



OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DE MEIOS NAVAIS EM SISTEMAS DE
COBERTURAS DE ÁREAS GEOGRÁFICAS COM CAPTAÇÃO DE PONTOS
PELAS ROTAS

Márcio André Araújo Gonçalves

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Virgílio José Martins Ferreira Filho

Rio de Janeiro
Outubro de 2024

OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DE MEIOS NAVAIS EM SISTEMAS DE
COBERTURAS DE ÁREAS GEOGRÁFICAS COM CAPTAÇÃO DE PONTOS
PELAS ROTAS

Márcio André Araújo Gonçalves

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO.

Orientador: Virgílio José Martins Ferreira Filho

Aprovada por: Prof. Virgílio José Martins Ferreira Filho

Prof. Juan Pablo Cajahuanca Luna

Prof. Leonardo Antonio Monteiro Pessôa

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

OUTUBRO DE 2024

Gonçalves, Márcio André Araújo

Otimização de rotas de meios navais em sistemas de coberturas de áreas geográficas com captação de pontos pelas rotas / Márcio André Araújo Gonçalves. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2024.

XVII, 123 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Virgílio José Martins Ferreira Filho

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia de Produção, 2024.

Referências Bibliográficas: p. 116-123.

1. Cobertura. 2. Roteirização. 3. Otimização. I. Ferreira Filho, Virgílio José Martins. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Produção. III. Título.

AGRADECIMENTOS

“O temor do Senhor é o princípio do conhecimento, mas os insensatos desprezam a sabedoria e a disciplina.” Provérbios 1:7. Agradeço a Deus pelo sustento, sabedoria e oportunidades concedidas a mim.

Agradeço aos meus pais, Edna e Alberto (*in memoriam*), por serem meus maiores incentivadores e estarem ao meu lado a todo tempo, com palavras de amor, conforto e encorajamento.

À minha amada esposa Roberta, por compreender os objetivos da minha jornada, caminhar e vibrar ao meu lado, nas conquistas e adversidades.

Às minhas duas princesas, Ayla e Evelyn, por serem minhas motivações de vida.

Aos professores Virgílio José Martins Ferreira Filho e Juan Pablo Cahahuanca Luna, ambos do PEP, pelas orientações e confiança no meu potencial para desenvolvimento desta pesquisa.

Aos professores Glaydston Mattos Ribeiro e Laura Silvia Bahiense da Silva Leite, ambos do PET, pelas conversas e orientações ao longo do mestrado.

Ao Capitão de Corveta Nava, do CASNAV, pelas conversas e orientações no decorrer do curso.

Aos demais professores e funcionários do PEP/COPPE/UFRJ.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DE MEIOS NAVAIS EM SISTEMAS DE
COBERTURAS DE ÁREAS GEOGRÁFICAS COM CAPTAÇÃO DE PONTOS
PELAS ROTAS

Márcio André Araújo Gonçalves

Outubro/2024

Orientador: Virgílio José Martins Ferreira Filho

Programa: Engenharia de Produção

Este trabalho aborda o problema de roteamento de meios navais com o objetivo de otimizar simultaneamente o processo de varredura com a cobertura de uma determinada área marítima. Atualmente, os padrões de varredura seguem normas específicas, porém não visam diretamente a otimização de rotas. Assim, o estudo propõe modelos de otimização baseados na metodologia do problema do caixeiro viajante (TSP) e em abordagens heurísticas para problemas de maior complexidade computacional. A primeira etapa do modelo proposto envolve a atribuição de pontos iniciais na área a ser varrida, utilizando duas abordagens iniciais: pontos aleatórios e pontos equidistantes. Os pontos de interesse são gerados por um modelo de localização de máxima cobertura (MCLP) ou um modelo baseado na heurística GRASP. Após a seleção dos pontos, o modelo realiza o roteamento utilizando a modelagem TSP. Considerando que os modelos são reativos e a cobertura das rotas é determinada ao final, um modelo iterativo foi proposto para realizar o roteamento até atingir a cobertura mínima desejada. Para um elevado número de pontos de interesse, o método iterativo emprega soluções heurísticas para a construção das rotas, utilizando os métodos GRASP e Vizinho Mais Próximo. Os resultados demonstram que essas abordagens podem ser opções eficazes para o roteamento em problemas de varredura, visando a cobertura de áreas geográficas estratégicas ao longo do litoral brasileiro.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

OPTIMIZING SHIP ROUTES IN GEOGRAPHIC AREA COVERAGE SYSTEMS
WITH POINTS CAPTURED BY THE ROUTES

Márcio André Araújo Gonçalves

October/2024

Advisor: Virgílio José Martins Ferreira Filho

Department: Production Engineering

This work addresses the problem of naval routing with the goal of simultaneously optimizing the scanning process and the coverage of a specific maritime area. Currently, scanning patterns follow specific standards, but do not directly aim at route optimization. Therefore, the study proposes optimization models based on the Traveling Salesman Problem (TSP) methodology and heuristic approaches for problems of higher computational complexity. The first stage of the proposed model involves assigning initial points in the area to be scanned, using two initial approaches: random points and equidistant points. The points of interest are generated by a Maximum Coverage Location Problem (MCLP) model, or a model based on the GRASP heuristic. After the points are selected, the model performs routing using TSP modeling. Given that the models are reactive, and route coverage is determined at the end, an iterative model was proposed to perform routing until the desired minimum coverage is achieved. For a large number of points of interest, the iterative method employs heuristic solutions for route construction, using the GRASP and Nearest Neighbor methods. The results demonstrate that these approaches can be effective options for routing in scanning problems, aiming at the coverage of strategic geographic areas along the Brazilian coastline.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	x
LISTA DE TABELAS.....	xiv
LISTA DE QUADROS.....	xv
LISTA DE SIGLAS.....	xvi
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Justificativa.....	4
1.2 Objetivos	6
1.2.1 Objetivo Geral	6
1.2.2 Objetivos Específicos	6
1.3 Organização do Trabalho	6
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	8
2.1 Atividade de Varredura Submarina	8
2.1.1 Padrões de Varredura Submarina mais abordados na literatura	9
2.1.2 Navios Varredores	11
2.1.3 Veículos Autônomos Subaquáticos (Autonomous Underwater Vehicles – AUV)	13
2.1.4 Sonar de Varredura Lateral.....	14
2.1.5 Planejamento da trajetória de cobertura para AUV (The Coverage Path Planning)	16
2.2 Modelos de Roteamento de Veículos.....	17
2.2.1 Problema do Caixeiro Viajante (Traveling Salesman Problem - TSP)	18
2.3 Problemas de Localização de Máxima Cobertura (<i>Maximal Covering Location Problem - MCLP</i>)	20
2.4 Abordagens Heurísticas em Otimização Combinatória.....	23
2.4.1 Heurística GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)..	24
2.4.2 Heurística do vizinho mais próximo (Nearest Neighbor Heuristic)	27
2.5 Considerações sobre os modelos abordados.....	30
3 TRABALHOS CORRELATOS.....	31
3.1 Trabalhos de alta correlação com a dissertação	31
3.2 <i>Patrol Routing Problem</i>.....	32
3.3 <i>Coverage Path Planning (CPP)</i>.....	33
3.4 <i>Coverage Path Planning</i> para Veículos Autônomos Subaquáticos.....	38

3.5	Problema de Localização de Máxima Cobertura integrado ao Problema de Roteamento	44
3.6	Relação da Pesquisa com os Trabalhos Correlatos	45
4	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	47
4.1	Delimitação de Áreas e Atribuição Inicial de Pontos	51
4.1.1	Abordagem baseada em pontos aleatórios.....	52
4.1.2	Abordagem baseada em "Grid" com espaçamento equidistante	53
4.2	O Processo de Captura de Pontos pelas Rotas	53
5	MODELAGEM MATEMÁTICA	55
5.1	Seleção Inicial de Pontos para Roteamento Utilizando o Modelo MCLP (MCLP_TSP_aleat / MCLP_TSP_grid)	55
5.1.1	Formulação Matemática utilizando o modelo MCLP x TSP	56
5.2	Métodos Heurísticos Utilizados na Seleção de Pontos para Roteamento (GRASP_TSP_aleat / GRASP_TSP_grid)	58
5.2.1	Método I – Seleção aleatória de pontos iniciais	59
5.2.2	Método II – GRASP conjunto com melhor cobertura de pontos	59
5.2.3	Método III – GRASP com distância mínima entre os pontos escolhidos (LA)	60
5.2.4	Método IV – GRASP com distância máxima entre os pontos escolhidos (LA)	61
5.3	Roteamento “Iterativo” a partir da Seleção de Pontos e Cobertura de Rota (ITER_TSP_aleat / ITER_TSP_grid)	63
5.3.1	Utilizando a heurística do vizinho mais próximo para resolução do roteamento iterativo (ITER_NN_aleat / ITER_NN_grid)	65
5.3.2	Utilizando a heurística GRASP para resolução do roteamento iterativo (ITER_GRASP_aleat / ITER_GRASP_grid)	66
6	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	68
6.1	Instâncias Adotadas	68
6.1.1	Instâncias utilizadas como toys	68
6.1.2	Instâncias reais do modelo.....	69
6.1.3	Experimentos com Áreas Geográficas	70
6.2	Resultados Computacionais	70
6.2.1	Resultados comparativos entre as heurísticas para seleção de pontos de interesse ao TSP	71

6.2.2	Resultados obtidos com os toys.....	73
6.2.3	Resultados do modelo com áreas geográficas (pontos aleatórios x pontos equidistantes).....	77
	Área I – Resultados Gerais	78
	Área II – Resultados Gerais.....	80
	Área III – Resultados Gerais	82
	Área IV – Resultados Gerais	84
	Área V – Resultados Gerais.....	86
	Área VI – Resultados Gerais	88
	Área VII – Resultados Gerais.....	90
	Resultados Roteamento – Área_I	92
	Resultados Roteamento – Visualização em mapas.....	95
6.2.4	Considerações sobre abordagens utilizadas no modelo para as áreas VI e VII.	95
6.2.5	Resultados da heurística GRASP para seleção de pontos iniciais com variação do parâmetro alpha	100
6.2.6	Resultados do modelo TSP com utilização de heurísticas	101
6.2.7	Resultados do modelo TSP utilizando GRASP com variação do alpha...	102
6.2.8	Resultados comparativos do modelo com padrões de CPP da literatura..	104
7	ANÁLISES E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS.....	106
8	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS	113
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	116

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mar Territorial Brasileiro.....	1
Figura 2 – A Província do Pré-sal	2
Figura 3 – Recursos Minerais do Fundo do Mar.....	2
Figura 4 – Padrão de varredura "zigzag"	9
Figura 5 – Padrão de varredura “espiral”	10
Figura 6 – Padrão de varredura “grid”	10
Figura 7 – Atividade de Varredura Submarina.....	11
Figura 8 – Identificação de Minas Navais	12
Figura 9 – AUV inspecionando um duto submarino.....	13
Figura 10 – AUV escaneando terreno submarino	14
Figura 11 – Ilustração do emprego do sonar de varredura lateral	15
Figura 12 – Exemplo comparativo entre algoritmos de <i>Coverage Path Planning</i>	16
Figura 13 – Exemplo de aplicação do Problema do Caixeiro Viajante.....	17
Figura 14 – Exemplo de tecnologia de fabricação de chips usando TSP	19
Figura 15 – Método de solução heurístico	23
Figura 16 – Fluxograma do algoritmo GRASP.....	25
Figura 17 – Pseudocódigo genérico para heurística GRASP	25
Figura 18 – Pseudocódigo da fase de construção	25
Figura 19 – Pseudocódigo da fase de busca local	25
Figura 20 – Procedimento de construção da heurística do vizinho mais próximo	28
Figura 21 – Fluxograma do TSP usando algoritmo do vizinho mais próximo	29
Figura 22 – (a) TSP; (b) CSP; e (c) CSPNS	31
Figura 23 – USV conduzindo a missão de monitoramento ambiental	32
Figura 24 – Atribuição às BN (esquerda) e Rotas ótimas de patrulha marítima (direita)	32
Figura 25 – (a) área projetada; (b) grid regular com pontos de passagem	33
Figura 26 – Algoritmo BA-CPP – colocação de objetos de interesse (elipses)	34
Figura 27 – Influência da ordem de visita das células e dos pontos de entrada e saída de cada célula no comprimento do caminho intercelular através de (a), (b) e (c).....	35
Figura 28 – Ambientes mostrando as trajetórias encontradas usando o algoritmo proposto	35
Figura 29 – Decomposição celular Boustrophedon.....	36

Figura 30 – <i>Layout</i> do ambiente (esquerda); CPP (direita).....	36
Figura 31 – Comparação do resultado do CPP completo.....	37
Figura 32 – <i>Rectangular-cell-based map</i> (esq); <i>Triangular-cell-based map</i> (dir).....	38
Figura 33 – Exemplo de saída do simulador AMROS da navegação <i>Yamabico</i>	38
Figura 34 – Aplicação do algoritmo de decomposição <i>Morse-based Boustrophedon</i> ...	39
Figura 35 – Caminho obtido por (a) implantação convencional, (b) agendamento de tarefas, (c) metodologia proposta	40
Figura 36 – (a) resultado da partição de áreas, (b) resultado do padrão <i>zigzag</i> , (c) reconfiguração da partição de áreas com perda do UAV 3	41
Figura 37 – (a) <i>Grid-Based Decomposition</i> , (b) Caminho ótimo gerado com algoritmo <i>wavefront</i> , (c) trajetória de cobertura gerada com interpolação cúbica.....	41
Figura 38 – Cenário experimental (esquerda); trajetória real dos AUVs (direita)	42
Figura 39 – O caminho gerado pelo algoritmo SAR-A* proposto.....	43
Figura 40 – Planejamento de caminho com ACO aprimorado (esquerda); Planejamento de caminho com ACO tradicional (direita)	43
Figura 41 – Planejamento de caminho final	44
Figura 42 – Exemplo ilustrativo MCLP integrado ao VRP	45
Figura 43 – Descrição Generalizada do Problema	48
Figura 44 – Métodos de resolução do problema	50
Figura 45 – Delimitação de uma área geográfica.....	52
Figura 46 – Distribuição de pontos aleatórios na área geográfica.....	52
Figura 47 – Distribuição de pontos equidistantes na área geográfica	53
Figura 48 – Representação gráfica e formulação distância do ponto a reta	54
Figura 49 – Captura de pontos pela reta considerando distância \underline{d}	54
Figura 50 – Obtenção de cobertura inicial de pontos	55
Figura 51 – Fluxograma do modelo de Roteamento Iterativo.....	65
Figura 52 – Carta Áreas de Jurisdição Naval	68
Figura 53 – Instâncias adotadas como <i>toys</i> para o modelo.....	69
Figura 54 – Instâncias reais adotadas no modelo	69
Figura 55 – Simulações com pontos aleatórios	71
Figura 56 – Simulações com % cobertura inicial.....	72
Figura 57 – Simulações com distância mínima entre as LA	72
Figura 58 – Simulações com distância máxima entre as LA.....	73

Figura 59 – (a) Resultado MCLP, (b) pontos de interesse e (c) resultado TSP para o <i>toy1</i>	73
Figura 60 – (a) Resultado MCLP, (b) pontos de interesse e (c) resultado TSP para o <i>toy2</i>	74
Figura 61 – (a) Resultado MCLP, (b) pontos de interesse e (c) resultado TSP para o <i>toy3</i>	74
Figura 62 – (a) Resultado MCLP, (b) pontos de interesse e (c) resultado TSP para o <i>toy4</i>	74
Figura 63 – Resultado do TSP, com captura de pontos pelas rotas para o <i>toy1</i>	75
Figura 64 – Resultados da cobertura inicial pelo MCLP e cobertura final para os <i>toy1</i>	75
Figura 65 – Resultados da cobertura inicial pelo MCLP e cobertura final para os <i>toy2</i>	76
Figura 66 – Resultados da cobertura inicial pelo MCLP e cobertura final para os <i>toy3</i>	76
Figura 67 – Resultados da cobertura inicial pelo MCLP e cobertura final para os <i>toy4</i>	76
Figura 68 – Área_I – Modelo MCLP_TSP_aleat – Raio 50 m	92
Figura 69 – Área_I – Modelo MCLP_TSP_aleat – Raio 75 m	92
Figura 70 – Área_I – Modelo MCLP_TSP_aleat – Raio 100 m	92
Figura 71 – Área_I – Modelo GRASP_TSP_aleat – Raio 50 m	93
Figura 72 – Área_I – Modelo GRASP_TSP_aleat – Raio 75 m	93
Figura 73 – Área_I – Modelo GRASP_TSP_aleat – Raio 100 m	93
Figura 74 – Área_I – Modelo ITER_TSP_aleat – Raio 50 m	94
Figura 75 – Área_I – Modelo ITER_TSP_aleat – Raio 75 m	94
Figura 76 – Área_I – Modelo ITER_TSP_aleat – Raio 100 m	94
Figura 77 – Mapa Área_I – Modelo MCLP_TSP_aleat (50 pontos)	95
Figura 78 – Mapa Área_I – Modelo GRASP_TSP_aleat (50 pontos)	95
Figura 79 – Mapa Área_I – Modelo ITER_TSP_aleat	95
Figura 80 – Decomposição celular de área não convexa	97
Figura 81 – Decomposição celular de área com restrição interna	97
Figura 82 – Abordagem desconsiderando pontos internos às áreas negadas	97
Figura 83 – Abordagem considerando pontos internos às áreas negadas (Área_VI)	98
Figura 84 – Abordagem considerando pontos internos às áreas negadas (Área_VII)	98
Figura 85 – Exemplo de resultados com e sem interceptação de áreas (Área_VI)	98
Figura 86 – Exemplos de resultados Área_VI para tomada de decisão	99
Figura 87 – Exemplos de resultados Área_VII para tomada de decisão	99
Figura 88 – Resultados seleção de pontos Área_II com variação do parâmetro <i>alpha</i>	100

Figura 89 – Roteamento ITER_GRASP (esquerda) e ITER_NN (direita)	102
Figura 90 – Resultados do modelo ITER_GRASP - Área_II com variação do parâmetro <i>alpha</i>	103
Figura 91 – Exemplos comparativos Área_V – modelo ITER_TSP x padrões da literatura	105
Figura 92 – Quantidade de pontos x percentual de cobertura	108
Figura 93 – Incremento na distância total percorrida x percentual de cobertura	108
Figura 94 – Incremento no tempo de processamento x percentual de cobertura	108
Figura 95 – Pontos Aleatórios x Equidistantes (Heurística NN).....	112
Figura 96 – Distância x Tempo - Aleatórios x Equidistantes (Heurística NN).....	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Relação dos Trabalhos Correlatos com tópicos de Pesquisa.....	46
Tabela 2 – Coordenadas Geográficas das Áreas	70
Tabela 3 – Parâmetros Iniciais para simulação	77
Tabela 4 – Resultados Método (i)	78
Tabela 5 – Área_I – Resultados Método (ii)	79
Tabela 6 – Área_II – Resultados Método (i)	80
Tabela 7 – Área_II - Resultados Método (ii).....	81
Tabela 8 – Área_III – Resultados Método (i).....	82
Tabela 9 – Área_III - Resultados Método (ii)	83
Tabela 10 – Área_IV – Resultados Método (i)	84
Tabela 11 – Área_IV - Resultados Método (ii).....	85
Tabela 12 – Área_V – Resultados Método (i).....	86
Tabela 13 – Área_V - Resultados Método (ii)	87
Tabela 14 – Área_VI – Resultados Método (i)	88
Tabela 15 – Área_VI - Resultados Método (ii)	89
Tabela 16 – Área_VII – Resultados Método (i)	90
Tabela 17 – Área_VII - Resultados Método (ii).....	91
Tabela 18 – Extrato da planilha demonstrativa de resultado da Área_VI.....	99
Tabela 19 – Resultados da seleção de pontos, com variação do parâmetro <i>alpha</i>	101
Tabela 20 – Resultados do modelo ITER_GRASP com variação do parâmetro <i>alpha</i>	102
Tabela 21 – Resultado dos modelos da estratégia (i) para 50 pontos.....	107
Tabela 22 – Resultados de distância percorrida x Área.....	109
Tabela 23– Resultados de tempo de processamento x Área.....	110
Tabela 24 – Número de pontos iniciais no modelo de pontos equidistantes.....	111

LISTA DE QUADROS

Quadro 1– Exemplo de Roteamento Iterativo	63
Quadro 2 – Comparativo entre abordagem inicial de pontos a partir dos modelos da estratégia (i)	106
Quadro 3 – Comparativo entre os modelos da estratégia (i) a partir da abordagem de pontos	106

LISTA DE SIGLAS

ACO – *Ant Colony Optimization*
AJB – Águas Jurisdicionais Brasileiras
ALNS – *Adaptive Large Neighborhood Search*
AUV – *Autonomous Underwater Vehicle*
BN – Base Naval
CASNAV – Centro de Análise de Sistemas Navais
CD – *Cellular Decomposition*
CETSP – *Close Enough TSP*
COPPE - Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia
CPP – *Coverage Path Planning*
CSP – *Covering Salesman Problem*
CSPNS – *Covering Salesman Problem with Nodes and Segments*
CVRP – *Capacited Vehicle Routing Problem*
GA – *Genetic Algorithm*
GRASP – *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*
GTSPDP – *Generalized TSP with Pickup and Delivery*
IBF – *Improved Back-and-Forth*
HH – Homem-Hora
LA – Localização Ativa
MCLP – *Maximal Covering Location Problem*
PAC – Ponto Ativo de Cobertura
PEP – Programa de Engenharia de Produção
PET – Programa de Engenharia de Transportes
PI – Ponto de Interesse
PRM – *Probabilistic Roadmap*
PRP – *Patrol Routing Problem*
PSO – *Particle Swarm Optimization*
ROV – *Remotely Operated Vehicle*
SAR – *Search and Rescue*
SSS – *Sonar SideScan*
TSP – *Traveling Salesman Problem*
UAV – *Unmanned Aerial Vehicle*

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

USV – *Unmanned Surface Vehicle*

VANT – Veículo Aéreo Não-Tripulável

VRP – *Vehicle Routing Problem*

VRPDC – *Vehicle Routing Problem with Distance Constraint*

VRPTW – *Vehicle Routing Problem with Time Window*

1 INTRODUÇÃO

O território marítimo brasileiro, conhecido como Amazônia Azul, abrange uma área de cerca de 4,5 milhões de quilômetros quadrados, equivalente a mais da metade da área do Brasil continental (Figura 1). De acordo com a COMISSÃO INTERMINISTERIAL PARA OS RECURSOS DO MAR (CIRM), um estudo sobre o limite exterior da Plataforma Continental Brasileira foi encaminhado à Organização das Nações Unidas (ONU), visando a ampliação da Amazônia Azul, totalizando 5,7 milhões de km² de área marítima. Essa região possui uma grande importância estratégica, econômica e ambiental para o país, pois nela se encontram recursos naturais, energéticos e biológicos de alto valor (ABREU, 2007). Conforme a LEI Nº 8.617, DE 4 DE JANEIRO DE 1993, que dispõe sobre o Mar Territorial Brasileiro, a Zona Econômica Exclusiva Brasileira e a Plataforma Continental Brasileira, a exploração e a conservação desses recursos exigem uma atuação efetiva do Estado brasileiro, que deve garantir a soberania nacional e a sustentabilidade da Zona Econômica Exclusiva (ZEE), onde o Brasil tem direitos exclusivos sobre as atividades econômicas realizadas no mar.

