  e  $T$  é o tempo total de simulação.

A seguir, serão mostrados gráficos de erros absolutos, que fornecem uma visão instantânea do erro em cada ponto da trajetória no tempo. Pode-se observar como os erros flutuam em resposta a mudanças na trajetória ou em resposta a distúrbios externos, o que destaca a robustez e a rapidez com que cada controlador responde a perturbações. E, gráficos de IAE, onde cada gráfico representa a soma do erro absoluto ao longo do tempo para as diferentes trajetórias rastreadas.

É importante notar que, para todos os casos, há um erro inicial devido à posição inicial do veículo fora da trajetória.

### Considerando a Ausência de Distúrbios

As Figura 5.37 a 5.40, mostram os gráficos de erros absolutos, comparando o desempenho dos controladores PID, MPC e SMC, considerando o caso ideal, sem distúrbios, para cada trajetória proposta.

Na trajetória 1, Figura 5.37, tanto o PID quanto o SMC e o MPC sofrem com picos de erro significativos e frequentes, porém o PID apresenta picos menos intensos, sugerindo que ele se comporta melhor às mudanças na trajetória.

Na trajetória 2, Figura 5.38, similar à trajetória 1, o PID exibe uma linha de erro um pouco mais suave, enquanto o SMC mostra maior variabilidade e picos mais acentuados, ficando o MPC no meio termo, no caso sem distúrbios.

Na trajetória 3, Figura 5.39, o MPC e o SMC apresentam comportamento bem semelhante, com picos significativos, mas o MPC recupera mais rapidamente, indi-

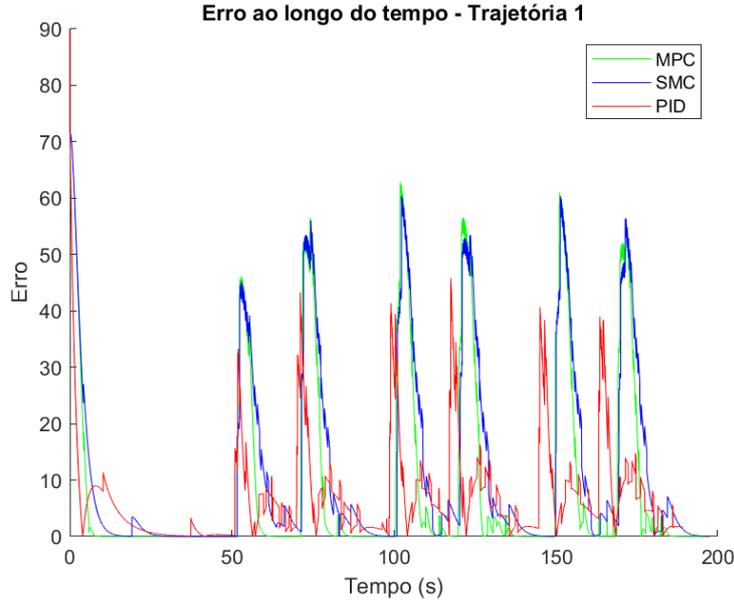


Figura 5.37: Erro absoluto no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1 considerando o caso ideal.

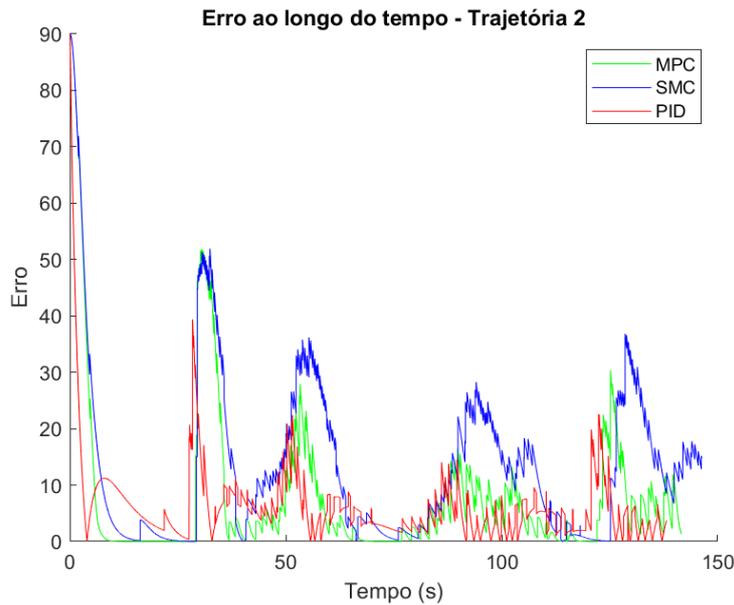


Figura 5.38: Erro absoluto no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2 considerando o caso ideal.

cando uma resposta mais eficaz. Já o PID apresenta um melhor comportamento, com picos menos acentuados para o caso ideal do que o MPC e o SMC.

Na trajetória 4, Figura 5.40, o PID apresenta um comportamento mais estável com menores picos de erro, enquanto o SMC mostra variabilidade e maior amplitude nos picos de erro, após a aproximação inicial da embarcação à trajetória.

Para a IAE, Figuras 5.41 a 5.44, pode-se observar que na trajetória 1, Figura 5.41, os controladores PID e MPC começam com valores de erro acumulativo similares,

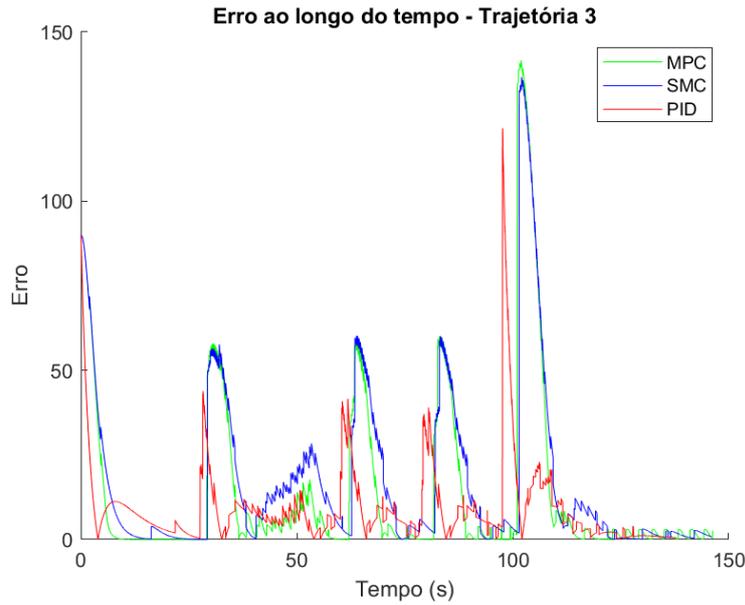


Figura 5.39: Erro absoluto no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3 considerando o caso ideal.

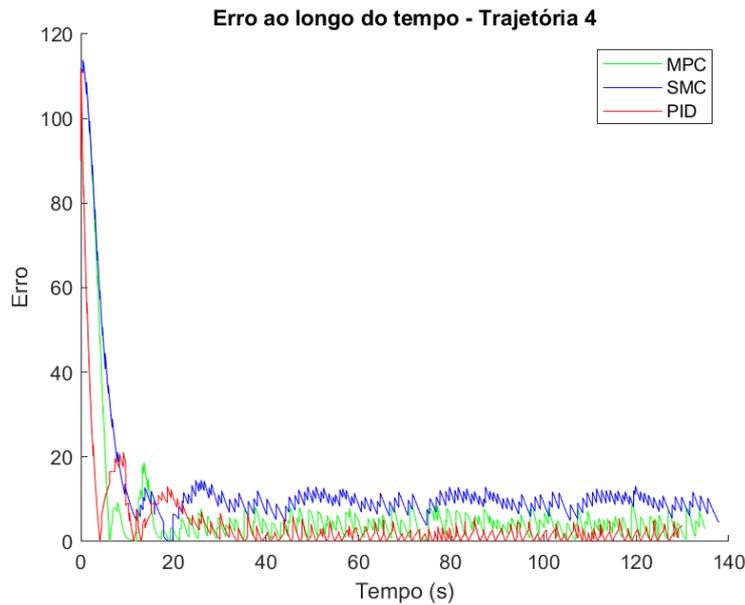


Figura 5.40: Erro absoluto no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4 considerando o caso ideal.

mas o PID acaba acumulando menos erro que o SMC conforme o tempo avança, o que indica que para estes cenário e condição, o PID está sendo mais eficiente em rastrear os *waypoints*, já o SMC se mostra o menos eficiente para minimizar erros ao longo do tempo para esta trajetória.

Na trajetória 2, Figura 5.42, observa-se um comportamento semelhante ao da trajetória 1, onde o PID e o MPC acumulam menos erro que o SMC ao longo do tempo, o que reforça que, para o caso ideal, o PID é suficiente para controlar o

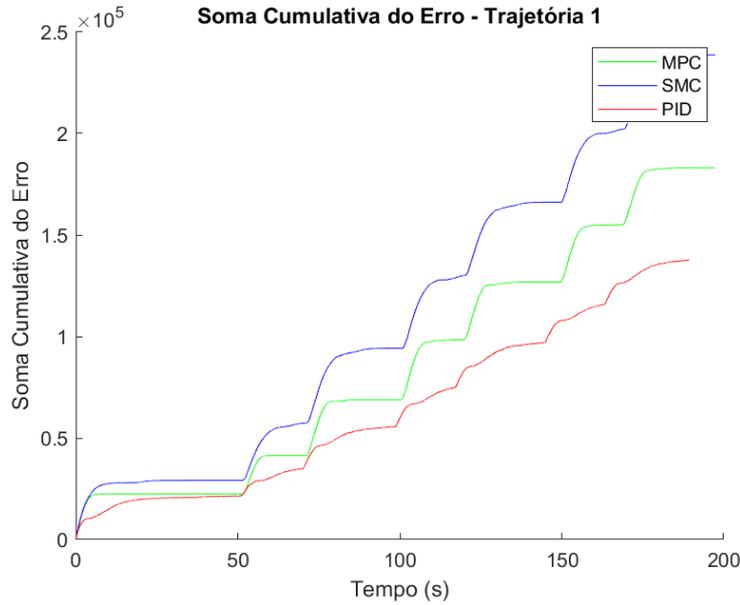


Figura 5.41: IAE considerando o caso ideal no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1.

movimento do veículo ao acompanhar a trajetória de referência.

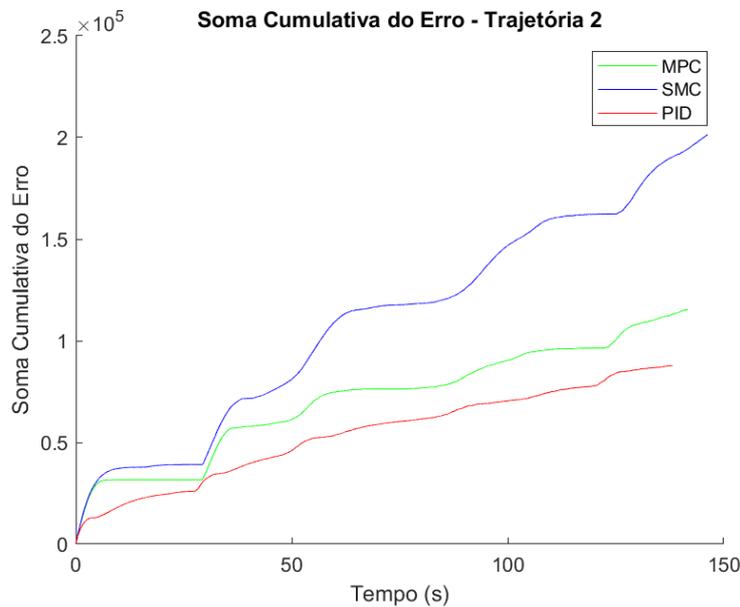


Figura 5.42: IAE considerando o caso ideal no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2.

Na trajetória 3, Figura 5.43, o padrão observado nas trajetórias anteriores se repete, com o PID apresentando uma soma de erro significativamente menor em comparação com os outros controladores.

A trajetória 4, Figura 5.44, mostra uma diferença mais acentuada entre as técnicas, o MPC mantém um aumento linear e menos acentuado no erro acumulado

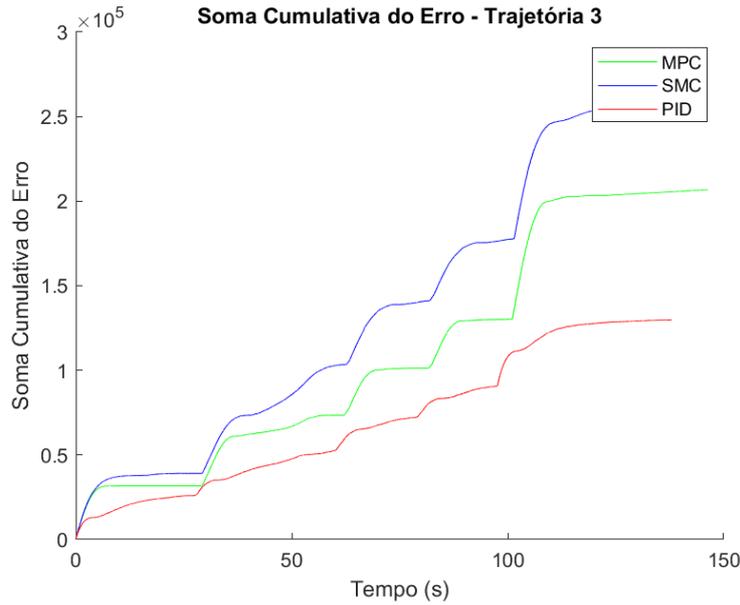


Figura 5.43: IAE considerando o caso ideal no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3.

em comparação ao SMC, que exhibe um aumento mais exponencial, o que indica que o MPC lida melhor com as condições ou as dinâmicas específicas desta trajetória, possivelmente devido à sua capacidade de antecipar e ajustar-se a mudanças futuras na trajetória, porém o PID segue acumulando menos erro e se mostrando superior ao se analisar essa métrica para esta condição.

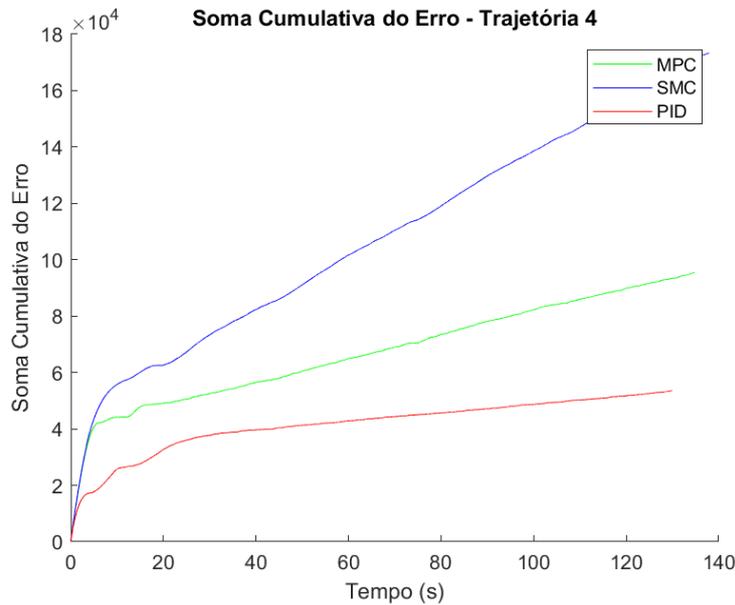


Figura 5.44: IAE considerando o caso ideal no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4.

## Considerando a Presença de Distúrbios

As Figuras 5.45 a 5.48, apresentam os gráficos de erros absolutos, comparando o desempenho dos controladores PID, MPC e SMC, considerando o cenário com distúrbio, para cada trajetória proposta.

Na trajetória 1, Figura 5.45, tanto o SMC quanto o PID e o MPC sofrem com picos de erro significativos e frequentes, porém o MPC apresenta picos menos intensos, sugerindo uma melhor gestão de distúrbios.