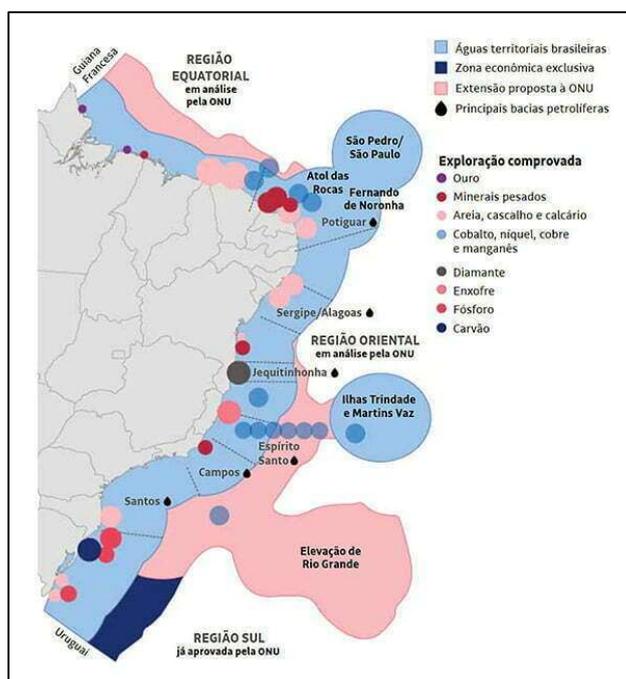


Figura 1 – Mar Territorial Brasileiro
Fonte: www.naval.com.br.

A Amazônia Azul é também um cenário de desafios e oportunidades para o desenvolvimento nacional, especialmente em relação ao potencial do pré-sal (Figura 2), uma camada de petróleo e gás localizada abaixo do leito marinho, que pode representar

uma fonte de riqueza e de financiamento de políticas sociais (OLIVEIRA, 2012). A Amazônia Azul é uma área marinha sobre a qual o Brasil exerce alguma forma de soberania e que tem sido denominada assim pela sua extensão e riqueza de recursos. Essa área tem um valor agregado estimado em mais de R\$ 1,7 trilhão, correspondendo a 19% do Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro (STILBEN, 2023). Além dos recursos vivos, minerais e energéticos já explorados ou em potencial (Figura 3), a Amazônia Azul também oferece possibilidades de geração de energia a partir das ondas e dos ventos, diversificando a matriz energética do país (SOUZA, 2022).

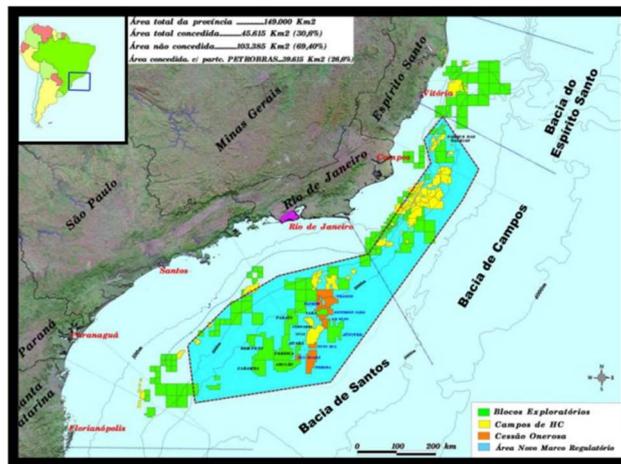


Figura 2 – A Província do Pré-sal
Fonte: PETROBRAS (2012).

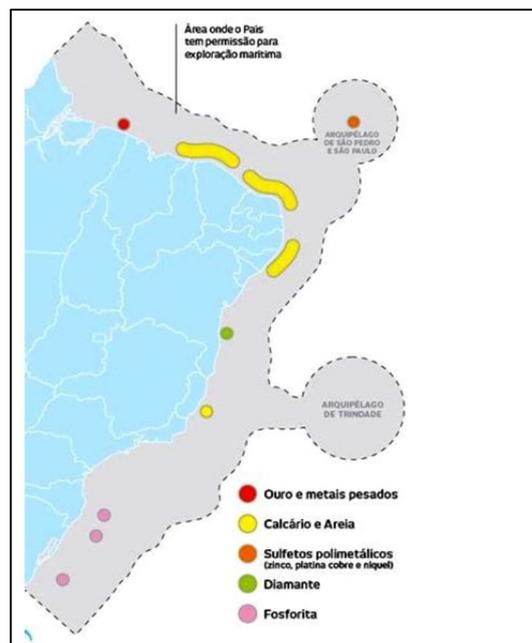


Figura 3 – Recursos Minerais do Fundo do Mar

Fonte: <http://www.cprm.gov.br/publique/Redes-Institucionais/Rede-de-Bibliotecas---Rede-Ametista/Canal-Escola/Recursos-Minerais-do-Fundo-do-Mar-2560.html>.

Para garantir a proteção e o uso racional da Amazônia Azul, o Brasil precisa contar com uma presença naval efetiva e permanente nas suas águas jurisdicionais. De acordo com o DECRETO Nº 5.129, DE 6 DE JULHO DE 2004, que dispõe sobre a patrulha naval, o patrulhamento naval é um instrumento indispensável para a vigilância contínua e a resposta rápida a eventuais ameaças nas águas jurisdicionais brasileiras. Essa atividade não só reforça a segurança nacional, mas também contribui para a conservação dos ecossistemas marinhos, ao detectar e neutralizar ameaças subaquáticas, como poluição, pesca ilegal e mineração clandestina.

Nesse sentido, o desenvolvimento tecnológico traz soluções inovadoras para os desafios subaquáticos, como os Veículos Autônomos Subaquáticos (*Autonomous Underwater Vehicles* - AUVs), que são capazes de realizar missões militares, comerciais e científicas sem intervenção humana (SOUZA, 2018). Os AUVs apresentam vantagens em relação aos Veículos Operados Remotamente (*Remotely Operated Vehicles* - ROVs), que exigem embarcações de apoio e operadores qualificados, gerando custos elevados (GOES, 2023). Tais categorias de veículos contribuirão sobremaneira para o desenvolvimento da varredura submarina.

As atividades de varredura, realizadas por meio de equipamentos especializados, seguem rotas predefinidas com base em normas específicas. No entanto, um desafio significativo emerge na falta de precisão no controle da distância percorrida durante essas missões, prejudicando a assertividade na cobertura das áreas demarcadas.

A ausência de mecanismos precisos para avaliar o percentual de varredura dentro das coordenadas geográficas designadas agrava a complexidade operacional. A falta de dados confiáveis compromete a eficácia global das missões, deixando áreas críticas suscetíveis a possíveis ameaças não detectadas. Esse dilema também impacta a capacidade de análise pós-missão, impedindo uma compreensão abrangente do desempenho e dificultando melhorias contínuas nas estratégias de varredura.

Diante desse cenário desafiador, a oportunidade de melhoria reside no desenvolvimento de um sistema avançado de monitoramento e avaliação. A integração de tecnologias de rastreamento preciso da distância percorrida e análise detalhada do percentual de varredura em áreas demarcadas é essencial. A consecução desse domínio não apenas aprimorará a eficácia das operações de varredura submarina, mas também abrirá caminho para o aumento sustentável no número de missões, impulsionado por dados confiáveis e uma compreensão mais profunda das operações.

Este trabalho propõe o uso de um método de captura de pontos, através da solução de um problema de caixeiro viajante, a partir de dois métodos de seleção de pontos. O primeiro método, reativo, utiliza de duas modelagens para seleção de pontos de interesse para o roteamento, ou “pontos de passagem”, o modelo de localização de máxima cobertura (MCLP) e o modelo com utilização da heurística GRASP para seleção dos pontos. O segundo método, iterativo, em que se calcula a cobertura a partir da rota obtida para utilização do equipamento de varredura, considerando um aumento sucessivo na seleção de pontos de interesse, até o atingimento do nível mínimo de cobertura definido.

Como fator de diferenciação dos modelos encontrados na literatura, o modelo iterativo proposto aborda o conceito de captura de pontos dentro de uma área geográfica, sendo composto por captura de pontos fixo, a partir do posicionamento estratégico dos meios navais dispostos na área, como também pela captura de pontos pelas rotas definidas no modelo de roteamento, desde que dentro do raio definido pelo equipamento de detecção, garantindo, assim, um determinado patamar de atendimento ao serviço de varredura da área.

1.1 Justificativa

Uma das questões relevantes para o Brasil é a definição e a fiscalização das Águas Jurisdicionais Brasileiras (AJB), que compreendem os espaços marítimos sob algum grau de jurisdição nacional. Neste sentido, diferentes aspectos relacionados às AJB são abordados na literatura, tais como:

- A (i)legalidade do conceito de AJB perante o direito interno e internacional, analisando o regime jurídico das águas sobrejacentes à plataforma continental estendida, que a legislação interna classifica como AJB, mas que o direito internacional prescreve como Alto Mar (ZANELLA, 2018).

- A publicação da Instrução Normativa Nº 3, de 15 de dezembro de 2022, do Ministério da Defesa, que estabelece o conceito de AJB perante a Marinha do Brasil, para os fins de controle e fiscalização, dentro dos limites da legislação internacional e nacional (MILARÉ, 2023).

- Os limites das AJB e a soberania nacional além do mar territorial, discutindo os desafios e as oportunidades para o Brasil na exploração dos recursos naturais e na proteção do meio ambiente marinho (BRASIL. LEI. 8.617, DE 4 DE JANEIRO DE 1993).

A exploração de petróleo é uma atividade que envolve diversos desafios e riscos ambientais, sociais e econômicos. Segundo SANTOS (2012), um processo de licenciamento ambiental, onde medidas de minimização de possíveis impactos gerados pela atividade de exploração e produção são determinadas, é um instrumento fundamental para prevenir e mitigar os efeitos negativos dessa atividade. Nesse sentido, alguns estudos abordam aspectos específicos da exploração de petróleo no Brasil, tais como:

- As mudanças na legislação do setor de petróleo, que abriram espaço para a participação de empresas privadas e estrangeiras na exploração das reservas brasileiras, especialmente as do pré-sal. Essas mudanças implicam em novos desafios para a gestão dos recursos naturais e a soberania nacional (SILVA *et al.*, 2016).

- A necessidade de investimentos em tecnologia, pesquisa e desenvolvimento para tornar a exploração de petróleo em águas profundas mais segura e sustentável, reduzindo os riscos de acidentes e vazamentos que podem causar danos irreversíveis ao meio ambiente e à saúde humana (LUCCHESI, 1998).

- A importância de modernizar e reestruturar a força marítima naval brasileira, que enfrenta uma defasagem tecnológica em relação aos padrões internacionais. A força naval é responsável pela proteção das águas jurisdicionais brasileiras, onde se concentram as principais reservas de petróleo do país (ANDRADE e FRANCO, 2018).

- O incremento na utilização de veículos autônomos subaquáticos (AUVs) representa uma revolução na detecção e monitoramento de objetos submarinos. Esses veículos podem contribuir para a segurança e defesa das águas brasileiras, bem como para a identificação de novas áreas potenciais para a exploração de diversos minerais (BRAGA, 2014).

Diante dos pontos elencados, este trabalho procura contribuir com a literatura da área, subsidiando no desenvolvimento de problemas afetos a otimização de rotas de meios navais, no que tange a atividade de busca e varredura submarina. Tal otimização busca apresentar um parâmetro de decisão que leva em consideração as distâncias percorridas, que de forma indireta contribuirá para otimização de recursos diversos tais como tempo, consumo de combustíveis, tempo de homem em missões, entre outros, e a relação de cobertura da área navegada.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Visando superar os desafios da varredura, este trabalho propõe um modelo otimizado de rotas que integra abordagens clássicas de um problema de caixeiro viajante (TSP) com técnicas de seleção de pontos de interesse (pontos de passagem), objetivando a geração de rotas mais eficientes em termos de tempo, custos e/ou recursos diversos, sem comprometer a qualidade da atividade de varredura.

1.2.2 Objetivos Específicos

Pretende-se, também, como objetivos específicos:

- (a) Identificar e selecionar pontos iniciais de varredura submarina de forma estratégica, considerando a maximização da cobertura e a eficiência operacional, com soluções exatas e, também, heurísticas;
- (b) Abordar o conceito de varredura com captação de pontos pelas rotas entre os pontos de passagem, incrementando com as captações intermediárias de pontos no modelo;
- (c) Utilizar o conceito do Problema do Caixeiro Viajante, modificado com a captação de pontos pelas rotas, e apresentar como sugestão ao conceito de *coverage path planning* para varredura de áreas submarinas; e
- (d) Contribuir para a evolução contínua das tecnologias de varredura submarina, adaptando-se às ameaças emergentes e às demandas operacionais em ambientes marítimos.

1.3 Organização do Trabalho

O capítulo 1 apresenta a contextualização do problema que motivou a pesquisa, a justificativa para abordagem do tema e os objetivos propostos para a dissertação. O capítulo 2 apresenta o referencial teórico, que reúne pesquisas que tratam da temática da importância das AJB e as vertentes para segurança marítima. Introduce e comenta, também, sobre a atividade de varredura submarina, a abordagem do problema do caixeiro viajante quanto a modelos de otimização de rotas, localização de facilidades e abordagens heurísticas em problemas de otimização combinatória. O capítulo 3 apresenta de forma sintetizada, os principais trabalhos correlatos ao tema da pesquisa, subdividido nos principais temas afetos a este trabalho. Já o capítulo 4 apresenta a descrição do problema a ser estudado, classificando os modelos quanto ao método de resolução. São expostos,

também, os modelos de abordagens para delimitação de áreas geográficas bem como da inserção de pontos aleatórios ou *grid* de pontos a serem trabalhados nesta pesquisa, além da abordagem da coleta de pontos a serem captados pelas rotas geradas. O Capítulo 5 apresenta o modelo de caixeiro viajante, trabalhado a partir de um modelo inicial de máxima cobertura, o qual definiu os pontos de interesse para o roteamento; o modelo de caixeiro viajante, trabalhado a partir da seleção de pontos de interesse determinados via heurísticas; e o problema do caixeiro viajante a partir da construção iterativa de rotas, tendo como parâmetro decisório o percentual de cobertura atingido da área. No capítulo 6 são apresentados as instâncias e os principais resultados da pesquisa, atinentes a todos os modelos trabalhados. As análises e discussões sobre os resultados obtidos no capítulo 6 são debatidos no capítulo 7. Por fim, as principais conclusões e recomendações futuras são destacadas no Capítulo 8.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Atividade de Varredura Submarina

A varredura submarina, uma atividade metodicamente conduzida, representa um campo essencial para diversas aplicações marítimas. Além de sua participação crucial em operações de busca e salvamento, a varredura submarina desempenha um papel fundamental na exploração de recursos marinhos e na vigilância submarina. A literatura destaca a relevância dessas operações para a segurança marítima e a importância de aprimorar constantemente as técnicas e tecnologias associadas.

No contexto da exploração de recursos naturais, a varredura submarina desempenha um papel crucial na identificação e mapeamento de depósitos minerais no fundo do mar. De acordo com GALVÃO *et al.* (2008), a capacidade de detectar e avaliar os recursos submarinos permite a gestão sustentável desses recursos, contribuindo para o desenvolvimento econômico e a preservação ambiental.

A localização de objetos submersos, como destroços de embarcações, é outra aplicação vital da varredura submarina. A atividade é essencial em operações de busca e salvamento, onde a rapidez e precisão são fundamentais. Estudos como o de RODRIGUES *et al.* (2021) enfatizam a necessidade de técnicas avançadas para otimizar a cobertura de áreas extensas, possibilitando, em casos de emergências, uma resposta bem mais eficiente.

No âmbito da segurança marítima, a varredura submarina desempenha um papel preventivo e estratégico. A identificação de possíveis ameaças submersas, como minas navais, é crucial para garantir a segurança de rotas marítimas. GONÇALVES (2021) destaca a importância dos navios varredores, e novas tecnologias como os veículos autônomos, equipados com tecnologias avançadas de sonar na detecção precoce de ameaças, contribuindo para a defesa eficaz de áreas estratégicas.

Diversas abordagens e tecnologias têm sido objeto de estudo na literatura para aprimorar a eficácia da varredura submarina. O uso de veículos autônomos subaquáticos (AUVs) representa uma abordagem inovadora, permitindo a cobertura eficiente de áreas remotas e de difícil acesso. Segundo um estudo de BELLINGHAM (2001), os AUVs têm a capacidade de realizar missões de varredura de forma autônoma, coletando dados valiosos e reduzindo a dependência de embarcações tripuladas.

Além disso, a integração de tecnologias como o Sonar *SideScan* tem se mostrado fundamental para obter imagens detalhadas do leito marinho. Conforme destacado por

KAPCTANOVIĆ; MIŠKOVIĆ; TAHIROVIĆ (2018), a combinação de tecnologias avançadas, como o Sonar *SideScan*, com abordagens inovadoras, como a varredura em padrões específicos, eleva a qualidade das informações coletadas, resultando em operações de varredura submarina mais eficientes.

Assim, a varredura submarina é uma área dinâmica e crucial para diversas aplicações marítimas. A constante evolução das abordagens e tecnologias reflete a importância estratégica dessa atividade para a exploração sustentável de recursos, operações de busca e salvamento e a garantia da segurança marítima.

2.1.1 Padrões de Varredura Submarina mais abordados na literatura

Os padrões de varredura submarina representam estratégias fundamentais adotadas para abranger uma área de forma sistemática, visando otimizar a eficácia da coleta de informações. Dentre esses padrões, destaca-se o padrão em *zigzag*, uma abordagem amplamente discutida na literatura por sua capacidade de otimizar a cobertura da área e reduzir o tempo de varredura, como enfatizado por CHOSET e PIGNON (1997). Este padrão (Figura 4) é particularmente eficiente em operações submarinas, onde a maximização da área coberta e a minimização do tempo são de extrema importância.

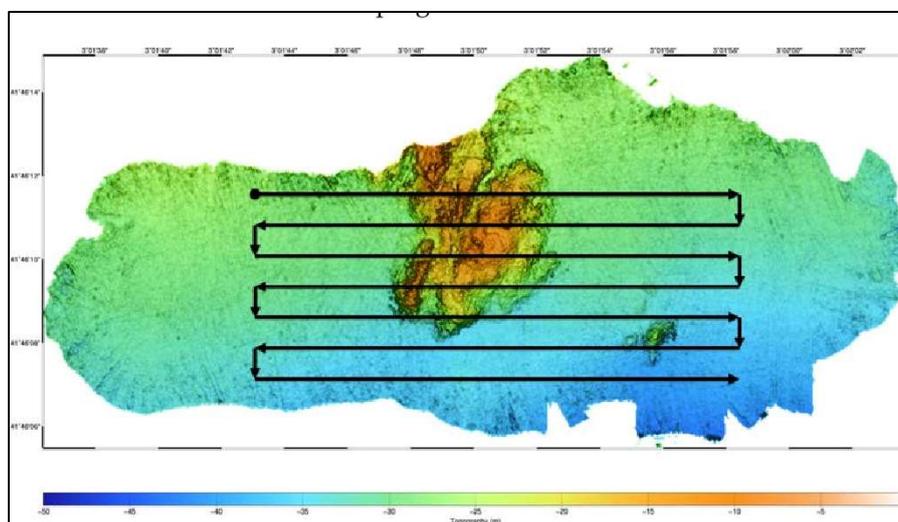


Figura 4 – Padrão de varredura "zigzag"
Fonte: GALCERAN (2014).