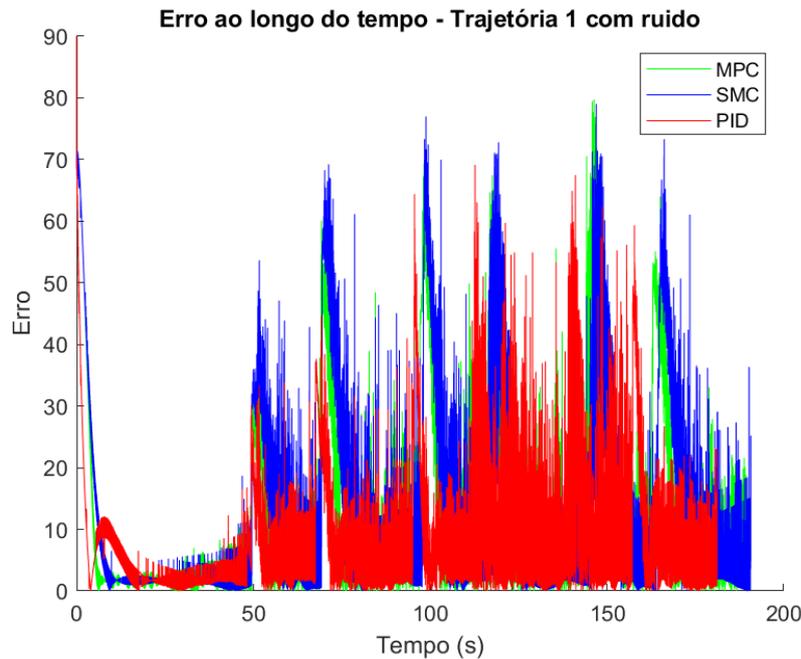


Figura 5.45: Erro absoluto considerando distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1.

Na trajetória 2, Figura 5.46, similar à trajetória 1, o MPC exibe uma linha de erro um pouco mais suave e consistente, enquanto o SMC e o PID mostram maior variabilidade e picos mais acentuados.

Na trajetória 3, Figura 5.47, tanto o MPC quanto o SMC apresentam picos significativos, mas o MPC recupera mais rapidamente, indicando uma resposta mais eficaz a distúrbios súbitos.

Na trajetória 4, Figura 5.48, o MPC apresenta um comportamento mais estável com poucos picos de erro, enquanto o SMC e o PID apresentam variabilidades consideráveis e maiores amplitudes nos picos de erro.

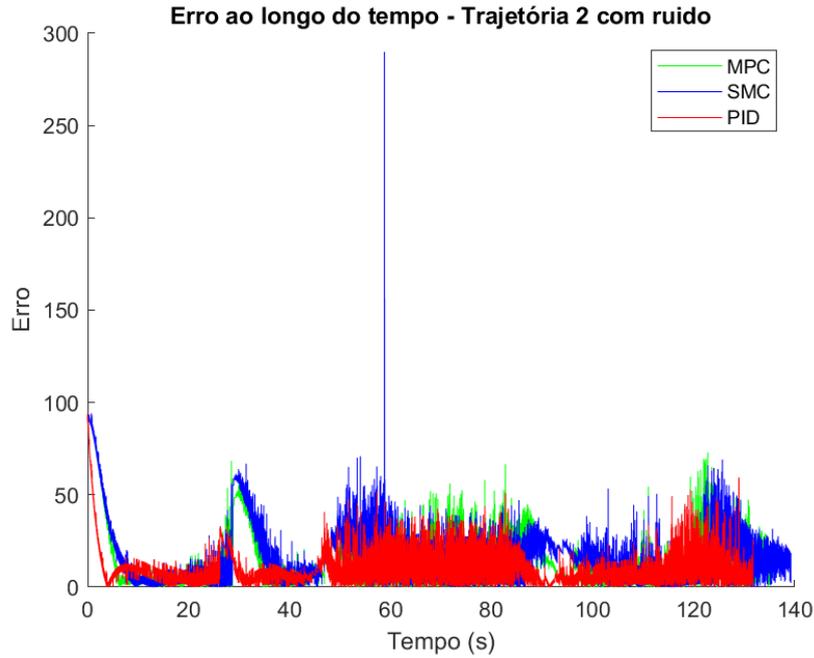


Figura 5.46: Erro absoluto considerando distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2.

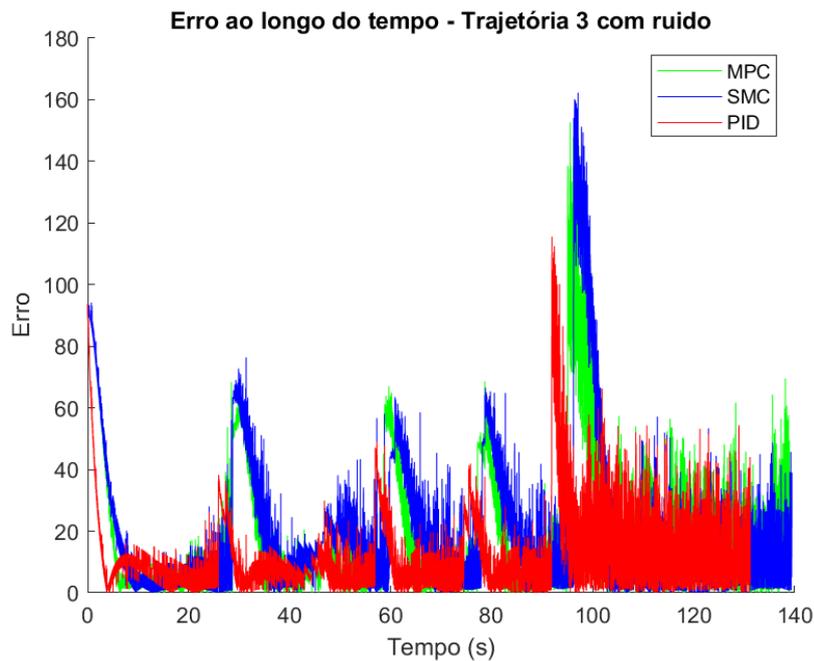


Figura 5.47: Erro absoluto considerando distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3.

Para a IAE, Figuras 5.49 a 5.52, pode-se observar que na trajetória 1, Figura 5.49, os controladores MPC e SMC começam com valores de erro acumulativo similares, mas o MPC acaba acumulando menos erro que o SMC conforme o tempo avança, isso indica que o MPC está sendo mais eficiente em minimizar erros ao longo do

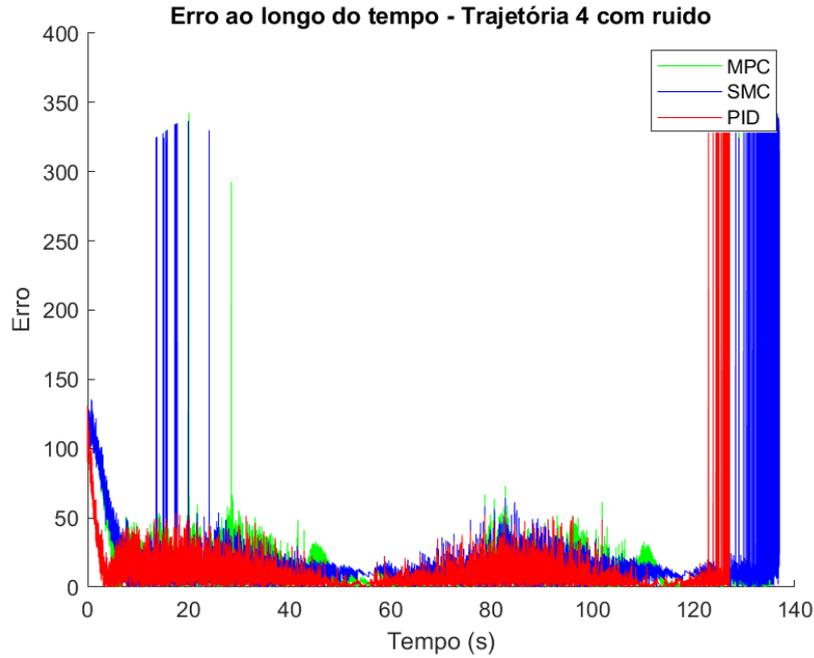


Figura 5.48: Erro absoluto considerando distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4.

tempo para esta trajetória. Já o PID apresenta um erro acumulado muito superior ao dos outros dois controladores.

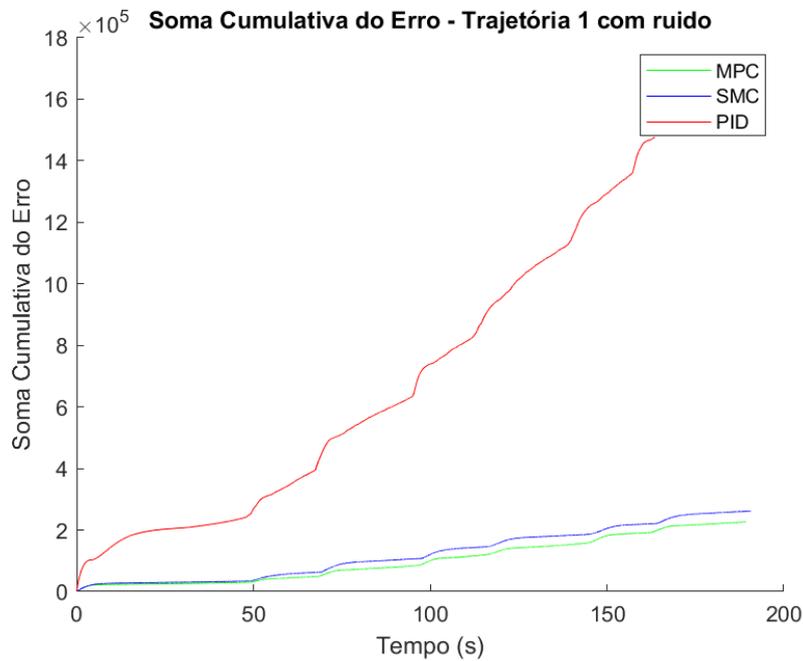


Figura 5.49: IAE considerando distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1.

Na trajetória 2, Figura 5.50, observa-se um comportamento semelhante ao da trajetória 1, onde o MPC acumula menos erro que o SMC ao longo do tempo, o

que reforça a ideia de que o MPC é consistentemente melhor em controlar o erro de trajetória na presença de distúrbios. Já o PID seguiu acumulando mais erro.

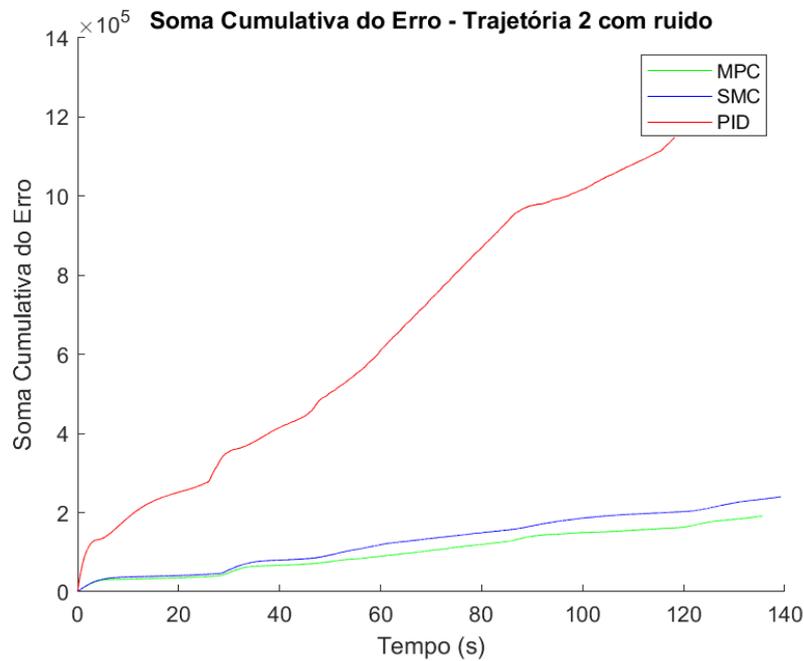


Figura 5.50: IAE considerando distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2.

Nas trajetórias 3 e 4, Figuras 5.51 e 5.52, o padrão observado nas trajetórias anteriores se repete, com o MPC e SMC apresentando uma soma de erro significativamente menor em comparação com o PID.

Assim, o MPC se mostra mais eficaz em minimizar a integral do erro absoluto (IAE) para todas as trajetórias analisadas, o que indica que o MPC pode ser uma escolha mais robusta para aplicações onde a precisão na trajetória é crítica e onde erros acumulados devem ser minimizados.

A superioridade do MPC nas quatro trajetórias indica que ele pode ser mais adaptável a diferentes condições de trajetória ou mais eficiente em responder a informações sobre o estado futuro do veículo e suas condições de operação.

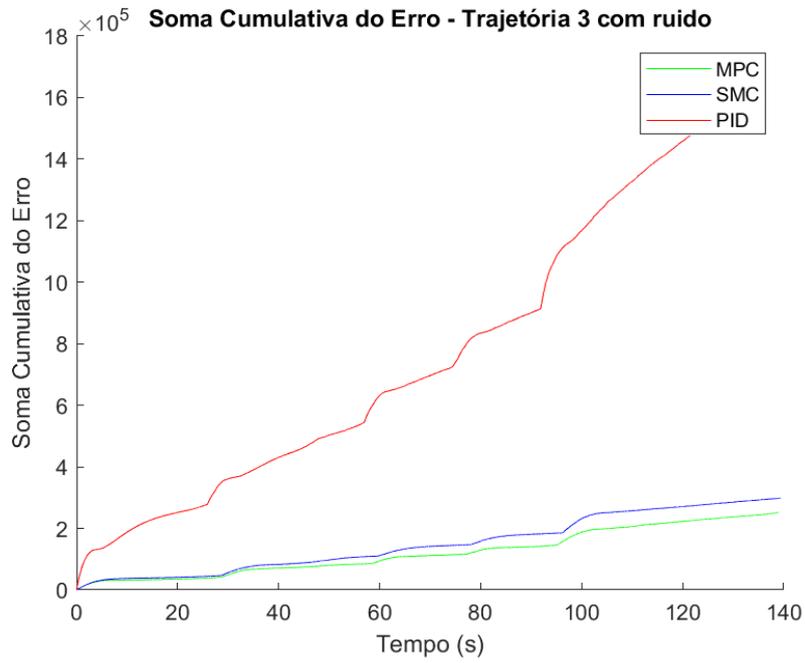


Figura 5.51: IAE considerando distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3.

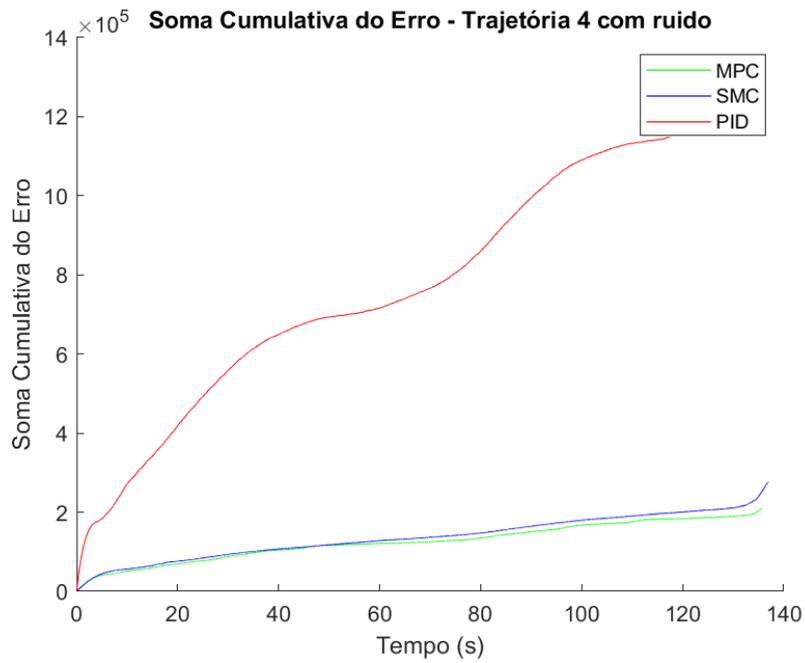


Figura 5.52: IAE considerando distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4.