Outro padrão relevante é o uso de espirais, uma estratégia que pode ser adaptada para atender a diferentes requisitos de missões submarinas. AASEN (2019) destaca a versatilidade desses padrões em ambientes submarinos, onde a natureza complexa do leito marinho e a presença de obstáculos exigem abordagens flexíveis. A utilização de espirais

permite uma cobertura mais detalhada em áreas de interesse específicas, contribuindo para uma varredura submarina mais precisa e adaptada às características do ambiente (Figura 5).

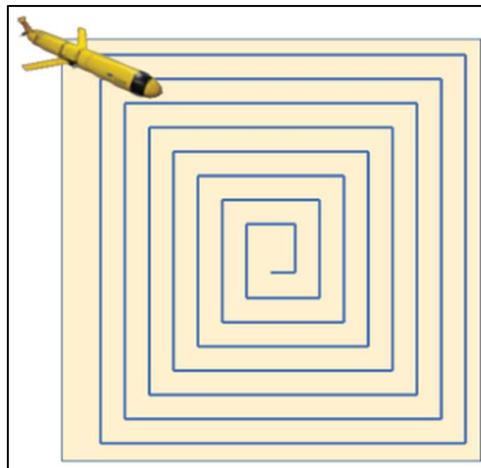


Figura 5 – Padrão de varredura “espiral”
Fonte: KHAN; NOREEN; HABIB (2017).

Além disso, o padrão em grade (*grid*) também é objeto de estudo na literatura, oferecendo uma abordagem sistemática e organizada para a varredura submarina (Figura 6). Este padrão, muitas vezes associado a AUVs, pode ser eficaz em missões de mapeamento e inspeção de áreas específicas. A literatura ressalta que a escolha do padrão adequado depende das características da missão, do ambiente submarino e dos objetivos específicos a serem alcançados.

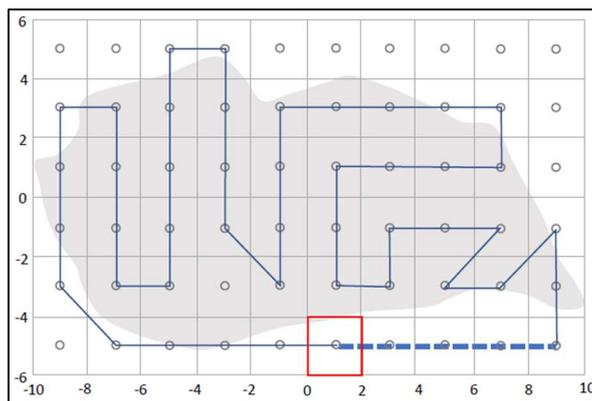


Figura 6 – Padrão de varredura “grid”
Fonte: CABREIRA; BRISOLARA; PAULO R (2019).

A adaptação desses padrões de varredura submarina de acordo com as necessidades específicas de cada missão reflete a constante busca por estratégias eficientes e adaptáveis. A literatura atual destaca a importância de considerar fatores

como profundidade, topografia do leito marinho e características dos objetos a serem detectados ao escolher o padrão mais apropriado para uma missão específica.

A abordagem sistemática por meio de padrões de varredura submarina é essencial para otimizar a eficácia das operações em ambientes marinhos. A busca contínua por estratégias inovadoras e a adaptação dos padrões existentes às características específicas do ambiente submarino são cruciais para aprimorar a precisão e eficiência dessas operações.

2.1.2 Navios Varredores

Os navios varredores, embarcações especializadas, desempenham um papel vital nas operações de varredura submarina em larga escala (Figura 7). Projetados com a finalidade específica de explorar ambientes submersos, esses navios são dotados de sistemas avançados de sonar e sensores, consolidando-se como elementos fundamentais na detecção de objetos submersos. BARROS (2023) destaca a importância crucial dessas embarcações na identificação de minas navais, ressaltando seu papel essencial na preservação da segurança em rotas marítimas estratégicas.

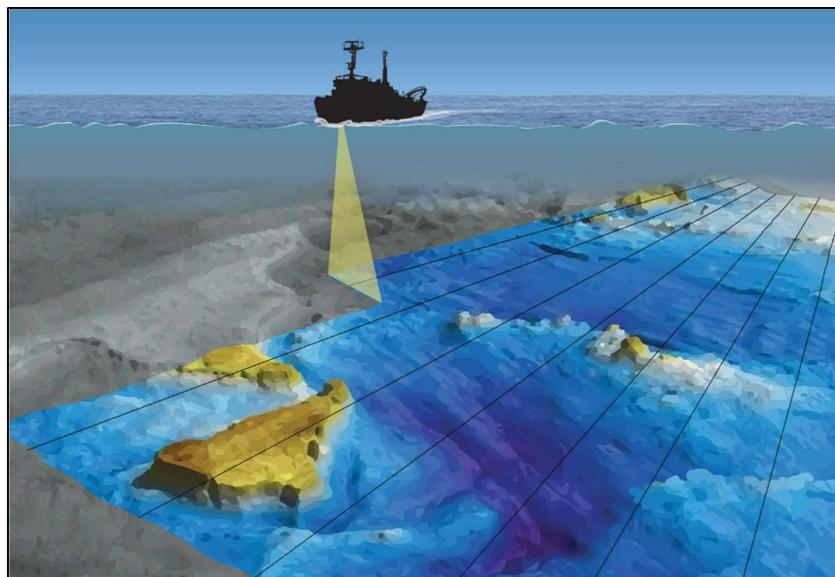


Figura 7 – Atividade de Varredura Submarina
Fonte: *APPLIED OCEANS RESEARCH GROUP (AORG)*.

A complexidade e a natureza crítica das operações desempenhadas pelos navios varredores evidenciam a necessidade de tecnologias avançadas. A literatura sublinha que a evolução contínua desses sistemas é crucial para enfrentar as constantes mudanças nas ameaças submarinas. NAIK; RANADE; LOHANI (2017) enfatizam que a atual geração

de sistemas de navegação, a qual fornece dados de altíssima precisão para o georreferenciamento dos dados de batimetria, faz-se essencial no aprimoramento da capacidade de detecção dessas embarcações.

A identificação de minas navais destaca-se como uma das principais missões dos navios varredores (Figura 8). A literatura destaca que a detecção precoce e precisa dessas ameaças é crucial para a segurança marítima, impedindo potenciais incidentes e garantindo a integridade das rotas de navegação. A MARINHA DO BRASIL ressalta que os navios varredores representam a primeira linha de defesa contra minas navais, demonstrando a importância estratégica dessas embarcações na proteção de áreas marítimas críticas.



Figura 8 – Identificação de Minas Navais
Fonte: *MINE COUNTERMEASURE VESSELS (NVL)*.

Além da detecção de minas, os navios varredores desempenham um papel vital na manutenção da segurança em rotas marítimas estratégicas. Essas rotas são fundamentais para o comércio internacional e a mobilidade naval, sendo essencial garantir a navegabilidade sem ameaças submersas. O desempenho eficaz dos navios varredores contribui diretamente para a segurança global e o funcionamento ininterrupto das rotas marítimas.

A constante evolução tecnológica e a adaptação estratégica dos navios varredores refletem a necessidade de enfrentar ameaças submarinas em constante mudança. A literatura destaca a importância de investir em pesquisas e desenvolvimento para manter a eficácia dessas embarcações na identificação de ameaças e na preservação da segurança marítima.

2.1.3 *Veículos Autônomos Subaquáticos (Autonomous Underwater Vehicles – AUV)*

Os Veículos Autônomos Subaquáticos (AUVs) emergem como uma categoria revolucionária de veículos submarinos não tripulados, dotados de capacidade autônoma para executar tarefas especializadas de varredura submarina. A literatura destaca o papel crucial desses dispositivos, especialmente em áreas de difícil acesso para navios tradicionais, onde sua autonomia se traduz em flexibilidade operacional sem precedentes. A ampla aplicação dos AUVs é evidenciada por HASSANEIN (2023), que relata sua utilização expressiva na exploração oceânica, inspeção de dutos submarinos e mapeamento de leitos marinhos.

A exploração oceânica representa uma das áreas de destaque para os AUVs, que desempenham um papel fundamental na pesquisa e descoberta de novos fenômenos e espécies marinhas. SOUZA (2018) ressaltam que a autonomia e a capacidade de adaptação desses veículos permitem a execução de missões extensas e complexas em ambientes marinhos desafiadores. Seja mapeando ecossistemas submarinos ou coletando dados biológicos, os AUVs contribuem significativamente para a compreensão dos oceanos.

Além disso, a inspeção de dutos submarinos é outra aplicação essencial dos AUVs. Em operações de manutenção e monitoramento de infraestruturas submarinas, esses veículos desempenham um papel insubstituível. Segundo NICHOLSON e HEALEY (2008), os AUVs podem realizar inspeções detalhadas e precisas, identificando potenciais danos ou vazamentos em dutos submarinos, contribuindo para a eficiência operacional e a segurança das instalações, conforme Figura 9.

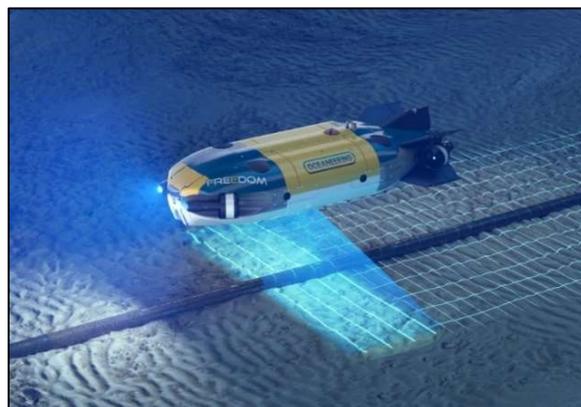


Figura 9 – AUV inspecionando um duto submarino

Fonte: <https://www.oceaneering.com/pt/oceaneering-announces-freedom-auv-achieves-trl-6-for-pipeline-inspection/>.

O mapeamento de leitos marinhos é uma área em que os AUVs têm se destacado, oferecendo uma abordagem eficiente e detalhada. NICHOLSON e HEALEY (2008) destacam, ainda, que a capacidade dos AUVs de realizar varreduras de alta resolução em grandes áreas submarinas é vital para o entendimento da topografia do leito marinho (Figura 10), identificação de habitats e localização de potenciais sítios arqueológicos subaquáticos.

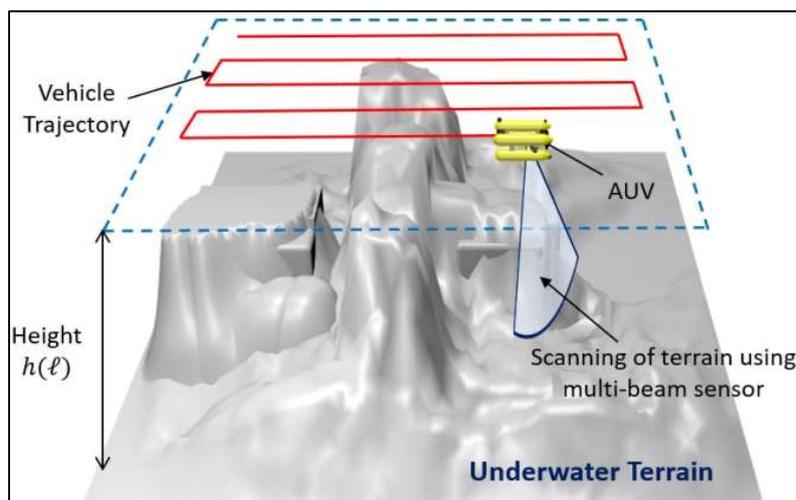


Figura 10 – AUV escaneando terreno submarino
Fonte: SHEN *et al.* (2017).

A expansão das capacidades e aplicações dos AUVs reflete o crescente reconhecimento de sua eficácia e versatilidade na comunidade científica e industrial. A busca contínua por inovações tecnológicas e aprimoramentos na autonomia desses veículos prometem ampliar ainda mais seu impacto nas pesquisas submarinas e atividades industriais.

2.1.4 *Sonar de Varredura Lateral*

O Sonar de Varredura Lateral emerge como uma tecnologia vital e transformadora na condução de operações de varredura submarina, desempenhando um papel crucial ao proporcionar imagens detalhadas do fundo do mar. Sua capacidade de emitir pulsos sonoros e mapear a topografia do leito marinho é essencial para a identificação precisa de objetos e estruturas subaquáticas (Figura 11). A literatura destaca a importância estratégica dessa tecnologia, destacando seu papel na melhoria significativa da acurácia das operações de varredura submarina.

O processo de emissão de pulsos sonoros pelo Sonar de Varredura Lateral revela-se um método altamente eficaz para a obtenção de informações detalhadas do ambiente submarino. JUNIOR (2009) ressalta que a capacidade de discriminar entre diferentes tipos de substratos marinhos e estruturas subaquáticas faz do Sonar de Varredura Lateral uma ferramenta indispensável na pesquisa e exploração submarina.

A integração do Sonar de Varredura Lateral a veículos autônomos subaquáticos (AUVs) e navios varredores representa um avanço significativo na eficácia das operações submarinas. A combinação dessas tecnologias oferece um conjunto poderoso de ferramentas para a coleta de dados submarinos. TANG *et al.* (2023) destaca que a utilização do Sonar de Varredura Lateral em conjunto com AUVs permite uma cobertura eficiente de áreas remotas e de difícil acesso, ampliando a capacidade de exploração.

Além da mera detecção de objetos, o Sonar de Varredura Lateral contribui para a compreensão da ecologia marinha e a identificação de sítios arqueológicos subaquáticos. Pesquisa realizada por SOUZA (2006) demonstra como essa tecnologia tem sido fundamental na identificação de habitats submarinos e no mapeamento de vestígios históricos, enriquecendo não apenas o conhecimento científico, mas também contribuindo para a preservação do patrimônio cultural subaquático.

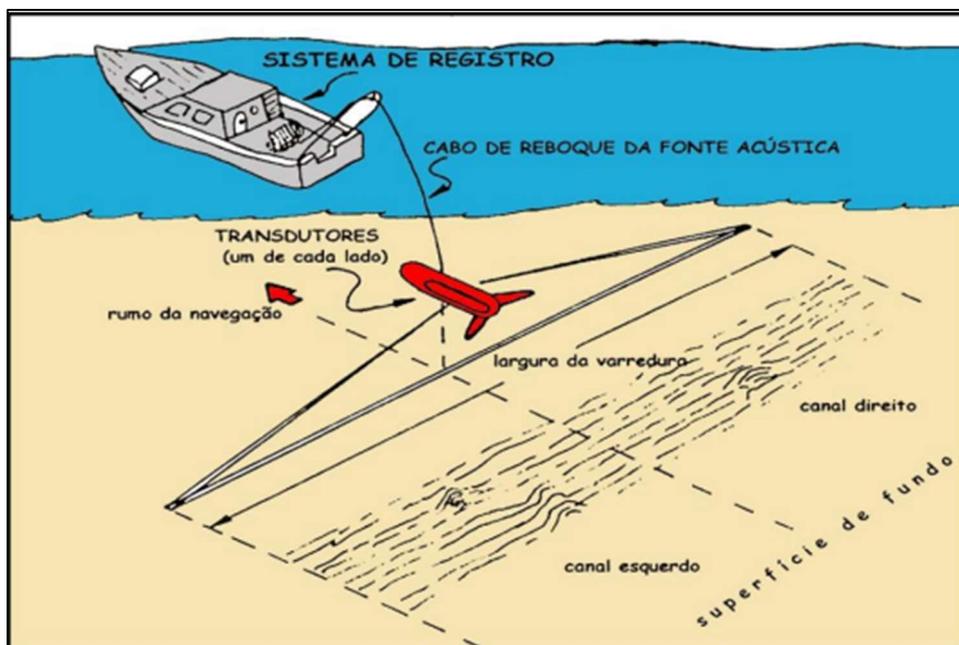


Figura 11 – Ilustração do emprego do sonar de varredura lateral
Fonte: DE SOUZA *et al.* (2009).

2.1.5 Planejamento da trajetória de cobertura para AUV (*The Coverage Path Planning*)

O planejamento da trajetória de cobertura para Veículos Subaquáticos Autônomos (AUVs) é uma área crucial na robótica submarina, visando otimizar a exploração de ambientes submersos (Figura 12). Diversos estudos abordam estratégias para eficientes algoritmos de cobertura que permitam aos AUVs mapearem e explorarem ambientes submarinos de maneira sistemática.

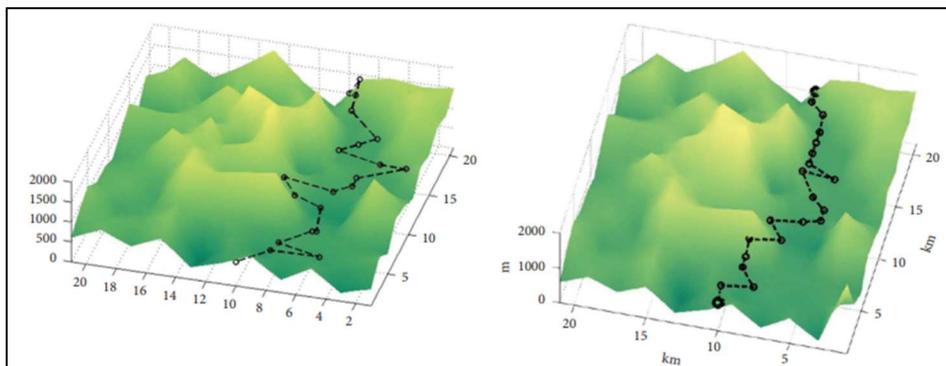


Figura 12 – Exemplo comparativo entre algoritmos de *Coverage Path Planning*
Fonte: GUO *et al.* (2021).

CHOSSET (2001) destaca a importância do planejamento de cobertura na robótica, sendo essencial para a eficácia da missão. Em ambientes aquáticos, o uso de AUVs para a cobertura de áreas extensas é especialmente desafiador devido à dinâmica e complexidade dos oceanos. O trabalho de GALCERAN (2014) introduz estratégias específicas para o planejamento de cobertura em ambientes subaquáticos, reconhecendo a singularidade desses cenários.

Para cobertura em ambientes complexos, como recifes de coral ou leitos marinhos irregulares, GALCERAN (2014) propõem estratégias de planejamento de trajetória específicas para AUVs. Essas estratégias visam maximizar a eficiência na coleta de dados em áreas críticas e minimizar o consumo de energia, fator crucial para operações de longa duração.

No contexto de cobertura 3D, ATKAR *et al.* (2005) apresentam um método de planejamento de trajetória que leva em consideração a geometria não convexa de objetos subaquáticos. Isso é essencial para a pintura de estruturas submarinas ou a inspeção detalhada de superfícies complexas.

Diversos desafios associados ao planejamento de trajetória para AUVs são discutidos por WU *et al.* (2012), incluindo a presença de obstáculos móveis e alvos

subaquáticos. O trabalho destaca a importância de estratégias baseadas em grafos para lidar com essas situações dinâmicas.

2.2 Modelos de Roteamento de Veículos

Em contextos logísticos, a otimização do roteamento de veículos desempenha um papel crucial na redução de custos e no aumento da eficiência dos processos de entrega. Segundo BALLOU (1993), a escolha adequada das rotas pode impactar significativamente a economia de recursos, reduzindo o consumo de combustível e diminuindo o tempo de transporte. Modelos matemáticos e algoritmos avançados são essenciais para encontrar soluções ótimas diante das múltiplas variáveis envolvidas, como restrições de capacidade, horários e preferências dos clientes.

A otimização do roteamento de veículos representa uma peça fundamental para aprimorar a eficiência operacional em diversas áreas, notadamente em logística e transporte. A complexidade inerente a essas operações demanda a utilização de modelos e técnicas específicas, resultando no desenvolvimento de abordagens inovadoras para lidar com desafios logísticos cada vez mais complexos.

O Problema do Caixeiro Viajante (*Traveling Salesman Problem* - TSP) destaca-se como um dos modelos fundamentais no roteamento de veículos. Este problema, conhecido por sua complexidade computacional, consiste em encontrar a rota mais curta que visita um conjunto de locais e retorna ao ponto de origem (Figura 13). Segundo ZAMBITO (2006), o TSP é uma ferramenta valiosa para otimizar rotas de entregas, minimizando distâncias percorridas e, conseqüentemente, custos operacionais.



Figura 13 – Exemplo de aplicação do Problema do Caixeiro Viajante
Fonte: REINBLATT (2022).

Outro modelo relevante é o Problema de Roteamento de Veículos (*Vehicle Routing Problem* - VRP), que considera múltiplos veículos e pontos de entrega, buscando

otimizar a distribuição eficiente das cargas. Autores como TOTH e VIGO (2014) destacam a aplicabilidade do VRP em cenários logísticos complexos, onde a alocação estratégica de veículos e a definição de rotas eficientes são cruciais para a satisfação do cliente e a redução de custos.