## Considerando os Efeitos da Correnteza

As Figuras 5.53 a 5.56, apresentam os gráficos de erros absolutos, comparando o desempenho dos controladores PID, MPC e SMC, considerando a presença de correnteza, para cada trajetória proposta.

Na trajetória 1, Figura 5.53, é possível observar picos de erro elevados para os controladores, especialmente nos momentos de mudança de direção.

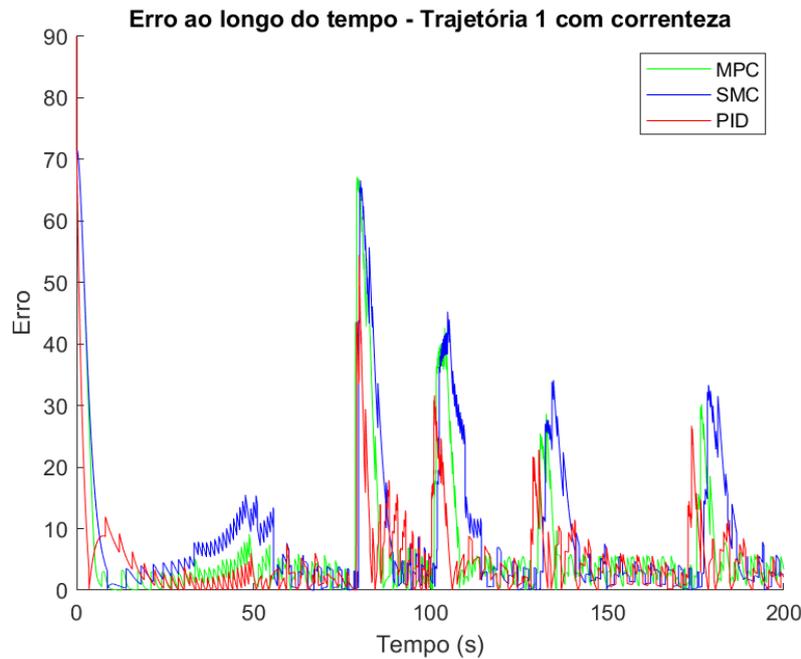


Figura 5.53: Erro absoluto considerando correntes no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1.

Na trajetória 2, Figura 5.54, embora todos os controladores enfrentem desafios, especialmente em momentos de mudanças bruscas de direção, o MPC mostra menor amplitude nos picos de erro, sugerindo que lida melhor com a presença dos distúrbios ambientais.

Na trajetória 3, Figura 5.55, o MPC demonstra maior capacidade de lidar com correnteza, mantendo um perfil de erro mais baixo em comparação ao SMC, que exibe picos altos e mais frequentes.

Na trajetória 4, Figura 5.56, o MPC se destaca por manter um erro significativamente menor ao longo do tempo, enquanto o SMC apresenta mais dificuldade para manter o controle.

Já ao analisar a IAE, Figuras 5.57 a 5.60, para o rastreamento dos *waypoints* das trajetórias na presença de correntes, é possível observar que:

Na trajetória 1, Figura 5.57, o PID acumula erro mais rapidamente que o MPC e o SCM, o que sugere que o MPC e o SCM são mais eficazes em mitigar o efeito das correntes nesta trajetória específica.

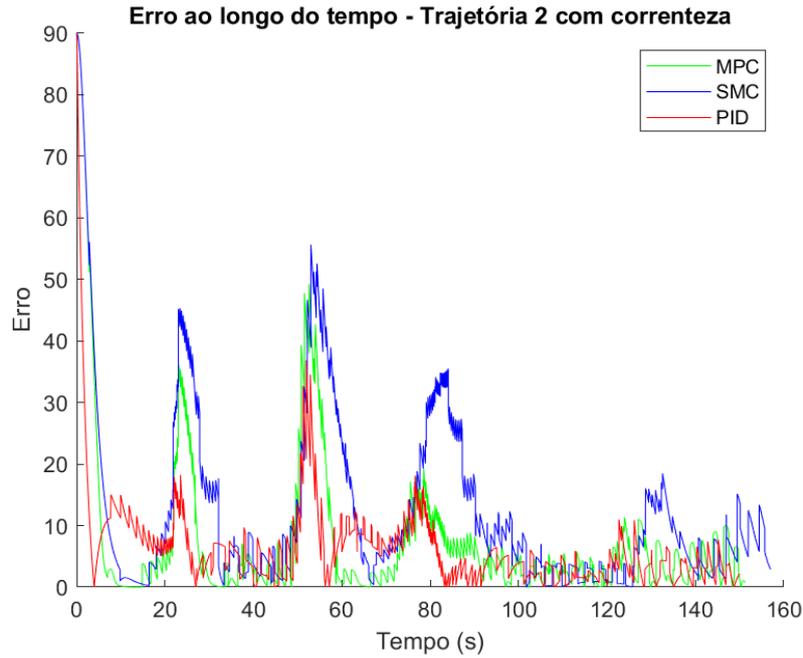


Figura 5.54: Erro absoluto considerando correntes no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2.

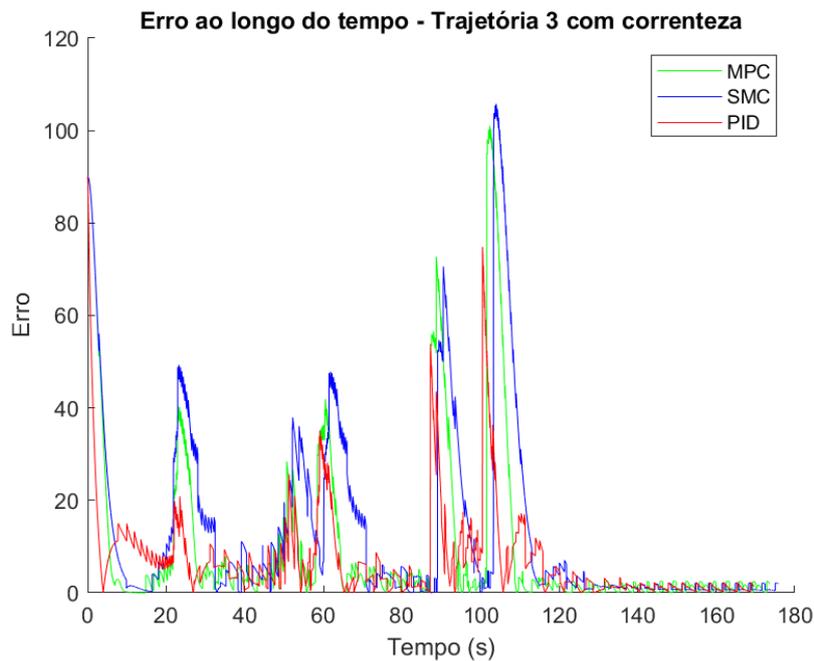


Figura 5.55: Erro absoluto considerando correntes no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3.

Na trajetória 2, Figura 5.58, o MPC mantém vantagem sobre o SMC em termos de acumulação de erro. O MPC mostra uma tendência de acumular menos erro ao longo do tempo, indicando uma capacidade superior de ajuste ou predição nas condições alteradas pela corrente. Já o PID apresenta uma maior soma cumulativa

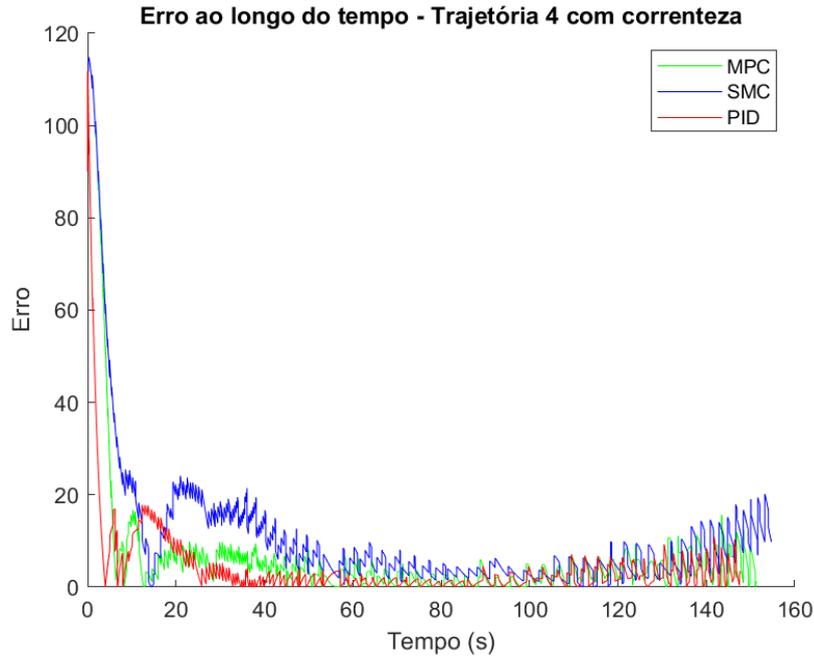


Figura 5.56: Erro absoluto considerando correntes no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4.

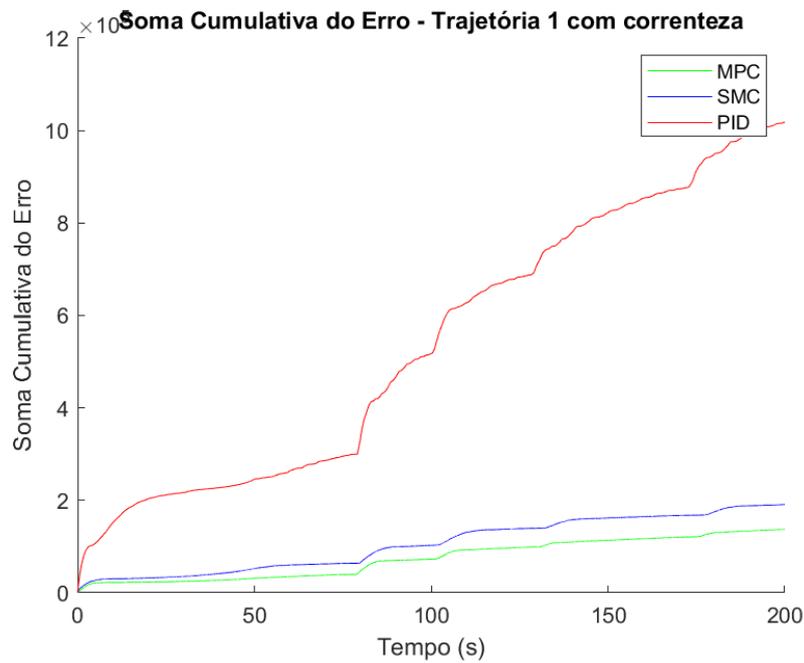


Figura 5.57: IAE considerando a correntes no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1.

do erro, indicando pior desempenho.

Na trajetória 3, Figura 5.59, a diferença entre o MPC e o SMC é menos acentuada. Já o PID continua com alta tendência no acúmulo de erro.

Na trajetória 4, Figura 5.60, a diferença entre os controladores é bem evidente,

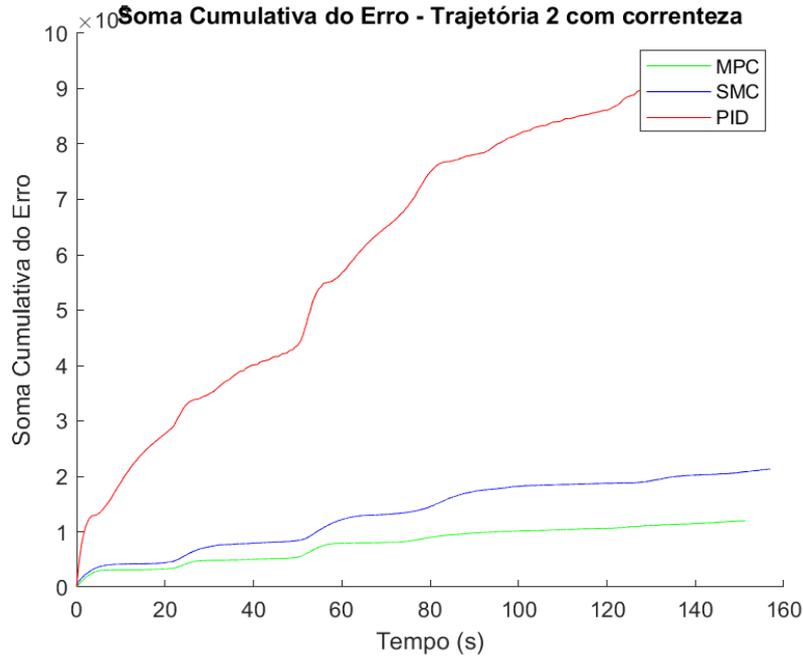


Figura 5.58: IAE considerando correntes no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2.

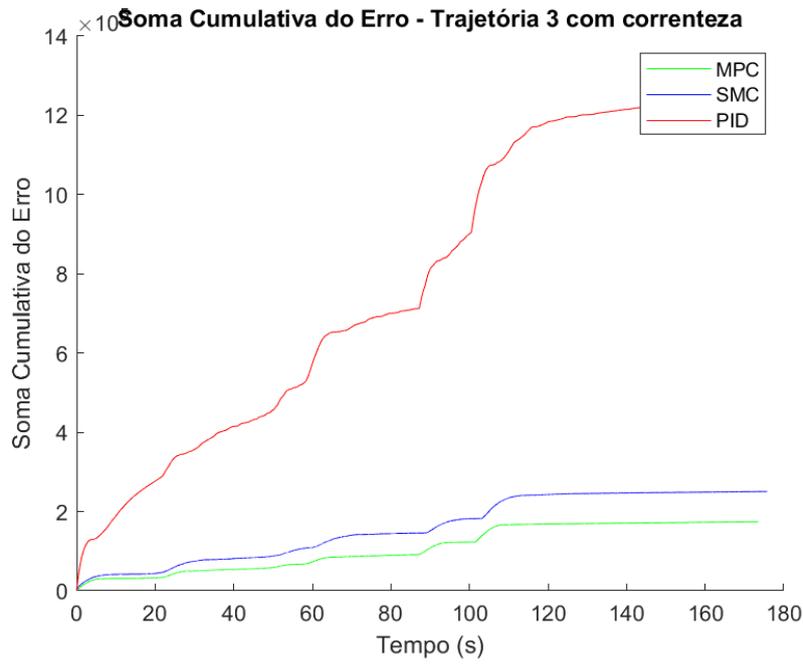


Figura 5.59: IAE considerando correntes no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3.

com o MPC apresentando um desempenho melhor em relação ao SMC e ao PID. O SMC acumula erro mais rapidamente que o MPC, e, o PID por sua vez acumula erro ainda mais rapidamente que os outros dois controladores, o que pode indicar uma menor capacidade de adaptar-se ou corrigir desvios causados por correntes

marítimas.