A abordagem específica do Problema de Roteamento de Veículos com Restrição de Distância (*Vehicle Routing Problem with Distance Constraint - VRPDC*) adiciona uma camada adicional de desafio, considerando limites de distância nas rotas. Este modelo, abordado por MARKOVIĆ; PETROVIĆ; MARKOVIĆ (2017), é particularmente relevante em contextos urbanos, onde restrições ambientais e regulatórias podem impor limites específicos às distâncias percorridas pelos veículos.

A utilização de modelos de roteamento de veículos estende-se além da logística tradicional, abrangendo setores como serviços de emergência, coleta de lixo e distribuição de mercadorias perecíveis. A literatura destaca a importância contínua da pesquisa e desenvolvimento nessa área, visando a adaptação dos modelos existentes e a criação de abordagens inovadoras para enfrentar os desafios emergentes na otimização de rotas.

Para o desenvolvimento deste trabalho será utilizada a modelagem do Problema do Caixeiro Viajante para otimização de rotas dos meios submarinos abordados.

2.2.1 *Problema do Caixeiro Viajante (Traveling Salesman Problem - TSP)*

O TSP destaca-se como um dos problemas mais proeminentes e estudados em otimização combinatória. Sua formulação clássica consiste em encontrar o caminho mais curto que visita cada ponto em um conjunto exatamente uma vez, retornando ao ponto de origem. Essa problemática, apesar de sua aparente simplicidade, tem implicações significativas no roteamento de veículos, desencadeando uma vasta gama de estudos e pesquisas na busca por soluções eficientes.

O TSP é intrinsecamente ligado à otimização de rotas de veículos, onde a busca pelo caminho mais curto tem implicações diretas na redução de custos operacionais e no aumento da eficiência logística. LAWLER *et al.* (1985) ressaltam que a resolução eficiente do TSP é fundamental para a tomada de decisões estratégicas no roteamento, impactando diretamente a economia de recursos e a satisfação do cliente.

A complexidade computacional do TSP, classificado como um problema NP-completo, desafia os pesquisadores a desenvolverem algoritmos eficientes para encontrar soluções ótimas ou aproximadas. Diversas abordagens, como a heurística do vizinho mais

próximo e algoritmos genéticos, têm sido exploradas para enfrentar essa complexidade e encontrar soluções viáveis em tempo hábil.

A aplicação do TSP no roteamento de veículos não se restringe apenas à logística tradicional, mas estende-se a setores como serviços de emergência, manutenção de infraestrutura urbana e distribuição de mercadorias (Figura 14). Autores como LAPORTE (1992) destacam a relevância contínua do TSP na resolução de desafios práticos, adaptando-se a cenários dinâmicos e considerando variáveis adicionais, como janelas de tempo e restrições de capacidade dos veículos.

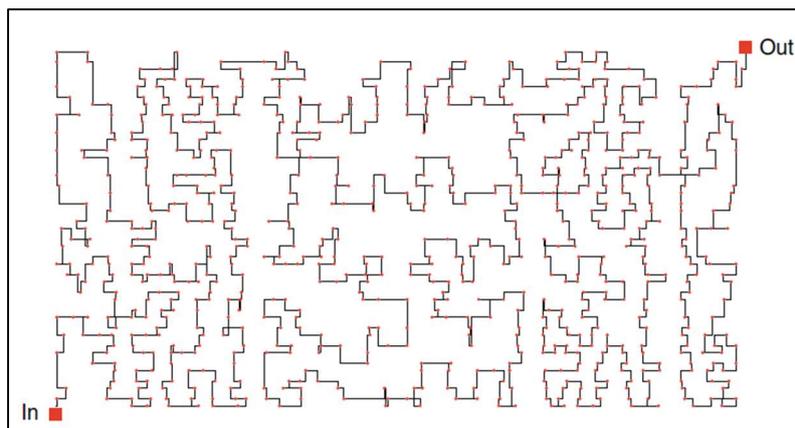


Figura 14 – Exemplo de tecnologia de fabricação de chips usando TSP
Fonte: COOK (2012).

A evolução das técnicas de resolução do TSP reflete-se na busca por soluções que não apenas otimizem rotas estáticas, mas também considerem dinâmicas em tempo real. Pesquisas recentes exploram abordagens que levam em conta variáveis como tráfego, condições meteorológicas e prioridades de entrega, integrando o TSP a modelos mais abrangentes de roteamento de veículos.

Dado um grafo $G = (N, M)$ onde $N = \{1, \dots, n\}$ é um conjunto de vértices ou localidades de uma rede e $M = \{1, \dots, m\}$ um conjunto de arestas ou estradas que ligam as localidades da rede, o problema consiste em definir a rota de menor custo que ligue todas as localidades, considerando que o caixeiro motorista do veículo visite cada localidade uma única vez. A cada aresta $(i, j) \in M$ está associado um custo, c_{ij} , que representa o custo do deslocamento da localidade i para a j , e uma variável binária x_{ij} , que representa a utilização da aresta (i, j) pelo caixeiro e terá valor 1 se a aresta (i, j) é utilizada e 0, caso contrário. Sendo S um subgrafo de G , então $|S|$ é o número de vértices

do subgrafo S . Com base nestas informações, tem-se o modelo matemático clássico do TSP, proposto por (DANTZIG; FULKERSON; JOHNSON, 1954).

Minimizar:

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subset N, S \neq \emptyset \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i, j = 1, \dots, n, i \neq j \quad (5)$$

A função objetivo expressa na equação (1) realiza o cálculo do custo do percurso do caixeiro. As restrições (2) e (3) garantem que toda localidade da rede, o caixeiro chega apenas uma vez na localidade e sai apenas uma vez da localidade. A restrição (4) assegura a formação de uma única rota que visita todas as localidades da rede uma única vez.

2.3 Problemas de Localização de Máxima Cobertura (*Maximal Covering Location Problem - MCLP*)

O MCLP se destaca como um desafio crucial na tomada de decisões estratégicas relacionadas à localização. Este problema envolve a escolha de locais de instalação de modo a maximizar a cobertura de uma área específica. A relevância do MCLP transcende o âmbito teórico, influenciando diretamente as operações práticas de empresas e organizações. Autores pioneiros, como CHURCH e REVELLE (1974), destacam a importância do MCLP, particularmente na localização estratégica de depósitos, evidenciando sua relevância na eficiência global do roteamento e distribuição.

O MCLP é frequentemente aplicado em situações nas quais a cobertura eficiente de uma determinada área é crucial para o sucesso das operações. No contexto do roteamento de veículos, a escolha estratégica dos locais de instalação influencia diretamente o alcance e a eficácia das rotas estabelecidas. A pesquisa de DASKIN (2013) destaca que a abordagem do MCLP é vital para setores nos quais a proximidade

geográfica dos depósitos é determinante, como na distribuição de produtos perecíveis ou na prestação de serviços de emergência.

A complexidade do MCLP reside na combinação de variáveis, como a cobertura efetiva de uma área geográfica, os custos associados à instalação e manutenção dos locais, bem como as restrições operacionais. Estratégias heurísticas e algoritmos de otimização são frequentemente empregados para encontrar soluções eficientes diante da complexidade computacional inerente ao MCLP. A pesquisa de CHURCH e REVELLE (1974) representa um marco nesse campo, proporcionando um entendimento inicial e sólido das implicações práticas e teóricas do MCLP.

A aplicação do MCLP na localização estratégica de depósitos tem implicações diretas na otimização das rotas de veículos. A escolha adequada dos locais de instalação não apenas maximiza a cobertura da área de serviço, mas também contribui para a redução de custos operacionais, diminuindo as distâncias percorridas pelos veículos. A pesquisa de PACHECO e CIRQUEIRA (2016) destacam que a abordagem do MCLP é fundamental para empresas que buscam otimizar sua rede de distribuição, adaptando-se dinamicamente às demandas do mercado.

Segundo ARAKAKI (2003), o MCLP tem como objetivo principal atender à demanda, e sua determinação de cobertura se baseia na posição do ponto de demanda em relação à, pelo menos, uma facilidade. Nesse contexto, um ponto de demanda é classificado como coberto se estiver a uma distância inferior à distância crítica S pré-definida, de, pelo menos, uma facilidade. Se a distância entre o ponto de demanda e a facilidade exceder S , a demanda correspondente é considerada não coberta. Portanto, pode-se concluir que o MCLP não impõe restrições de capacidade e não requer a cobertura de todas as áreas de demanda.

Neste modelo, mantêm-se os conceitos de facilidades candidatas a serem abertas e cobertura, considerando os seguintes elementos na modelagem:

- S – a área de demanda é coberta se estiver dentro desta distância;
- $N = \{1, 2, \dots, n\}$ – conjunto de pontos de demanda;
- $M = \{1, 2, \dots, n\}$ – conjunto de pontos de facilidades;
- D_i – Demanda da população da área i ;
- p – quantidade de facilidades que se deseja instalar;
- D_{ij} – menor distância do nó i ao nó j ;
- $N_i = \{j \in J | d_{ij} \leq S\}$;

- x_j – variável de decisão binária que, recebe 1 se uma facilidade for aberta no local $j \in J$ e, 0 caso contrário; e
- y_i – variável de decisão que, recebe 1 se o ponto de demanda é atendido e, 0 caso contrário.

CHURCH e REVELLE (1974) modelaram o problema MCLP da seguinte forma:

Maximizar:

$$\sum_{i \in N} D_i y_i \quad (6)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i \quad \forall i \in N \quad (7)$$

$$\sum_{j \in M} x_j = p \quad (8)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in M \quad (9)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in N \quad (10)$$

A Função Objetivo (6) busca maximizar a população atendida pelas facilidades abertas. As Restrições (7) garantem que um ponto de demanda $i \in I$ só pode ser atendido por uma facilidade $j \in J$ que seja aberta e cuja cobertura atenda ao local de demanda. O parâmetro d_{ij} garante que as coberturas sejam respeitadas. As Restrições (8) garantem que a quantidade máxima de facilidades abertas seja respeitada, definida pelo parâmetro p . As Restrições (9) e (10) garantem que as variáveis de decisão do modelo são do tipo binárias.

No cenário logístico contemporâneo, a evolução do MCLP continua a ser impulsionada pela busca de soluções que considerem variáveis dinâmicas, como flutuações na demanda, mudanças geográficas e considerações ambientais. A integração do MCLP a abordagens mais avançadas, como Algoritmos Genéticos e *Machine Learning*, reflete a adaptação contínua dessa metodologia às demandas emergentes da logística moderna.

2.4 Abordagens Heurísticas em Otimização Combinatória

As abordagens heurísticas surgem como instrumentos poderosos na resolução de problemas de otimização combinatória, proporcionando soluções aproximadas em tempo hábil (Figura 15). Essas técnicas, embora não garantam a obtenção da solução ótima, são cruciais diante da complexidade computacional inerente a muitos problemas práticos.

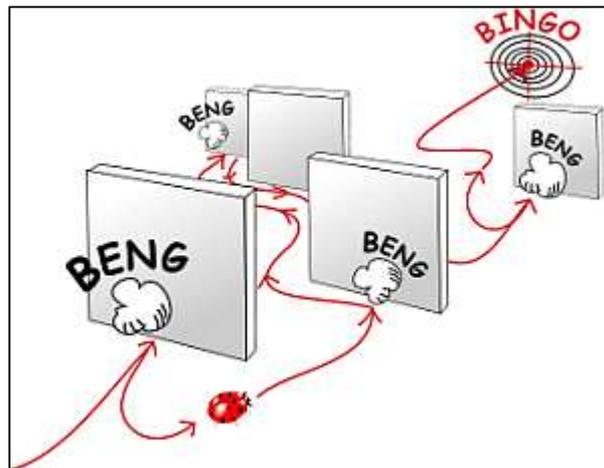


Figura 15 – Método de solução heurístico

Fonte: <https://cantinodomanel.blogspot.com/2007/08/o-que-heuristica.html>.

O emprego de abordagens heurísticas é amplamente reconhecido e explorado na literatura, representando uma resposta eficiente aos desafios apresentados por problemas como o VRP e o TSP. Autores como BLUM e ROLI (2003) destacam que a natureza NP-difícil de muitos problemas de otimização combinatória demanda estratégias inovadoras, e as heurísticas emergem como ferramentas versáteis nesse contexto.

Entre as abordagens heurísticas, a Heurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) desponta como uma técnica amplamente aplicada na resolução de diversos problemas combinatórios. RESENDE e RIBEIRO (2005) enfatizam a flexibilidade e eficácia da GRASP, que combina a exploração heurística com elementos de aleatoriedade, gerando soluções de alta qualidade em um espaço de busca complexo.

Outra abordagem heurística clássica é a do Vizinho Mais Próximo (*Nearest Neighbor Heuristic*), amplamente aplicada no contexto do TSP. CORDENONSI (2008) ressalta a simplicidade e eficiência dessa heurística, que consiste em selecionar, a cada passo, o vizinho mais próximo do ponto atual. Embora não garanta a solução ótima, a heurística do Vizinho Mais Próximo oferece resultados satisfatórios, especialmente em instâncias de problemas de grande escala.

A aplicação dessas heurísticas não se limita apenas a problemas clássicos de otimização. Em contextos como o MCLP (*Maximal Covering Location Problem*), heurísticas adaptativas são exploradas para encontrar soluções aproximadas eficientes, como evidenciado por REVELLE e SWAIN (1970) em seus estudos pioneiros sobre o problema.

As abordagens heurísticas desempenham um papel vital na resolução eficiente de problemas de otimização combinatória. Seja no roteamento de veículos, na localização estratégica de instalações ou em outros domínios logísticos, as heurísticas oferecem soluções aproximadas que atendem às demandas práticas e temporais impostas pela complexidade dos problemas.

2.4.1 *Heurística GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)*

A heurística GRASP, proposta por FEO e RESENDE (1989), se estabeleceu como uma abordagem robusta na resolução de problemas complexos de otimização combinatória. Essa técnica, baseada em uma abordagem iterativa, amalgama princípios de construção gulosa com estratégias de busca local, demonstrando sua versatilidade e eficácia em uma variedade de contextos.

O cerne da heurística GRASP reside na busca de soluções de alta qualidade, aproveitando uma combinação inteligente de construção gulosa e aleatoriedade. Durante cada iteração, a heurística constrói soluções parciais, utiliza mecanismos de aleatoriedade para diversificar as escolhas e, posteriormente, aplica procedimentos de busca local para aprimorar a solução obtida (Figura 16). Essa combinação estratégica visa contornar ótimos locais e explorar eficientemente o espaço de soluções. Os pseudocódigos genéricos, da fase de construção e da fase de busca local, da heurística GRASP, são apresentados nas Figuras 17 a 19.

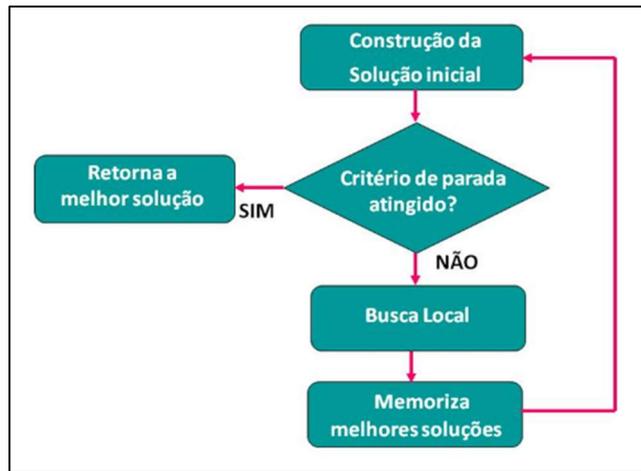


Figura 16 – Fluxograma do algoritmo GRASP
 Fonte: SIQUEIRA (2021).

```

proc grasp (MAX_ITER)
  Carregar Instancia_Entrada ()
  para k=1 ate MAX_ITER faca
    Solucao = constroiSolucao ()
    Solucao = buscaLocal ()
    atualizaSolucao (Solucao, Melhor_Solucao)
  fim para
  retorna (Melhor_Solucao)
fim grasp
  
```

Figura 17 – Pseudocódigo genérico para heurística GRASP
 Fonte: FEO e RESENDE (1995).

```

proc constroiSolucao ( )
  Solucao = { }
  enquanto Solucao não está completa faca
    Construa LRC
    Definir alpha para seleção aleatória de um elemento s da LRC
    Solucao = Solucao U {s}
    Adapte a função gulosa
  fim enquanto
  retorna (Solucao)
fim constroiSolucao
  
```

Figura 18 – Pseudocódigo da fase de construção
 Fonte: Adaptado de FEO e RESENDE (1995).

```

proc buscaLocal (Solucao)
  enquanto Solucao s não é um ótimo local faca
    Encontre uma solução t em  $V(s)$ 
    se custo(t) > custo(Solucao) entao
      Solucao = t
    fim se
  fim enquanto
  retorna (Solucao)
fim buscaLocal
  
```

Figura 19 – Pseudocódigo da fase de busca local
 Fonte: FEO e RESENDE (1995).

Na heurística GRASP, o parâmetro *alpha* (α), utilizado na fase de construção de solução inicial, conforme apresentado nos pseudocódigos (Figura 18), influencia a intensificação e diversificação da busca. Um valor mais baixo de *alpha*, próximo a 0 (zero), favorece a intensificação, priorizando escolhas mais determinísticas e explorando regiões conhecidas da solução. Por outro lado, um valor mais alto de *alpha*, próximo a 1 (um), promove a diversificação, permitindo escolhas mais aleatórias para explorar diferentes regiões do espaço de busca.

A escolha adequada de *alpha* depende da natureza do problema e da complexidade do espaço de busca. Um ajuste cuidadoso é necessário para equilibrar entre exploração e exploração, buscando encontrar soluções de alta qualidade de forma eficiente. Experimentação prática com diferentes valores de *alpha* se faz necessário para otimizar o desempenho do algoritmo GRASP em um problema específico.

Estudos como os de RESENDE e RIBEIRO (2005) têm enfatizado o papel central da heurística GRASP na resolução de desafios logísticos contemporâneos, especialmente no contexto do VRP. A adaptação da GRASP a problemas de roteamento se destaca como um avanço significativo, oferecendo soluções aproximadas eficientes em tempo viável. A natureza NP-difícil do VRP, conforme discutido por TOTH e VIGO (2002), destaca a importância de abordagens heurísticas como a GRASP para enfrentar a complexidade computacional inerente.

A eficácia da heurística GRASP não se limita ao VRP, estendendo-se a problemas diversos, como o MCLP e o *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP). RESENDE e RIBEIRO (2003) apontam que a GRASP se destaca em lidar com problemas de grande escala e complexidade, fornecendo soluções que se aproximam da ótima em muitos casos práticos.

Além disso, a heurística GRASP tem sido objeto de aprimoramentos e extensões ao longo dos anos. O desenvolvimento de variantes, como a GRASP com *Path-Relinking*, introduzida por LAGUNA e MARTÍ (1999), amplia ainda mais a aplicabilidade e o desempenho dessa abordagem em problemas desafiadores.

Dentre os aspectos positivos e negativos da aplicação da heurística GRASP em problemas de otimização, podemos citar:

- **Aspectos Positivos:**

- ✓ **Simplicidade:** O GRASP é relativamente fácil de implementar e entender. Não requer conhecimento profundo de matemática avançada ou teoria de otimização.

- ✓ **Adaptabilidade:** O GRASP pode ser adaptado para diferentes tipos de problemas de otimização, incluindo problemas de programação linear, não linear e combinatória.
 - ✓ **Eficiência:** A combinação de busca local e aleatoriedade permite que o GRASP explore soluções rapidamente, especialmente em espaços de busca complexos.
 - ✓ **Robustez:** O GRASP é robusto em relação a variações nos parâmetros e nas instâncias do problema.
- **Aspectos Negativos:**
 - ✓ **Dependência de Parâmetros:** O desempenho do GRASP pode depender da escolha adequada de parâmetros, como o tamanho da lista restrita de candidatos e o número de iterações.
 - ✓ **Convergência Lenta:** Em alguns casos, o GRASP pode convergir lentamente para uma solução ótima, especialmente quando a busca local não é suficientemente explorada.
 - ✓ **Sensibilidade à Inicialização:** A qualidade da solução inicial gerada aleatoriamente pode afetar significativamente o desempenho do GRASP.
 - ✓ **Não Garantia de Ótimo Global:** O GRASP não garante encontrar a solução globalmente ótima, apenas uma solução localmente ótima.

A heurística GRASP representa uma ferramenta valiosa e adaptável para enfrentar problemas complexos, oferecendo soluções aproximadas que atendem às demandas práticas e temporais impostas pela natureza dinâmica e desafiadora da otimização combinatória.

2.4.2 *Heurística do vizinho mais próximo (Nearest Neighbor Heuristic)*

A heurística do vizinho mais próximo, uma técnica clássica na otimização combinatória, que neste trabalho será referenciada pela sigla NN, do inglês, *Nearest Neighbor*, foi introduzida por CLARKE e WRIGHT (1964) e se destaca como uma abordagem simples e eficiente para problemas de roteamento (Figura 20). A simplicidade da heurística reside na sua ideia central de selecionar o vizinho mais próximo para

construir rotas iniciais, demonstrando um compromisso entre eficácia e facilidade de implementação.

Heurística do Vizinho Mais Próximo.
Passo 1: Escolha o vértice do depósito para começar.
Passo 2: Escolher um vértice ainda não visitado que seja o mais próximo do último vértice visitado que respeite a capacidade do veículo para inseri-lo na rota.
Passo 3: Se nenhum vértice pode ser adicionado na rota volte para o depósito.
Passo 4: Se todos os vértices já foram inseridos, PARE, caso contrário, volte ao Passo 2.

Figura 20 – Procedimento de construção da heurística do vizinho mais próximo
Fonte: ANDRETTA (2019).

A aplicação inicial da heurística foi focada em problemas clássicos, como o TSP, onde a eficiência da técnica foi notável (Figura 21). Contudo, ao longo dos anos, essa heurística foi adaptada e estendida para enfrentar desafios mais complexos e variados, a citar, VRP, problemas de agrupamento, alocação e de localização, demonstrando, assim, a versatilidade e a aplicabilidade da heurística em uma ampla gama de problemas de otimização combinatória.

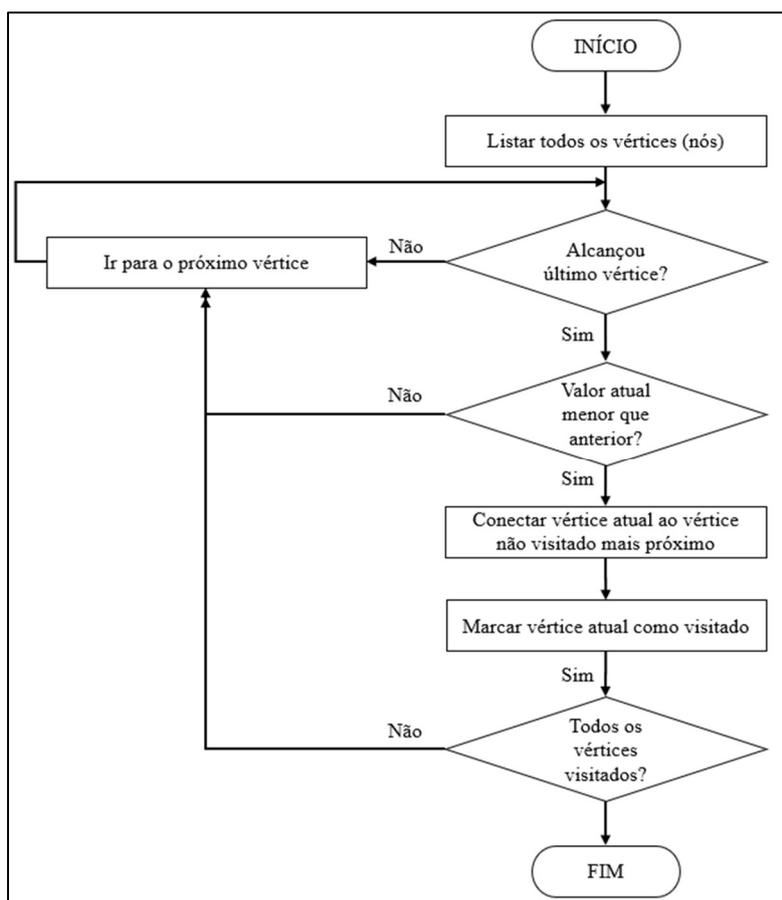


Figura 21 – Fluxograma do TSP usando algoritmo do vizinho mais próximo
 Fonte: Adaptado de ABDULLAH (2015).

Estudos subsequentes, como os de LAPORTE (1992), exploraram as potencialidades da heurística em contextos mais amplos, como o CVRP e o *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW). A adaptação da heurística a esses problemas ressalta sua versatilidade e capacidade de proporcionar soluções inicialmente sólidas.

Embora seja reconhecida por sua simplicidade e aplicabilidade, a heurística não está isenta de limitações. Em cenários de problemas de grande escala e complexidade, a heurística pode gerar soluções sub ótimas. Nesses casos, adaptações e melhorias são necessárias para garantir a eficácia da heurística em lidar com problemas logísticos mais desafiadores.

Dentro desse contexto, técnicas de aprimoramento da heurística do vizinho mais próximo têm sido propostas. Estudos como o de GENDREAU; HERTZ; LAPORTE (1992) introduziram variantes, como a Inserção do Melhor Vizinho (*Nearest Insertion*), que buscam otimizar as rotas iniciais geradas pela heurística básica. Essas adaptações

mostraram-se relevantes para a obtenção de soluções de melhor qualidade em problemas complexos.

A heurística do vizinho mais próximo, mesmo sendo uma abordagem básica, continua a ser valiosa em muitos contextos. Sua simplicidade e eficiência tornam-na uma escolha prática para a resolução inicial de problemas logísticos. No entanto, a combinação inteligente dessa heurística com técnicas mais avançadas, como algoritmos de busca local e estratégias de melhoramento, revela seu potencial em proporcionar soluções competitivas em problemas mais desafiadores.

2.5 Considerações sobre os modelos abordados

As abordagens utilizadas para o desenvolvimento e solução do problema de pesquisa apresentado neste estudo, utilizará dos modelos apresentados neste capítulo de referencial teórico, trabalhando aspectos de determinação de localização de facilidades, problema de caixeiro viajante, heurísticas e conectadas a utilização de veículos autônomos em atividades de varredura. A descrição do problema e definição dos modelos utilizados para solução de cada etapa do estudo será apresentado ao longo do capítulo 4.

O capítulo 3 apresentará, de forma exemplificativa, a utilização das abordagens elencadas no referencial teórico, no âmbito da literatura existente, através da extratificação de alguns trabalhos correlatos aos assuntos atinentes a este estudo.

3 TRABALHOS CORRELATOS

Neste capítulo, serão abordados alguns trabalhos relevantes da literatura, que de alguma forma contemplam aspectos importantes ao trabalho desta dissertação, divididos em tópicos de conhecimento: *Patrol Routing Problem*, *Coverage Path Planning*, *Coverage Path Planning* para veículos autônomos subaquáticos, e modelo de integração de localização de máxima cobertura com roteamento de veículos.

Originalmente propostos e, ainda, intensamente estudados, os modelos de *Covering Path Planning* (CPP) com foco em robôs e veículos aéreos não tripulados (*Unmanned Aerial Vehicles* - UAV), ganhou relevância para os veículos autônomos subaquáticos (*Autonomous Underwater Vehicles* - AUV), com um importante incremento na literatura da área.

Outros trabalhos relacionados a cobertura de uma área geográfica, com atuação específica para determinado ramo de atividade, também sugeriram como importante abordagem à área de otimização, como foi o caso dos trabalhos de roteamento de patrulhas (*Patrol Routing Problem* – PRP) e de roteamento de veículos incrementando ao modelo de localização de máxima cobertura.

3.1 Trabalhos de alta correlação com a dissertação

MATSUURA e KIMURA (2017) introduzem uma variante do clássico TSP e do *Covering Salesman Problem* (CSP), onde além dos nós visitados, os segmentos da rota também podem cobrir nós não visitados (Figura 22). Os resultados experimentais demonstraram a eficácia do método heurístico proposto, capaz de encontrar soluções de boa qualidade em um curto período para instâncias de *benchmark* do *Covering Salesman Problem with Nodes and Segments* (CSPNS). Essa variante do TSP apresenta desafios adicionais de complexidade computacional devido à inclusão dos segmentos da rota, tornando-o um problema desafiador para a otimização em várias áreas.

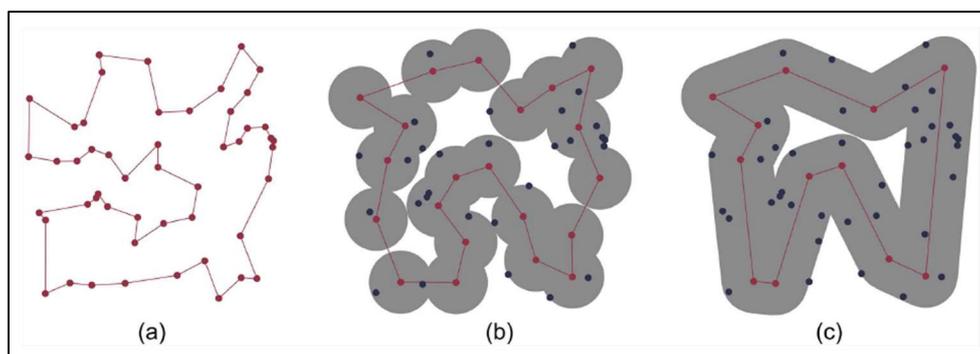


Figura 22 – (a) TSP; (b) CSP; e (c) CSPNS

YANG *et al.* (2022) abordam um algoritmo de otimização destinado ao planejamento de caminhos para Veículos de Superfície Não Tripulados (USVs) em missões de monitoramento ambiental oceânico (Figura 23). Os resultados de simulação demonstraram a eficácia do algoritmo no que tange o planejamento de caminhos de USVs, destacando sua capacidade de lidar com problemas práticos de maneira eficiente e se mostrando uma ferramenta robusta e competitiva para problemas de TSP em larga escala, especialmente em ambientes oceânicos desafiadores.



Figura 23 – USV conduzindo a missão de monitoramento ambiental

3.2 Patrol Routing Problem

FORERO (2008) aborda o desafio crítico da vigilância e patrulha marítima na Marinha Colombiana, visando otimizar a cobertura de vastas áreas com recursos limitados. Para isso, propõe um modelo matemático em três etapas, adaptando o problema ao estilo do Caixeiro Viajante Aproximado (*Close Enough TSP - CETSP*). O método prioriza a proximidade das bases navais (BN), agrupa pontos conforme o alcance do radar das plataformas e roteia eficientemente as patrulhas, conforme mostra a Figura 24.

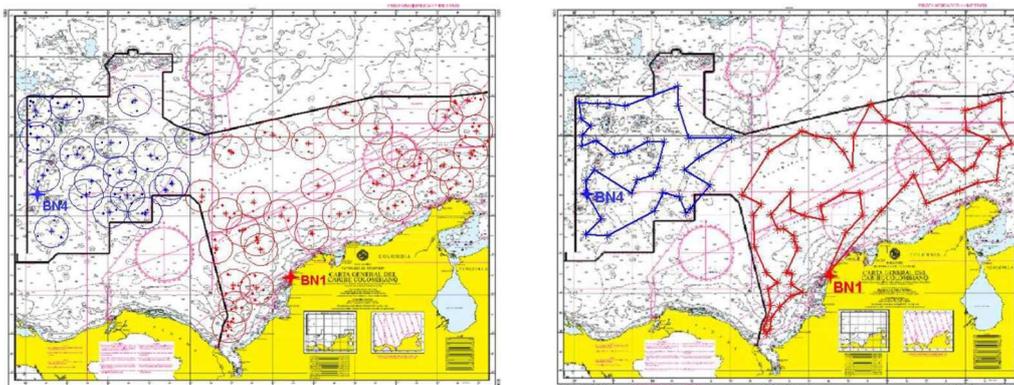


Figura 24 – Atribuição às BN (esquerda) e Rotas ótimas de patrulha marítima (direita)

Os resultados demonstram a eficácia do modelo na produção de soluções satisfatórias, considerando diferentes alcances de radar e autonomias das plataformas. A contribuição desse trabalho reside na aplicação prática de técnicas de otimização, oferecendo uma ferramenta quantitativa para a tomada de decisão e o planejamento das operações, maximizando a área de vigilância e minimizando os custos operacionais. Além disso, o modelo proposto pode ser adaptado para incluir outras variáveis relevantes, como janelas de tempo e variabilidade das condições de detecção, tornando-se uma base sólida para futuras melhorias e adaptações às necessidades específicas da vigilância marítima.

3.3 Coverage Path Planning (CPP)

CABREIRA, BRISOLARA, PAULO R (2019) oferecem uma revisão abrangente sobre o planejamento de caminhos de cobertura (CPP) para Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs). Abordando desde a introdução do problema até a classificação dos UAVs e revisão da literatura, o artigo destaca técnicas de decomposição celular (Figura 25), métricas de desempenho e estratégias de planejamento. Ao fornecer uma análise detalhada das abordagens existentes, o trabalho oferece uma visão completa das oportunidades e desafios enfrentados no CPP com VANTs, servindo como uma valiosa fonte de referência para pesquisadores e profissionais interessados neste campo em rápido desenvolvimento.

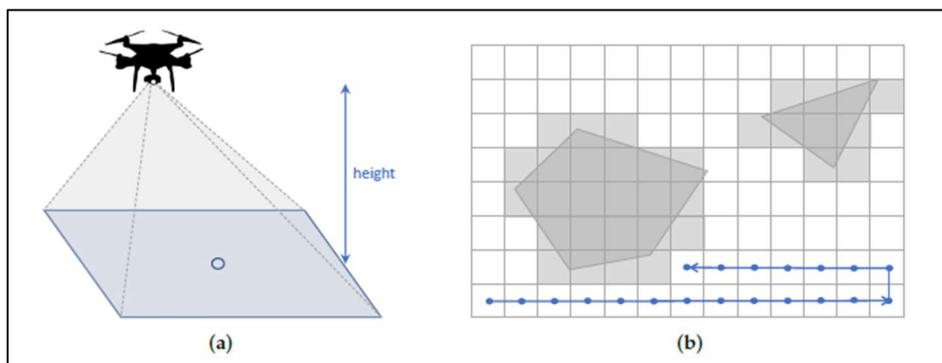


Figura 25 – (a) área projetada; (b) grid regular com pontos de passagem

KAPETANOVIC, MISKOVIC, TAHIROVIC (2018) apresentam um algoritmo inovador de planejamento de caminho de cobertura para missões de mapeamento de áreas marinhas utilizando dados de sonar de varredura lateral, com o objetivo de otimizar a eficiência da exploração em áreas marinhas de grande escala e desconhecidas. Resultados mostram que o algoritmo, denominado “*Basic Accordion Coverage Path Planner (BACPP)*”, adapta dinamicamente a largura das faixas do padrão de cortador de grama com

base no ganho de informação local dos dados de sonar (Figura 26), replanejando a missão sempre que detecta objetos de interesse, visando minimizar o comprimento do caminho de cobertura.

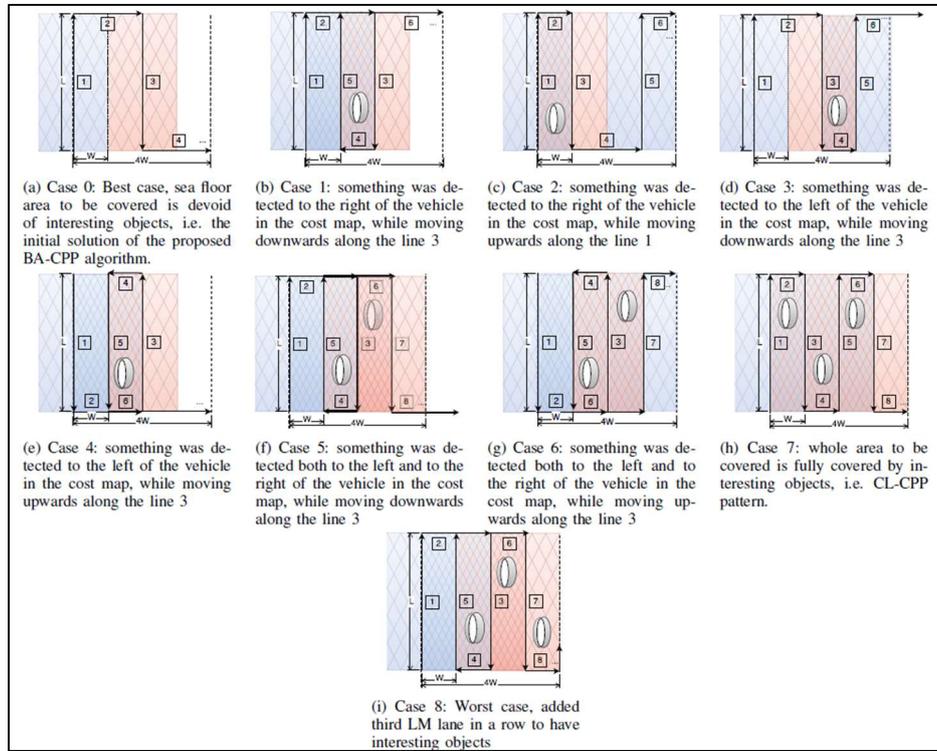


Figura 26 – Algoritmo BA-CPP – colocação de objetos de interesse (elipses)

TUNG e LIU (2019) abordam o desafio do planejamento integrado de caminho de cobertura e do problema do caixeiro viajante (TSP-CPP) por meio de um algoritmo genético (GA) com operadores modificados, denominado GA-TSP-CPP, visando encontrar uma solução eficiente para cobrir completamente uma área de interesse com múltiplos veículos móveis, considerando a ordem de visita das células decompostas da área e os pontos de entrada e saída de cada célula, conforme apresentado na Figura 27, onde os pontos amarelo e verde indicam, nos cenários apresentados (a), (b) e (c), as diferentes formas de entradas e saídas das células 1, 2, 3 e 4 decompostas, o que resultará, entre outros aspectos, em uma variação no comprimento total da rota. O estudo demonstra que o GA-TSP-CPP supera o desempenho da programação dinâmica em termos de velocidade e eficiência, sendo mais de cem vezes mais rápido para mapas decompostos com grande número de células, além de lidar com ambientes complexos e irregulares, oferecendo uma solução potencialmente valiosa para o planejamento de caminhos de cobertura em veículos aéreos não tripulados

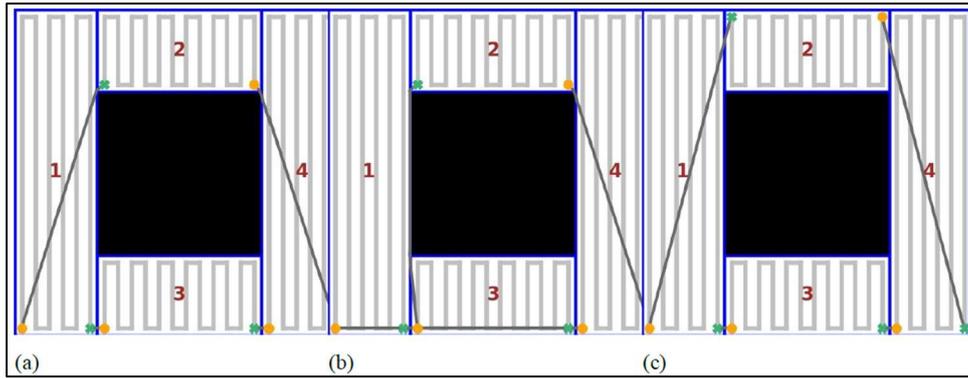


Figura 27 – Influência da ordem de visita das células e dos pontos de entrada e saída de cada célula no comprimento do caminho intercelular através de (a), (b) e (c)

DOGRU e MARQUES (2017) apresentam uma solução para o problema de CPP utilizando o algoritmo A* em ambientes baseados em grade (Figura 28). Os resultados demonstram que o método é capaz de encontrar soluções ótimas ou próximas do ótimo em questão de segundos, mesmo para ambientes moderadamente complexos, enquanto reduz o número de rotações em comparação com outras abordagens de CPP.

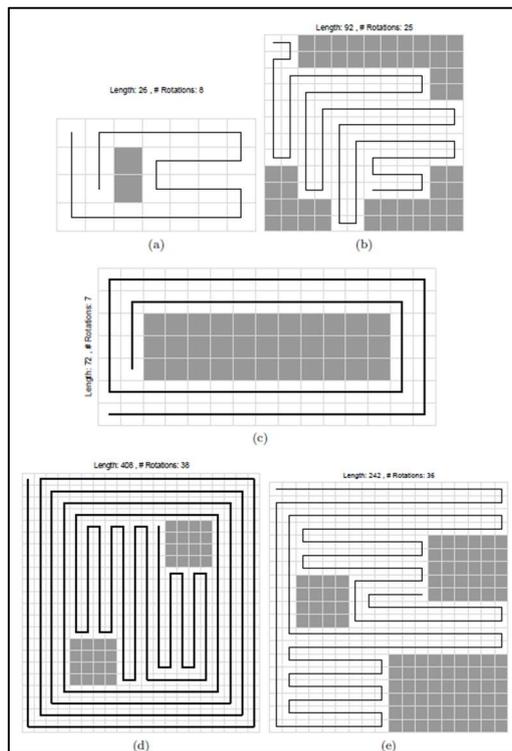


Figura 28 – Ambientes mostrando as trajetórias encontradas usando o algoritmo proposto

CHOSSET e PIGNON (1998) apresentaram uma abordagem inovadora para o CPP, com aplicações em campos como limpeza e inspeção. A decomposição celular *Boustrophedon* é introduzida como uma técnica eficaz para dividir o espaço livre do robô em células que podem ser cobertas com movimentos simples de ida e volta. Simulações

e experimentos com robôs móveis demonstram a eficácia dessa abordagem na prática, destacando sua capacidade de cobrir todo o ambiente de forma eficiente e sistemática, com áreas de melhoria apontadas para adaptação a ambientes com obstáculos curvos e otimização do caminho. A Figura 29 mostra de forma exemplificativa a decomposição celular de uma área, que ao centro, apresenta uma restrição de movimentação do robô.