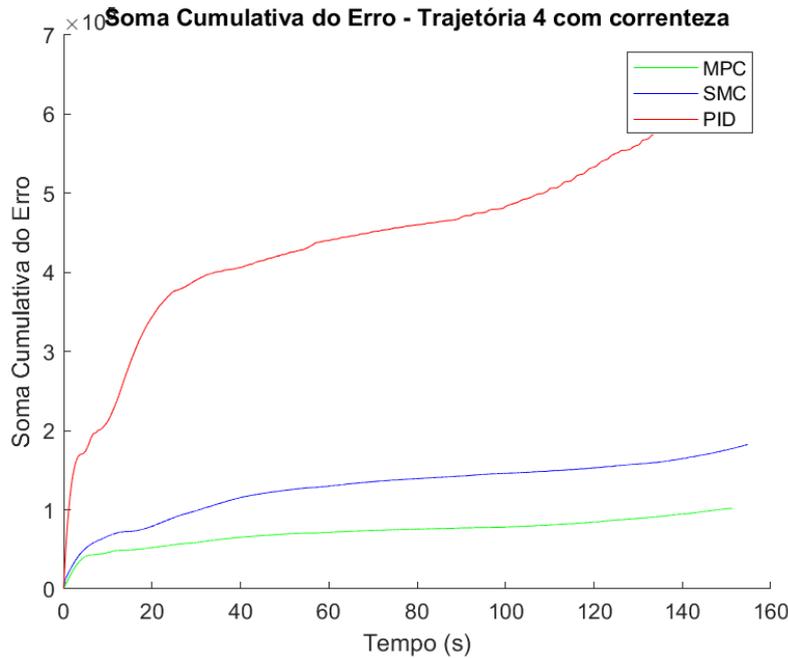


Figura 5.60: IAE considerando correntes no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4.

Assim, na presença de correnteza, o controlador MPC é mais robusto e eficaz em comparação com os controladores SMC e PID. O MPC mostrou um melhor desempenho em termos de acumulação de erro sob a influência de correntes, sugerindo que sua capacidade de prever e ajustar a trajetória supera o SMC.

### Considerando os Efeitos de Correnteza e Distúrbios

As Figuras 5.61 a 5.64 apresentam os gráficos de erros absolutos, comparando o desempenho dos controladores PID, MPC e SMC, considerando a presença de correntes e distúrbios, para cada trajetória proposta.

Na trajetória 1, Figura 5.61, é possível observar que o comportamento dos controladores é similar ao observado com o na presença de distúrbios, onde o MPC mantém erros mais baixos e uma resposta mais consistente em comparação ao SMC e ao PID.

Na trajetória 2, Figura 5.62, embora os controladores enfrentem desafios, o MPC mostra menor amplitude nos picos de erro, sugerindo que lide melhor com a presença de ruídos e distúrbios ambientais.

Na trajetória 3, Figura 5.63, os controladores apresentam picos elevados de erro, porém o MPC se destaca por apresentar menor erro ao longo do tempo.

Na trajetória 4, Figura 5.64, os controles apresentam picos de erro consideráveis em torno de 15 segundos, que representa a dificuldade dos controladores alcançarem

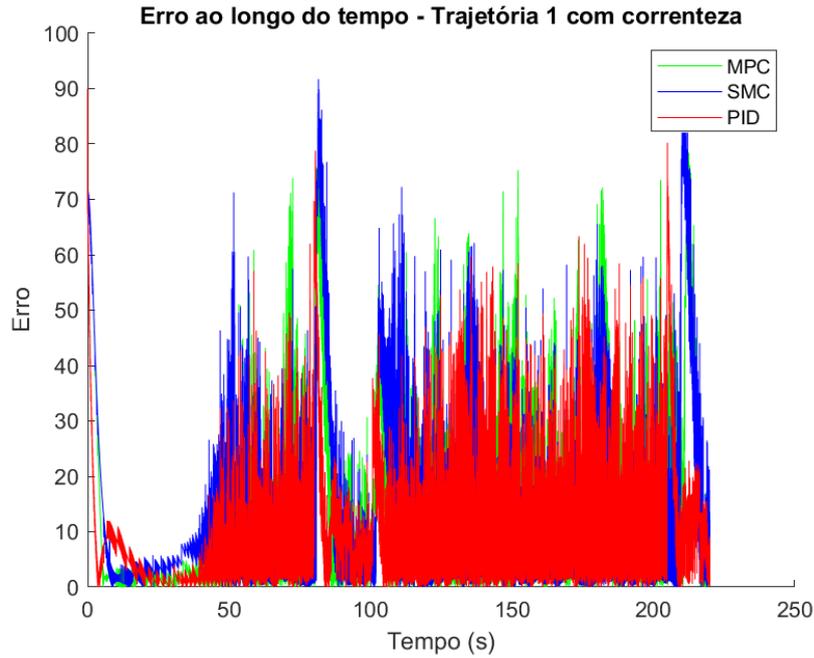


Figura 5.61: Erro absoluto considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1.

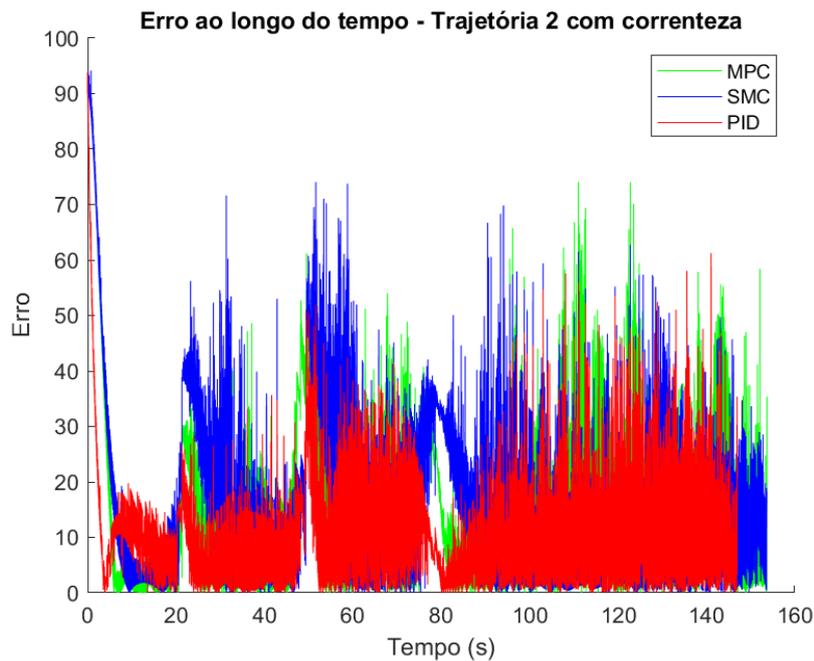


Figura 5.62: Erro absoluto considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2.

a trajetória de referência.

Já ao analisar a IAE, Figuras 5.65 a 5.68, para o rastreamento dos *waypoints* das trajetórias na presença de correntes e distúrbios, é possível observar que:

Na trajetória 1, Figura 5.57, o SMC e o MPC acumulam erro praticamente na

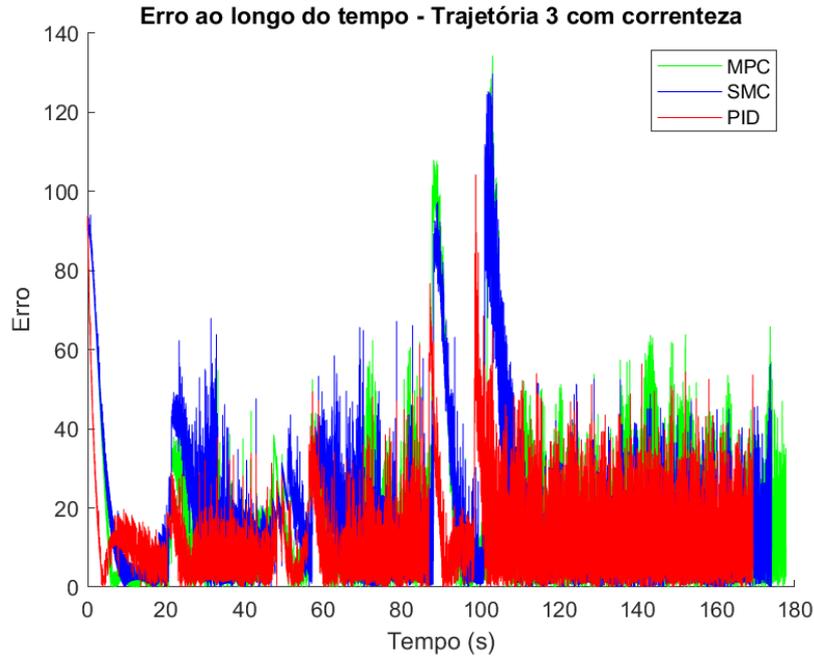


Figura 5.63: Erro absoluto considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3.

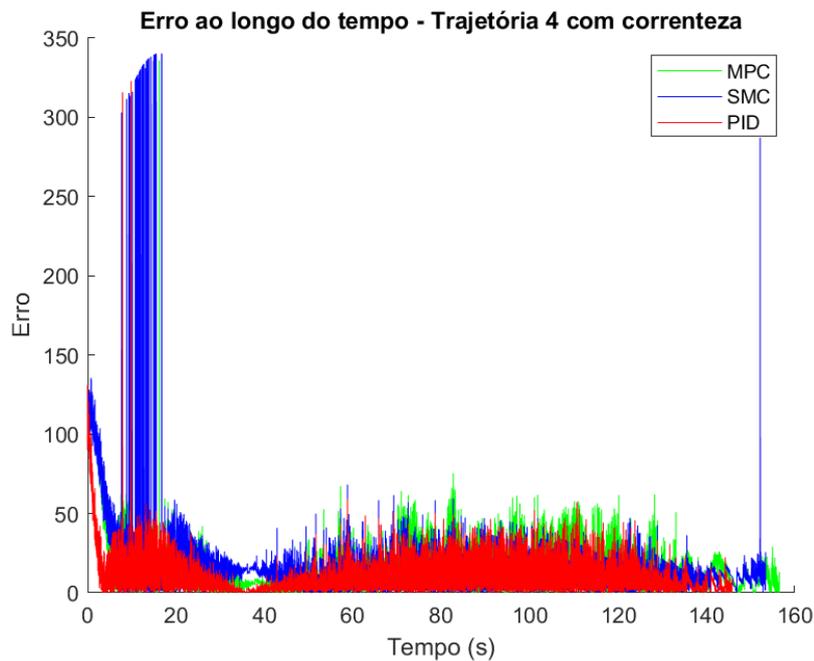


Figura 5.64: Erro absoluto considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4.

mesma taxa que o SMC, tendo o SMC adquirido um erro inicial superior ao do MPC, já o PID continua acumulando mais erro que os outros dois controladores.

Na trajetória 2, Figura 5.58, o MPC e o SCM mantém uma vantagem consistente sobre o PID em termos de acumulação de erro, tendo o MPC acumulado menos erro

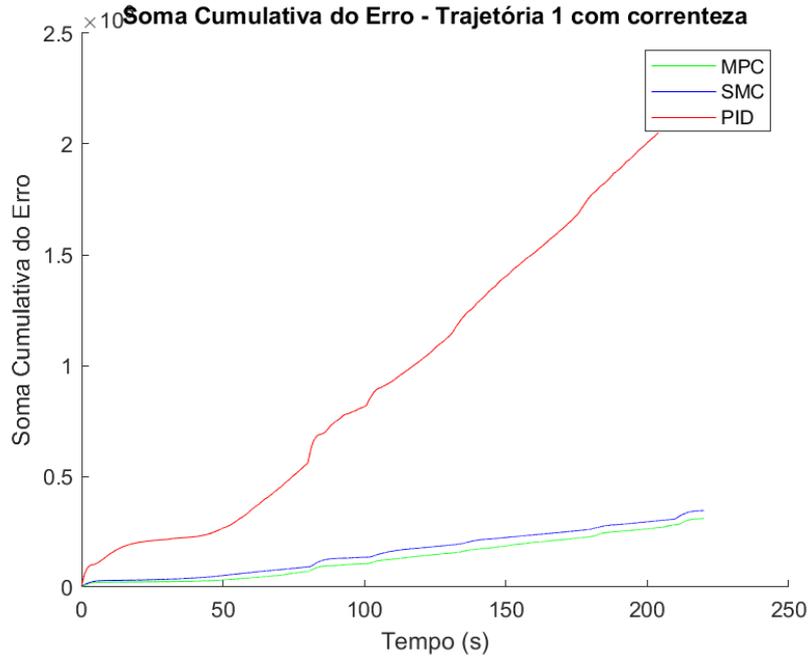


Figura 5.65: IAE considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1.

que o SMC ao longo do tempo, indicando uma capacidade superior de ajuste ou predição nas condições alteradas pela corrente e distúrbio.

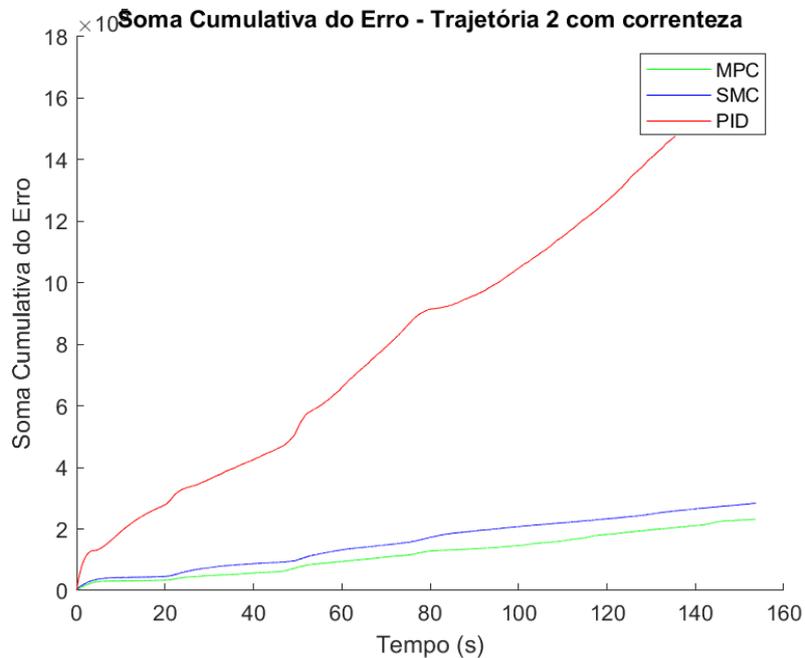


Figura 5.66: IAE considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2.

Nas trajetórias 3 e 4, Figuras 5.59 e 5.60, a diferença entre o MPC e o SMC é menos acentuada, com ambos os controladores mostrando aumentos similares de

erro. Porém, o MPC continua seguindo com menor IAE, comprovando eficácia em minimizar o erro acumulado. Já o PID permanece com o maior IAE, confirmando sua dificuldade em controlar trajetórias no cenário com distúrbio e corrente.

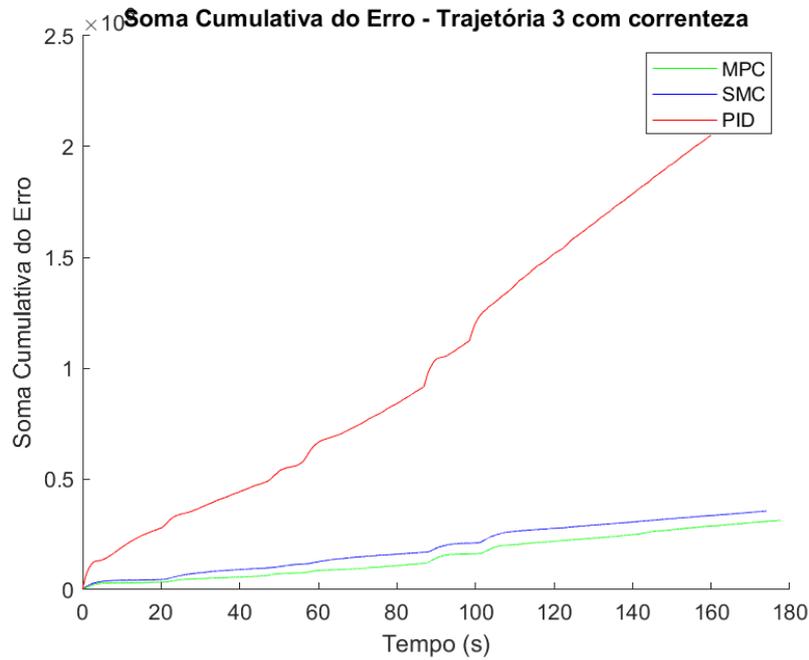


Figura 5.67: IAE considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3.