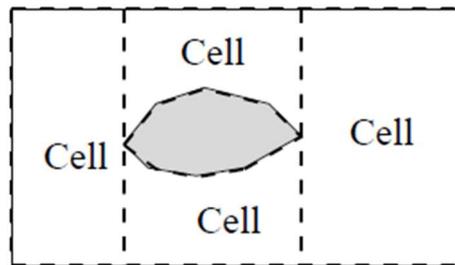


Figura 29 – Decomposição celular Boustrophedon

WU *et al.* (2012) abordam o desafio do planejamento de caminho para robôs móveis, visando garantir a cobertura completa de uma área enquanto contorna obstáculos. O algoritmo proposto não apenas planeja trajetórias eficientes para cobrir toda a região designada, mas também incorpora uma estratégia inteligente para evitar obstáculos (Figura 30). O algoritmo se destaca pela sua simplicidade, baixa repetitividade e alta eficiência na resolução dos problemas de cobertura. Essa abordagem promete contribuir significativamente para a autonomia e a eficácia dos robôs móveis em diversas aplicações, desde inspeções industriais até operações de limpeza.

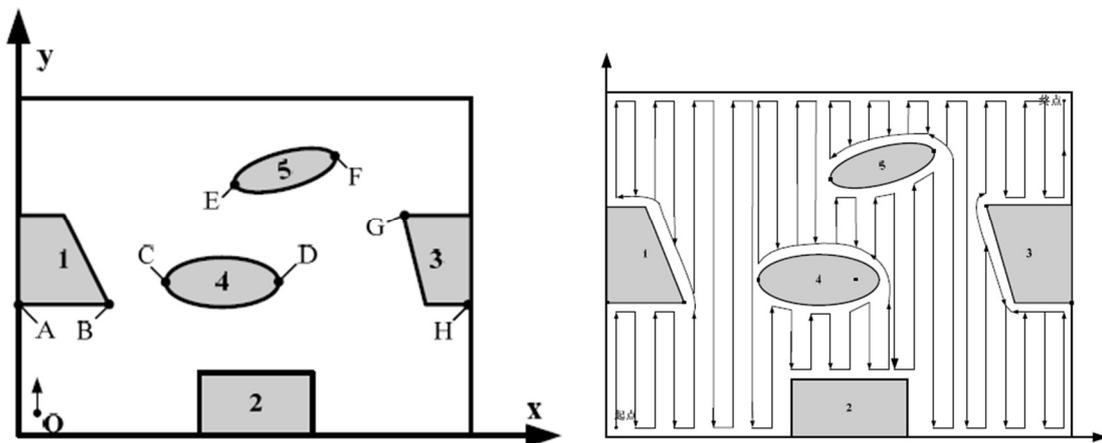


Figura 30 – *Layout* do ambiente (esquerda); CPP (direita)

MA, SUN, GAO (2023) apresentam um método aprimorado de planejamento de caminho de cobertura completa para robôs móveis, utilizando a decomposição celular *Boustrophedon* para dividir o mapa em sub-regiões e tratar a ordem de visita como um

problema do caixeiro viajante generalizado com coleta e entrega (GTSPDP), conforme apresenta a Figura 31. Resultados experimentais demonstram a superioridade do método proposto, que utiliza um algoritmo de busca de grande vizinhança adaptativa (ALNS) para reduzir significativamente o custo total do caminho, destacando sua relevância para aplicações de robótica, como limpeza de resíduos marítimos e planejamento de caminho para robôs varredores de chão.

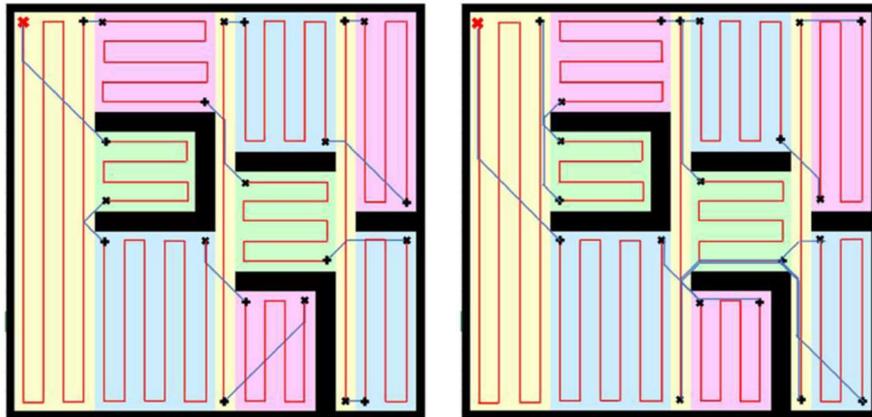


Figura 31 – Comparação do resultado do CPP completo

GALCERAN e CARRERAS (2013) fornecem uma visão abrangente do CPP na robótica. Revisando os métodos existentes, o estudo classifica os algoritmos de CPP com base em sua abordagem heurística ou completa, assim como em sua execução *off-line* ou *on-line*, considerando a garantia de cobertura completa e o conhecimento prévio do ambiente. Além disso, são discutidos os desafios e limitações enfrentados em ambientes complexos, onde alcançar todos os critérios ideais de cobertura pode ser impraticável. O artigo preenche uma lacuna na literatura ao oferecer uma revisão abrangente dos avanços recentes em CPP, servindo como ponto de partida para pesquisadores iniciantes na área.

OH *et al.* (2004) apresentam uma abordagem inovadora para a navegação autônoma de robôs de limpeza em ambientes desconhecidos, propondo o uso de um mapa baseado em células triangulares (Figura 32), que oferece maior flexibilidade e caminhos mais curtos em comparação com mapas tradicionais baseados em células retangulares. Simulações de computador confirmam a eficácia do método, demonstrando a capacidade do robô de navegar completamente em um espaço de trabalho, destacando vantagens como maior flexibilidade de movimento, caminhos mais curtos, eficiência de cobertura e menor redundância de limpeza.

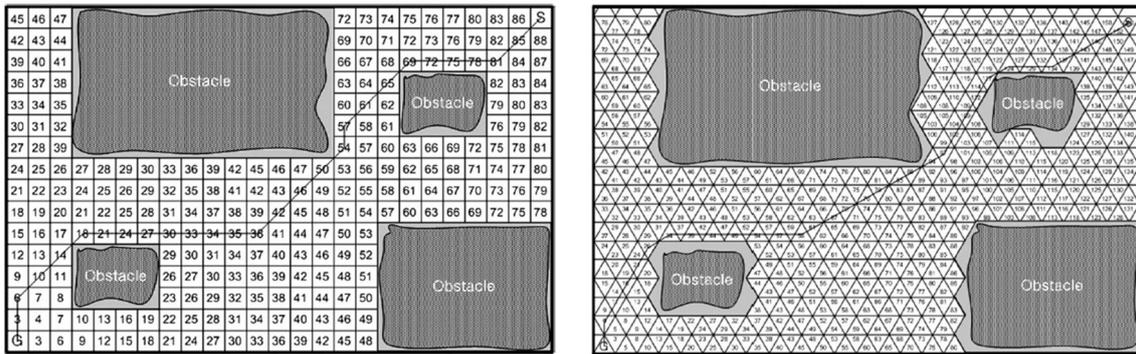


Figura 32 – *Rectangular-cell-based map* (esq); *Triangular-cell-based map* (dir)

ZELINSKY *et al.* (1993) abordam o desafio de encontrar um caminho de cobertura completa em ambientes não estruturados para robôs móveis, relevante para aplicações como aspiradores de pó autônomos e detectores de minas terrestres. Os autores propõem uma solução baseada na extensão da metodologia de planejamento de caminho usando a transformada de distância, implementada em um robô móvel autônomo chamado *Yamabico* (Figura 33). Embora o artigo tenha sido um marco em 1993, destacando a importância do planejamento de caminhos eficientes em ambientes não estruturados, avanços significativos foram feitos desde então, demonstrado por pesquisas mais recentes, como o estudo de GALCERAN e CARRERAS (2013).

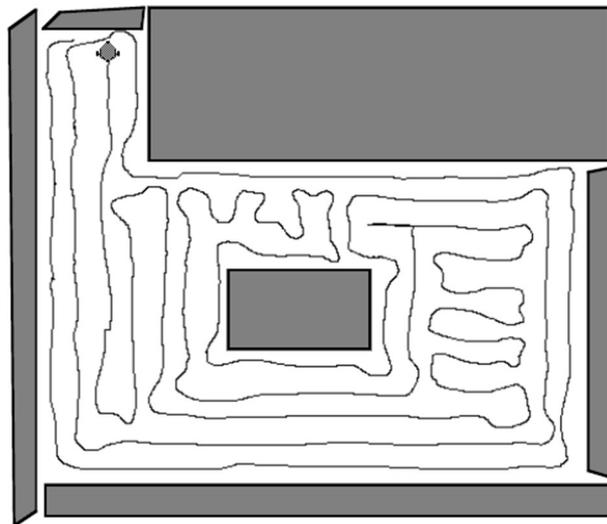


Figura 33 – Exemplo de saída do simulador AMROS da navegação *Yamabico*

3.4 Coverage Path Planning para Veículos Autônomos Subaquáticos

GALCERAN (2014), em sua tese na Universidade Girona (Espanha), busca desenvolver algoritmos eficientes e robustos para inspecionar e mapear estruturas complexas no fundo do mar. Com foco na incerteza, geometria e saliência do terreno, a

tese apresenta três principais contribuições: métodos de planejamento 2D e 3D (Figura 34), bem como replanejamento em tempo real. Esses métodos foram avaliados usando dados de sonar reais e experimentos com o veículo subaquático *GIRONA 500*. Os desafios enfrentados incluem a incerteza do ambiente subaquático, a geometria do terreno e a eficiência computacional. As conclusões destacam a eficiência dos métodos propostos, sua aplicabilidade prática e a importância da integração multidisciplinar.

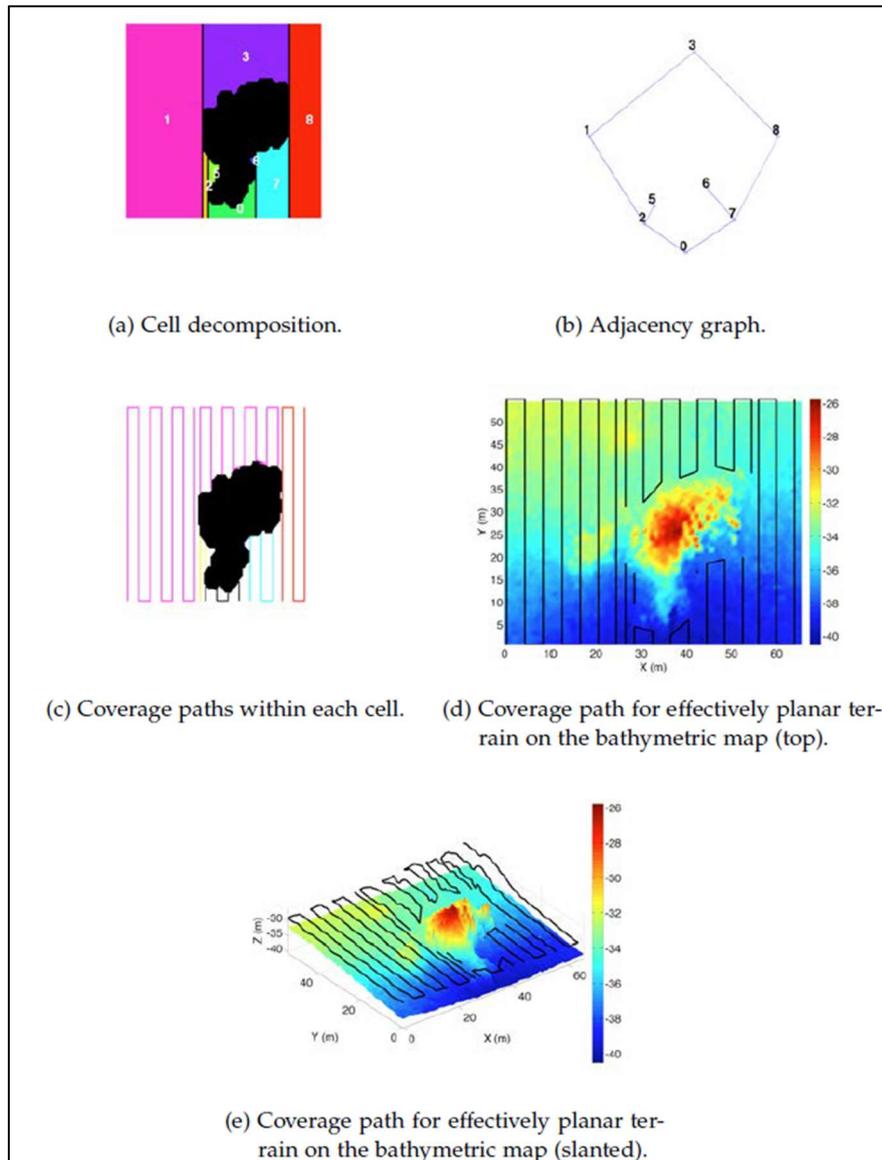


Figura 34 – Aplicação do algoritmo de decomposição *Morse-based Boustrophedon*

AASEN (2019), em sua dissertação na *Norwegian University of Science and Technology* (NTNU), desenvolve um método eficiente de planejamento de trajetória para mapeamento do leito marinho com um veículo autônomo, visando otimizar a cobertura da área, reduzir o tempo de mapeamento e melhorar a precisão dos dados coletados. O

método proposto se destaca pela capacidade de otimização da cobertura da área, adaptação a diferentes condições marítimas e redução do tempo necessário para o mapeamento, demonstrando uma melhoria significativa na eficiência e precisão do mapeamento subaquático em comparação com outros métodos, apesar da necessidade de validação adicional e dependência de tecnologia avançada.

SINHA (2021) apresenta um método inovador de planejamento de caminho para veículos subaquáticos autônomos (AUVs), com foco na cobertura de múltiplas regiões de interesse em ambientes marinhos. O método proposto utiliza um algoritmo de agrupamento baseado em densidade para dividir a área de interesse em várias regiões e, em seguida, aplica um algoritmo genético para encontrar a sequência ótima de visitar essas regiões, considerando pontos de entrada e saída para cada uma delas (Figura 35). Os resultados, obtidos por meio de simulações e comparações com outros métodos existentes, demonstram que o método proposto consegue reduzir o comprimento do caminho, o tempo de missão e o consumo de energia dos AUVs. No entanto, o estudo também apresenta algumas limitações, como a dependência de validação adicional em diferentes condições marítimas e a ausência de testes reais com um AUV.

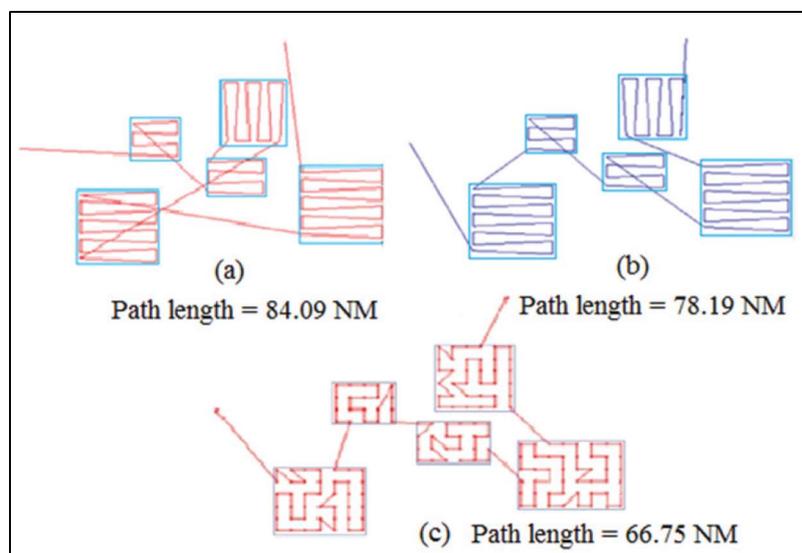


Figura 35 – Caminho obtido por (a) implantação convencional, (b) agendamento de tarefas, (c) metodologia proposta

MAZA e OLLERO (2007) abordam o desafio de realizar operações de busca cooperativa utilizando uma equipe de UAVs heterogêneos, propondo algoritmos que dividem eficientemente a área entre os veículos e a cobrem com um padrão de varredura

em *zigzag* (Figura 36). Resultados de simulações destacam a viabilidade da abordagem, embora limitados pela simplicidade do cenário, manutenção de altitude constante e ausência de considerações sobre ruído, incerteza, comunicação e coordenação entre os UAVs. O artigo conclui que, embora adequados para cenários simples, os algoritmos podem ser estendidos para problemas mais complexos, sugerindo ampliações para a cooperação entre veículos aéreos e terrestres autônomos.

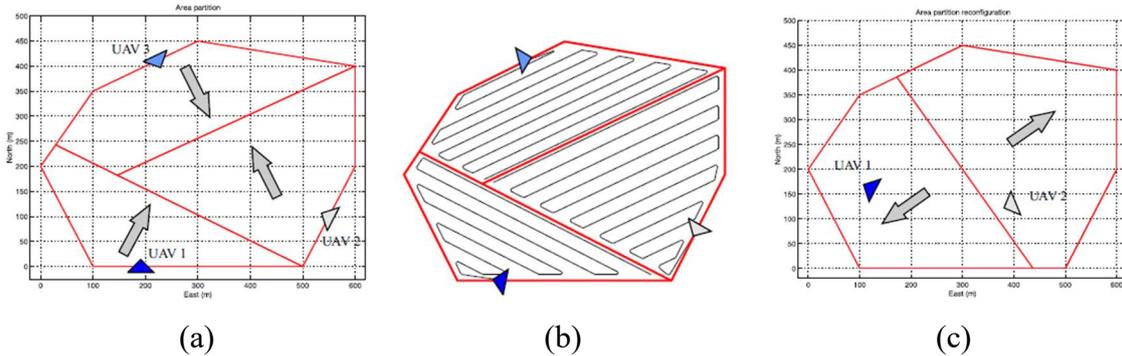


Figura 36 – (a) resultado da partição de áreas, (b) resultado do padrão *zigzag*, (c) reconfiguração da partição de áreas com perda do UAV 3

NAM *et al.* (2016) apresentam um planejador de voo *offline* que calcula trajetórias eficientes de cobertura para UAVs *quad-rotor*, permitindo aos operadores definirem e gerarem facilmente trajetórias de cobertura para tarefas específicas (Figura 37). A abordagem preenche uma lacuna na literatura ao fornecer um método prático e fácil de usar para planejar trajetórias de cobertura, melhorando a eficiência das operações de UAVs em diversas áreas, como mapeamento, inspeção e vigilância.

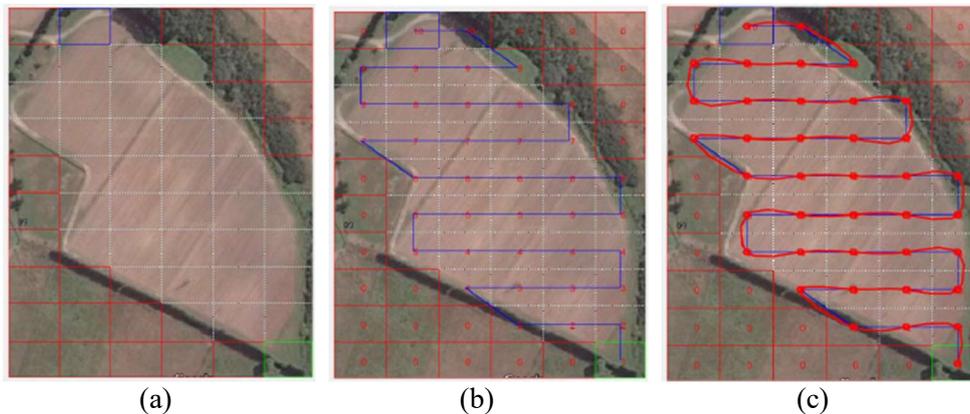


Figura 37 – (a) *Grid-Based Decomposition*, (b) Caminho ótimo gerado com algoritmo *wavefront*, (c) trajetória de cobertura gerada com interpolação cúbica

CAI *et al.* (2022) abordam um método de CPP Multi-Robô (MCP) para missões de Busca e Salvamento Marítimo (SAR) usando múltiplos Veículos Subaquáticos Autônomos (AUVs), conforme mostra a Figura 38. focando em melhorar a eficiência e precisão na descoberta de alvos com imagens de sonar de Varredura Lateral (SSS). Resultados de simulação demonstram que o método mantém o equilíbrio da carga de trabalho e melhora significativamente a eficiência e precisão na descoberta do alvo, estabelecendo uma base sólida para pesquisas futuras relacionadas a missões de SAR marítimas.

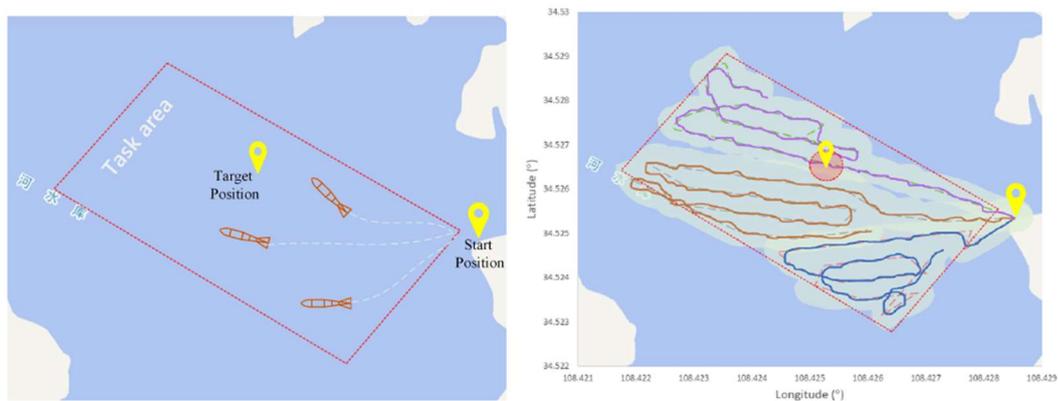


Figura 38 – Cenário experimental (esquerda); trajetória real dos AUVs (direita)

CAI e CHEN (2021) apresentam um planejador de caminho denominado SAR-A* para missões de busca e resgate marítimo em grande escala, utilizando Veículos Submarinos Autônomos (AUVs) equipados com Sonar de Varredura Lateral (SSS). O método divide o espaço de trabalho em células hexagonais (Figura 39) e modela a probabilidade de presença do alvo como uma distribuição gaussiana, integrando informações prévias e o desempenho do sensor. Resultados da simulação demonstram a eficácia do SAR-A* em termos de número de curvas, distância percorrida e confiança na localização do alvo, sendo útil para garantir cobertura completa e aumentar a confiança na localização do alvo, com planos futuros de implementação do sistema multi-AUV para reduzir o tempo total de execução das operações.

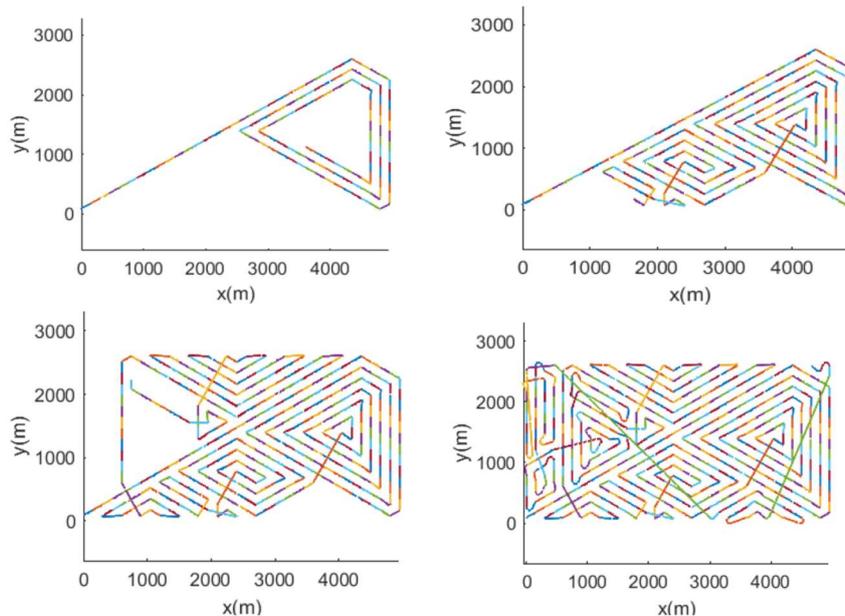


Figura 39 – O caminho gerado pelo algoritmo SAR-A* proposto

CHE, LIU, YU (2019) apresentam um algoritmo aprimorado de otimização de colônia de formigas (ACO), fundamentado no algoritmo de otimização de enxame de partículas (PSO), direcionado ao planejamento de caminho de veículos subaquáticos autônomos (AUVs). Resultados experimentais destacam a eficácia e viabilidade do algoritmo aprimorado em comparação com o ACO tradicional, evidenciando sua capacidade de superar extremos locais e garantir uma melhor qualidade e precisão no planejamento de caminhos para AUVs, oferecendo uma solução mais eficiente e precisa para o planejamento de trajetórias em ambientes subaquáticos desafiadores, conforme apresentado na Figura 40.

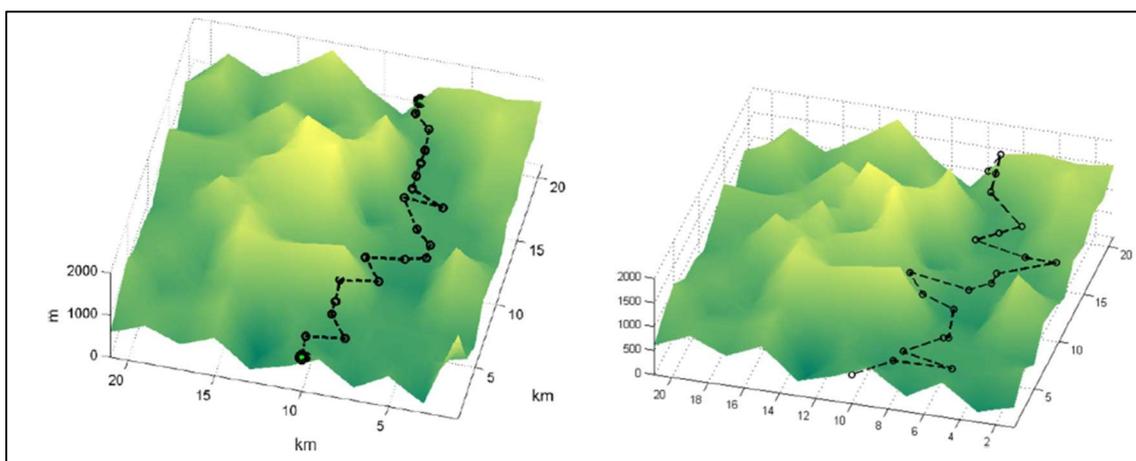


Figura 40 – Planejamento de caminho com ACO aprimorado (esquerda); Planejamento de caminho com ACO tradicional (direita)

GALCERAN e CARRERAS (2012) abordam o desafio de planejar trajetórias para veículos autônomos de superfície (ASVs) e veículos autônomos subaquáticos (AUVs) com o objetivo de mapear o leito marinho, destacando a necessidade de minimizar a sobreposição de cobertura ao navegar a uma profundidade constante acima do leito. Para resolver esse problema, propõem um método inovador que segmenta a superfície em regiões de profundidade similar e ajusta dinamicamente a orientação de varredura e o espaçamento entre passagens para maximizar a eficiência do caminho (Figura 41). A validação do método em experimentos de simulação usando dados batimétricos reais demonstra um aumento significativo na eficiência do caminho de cobertura.

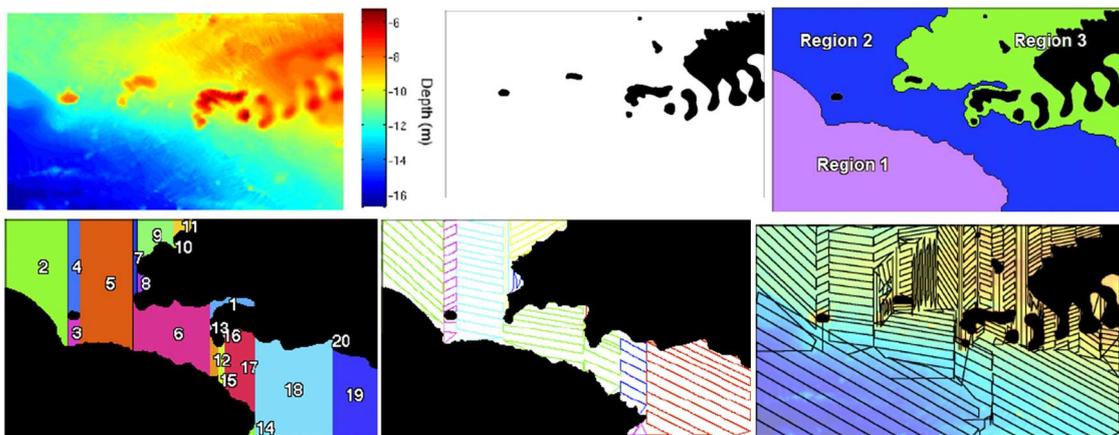


Figura 41 – Planejamento de caminho final

3.5 Problema de Localização de Máxima Cobertura integrado ao Problema de Roteamento

LAMOSA, DE MARCHI, SANTOS (2008) apresentam uma abordagem inovadora ao propor uma formulação matemática para resolver de forma integrada o problema de localização de máxima cobertura (MCLP) e o problema de roteamento, com o objetivo de determinar a localização de facilidades fixas e móveis para atender à demanda de uma área específica, minimizando o custo das rotas das facilidades móveis e maximizando o atendimento das demandas pelas fixas (Figura 42). O estudo revela a viabilidade da abordagem proposta, embora enfrente desafios computacionais em problemas de grande escala, destacando aplicações práticas como o posicionamento de radares de vigilância, mas também reconhecendo limitações como a simplificação da rota móvel e a falta de métodos heurísticos para melhorar o desempenho e a qualidade das soluções.

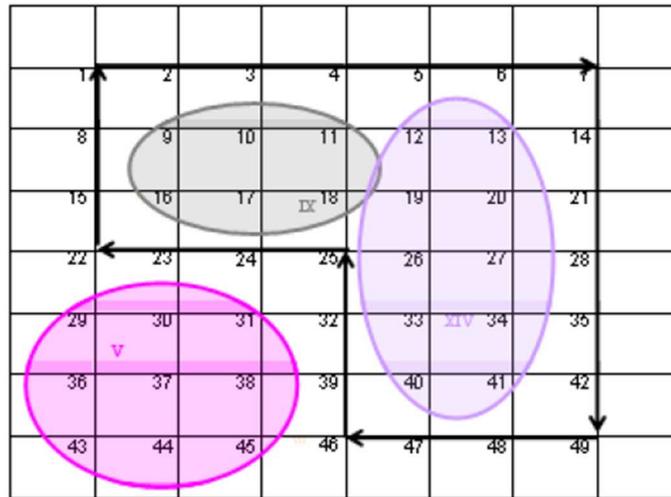


Figura 42 – Exemplo ilustrativo MCLP integrado ao VRP

3.6 Relação da Pesquisa com os Trabalhos Correlatos

O trabalho proposto tem por objetivo gerar uma rota ótima, através do TSP, para uma atividade de varredura submarina, onde o meio sairá de um ponto de partida (base) e retornará ao mesmo ponto ao final da rota. Tal procedimento de roteamento só pode ser observado, similarmente, no trabalho de YANG *et al.* (2022), entretanto sem a captação de pontos intermediária pelas rotas, e com a geração de pontos sem a abordagem de coordenadas geográficas. O trabalho de MATSUURA e KIMURA (2017) trabalha uma metodologia de captação de pontos, entretanto o artigo trabalha com o problema clássico de *Covering Tour Problem*, ou seja, com os pontos iniciais previamente definidos.

Os demais artigos mostram a evolução da teoria do *Coverage Path Planning*, massificado no uso de veículos aéreos não tripuláveis (VANTs), bem como a evolução do conceito para os veículos autônomos subaquáticos (AUVs).

Os tópicos desenvolvidos neste trabalho estão correlacionados com os trabalhos citados neste capítulo, conforme disposto na Tabela 1.

Tabela 1 – Relação dos Trabalhos Correlatos com tópicos de Pesquisa

Autor(es)	Captação de Pontos	MCLP	TSP	Decomposição Celular	Mapeamento em Grid	CPP	Heurísticas	Veículo Autônomo	AUV	Sonar de Varredura	Padrões de Varredura
MATSUURA e KIMURA (2017)	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>				<input checked="" type="checkbox"/>				
YANG <i>et al.</i> (2022)			<input checked="" type="checkbox"/>				<input checked="" type="checkbox"/>				
FORERO (2008)		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>								
CABREIRA, BRISOLARA, PAULO R (2019)				<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>			
KAPETANOVIC, MISKOVIC, TAHIROVIC (2018)						<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
TUNG e LIU (2019)			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>
DOGRU e MARQUES (2017)					<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
CHOSSET e PIGNON (1998)				<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>
WU <i>et al.</i> (2012)						<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
MA, SUN, GAO (2023)			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
GALCERAN e CARRERAS (2013)						<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
OH <i>et al.</i> (2004)					<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
ZELINSKY <i>et al.</i> (1993)						<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>			
GALCERAN (2014)				<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
AASEN (2019)						<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
SINHA (2021)						<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		
MAZA e OLLERO (2007)						<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>
NAM <i>et al.</i> (2016)					<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			
CAI <i>et al.</i> (2022)						<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
CAI e CHEN (2021)						<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
CHE, LIU, YU (2019)						<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>		
GALCERAN e CARRERAS (2012)				<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
LAMOSA, DE MARCHI, SANTOS (2008)		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>								
GONÇALVES (2024)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			<input checked="" type="checkbox"/>					

Fonte: Elaborado pelo autor.

4 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A condução eficiente de operações de varredura submarina é crucial para a segurança e estabilidade de áreas marítimas estratégicas. Essas atividades, realizadas por meio de equipamentos especializados, seguem rotas predefinidas com base em doutrinas específicas. No entanto, um desafio significativo emerge na falta de precisão no controle da distância percorrida durante essas missões, prejudicando a assertividade na cobertura das áreas demarcadas.

A ausência de mecanismos precisos para avaliar o percentual de varredura dentro das coordenadas geográficas designadas agrava a complexidade operacional. A falta de dados confiáveis compromete a eficácia global das missões, deixando áreas críticas suscetíveis a possíveis ameaças não detectadas. Esse dilema também impacta a capacidade de análise pós-missão, impedindo uma compreensão abrangente do desempenho e dificultando melhorias contínuas nas estratégias de varredura.

A falta de instrumentos adequados para avaliar retrospectivamente o desempenho das operações submarinas limita a capacidade de identificar áreas mal varridas ou não cobertas. Isso resulta em uma lacuna crítica na capacidade de resposta e prontidão para operações futuras, prejudicando a eficiência operacional e a segurança das áreas monitoradas.

Diante desse cenário desafiador, a oportunidade de melhoria reside no desenvolvimento de um sistema avançado de monitoramento e avaliação. A integração de tecnologias de rastreamento preciso da distância percorrida e análise detalhada do percentual de varredura em áreas demarcadas é essencial. A consecução desse domínio não apenas aprimorará a eficácia das operações de varredura submarina, mas também abrirá caminho para o aumento sustentável no número de missões, impulsionado por dados confiáveis e uma compreensão mais profunda das operações.

A partir da problemática descrita e da inserção dos *inputs* para a atividade a ser desenvolvida, tais como:

- Número de meios navais disponíveis para as missões;
- Tempo total para consecução da missão;
- Custo de combustíveis e Homem-Hora (HH) para realização da atividade;
- Delimitação da área geográfica;
- Limitações operacionais dos meios navais, como autonomia de distância;
- Janela de tempo a ser cumprida;

- Características do equipamento de detecção a ser utilizado; e
- Outros pertinentes.

Este trabalho apresenta alguns métodos para resolução do problema descrito, onde são trabalhados algoritmos desenvolvidos baseados em modelos de otimização combinatória, bem como com a utilização de heurísticas conhecidas na literatura. Os métodos com os algoritmos, são avaliados em diferentes instâncias, utilizando algumas áreas geográficas e/ou diferentes restrições de navegação.

Como fator de diferenciação dos modelos encontrados na literatura, o modelo proposto aborda o conceito de captura de pontos dentro de uma área geográfica, sendo composto por: captura de pontos a partir da posição do meio quando o mesmo chegar a um pontos de passagem, com o entendimento que a posição do meio naval na área a ser coberta já garante uma cobertura inicial de pontos; e também pela captura de pontos pelas rotas definidas no modelo de roteamento, desde que dentro do raio definido pelo equipamento de detecção, garantindo, assim, um determinado patamar de atendimento ao serviço de varredura da área.

De forma geral, o problema pode ser representado conforme Figura 43:

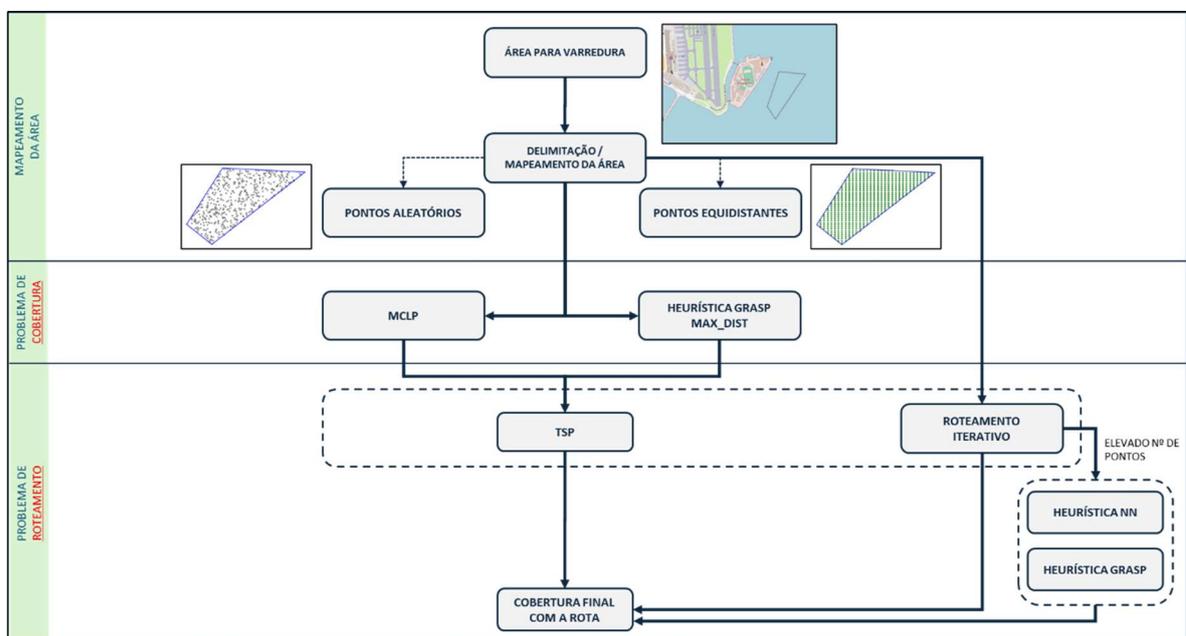


Figura 43 – Descrição Generalizada do Problema
Fonte: Elaborado pelo Autor.

A estruturação do problema proposto na Figura 43, orientou o estudo no desmembramento em formas de resolução, a partir de metodologias e abordagens diversas, baseadas nos modelos anteriormente apresentados no referencial teórico.

A metodologia de resolução do problema começa com a definição de duas abordagens para definição de pontos iniciais, abordagem de pontos aleatórios e abordagem de pontos equidistantes ou *grid*. A partir desta definição, o problema passa a ser resolvido sob duas estratégias: (i) localizar para rotear e (ii) rotear iterativamente. O estudo adiciona ao problema um procedimento de captação de pontos pelas rotas, a partir da utilização dos equipamentos de detecção dos meios navais, a ser explanado no item 4.2.

No método (i), localizar para rotear, o problema apresenta duas maneiras de ser solucionado, a primeira aborda um problema inicial de localização de facilidades, onde através de um modelo de MCLP, um número P de pontos são escolhidos de forma a maximizar a cobertura dos pontos iniciais. A segunda abordagem trabalha com uma função de avaliação definida dentro da heurística GRASP para seleção destes pontos de modo a maximizar a distância entre os pontos selecionados objetivando uma maximização da captação de pontos pelas rotas. Com a definição dos P pontos de interesse, o modelo passa ser resolvido através de um problema de caixeiro viajante.

Como as abordagens utilizadas no método (i) são reativas, ou seja, a cobertura final da rota só é conhecida ao final da rota, em função da quantidade P de pontos definida, qualquer incremento de cobertura só poderá ser obtido através de uma nova definição de P .

A partir de então, um novo modelo foi idealizado para tentar mitigar a questão do modelo reativo, isto é, a definição do percentual objetivo de cobertura da área passa a ser um parâmetro de entrada. O método (ii), roteamento iterativo, trabalha como uma escolha incremental de pontos de interesse, dentro do conjunto de pontos iniciais (aleatórios ou equidistantes), e o consequente roteamento, utilizando-se do problema do caixeiro viajante para definição da rota ótima a ser realizada. Ao final de cada roteamento, caso a cobertura pré-definida não tenha sido atingida, um novo ponto de interesse é selecionado e um novo roteamento é gerado.

Em função do aumento da complexidade computacional, a partir de determinado número n , o modelo de construção de rotas deixa de ser resolvido pelo TSP, e passa a ser resolvido através de duas heurísticas implementadas no estudo: heurística GRASP e a heurística do vizinho mais próximo (NN). A sistemática para captação de pontos pelas

rotas, cálculo da cobertura da rota e consequente escolha de um novo ponto de interesse, com a resolução por heurísticas, é a mesma do modelo de roteamento iterativo resolvido pelo TSP.

Os modelos desenvolvidos a partir do método (i) de resolução serão nomeados como: “*MODELO COBERTURA + MODELO ROTEAMENTO + ABORDAGEM DE PONTOS INICIAIS*”, pois a forma de resolução demanda um problema inicial de pontos de cobertura e depois o roteamento via TSP.