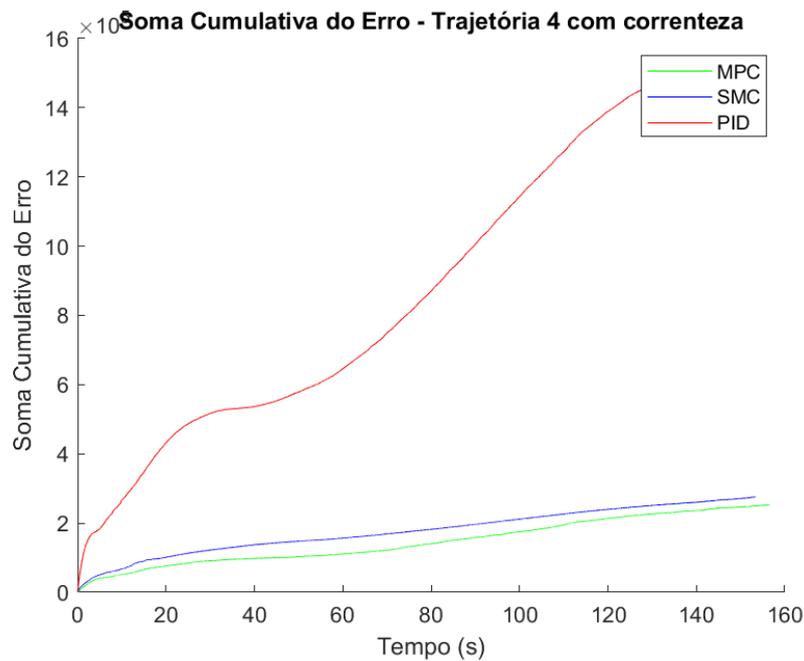


Figura 5.68: IAE considerando correntes e distúrbios no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4.

## 5.5.2 Consumo de Energia

O consumo de energia foi avaliado através do quadrado do sinal de controle e da mudança absoluta do sinal de controle.

### Quadrado do Sinal de Controle

Esta métrica mede a quantidade total de energia consumida pelo veículo com base no quadrado do sinal de controle (ângulo do leme). É uma aproximação do esforço feito para manter o veículo na trajetória. É calculado como a soma dos quadrados dos valores do ângulo do leme ao longo do tempo, ou seja,

$$\text{ConsumodeEnergia} = \sum (\delta_i^2 dt) \quad (5.2)$$

onde  $\delta_i$  é o ângulo do leme a cada instante.

As Figuras 5.69, 5.70, 5.71 e 5.72 apresentam a comparação feita para o consumo de energia no rastreamento das diferentes trajetórias propostas, onde a barra azul em cada gráfico indica o caso ideal e a barra laranja o caso mais complexo onde o VSA é submetido à influência de correnteza e distúrbios. Pode-se notar que para todas as trajetórias, o SMC apresentou menor consumo de energia em ambos os cenários comparados, tendo o PID apresentado um consumo de energia muito superior ao SMC e ao MPC.

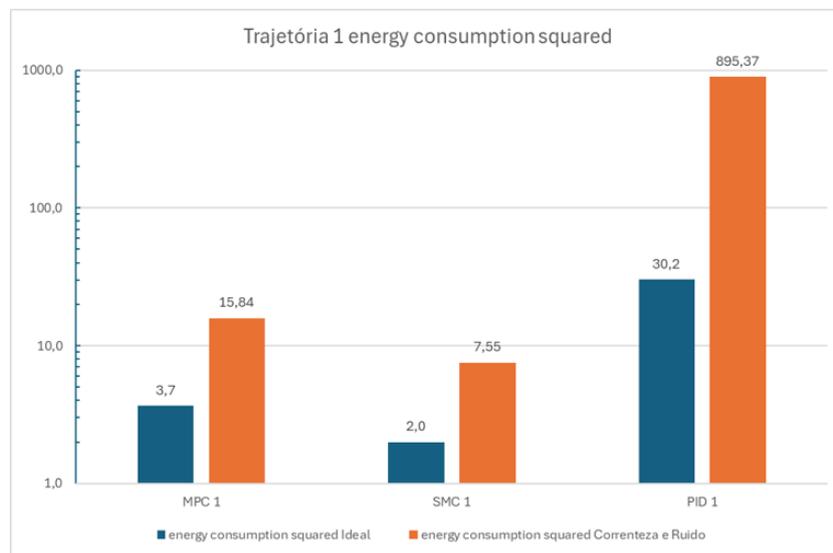


Figura 5.69: Consumo de energia no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1.

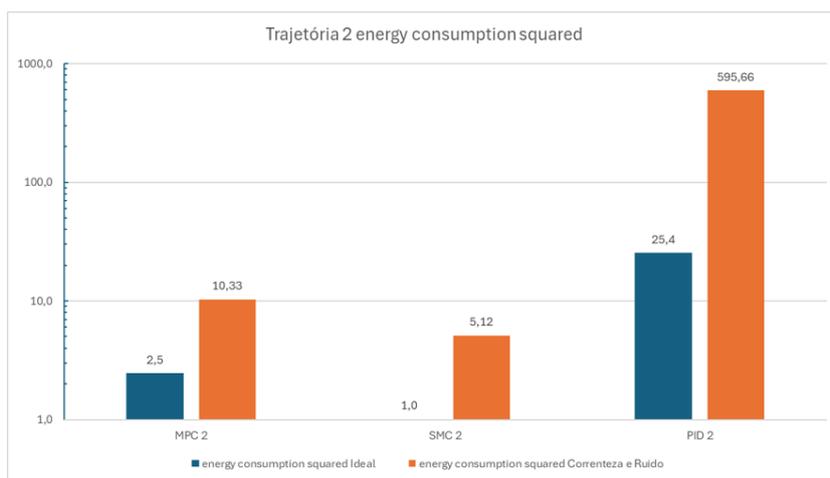


Figura 5.70: Consumo de energia no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2.

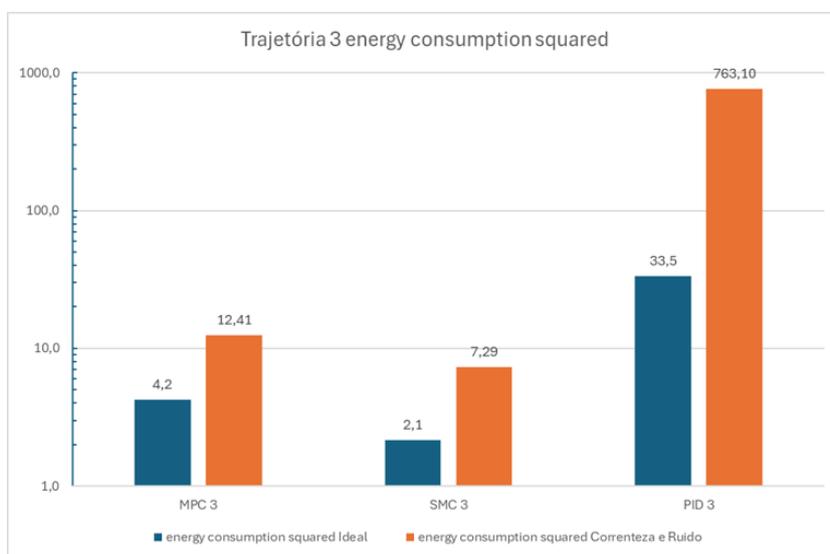


Figura 5.71: Consumo de energia no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3.

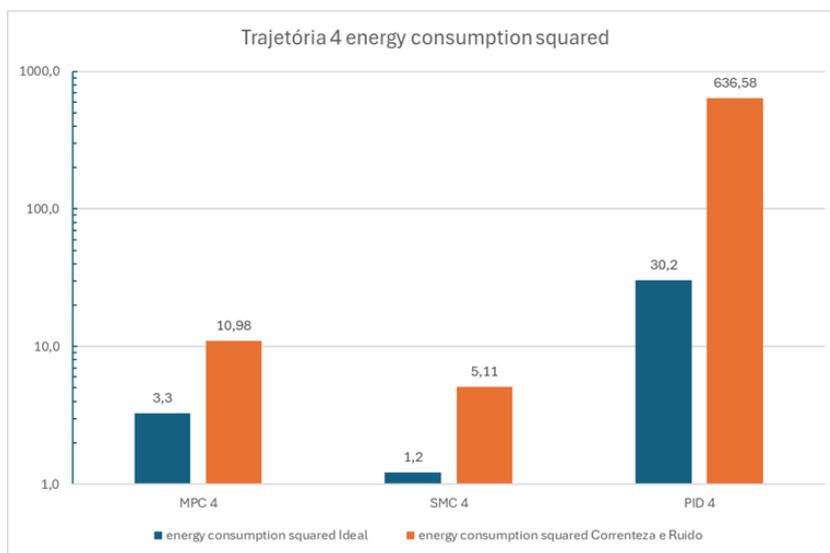


Figura 5.72: Consumo de energia no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4.

## Mudança Absoluta

Esta métrica é similar à anterior, mas foca na mudança absoluta do ângulo do leme entre dois momentos consecutivos, refletindo a energia necessária para ajustar o leme. É calculado como:

$$\text{ConsumodeEnergia} = \sum |\delta_i - \delta_{i-1}| \quad (5.3)$$

onde  $\delta_i$  é o valor do ângulo do leme no instante  $i$  e  $\delta_{i-1}$  é o valor do ângulo do leme no instante anterior.

As Figuras 5.73, 5.74, 5.75 e 5.76 apresentam a comparação feita para o consumo de energia necessária para ajustar o ângulo do leme entre dois momentos consecutivos no rastreamento das diferentes trajetórias propostas, onde a barra verde em cada gráfico indica o caso ideal e a barra roxa o caso mais complexo onde o VSA é submetido à influência de correnteza e distúrbios. Observa-se que, ao se considerar a análise do esforço do leme, no geral, ao utilizar o MPC, apresenta menor consumo de energia que para os outros dois controladores avaliados, ficando o SMC muito próximo ao se considerar o caso ideal mas bem discrepante ao se aumentar a complexidade das condições impostas pelos cenários. Já para o PID foi calculado um consumo de energia bem superior em relação aos outros controladores.

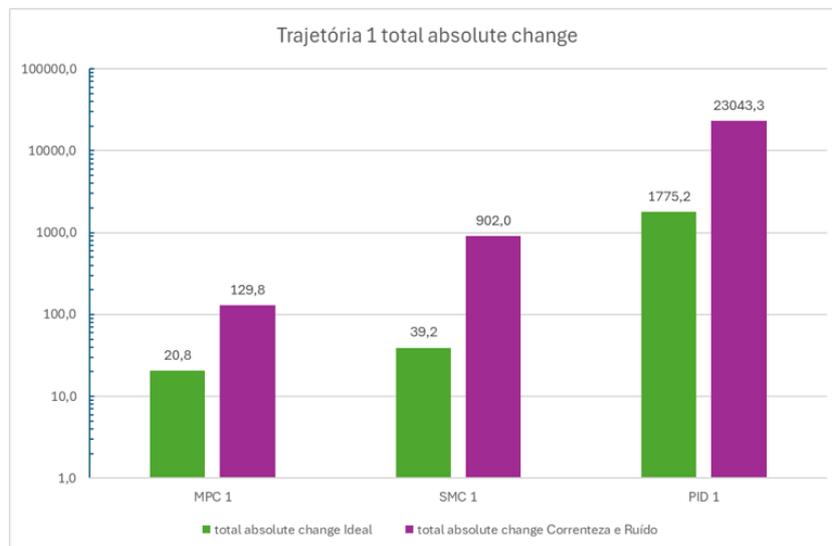


Figura 5.73: Consumo de energia no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 1.

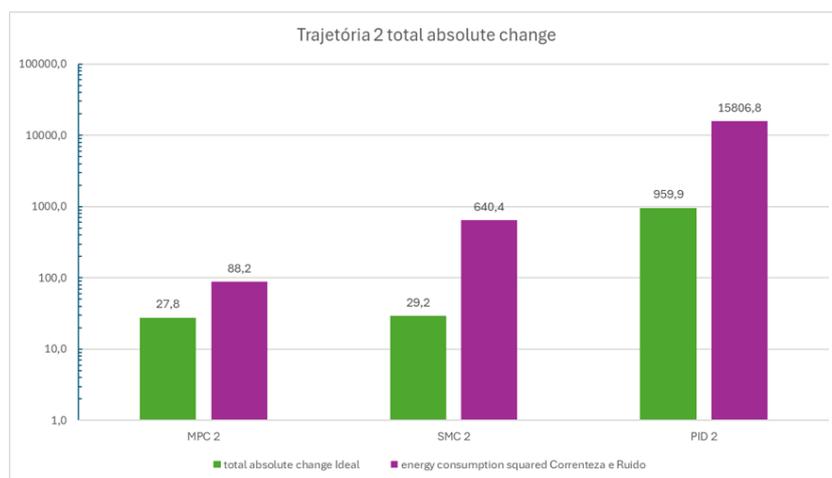


Figura 5.74: Consumo de energia no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 2.

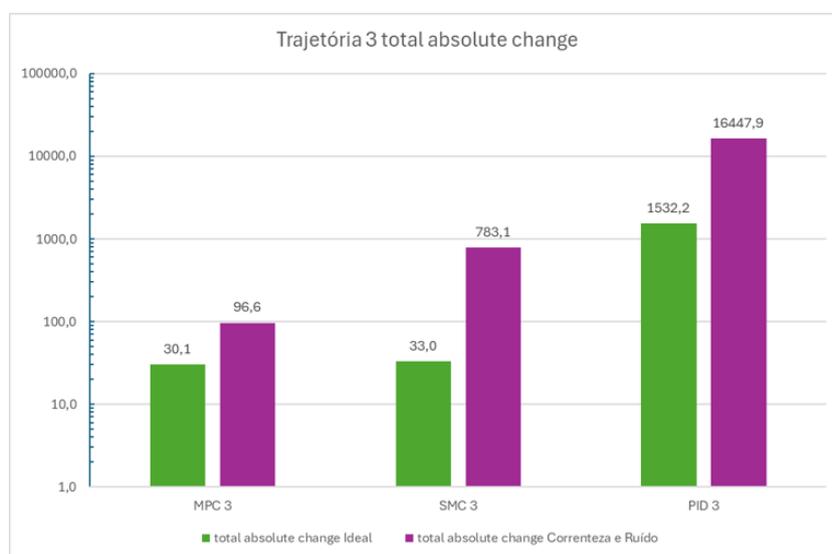


Figura 5.75: Consumo de energia no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 3.

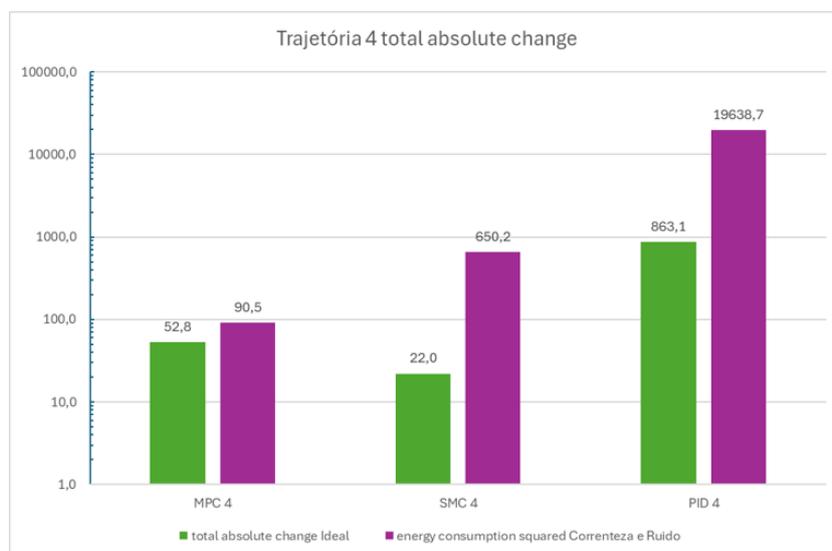


Figura 5.76: Consumo de energia no rastreamento dos *waypoints* da trajetória 4.

## 5.6 Conclusão

Neste capítulo é realizado o estudo comparativo entre as estratégias de controle PID, MPC e SMC no controle de movimento de um VSA. O material de referência é o trabalho de Mendonça [3] que aplica o SMC ao controle de direção. A comparação foi realizada através de simulações do acompanhamento de diferentes trajetórias variando cenários. Foi utilizada uma adaptação do piloto automático de direção do VSA desenvolvido por [3], onde o método de guiagem adotado foi baseado na guiagem pela linha de visada do veículo e as trajetórias foram geradas a partir de métodos de interpolação cúbica para interligar *waypoints* pré-programados. Os resultados mostram que as estratégias de controle se mostraram adequadas no acompanhamento das trajetórias, sendo que o MPC por encontrar sequências de controle ideais para rastrear as trajetórias, considerando os estados restantes, apresenta menores erros, e portanto, desempenho melhor. Já o controle PID se mostrou suficiente para o caso ideal mas mostrou menor desempenho quando o cenário se torna mais desafiador. Os gráficos de erros mostram como os erros flutuam em resposta a mudanças na trajetória ou em resposta a distúrbios externos e em resposta às condições do ambiente. Eles exibem uma tendência decrescente, indicando que o veículo está corrigindo sua trajetória de acordo com a trajetória planejada. O MPC apresentou um desempenho superior tanto na presença de distúrbios quanto na presença de correntezas e de distúrbios e correntezas. Ele se mostrou capaz de manter um perfil de erro mais baixo e mais consistente, o que indica uma melhor capacidade de previsão e ajuste em condições adversas. O SMC apresentou maior variabilidade nos erros, o que pode ser problemático em aplicações onde a consistência e a previsibilidade são cruciais, porém o SMC oferece uma abordagem robusta, com menos oscilações, mas com possível perda de precisão em relação ao MPC, no entanto, a precisão do MPC pode ser limitada pela qualidade do modelo utilizado. O PID, por ser o mais simples dos três controladores, tem mais dificuldade para manter a precisão em trajetórias mais complexas ou em condições dinâmicas, assim como também apresenta esforço de controle e consumo de energia muito maior que os outros controladores avaliados, não sendo ideal para condições altamente perturbadas sem ajustes adicionais.

# Capítulo 6

## Conclusão e Trabalhos Futuros

No presente trabalho foram comparadas as técnicas PID, MPC e SMC no rastreamento de trajetórias. A escolha por modelar a dinâmica do veículo subatuado que possui 6 DOF separando-os em subsistema lateral e subsistema longitudinal, de forma a ter a ordem reduzida pelo desacoplamento dos DOF, torna mais simples a modelagem dinâmica da planta. Para o projeto de controle, foram projetados controladores PID, MPC e SMC, assumindo todos os estados controláveis e observáveis, a fim de analisar e comparar as técnicas.

O controlador PID foi escolhido por ser de fácil implementação, o SMC foi escolhido por ser um controlador robusto e lidar bem com as incertezas inerentes do modelo, já o MPC foi escolhido pelo fato de lidar com sistemas MIMO e com restrições. A comparação entre as técnicas foi realizada para, antes de considerar o movimento acoplado, analisar a viabilidade do uso do controlador MPC no piloto automático do VSA.

Os resultados das simulações mostraram que o MPC foi eficiente, o erro entre a trajetória e a referência ficou menor para o MPC que para o SMC, o que é justificado pelo fato do MPC buscar uma sequência de controle ideal no rastreamento das trajetórias, porém o MPC utiliza maior esforço de controle já que o problema de otimização é resolvido a cada instante de tempo. Algumas técnicas para reduzir a energia são propostas na literatura. Nas simulações os controladores simulados rastream as trajetórias de referência adequadamente e forneceram desempenho robusto. O MPC, apesar do horizonte finito, possui muitas características do controle ótimo, como a robustez contra erros de modelagem.

O MPC apresentou um desempenho superior tanto na presença de distúrbios quanto na presença de correntes. Ele foi capaz de manter um perfil de erro mais baixo e mais consistente, o que indica uma melhor capacidade de previsão e ajuste em condições adversas. O SMC, apesar de ter sido eficaz em algumas situações, mostrou maior variabilidade nos erros, o que pode ser problemático em aplicações onde a consistência e a previsibilidade são cruciais.

A escolha entre o MPC e o SMC pode depender não apenas do desempenho geral, mas também das condições operacionais esperadas, das características específicas das trajetórias que o VSA precisa seguir e das características específicas das correntes marítimas.

Assim, para aplicações onde o veículo enfrenta variações ambientais frequentes e severas, o MPC é a escolha preferida devido à sua robustez e confiabilidade. Já o SMC pode ser considerado em condições onde os requisitos de controle não são tão estritos ou onde a simplicidade do controlador é a prioridade.

Como o MPC utiliza o modelo dinâmico do sistema para fazer previsões, um modelo que caracterize melhor a dinâmica é fundamental para que haja a seleção eficaz das melhores ações de controle, o que além de aumentar o desempenho do controlador, pode reduzir a complexidade computacional do algoritmo MPC.

A escolha por analisar a resposta do MPC faz parte do início de um estudo mais amplo onde o objetivo é se beneficiar das vantagens do MPC no que diz respeito a utilização de sistemas MIMO, satisfazer restrições e antecipar eventos futuros visando controle do veículo considerando o modelo acoplado com 6 DOF, controle de formação e rastreamento de trajetória.

As contribuições desta dissertação são a implementação do MPC para guiagem do VSA e comparação com a técnica SCM. A continuidade deste trabalho pode ser dada através das seguintes atividades:

- Implementação da técnica de controle proposta MPC;
- Implementação do controle de profundidade e de velocidade, juntamente com o de direção, uma vez que o MPC lida bem com múltiplas entradas e saídas e restrições de estado e entrada.
- Utilização de modelo que caracterize melhor a dinâmica através de projeto de estimador de estado que contemple a identificação dos parâmetros;
- Melhorar o projeto do PID para verificar o comportamento nos cenários que apresentam não linearidades (sintonia ou associação com outras técnicas);
- Projeto de controle de formação e rastreamento da trajetória, prevenindo colisões;
- Desenvolver o bloco de navegação para o projeto do piloto automático.

# Referências Bibliográficas

- [1] FOSSEN, T. I. *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. John Wiley & Sons Ltd., 2011.
- [2] BEHRENDT, M. “MPC scheme basic — Wikimedia Commons, the free media repository”. 2024. Disponível em: <[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:MPC\\_scheme\\_basic.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:MPC_scheme_basic.svg)>. [Online; accessed 20-May-2024].
- [3] MENDONÇA, E. C. *Piloto Automático de Direção Aplicado a um Veículo Autônomo Submarino*. Dissertação de M.Sc., Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2020.
- [4] SNAME. *Nomenclature for Treating the Motion of a Submerged Body Through a Fluid: Report of the American Towing Tank Conference*. Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1950.
- [5] NETO, W., MOURA, A., SILVA, R., et al. “Development of a Propeller for an Autonomous Underwater Vehicle with a Hull Geometry of the DARPA SUBOFF Model”. 05 2018. doi: 10.26678/ABCM.CONEM2018.CON18-1487.
- [6] BEIRÃO, A. P., MARQUES, M., RUSCHEL, R. R. *Valor do Mar: Uma visão integrada dos recursos do oceano do Brasil*. Essential Idea Editora, 2018.
- [7] FOSSEN, T. I. *Marine Control Systems: Guidance, Navigation, and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Marine Cybernetics, Trondheim, Norway, 2002.
- [8] DE OLIVEIRA, M. “Robôs aquáticos”, *Pesquisa Fapesp*, 2007.
- [9] BARROS, E., FREIRE, L., DANTAS, J. “Development of the Pirajuba AUV”. v. 43, 09 2010. doi: 10.3182/20100915-3-DE-3008.00063.
- [10] BRASIL. *Livro Branco de Defesa Nacional*. 2012. Disponível em <https://www.defesa.gov.br/index.php/estado-e-defesa/estrategia-nacional-de-defesa>.

- [11] OGATA, K. *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, 2010.
- [12] FOSSEN, T. I. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. John Wiley & Sons Ltd, 1994.
- [13] FOSSEN, T. I., FJELLSTAD, O.-E. “Nonlinear modelling of marine vehicles in 6 degrees of freedom”, *Mathematical Modelling of Systems*, v. 1, n. 1, pp. 17–27, 1995. doi: 10.1080/13873959508837004. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/13873959508837004>>.
- [14] GOULART, C. *Modelagem, Simulação e Controle de um Veículo Submarino de Operação Remota*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007.
- [15] CUNHA, J. P. V. S. *Projeto e Estudo de Simulação de um Sistema de Controle a Estrutura Variável de um Veículo Submarino de Operação Remota*. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, BRASIL, 1992.
- [16] VERVOORT, J. *Modeling and Control of an Unmanned Underwater Vehicle*. In: Report 236146, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 2008.
- [17] LUQUE, J. C. C. *Controle Robusto Multivariável para um Veículo Submersível Autônomo*. Dissertação de M.Sc., Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 2007.
- [18] LUQUE, J. C. C. *Identificação e Controle de um Veículo Submersível Autônomo Sub-atuado*. Tese de D.Sc., Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 2012.
- [19] ESTRELA DA SILVA, J., TERRA, B., MARTINS, R., et al. “Modeling and Simulation of the LAUV Autonomous Underwater Vehicle”, *Conference: 13th IEEE IFAC International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, 2007.
- [20] FARHAN, M., BHATTI, A., KAMAL, W., et al. “Sliding mode based MIMO control of autonomous underwater vehicle”. In: *2017 11th Asian Control Conference (ASCC)*, pp. 2899–2904. IEEE, 2017. ISBN: 9781509015733.
- [21] AKCAKAYA, H., YILDIZ, H., SAGLAM, G., et al. “Sliding mode control of autonomous underwater vehicle”. In: *2009 International Conference on Electrical and Electronics Engineering - ELECO 2009*, pp. II-332–II-336. IEEE, 2009. ISBN: 142445106X.

- [22] CHEN, C.-W., KOUH, J.-S., TSAI, J.-F. “Modeling and Simulation of an AUV Simulator With Guidance System”, *IEEE journal of oceanic engineering*, v. 38, n. 2, pp. 211–225, 2013. ISSN: 0364-9059.
- [23] VAHID, S., JAVANMARD, K. “Modeling and control of autonomous underwater vehicle (AUV) in heading and depth attitude via PPD controller with state feedback”. 10 2016.
- [24] WU, B., HAN, X., HUI, N. “System Identification and Controller Design of a Novel Autonomous Underwater Vehicle”, *Machines (Basel)*, v. 9, n. 6, pp. 109, 2021. ISSN: 2075-1702.
- [25] YAO, X., WANG, X., WANG, F., et al. “Path Following Based on Waypoints and Real-Time Obstacle Avoidance Control of an Autonomous Underwater Vehicle”, *Sensors (Basel, Switzerland)*, v. 20, n. 3, pp. 795, 2020. ISSN: 1424-8220.
- [26] DU, X., CHEN, D., YAN, Z. “Research on control method of unmanned underwater vehicle dynamic positioning based on energy consumption optimization”, *International journal of advanced robotic systems*, v. 17, n. 5, pp. 172988142093383, 2020. ISSN: 1729-8806.
- [27] LI, D., DU, L. “AUV Trajectory Tracking Models and Control Strategies: A Review”, *Journal of Marine Science and Engineering*, v. 9, n. 9, 2021. ISSN: 2077-1312. doi: 10.3390/jmse9091020. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2077-1312/9/9/1020>>.
- [28] LAKHWANI, D., ADHYARU, D. “Performance comparison of PD, PI and LQR controller of autonomous under water vehicle”. pp. 1–6, 11 2013. ISBN: 978-1-4799-0727-4. doi: 10.1109/NUiCONE.2013.6780183.
- [29] JAGTAP, P., RAUT, P., KUMAR, P., et al. “Control of Autonomous Underwater Vehicle using Reduced Order Model Predictive Control in Three Dimensional Space”, *IFAC-PapersOnLine*, v. 49, pp. 772–777, 2016. ISSN: 2405-8963. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.03.150.
- [30] GOMES, R. *An AUV Systems Model Predictive Control Approach*. Tese de PhD, Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2018.
- [31] YANG, N., CHANG, D., AMINI, M. R., et al. “Energy Management for Autonomous Underwater Vehicles Using Economic Model Predictive Control”. 06 2019.
- [32] SLOTINE, J.-J., LI, W. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991.

- [33] HEALEY, A., LIENARD, D. “Multivariable sliding mode control for autonomous diving and steering of unmanned underwater vehicles”, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 18, n. 3, pp. 327–339, 1993. ISSN: 0364-9059.
- [34] RAWLINGS, J. B. “Tutorial overview of model predictive control”, *IEEE Control Systems Magazine*, v. 20, pp. 38–52, 2000. doi: 10.1109/37.845037.
- [35] CAMACHO, E., BORDONS, C. *Model Predictive Control*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer London, 2013. ISBN: 9780857293985.
- [36] RAWLINGS, J., MAYNE, D., DIEHL, M. *Model Predictive Control: Theory, Computation, and Design*. 2017.
- [37] HU, Z., ZHU, D., CUI, C., et al. “Trajectory Tracking and Re-planning with Model Predictive Control of Autonomous Underwater Vehicles”, *Journal of Navigation*, v. 72, pp. 1–21, 09 2018. doi: 10.1017/S0373463318000668.
- [38] SUDIRMAN, S. “Model Predictive Control of Autonomous Underwater Vehicles Based on Horizon Optimization”, *JAREE (Journal on Advanced Research in Electrical Engineering)*, v. 4, 04 2020. doi: 10.12962/j25796216.v4.i1.109.
- [39] GOMES, R., PEREIRA, F. “Model Predictive Control for Autonomous Underwater Vehicles”, *Procedia Computer Science*, v. 150, pp. 19–27, 01 2019. doi: 10.1016/j.procs.2019.02.006.
- [40] BUDIYONO, A. “Model predictive control for autonomous underwater vehicle”, *Indian journal of marine sciences*, v. 40, n. 2, pp. 191–199, 2011. ISSN: 0379-5136.
- [41] SABACK, R. M., CONCEICAO, A. G. S., SANTOS, T. L. M., et al. “Non-linear Model Predictive Control Applied to an Autonomous Underwater Vehicle”, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 45, n. 3, pp. 799–812, 2020. doi: 10.1109/JOE.2019.2919860.
- [42] YAN, Z., GONG, P., ZHANG, W., et al. “Model predictive control of autonomous underwater vehicles for trajectory tracking with external disturbances”, *Ocean engineering*, v. 217, pp. 107884, 2020. ISSN: 0029-8018.
- [43] YAO, X., WANG, X., ZHANG, L., et al. “Model predictive and adaptive neural sliding mode control for three-dimensional path following of autonomous

underwater vehicle with input saturation”, *Neural computing applications*, v. 32, n. 22, pp. 16875–16889, 2020. ISSN: 0941-0643.

- [44] GONG, P., YAN, Z., ZHANG, W., et al. “Trajectory tracking control for autonomous underwater vehicles based on dual closed-loop of MPC with uncertain dynamics”, *Ocean engineering*, v. 265, pp. 112697, 2022. ISSN: 0029-8018.
- [45] SIEGWART, R., NOURBAKHSI, I. R. *Introduction to Autonomous Mobile Robots*. The MIT Press, 2004.
- [46] CRAIG, J. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Pearson Education International, 2005.
- [47] SICILIANO, B., SCIAVICCO, L., VILLANI, L., et al. *Robotics - Modelling, Planning and Control*. Springer, 2009.
- [48] MURRAY, R. M., LI, Z., SASTRY, S. S. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, 1994. This electronic edition is available from <http://www.cds.caltech.edu/~murray/mlswiki>.
- [49] GONZALEZ, L. A. *Design, Modelling and Control of an Autonomous Underwater Vehicle*. Bachelor of engineering, University of Western Australia, 2004.
- [50] FALTINSEN, O. M. *Sea Loads on Ships and Offshore Structures*. Cambridge University Press, 1990.
- [51] AVILA, J. P. J. *Modelagem e Identificação de Parâmetros Hidrodinâmicos de um Veículo Robótico Submarino*. Tese de D.Sc., Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 2008.
- [52] FOX, R. W., MCDONALD, A. T., PRITCHARD, P. J. *Introduction to Fluid Mechanics*. Wiley, 2004.
- [53] GERTLER, M., HAGEN, G. R. *Standard Equations of Motion for Submarine Simulation*. Relatório Técnico DTMB 2510, Naval Ship Research and Development Center, Washington D.C., 1967.
- [54] FELDMAN, J. *DTMSRDC Revised Standard Submarine Equations of Motion*. Relatório Técnico DTNSRDC-SPD-0393-09, Naval Ship Research and Development Center, Washington D.C., 1979.

- [55] IMLAY, F. H. *The Complete Expressions for Added Mass of a Rigid Body Moving in an Ideal Fluid*. Relatório Técnico DTMB 1528, David Taylor Model Basin, Washington D.C., 1961.
- [56] CHEN, C.-T. *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, 1998.
- [57] DECARLO, R., ZAK, S., MATTHEWS, G. “Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial”, *Proceedings of the IEEE*, v. 76, n. 3, pp. 212–232, 1988. doi: 10.1109/5.4400.
- [58] “Airfoil Tools”. 2024. Disponível em: <<http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=naca0024-il>>. [Online; accessed 18-June-2024].

# Apêndice A

## Descrição do Veículo

O veículo utilizado no trabalho de referência é o DARPA SUBOFF ML02 desenvolvido pelo Laboratório de Hidrodinâmica (LABHIDRO) da Diretoria de Desenvolvimento Nuclear da Marinha (DDNM) baseado no modelo DARPA SUBOFF criado pelo *David Taylor Research Center* (DTRC) através de programa financiado pela *Defence Advanced Research Projects Agency* (DARPA).

As dimensões do DARPA SUBOFF ML02 utilizadas neste trabalho são mostradas na tabela A.1:

Tabela A.1: Principais dimensões do DARPA SUBOFF ML02 [5] [3].

Descrição	Símbolo	DARPA SUBOFF ML02
Massa ( $kg$ )	$m$	177
Comprimento ( $m$ )	$L$	2.743
Dist. Max. Perpendiculares ( $m$ )	$L_{pp}$	2.683
Raio Máximo ( $m$ )	$R$	0.160
Volume Deslocado ( $m^3$ )	$\forall$	0.177
Superfície Molhada ( $m^2$ )	$S$	2.379

O veículo possui a forma geométrica do tipo torpedo, possui dois planos de simetria (planos  $xy$  e  $xz$ ). Os movimentos de rotação e submersão são efetuados por superfícies de controle idênticas denominadas leme horizontal, atuador responsável pelo ângulo de mergulho ( $\theta$ ), e leme vertical, atuador que faz com que o veículo altere seu ângulo de direção ( $\psi$ ) [3].

Os momentos de inércia são calculados considerando o casco do VSA como um cilindro maciço, da seguinte forma:

$$I_x = \frac{1}{2}mR^2 \quad (\text{A.1})$$

$$I_y = I_z = \frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}mL^2 \quad (\text{A.2})$$

onde  $m$ ,  $R$  e  $L$  são, respectivamente, a massa, o raio e o comprimento mostrados

na Tabela A.1. Os valores calculados para os momentos de inércia, no CG, são mostrados na Tabela A.2.

Tabela A.2: Momentos de Inércia.

Descrição	Símbolo	Valor
Momento de inércia em relação a $x_o$ ( $kgm^2$ )	$I_x$	2.26
Momento de inércia em relação a $y_o$ ( $kgm^2$ )	$I_y$	112.113
Momento de inércia em relação a $z_o$ ( $kgm^2$ )	$I_z$	112.113

# Apêndice B

## Considerações de Simetria para Matriz de Inércia

O número de parâmetros desconhecidos pode ser drasticamente reduzido usando as condições de simetria do corpo. De maneira geral, a matriz de massas resultante para um veículo com simetria no plano  $ij$  e no plano  $jk$  é formada pela intersecção [7]:

$$m_{ij} \cap_{jk} = m_{ij} \cap m_{jk}$$

Assim, de acordo com o formato do veículo submarino, a matriz de inércia,  $M$ , pode ser escrita das seguintes maneiras:

(i) Simetria no plano  $xy$  (base/topo)

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 & 0 & 0 & m_{16} \\ m_{21} & m_{22} & 0 & 0 & 0 & m_{26} \\ 0 & 0 & m_{33} & m_{34} & m_{35} & 0 \\ 0 & 0 & m_{43} & m_{44} & m_{45} & 0 \\ 0 & 0 & m_{53} & m_{54} & m_{55} & 0 \\ m_{61} & m_{62} & 0 & 0 & 0 & m_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

(ii) Simetria no plano  $xz$  (bombordo/boreste)

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} & 0 & m_{15} & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & m_{24} & 0 & m_{26} \\ m_{31} & 0 & m_{33} & 0 & m_{35} & 0 \\ 0 & m_{42} & 0 & m_{44} & 0 & m_{46} \\ m_{51} & 0 & m_{53} & 0 & m_{55} & 0 \\ 0 & m_{62} & 0 & m_{64} & 0 & m_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

(iii) Simetria no plano  $yz$  (proa/popa)

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & m_{15} & m_{16} \\ 0 & m_{22} & m_{23} & m_{24} & 0 & 0 \\ 0 & m_{32} & m_{33} & m_{34} & 0 & 0 \\ 0 & m_{42} & m_{43} & m_{44} & 0 & 0 \\ m_{51} & 0 & 0 & 0 & m_{55} & m_{56} \\ m_{61} & 0 & 0 & 0 & m_{65} & m_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

(iv) Simetria nos planos  $xz$  e  $yz$  (bombordo/boreste e proa/popa)

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & m_{15} & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & m_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{42} & 0 & m_{44} & 0 & 0 \\ m_{51} & 0 & 0 & 0 & m_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

(v) Simetria nos planos  $xy$  e  $xz$  (base/topo e bombordo/boreste)

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 & 0 & m_{26} \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 & m_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{53} & 0 & m_{55} & 0 \\ 0 & m_{62} & 0 & 0 & 0 & m_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

(vi) Simetria nos planos  $xy$ ,  $xz$  e  $yz$  (base/topo, bombordo/boreste e proa/popa)

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

$$M = \text{diag} \{m_{11}, m_{22}, m_{33}, m_{44}, m_{55}, m_{66}\} \quad (\text{B.7})$$

# Apêndice C

## Propulsor

O propulsor de uma embarcação é montado na popa do casco, geralmente em conjunto com os lemes. Ele produz a força necessária  $F_x$  na direção  $x$  [1]. Segundo [18], a vantagem principal ao se utilizar propulsores contrarrotativos é a diminuição de efeitos indesejáveis do torque motor e hidrodinâmico atuantes no sistema, o que leva a uma diminuição na solicitação dos lemes e atuadores, reduzindo a resistência ao avanço.

Para o modelo livre Darpa Suboff ML02, VSA desenvolvido pelo LABHIDRO, são apresentados os seguintes dados em [5]:

$$J = \frac{V_a}{nD} \quad (\text{C.1})$$

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (\text{C.2})$$

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} \quad (\text{C.3})$$

$$e_p = \frac{TV_a}{2\pi Qn} = \frac{K_T V_a}{2\pi K_Q} J \quad (\text{C.4})$$

Onde,  $J$  é o coeficiente de avanço do propulsor,  $V_a$  é a velocidade de avanço,  $n$  é a velocidade de rotação do propulsor,  $D$  é o diâmetro do propulsor,  $K_T$  é o coeficiente de empuxo,  $K_Q$  é o coeficiente de torque,  $T$  força propulsora,  $Q$  é o torque ou momento gerado pelo propulsor e  $e_p$  é a eficiência do propulsor.

A velocidade de avanço é dada por  $V_a = V(1 - w_e)$ , onde  $V$  é a velocidade do veículo e  $w_e$  é o coeficiente de esteira, que relaciona a velocidade do veículo com a velocidade da água. O valor de  $w_e$  considerado para o VSA é de 0,1, o que indica que a velocidade da água que entra no propulsor é 90% a velocidade do veículo [18].

# Apêndice D

## Lemes

Os lemes são o principal dispositivo de direção para embarcações marítimas. Eles estão localizados na popa da embarcação e a força do leme  $F_y$  será uma função da deflexão do leme (a força de arrasto na direção  $x$  é geralmente negligenciada na análise de controle). Uma força do leme na direção  $y$  produzirá um momento de guinada que pode ser usado para controle de direção [1].

As forças de arrasto e de sustentação são forças de pressão agindo sobre a superfície de um corpo. A magnitude da força depende, além da velocidade relativa, da forma e do tamanho do corpo e das propriedades do fluido [52]. As superfícies de controle podem ser montadas em diferentes locais para produzir forças de sustentação e arrasto. Para veículos subaquáticos, elas podem ser lemes horizontais para mergulho e lemes verticais para direção [1].

No escoamento de um fluido sobre um corpo submerso, tanto o arrasto de atrito quanto o arrasto de pressão contribuem para o arrasto total. O número de Reynolds,  $Re$ , relaciona estas forças de inércia e viscosas, e é um critério pelo qual o regime de escoamento pode ser determinado, laminar ou turbulento. O número de Reynolds,  $Re$  é dado por:

$$Re = \frac{\rho V L_c}{\mu} = \frac{V L_c}{\nu_k} \quad (D.1)$$

onde,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $V$  é a velocidade de operação do veículo,  $L_c$  é o comprimento característico,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido e  $\nu_k$  é a viscosidade cinemática do fluido, cujos valores utilizados são mostrados nas Tabelas D.1 e D.2.

Tabela D.1: Parâmetros do Ambiente

Descrição	Símbolo	Valor
Mssa específica da água ( $kg/m^3$ )	$\rho$	998.20
Viscosidade dinâmica da água ( $Pa.s$ )	$\mu$	0.001
Viscosidade cinemática da água ( $cm^2/s$ )	$\nu_k$	0.01

Assim, para o veículo operando a  $V = 1m/s$ , largura do leme  $w_\delta = 0,2m$  e  $\nu_k = 0.001Pa.s$ , o número de Reynolds resulta em  $Re = 1.993 \times 10^5$ .

Para  $10^3 < Re < 3 \times 10^5$ , o coeficiente de arrasto é praticamente constante, nessa faixa, uma esteira turbulenta de baixa pressão ocupa toda a parte de trás do veículo e a maior parte do arrasto é causado pela assimetria de pressão entre as partes frontal e posterior do veículo. Para  $Re > 3 \times 10^5$  a transição ocorre e a camada-limite na porção frontal do corpo torna-se turbulenta [52].

Para aerofólios, a força de sustentação é mais significativa que a de arrasto [52]. A sustentação é definida como a componente da força do fluido perpendicular ao movimento do fluido. Para um aerofólio, o coeficiente de sustentação,  $C_L$ , é definido como:

$$C_L \equiv \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_p} \quad (D.2)$$

onde,  $F_L$  é a força de sustentação,  $\rho$  é a densidade do fluido,  $V$  é a velocidade do corpo e  $A_p$  é a área projetada.

A força de sustentação é dada por:

$$F_L = \frac{1}{2}\rho V^2 C_L A_p \quad (D.3)$$

Para o VSA, cuja missão é rastrear waypoints pré programados, com velocidade de operação de  $V = 1 m/s$ , foi selecionado para os lemes, o perfil NACA 0024 para  $Re = 1.993 \times 10^5$  e  $C_L = 0.107$ , de acordo com a curva  $C_L \times \alpha$  disponível em [58]. Os parâmetros relevantes do perfil utilizados neste trabalho são mostrados na Tabela D.2.

Tabela D.2: Parâmetros do Leme para Cálculo da Força de Sustentação

Descrição	Símbolo	Valor
Altura do Leme ( $m$ )	$h_\delta$	0.35
Largura do Leme ( $m$ )	$w_\delta$	0.2
Área projetada ( $m^2$ )	$A_p$	$7 \times 10^{-3}$
Coefficiente de Sustentação	$C_L$	0.107

O  $C_L$  é definido em função do ângulo de ataque,  $\alpha$ , da seguinte forma:

$$C_L = \frac{dC_L}{d\alpha} = \frac{2\pi}{1/\alpha + 2/AR} \quad (D.4)$$

onde  $AR$  é a razão de aspecto do leme, dada por  $AR = b^2/A_p$ , sendo  $b$  a largura do leme.

Substituindo os valores da Tabela D.2 na Equação D.3,

$$F_L = 0.3381kgf$$

Considerando que o centro de massa está localizado no  $CG$  do VSA, então o torque,

$$T = F_L \frac{L}{2} \quad (D.5)$$

Na tabela D.3 são mostrados os torques gerados para os ângulos  $\pm 1^\circ$ ,  $\pm 5^\circ$  e  $\pm 10^\circ$  e os tempos e distâncias percorridas para o veículo guinar  $90^\circ$ , ao se considerar a velocidade  $V = 1 \text{ m/s}$ .

Tabela D.3: Distância Percorrida versus Ângulo do Leme

$\delta_r$ ( $^\circ$ )	Torque ( $kgm^2/s^2$ )	Tempo para girar $90^\circ$ (s)	Distância percorrida (m)
$\pm 1$	5.1	8.3	8.3
$\pm 5$	25.6	3.7	3.7
$\pm 10$	51.3	2.6	2.6

que demonstra que o VSA com velocidade de operação de  $1 \text{ m/s}$ , com as dimensões mostradas no Apêndice A e equipado com leme com perfil simétrico, fornece força suficiente para modificar a direção do veículo e permitir que ele cumpra as trajetórias propostas. A baixa velocidade implica na necessidade de ângulos de ataque elevados para cumprir a missão o que se reflete em limitação para executar raios pequenos e saturação frequente dos controladores.

Os coeficientes hidrodinâmicos para os esforços de sustentação dos lemes atuadores,  $Y_{\delta_r}$  e  $N_{\delta_r}$  podem ser obtidos a partir das equações D.3 e D.5 de esforços dos lemes, como seguem:

$$Y_{\delta_r} = \frac{1}{2} \rho C_L A_p \quad (D.6)$$

e,

$$N_{\delta_r} = \frac{1}{2} \rho C_L A_p x_{\delta_r} \quad (D.7)$$

onde,  $x_{\delta_r}$  é a posição do leme em relação ao sistema de coordenadas móvel.

# Apêndice E

## Guiagem LOS

De acordo com Fossen [1], a orientação por Linha de Visada (LOS, do inglês *Line of Sight*) é classificada como um esquema de orientação de três pontos, pois envolve um ponto de referência tipicamente estacionário, além do interceptador e do alvo.

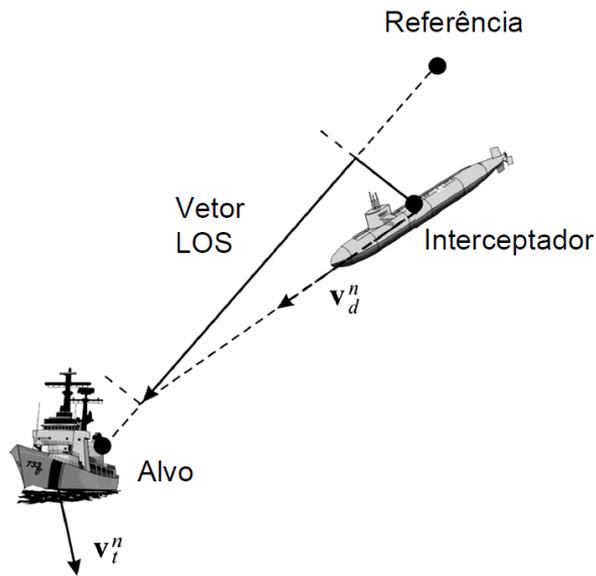


Figura E.1: LOS (Adaptado de [1]).

onde o interceptador deve realizar uma interceptação restringindo seu movimento ao longo do vetor LOS entre o ponto de referência e o alvo. A velocidade do interceptador  $v_d^n$  é apontada para o vetor LOS para obter a velocidade desejada  $v_d^t$ .

Para o movimento no plano horizontal, a velocidade do veículo é definida como [1]:

$$U(t) = \|v(t)\| = \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2} \quad (\text{E.1})$$

e a direção está relacionada com o ângulo de guinada desejado:

$$\psi_d = \text{atan2}(y_{\text{los}} - y(t), x_{\text{los}} - x(t)) \in \mathcal{S} := [-\pi, \pi] \quad (\text{E.2})$$

onde  $\text{atan2}(y, x)$  é a versão de quatro quadrantes de  $\arctan(y/x) \in [\pi/2, \pi/2]$ .

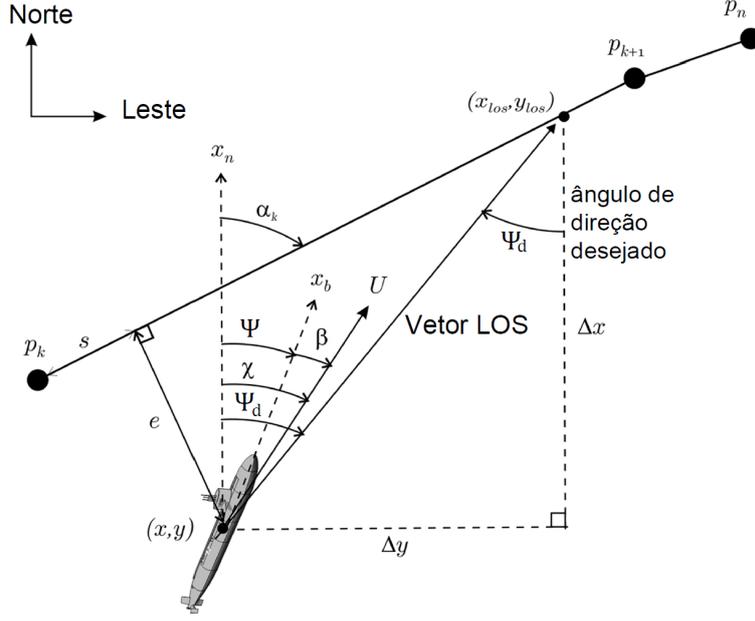


Figura E.2: Guiagem LOS (Adaptado de [1]).

Considerando uma trajetória reta definida por dois *waypoints*  $\mathbf{p}_k^n = [x_k, y_k]^T \in \mathbb{R}^2$  e  $\mathbf{p}_{k+1}^n = [x_{k+1}, y_{k+1}]^T \in \mathbb{R}^2$  e um sistema de coordenadas fixo a trajetória com origem em  $p_k^n$  com rotação positiva em  $x$ . As coordenadas do veículo, no referencial fixo do trajeto, podem ser calculadas por

$$\epsilon(t) = R_t(\alpha_k)^T(p^n(t) - p_k^n) \quad (\text{E.3})$$

onde

$$R_t(\alpha_k) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_k) & -\sin(\alpha_k) \\ \sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) \end{bmatrix} \quad (\text{E.4})$$

e,  $\epsilon(t) = [s(t), e(t)]^T \in \mathbb{R}^2$ .

Expandindo E.3,

$$s(t) = [x(t) - x_k] \cos(\alpha_k) + [y(t) - y_k] \sin(\alpha_k) \quad (\text{E.5})$$

$$e(t) = -[x(t) - x_k] \sin(\alpha_k) + [y(t) - y_k] \cos(\alpha_k) \quad (\text{E.6})$$

onde  $s(t)$  é a distância ao longo da rota (tangencial ao caminho) e  $e(t)$  é o erro cruzado (normal ao caminho).

### Círculo de Aceitação

Ao mover-se ao longo de uma trajetória linear composta de  $n$  segmentos de linha reta conectados por  $n + 1$  *waypoints*, é necessário um mecanismo de comutação

para selecionar o próximo waypoint. O sistema de orientação da LOS para veículos submarinos calcula um círculo de aceitação de raio  $R$  para selecionar o próximo *waypoint* necessário [3]. Desta forma,

$$[x_{k+1} - x(t)]^2 + [y_{k+1} - y(t)]^2 \leq R_{k+1}^2 \quad (\text{E.7})$$

Assim, após cada atualização do ângulo de direção, o sistema de guiagem verifica se a condição de proximidade definida por E.7 é satisfeita. Quando esse ponto de referência entra na área do círculo de aceitação, um novo ponto de referência é selecionado para o cálculo do ângulo de direção desejado [3].

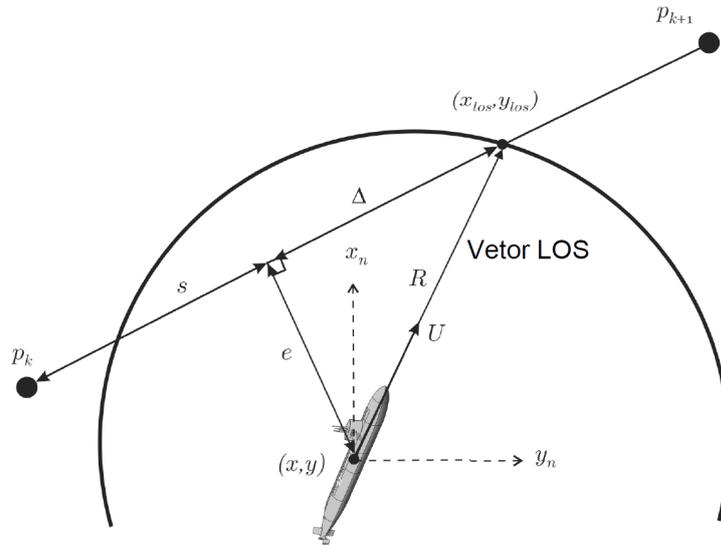


Figura E.3: Círculo de Aceitação (Adaptado de [1]).

# Apêndice F

## Trajетórias

Neste trabalho são utilizadas as trajetórias propostas por Emerson [3] para fins de comparação entre a estratégia de controle utilizada no trabalho de referência, SMC, e as estratégias de controle PID e MPC, propostas nesta dissertação.

Segundo Fossen [1], o rastreamento da trajetória é um sistema de controle que força a saída do sistema  $y(t)$  a rastrear uma saída desejada  $y_d(t)$ . A trajetória desejada corresponde a um alvo virtual desejado.

Uma trajetória descreve o movimento de um objeto se movendo no espaço em função do tempo e pode ser descrita matematicamente pela geometria do caminho ou como a posição do objeto ao longo do tempo [1].

Para a geração das trajetórias foi utilizada a mesma metodologia implementada em [3], visto que o objetivo é comparar as estratégias de controle sugeridas neste trabalho com a da referência em questão.

A rota de um navio ou veículo subaquático é geralmente especificada em termos de *waypoints*, onde cada *waypoint* é definido usando coordenadas cartesianas  $(x_k, y_k, z_k)$  para  $k = 1, \dots, n$  [1]. Assim, o banco de dados de *waypoints* consiste em  $wpt.pos = (x_0, y_0, z_0), (x_1, y_1, z_1), \dots, (x_n, y_n, z_n)$  e o veículo deve se mover de algum ponto inicial  $(x_0, y_0, z_0)$  até o ponto final  $(x_n, y_n, z_n)$  através dos *waypoints*. Cada *waypoint* deve ser viável, pois deve ser possível manobrar para o próximo *waypoint* sem exceder a velocidade máxima e a taxa de curva.

Desta forma, as trajetórias a serem rastreadas foram geradas a partir de um conjunto de *waypoints* predefinidos utilizando o método de interpolação cúbica do matlab para interligá-los. As trajetórias geradas propostas por [3], com a indicação do tempo esperado para que o VSA alcance cada *waypoint* são mostradas na figura F.1.

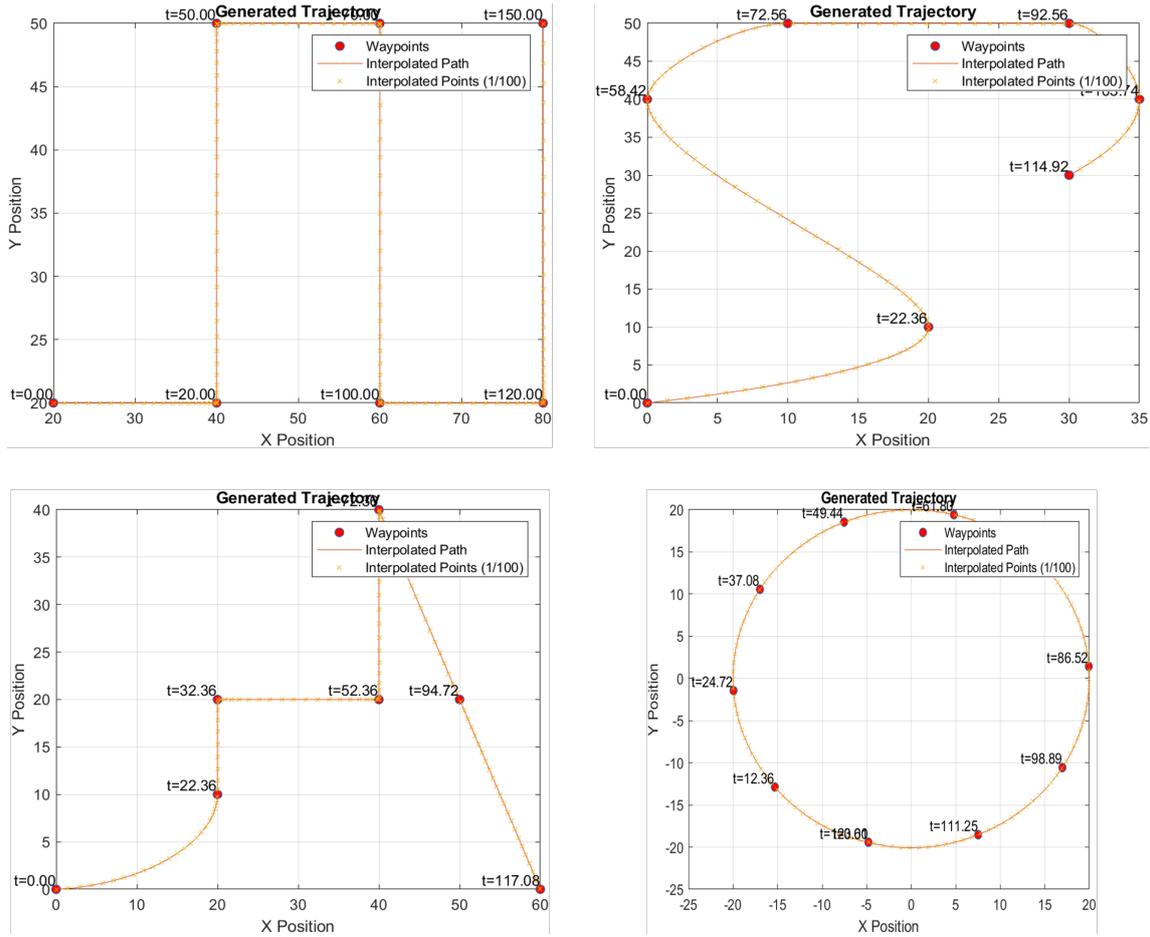


Figura F.1: Trajetórias.

## F.1 Distância dos *Waypoints*

Como parte dos resultados, foram analisadas para cada trajetória de referência, a distância entre a trajetória percorrida pelo VSA e o *waypoint*, levando-se em consideração o tempo em que era esperado o VSA alcançar cada *waypoint* como mostrado na Figura F.1.

A Tabela F.1 mostra a distância entre a posição do VSA e onde ele deveria estar, na trajetória de referência. Observa-se que apesar de ter apresentado o pior tempo para cumprir a trajetória 1, o MPC apresentou maior proximidade com a coordenada do *waypoint*.

Tabela F.1: Distância entre posição do VSA e *Waypoints* para Trajetória 1.

Distância mínima	WP1	WP2	WP3	WP4	WP5	WP6	WP7	Média
MPC	0.16	0.38	0.07	0.12	0.10	0.11	2.12	0.44
SMC	0.05	0.71	0.15	0.08	0.07	0.26	2.08	0.48
PID	0.04	1.11	0.04	0.07	0.15	0.87	2.25	0.65

A Tabela F.2 mostra a distância entre a posição do VSA e onde ele deveria estar, na trajetória de referência. Para a trajetória 2, o PID foi o que apresentou maior

proximidade com a coordenada do *waypoint*.

Tabela F.2: Distância entre posição do VSA e *Waypoints* para Trajetória 2.

Distância mínima	WP1	WP2	WP3	WP4	WP5	WP6	WP7	Média	Referência
MPC	0.220	0.421	0.169	0.188	0.057	0.168	2.388	0.52	5.7%
SMC	0.216	0.240	0.234	0.184	0.024	0.040	2.481	0.49	0%
PID	0.044	0.418	0.029	0.026	0.087	0.127	2.334	0.44	10.5%

A Tabela F.3 mostra a distância entre a posição do VSA e onde ele deveria estar, na trajetória de referência. Para a trajetória 3, o MPC foi o que apresentou maior proximidade com a coordenada do *waypoint*.

Tabela F.3: Distância entre posição do VSA e *Waypoints* para Trajetória 3.

Distância mínima	WP1	WP2	WP3	WP4	WP5	WP6	WP7	WP8	Média	Referência
MPC	0.158	0.180	0.149	0.723	0.100	0.112	3.932	2.388	1.084	-2.9%
SMC	0.216	0.071	0.040	1.208	0.046	0.009	3.957	2.481	1.116	0%
PID	0.039	0.192	0.065	1.541	0.048	0.117	3.977	2.334	1.182	5.9%

A Tabela F.4 mostra a distância entre a posição do VSA e onde ele deveria estar, na trajetória de referência. Apesar de ter apresentado o pior tempo para cumprir a trajetória 4, o MPC apresentou maior proximidade com a coordenada do *waypoint*.

Tabela F.4: Distância entre posição do VSA e *Waypoints* para Trajetória 4.

Distância mínima	WP1	WP2	WP3	WP4	WP5	WP6
MPC	0.190	0.055	0.388	0.770	1.051	0.118
SMC	0.059	0.105	0.533	1.481	1.180	0.413
PID	0.746	0.089	0.160	0.856	0.575	0.301
Distância mínima	WP7	WP8	WP9	WP10	WP11	Média
MPC	0.065	0.916	1.211	1.028	0.190	0.579
SMC	0.083	0.241	1.252	1.071	0.059	0.642
PID	0.050	0.425	1.609	1.525	0.746	0.633

A Tabela F.5 mostra o erro médio de cada controlador para cada trajetória, assim como a média de erro realizado por cada controlador ao rastrear os *waypoints*.

Tabela F.5: Erro Médio ao Rastrear os *Waypoints*.

Controlador	Trajetoária 1 (m)	Trajetoária 2 (m)	Trajetoária 3 (m)	Trajetoária 4 (m)	Média
MPC	0.44	0.52	1.08	0.58	<b>0.65</b>
SMC	0.48	0.49	1.12	0.64	<b>0.68</b>
PID	0.65	0.44	1.18	0.63	<b>0.72</b>
Média	<b>0.52</b>	<b>0.48</b>	<b>1.13</b>	<b>0.62</b>	