Para os modelos desenvolvidos a partir do método (ii) de resolução a nomenclatura será: “*ITER + MODELO ROTEAMENTO + ABORDAGEM DE PONTOS INICIAIS*”, pois os modelos serão iterativos na forma de seleção de pontos iniciais, e terão abordagens TSP e heurísticas (GRASP e NN) para resolução do roteamento.

A Figura 44 apresenta os métodos abordados, no que tange a resolução do problema descrito:

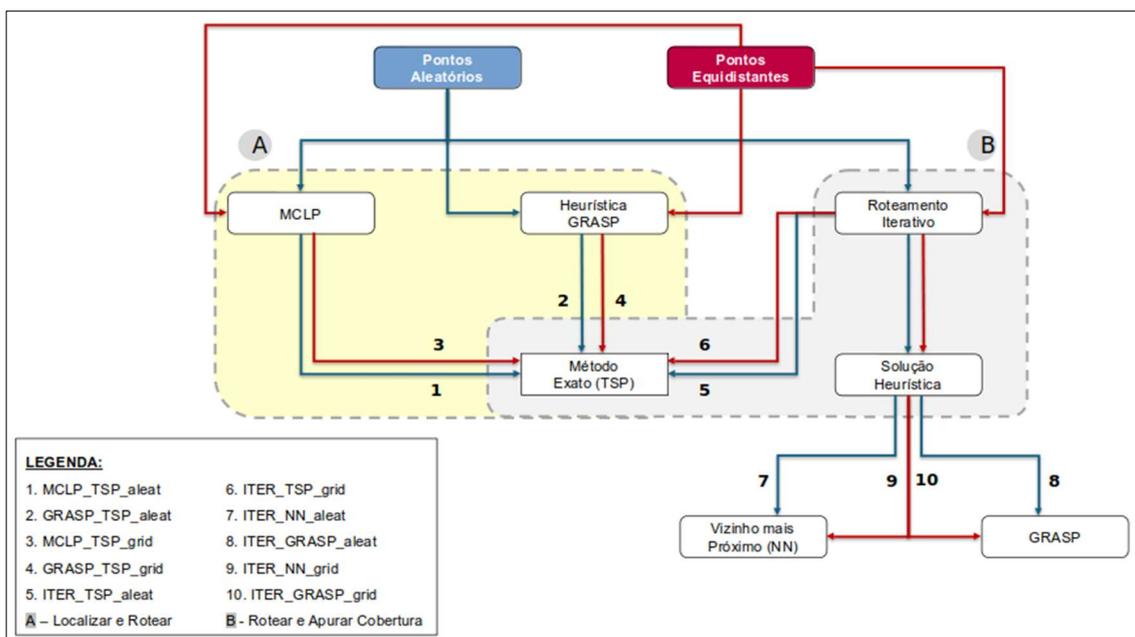


Figura 44 – Métodos de resolução do problema
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para resolução do problema pelo método (i), temos:

- **(1) MCLP_TSP_aleat** – modelo MCLP para determinação dos pontos de interesse e TSP para geração das rotas, com a utilização da abordagem de pontos iniciais aleatórios;

- **(2) GRASP_TSP_aleat** – modelo com heurística GRASP para determinação dos pontos de interesse e TSP para geração das rotas, com a utilização da abordagem de pontos iniciais aleatórios;
- **(3) MCLP_TSP_grid** – modelo MCLP para determinação dos pontos de interesse e TSP para geração das rotas, com a utilização da abordagem de pontos iniciais em *grid*; e
- **(4) GRASP_TSP_grid** – modelo com heurística GRASP para determinação dos pontos de interesse e TSP para geração das rotas, com a utilização da abordagem de pontos iniciais *grid*.

Para resolução do problema pelo método (ii), temos:

- **(5) ITER_TSP_aleat** – resolução do problema de roteamento via TSP, com seleção de pontos de interesse de forma incremental, com abordagem de pontos iniciais aleatórios;
- **(6) ITER_TSP_grid** – resolução do problema de roteamento via TSP, com seleção de pontos de interesse de forma incremental, com abordagem de pontos iniciais em *grid*;
- **(7) ITER_NN_aleat** – resolução do problema de roteamento via heurística do vizinho mais próximo (NN), com seleção de pontos de interesse de forma incremental, com abordagem de pontos iniciais aleatórios;
- **(8) ITER_GRASP_aleat** – resolução do problema de roteamento via heurística GRASP, com seleção de pontos de interesse de forma incremental, com abordagem de pontos iniciais aleatórios;
- **(9) ITER_NN_grid** – resolução do problema de roteamento via heurística NN, com seleção de pontos de interesse de forma incremental, com abordagem de pontos iniciais em *grid*; e
- **(10) ITER_GRASP_grid** – resolução do problema de roteamento via heurística GRASP, com seleção de pontos de interesse de forma incremental, com abordagem de pontos iniciais em *grid*.

4.1 Delimitação de Áreas e Atribuição Inicial de Pontos

A metodologia proposta neste estudo visa aprimorar a realização da atividade de varredura, estabelecendo uma abordagem estruturada para a delimitação da área

geográfica (Figura 45) e a seleção eficiente de pontos de interesse ou “pontos de passagem” a serem utilizados no processo de roteamento. Inicialmente, foram empregadas duas abordagens distintas para a seleção dos pontos iniciais.



Figura 45 – Delimitação de uma área geográfica
Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.1.1 Abordagem baseada em pontos aleatórios

Nesta abordagem, a delimitação da área ocorre a partir de coordenadas geográficas específicas. Pontos iniciais são então atribuídos de forma aleatória dentro dessa área. Esse método proporciona uma distribuição diversificada de pontos iniciais, garantindo uma cobertura abrangente da região em questão (Figura 46).

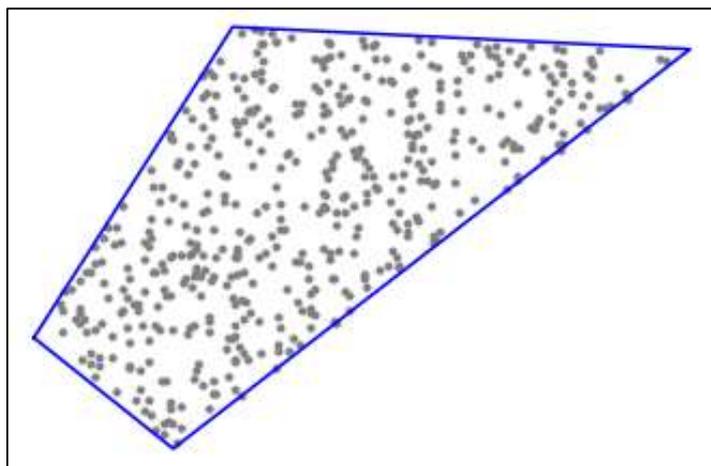


Figura 46 – Distribuição de pontos aleatórios na área geográfica
Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.1.2 Abordagem baseada em "Grid" com espaçamento equidistante

Nessa abordagem a área é subdividida em uma grade com espaçamento igualmente distribuído entre os pontos iniciais. Essa estratégia busca otimizar a eficiência na varredura, assegurando uma cobertura sistemática e completa da região (Figura 47).

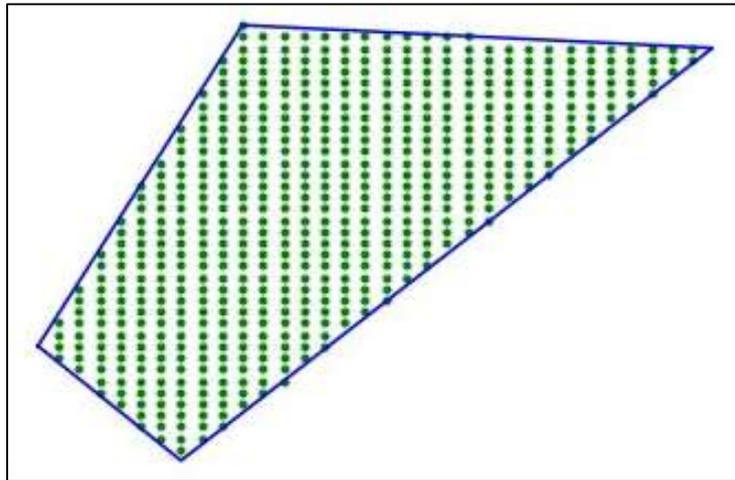


Figura 47 – Distribuição de pontos equidistantes na área geográfica
Fonte: Elaborado pelo Autor.

4.2 O Processo de Captura de Pontos pelas Rotas

O presente trabalho utiliza o conceito de distância do ponto a reta como forma de identificar pontos que estejam a uma distância \underline{d} de qualquer segmento de reta \underline{r} gerado pelo roteamento. Tal conceito pode ser mais bem visualizado pela Figura 48, onde, dada a equação geral da reta $r: ax_o + by_o + c$, e o ponto $P(x_o, y_o)$, temos:

- \underline{a} é o coeficiente angular da reta ou a inclinação da reta;
- \underline{b} o coeficiente linear da reta ou o sentido da reta (crescente ou decrescente);
- \underline{c} é o termo constante ou a distância vertical da reta em relação à origem; e
- (x_o, y_o) são as coordenadas do ponto P .

Com o processo de captura de pontos pelas rotas definidas pela solução do modelo de TSP, os pontos selecionados como pontos de passagem e os pontos captados pelas rotas, são desconsiderados da próxima rodada de escolhas, quando do não atingimento do percentual de cobertura mínimo.

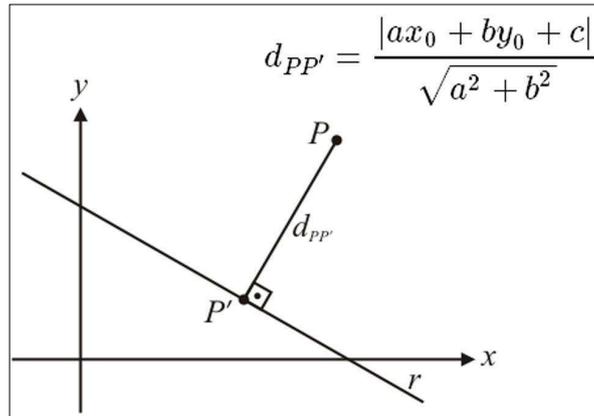


Figura 48 – Representação gráfica e formulação distância do ponto a reta
 Fonte: KILHIAN (2013)

A aplicação desta fórmula permite a identificação de pontos que estão a uma distância específica de uma reta, formando uma região similar a uma “faixa” ou “corredor” em torno da reta. Esta região é delimitada por duas retas paralelas à reta original da solução do roteamento, cada uma distante \underline{d} de ambos os lados, conforme mostra a Figura 49.

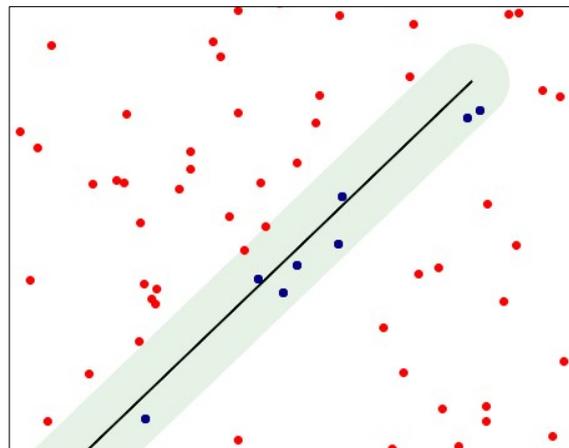


Figura 49 – Captura de pontos pela reta considerando distância \underline{d}
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

5 MODELAGEM MATEMÁTICA

5.1 Seleção Inicial de Pontos para Roteamento Utilizando o Modelo MCLP (MCLP_TSP_aleat / MCLP_TSP_grid)

O primeiro modelo explorado neste trabalho teve origem na ideia de obter uma cobertura inicial da área delimitada, baseando-se no posicionamento estratégico do meio naval que seria roteado ao passar pelos pontos de passagem. Em outras palavras, ao posicionar o meio naval em pontos específicos da área, o modelo já contempla uma cobertura preliminar, calculada pelo raio de abrangência do equipamento do navio (Figura 50).

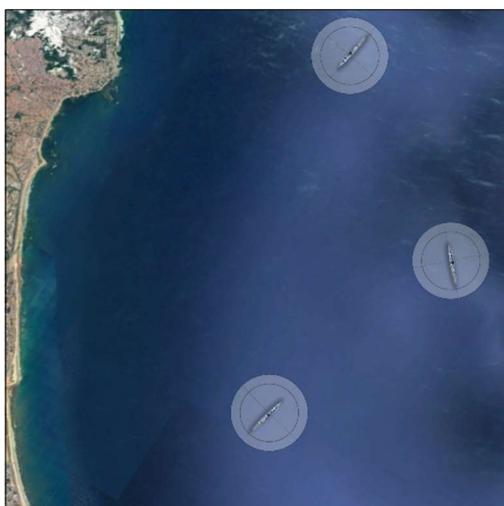


Figura 50 – Obtenção de cobertura inicial de pontos
Fonte: Elaborado pelo Autor.

A partir de tal perspectiva, utilizou-se o modelo de MCLP. Em cada ponto designado como pontos de passagem, todos os pontos iniciais na área, localizados dentro do raio de cobertura do equipamento de detecção, são abrangidos.

Conforme discutido na seção 2.3 deste trabalho, o objetivo do modelo MCLP é maximizar a cobertura da demanda em uma área, estabelecendo pontos de atendimento. Para a adaptação a este estudo, considera-se todos os pontos iniciais distribuídos pela área como demanda, e os pontos de passagem como pontos de atendimento. Dessa forma, quanto maior for a cobertura da demanda, maior será a garantia de que toda a área geográfica passou pelo processo de varredura.

O segundo passo no modelo, refere-se ao roteamento propriamente dito do meio naval pelos pontos de passagem selecionados, onde as rotas definidas para o roteamento

também captam pontos quando dentro do raio de cobertura a ser adotado. Para tal, utilizou-se as formulações do TSP, conforme discutido na seção 2.2.1 deste trabalho.

5.1.1 Formulação Matemática utilizando o modelo MCLP x TSP

Os modelos definidos nesta seção são baseados na formulação do MCLP apresentada na seção 2.3, e do TSP, apresentada na seção 2.2.1.

Formulação matemática para o modelo de MCLP, utilizado para determinação dos pontos de passagem:

Conjuntos:

- NC – conjunto de nós iniciais para o modelo de cobertura (pontos iniciais)
- N_i – conjunto de pontos i que podem ser cobertos pelas instalações j , pois $dist_{ij} \leq max_cov$

Parâmetros:

- dem_i – demanda no ponto i . Considera-se i , no modelo de MCLP, todos os pontos iniciais
- $dist_{ij}$ – distância do nó i para o nó j

Constantes:

- P – número de pontos de passagem a serem definidos
- max_cov – raio de cobertura

Variáveis de Decisão:

- a_{ij} – quando $a_{ij} = 1$, o nó i pode ser coberto pela localização j , dentro do raio máximo de cobertura (max_cov), caso contrário, $a_{ij} = 0$
- x_i – variável binária que permite identificar se o nó i é ativo
- y_j – variável binária que permite identificar se a localização j é ativa

Maximizar:

$$\sum_{i \in NC} dem_i x_i \quad (8)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in NC} a_{i,j} y_j \geq x_i \quad \forall j \in NC \quad (9)$$

$$\sum_{j \in NC} y_j \leq P \quad (10)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in NC \quad (11)$$

$$y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in NC \quad (12)$$

A função objetivo (8) maximiza a demanda coberta pelas facilidades instaladas. A restrição (9) garante que para uma demanda ser coberta, pela menos uma facilidade deve ser instalada em um ponto j que seja capaz de cobri-la dentro do padrão de cobertura definido no modelo. A restrição (10) assegura a limitação do modelo quanto ao número de instalações a serem instaladas. As restrições (11) e (12) representam os tipos de variáveis x e y (binárias).

Uma observação importante a ressaltar, consiste na utilização de demanda igual a 1 (um) em todos os pontos i , de forma que o modelo maximize o número de locais a serem atendidos, desconsiderando eventuais variações de demanda. Entretanto, caso haja uma eventual variação de demanda, dependendo da classe de problema a ser trabalhado, o modelo já responderá na função objetivo de forma correta.

Como resultado do modelo de MCLP, obtém-se:

- **Localizações ativas (LA)** – são os pontos escolhidos pelo modelo em atendimento à constante “ P ”, que serão considerados os pontos de passagem;
- **Pontos Ativos de Cobertura (PAC)** – são os pontos cobertos pelos pontos de passagem definidos, e que serão contabilizados no cálculo da cobertura final do modelo; e
- **Pontos de Interesse (PI)** – são as coordenadas geográficas das LA, que serão utilizados no modelo seguinte (TSP).

A partir do resultado do modelo MCLP, o problema passa a trabalhar sob a ótica do modelo de TSP, gerando a seguinte formulação matemática:

Conjuntos:

- NR – conjunto de nós para o roteamento (pontos de passagem)
- NB – conjunto de nós para o roteamento (pontos de passagem + ponto base 0)

- A – conjunto de arcos (i, j) gerados pelos pontos de passagem (LA)

Parâmetros:

- $dist_{ij}$ – distância do nó i para o nó j

Constantes:

- $dist_max$ – distância máxima da rota

Variáveis de Decisão:

- w_{ij} – variável binária que permite identificar se o arco $(i, j) \in A$ é ativo
- d_i – variável contínua que representa a distância acumulada em cada nó i

Minimizar:

$$\sum_{i \in NB} \sum_{j \in NB} dist_{i,j} w_{i,j} \quad (13)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in NB, j \neq i} w_{ij} = 1 \quad \forall i \in NR \quad (14)$$

$$\sum_{i \in NB, i \neq j} w_{ij} = 1 \quad \forall j \in NR \quad (15)$$

$$\sum_{i,j \in A} w_{ij} \leq |A| - 1 \quad \forall A \subset NB \quad (16)$$

$$w_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in A \quad (17)$$

A função objetivo (13) minimiza a distância percorrida. As restrições (14) e (15) asseguram que cada cliente i seja atendido apenas uma única vez. A restrição (16) assegura a eliminação de *subtours*. A restrição (17) representa o tipo de variável de decisão w_{ij} (binária).

5.2 Métodos Heurísticos Utilizados na Seleção de Pontos para Roteamento (GRASP_TSP_aleat / GRASP_TSP_grid)

A partir do primeiro modelo explorado neste trabalho, MCLP_TSP, onde o intuito era dispor de pontos iniciais a serem considerados como pontos de passagem, de forma a garantir uma cobertura inicial para o problema, novas abordagens para seleção inicial de pontos foram introduzidas ao modelo, passando a adotar métodos heurísticos na seleção inicial de pontos, em substituição ao modelo de otimização MCLP.

5.2.1 Método I – Seleção aleatória de pontos iniciais

Tal método consiste na seleção de pontos iniciais de forma totalmente aleatória, seguindo os passos:

- **Entrada:** Um conjunto de pontos (Pontos), um número desejado de pontos (P), e um raio de cobertura (max_cov);
- **Passo 1:** Escolher aleatoriamente P índices de pontos no conjunto;
- **Passo 2:** Criar uma lista (LA) contendo os pontos correspondentes aos índices escolhidos;
- **Passo 3:** Para cada ponto em LA, encontrar todos os pontos no conjunto original que estão dentro do raio de cobertura desse ponto; e
- **Passo 4:** Retornar a lista com os LA (pontos iniciais escolhidos aleatoriamente), os índices correspondentes e a lista de todos os pontos no conjunto original que estão dentro do raio de cobertura dos pontos iniciais.

5.2.2 Método II – GRASP conjunto com melhor cobertura de pontos

A segunda abordagem consiste na utilização da heurística GRASP para seleção inicial de pontos, tendo como função de avaliação, determinar um conjunto de pontos (LA) onde a cobertura desses pontos sobre os pontos iniciais, levando em consideração o raio de cobertura (max_cov), seja máxima.

- **Entrada:** Um conjunto de pontos, o número desejado de pontos a escolher (P), um raio (max_cov), e um parâmetro $alpha$ de aleatoriedade (α);
- **Passo 1:** Inicializar o melhor conjunto como vazio e a melhor cobertura como 0 (zero);
- **Passo 2:** Para cada iteração de escolha de pontos:
 - a. Escolher aleatoriamente um conjunto inicial;
 - b. Para um número aproximado de $\alpha * P$, realizar trocas aleatórias no conjunto e calcular a cobertura; e
 - c. Se a cobertura do conjunto modificado for maior que a cobertura atual, atualizar o conjunto atual e a cobertura atual.

- **Passo 3:** Se a cobertura atual for maior que a melhor cobertura, atualizar o melhor conjunto e a melhor cobertura; e
- **Passo 4:** Retornar o melhor conjunto e a melhor cobertura.

5.2.3 Método III – GRASP com distância mínima entre os pontos escolhidos (LA)

A terceira abordagem consiste na utilização da heurística GRASP para seleção inicial de pontos, tendo como função de avaliação, determinar um conjunto de pontos (LA) onde a soma das distâncias entre os pontos selecionados e os pontos iniciais seja máxima (distanciamento mínimo entre os LA, ou seja, os pontos escolhidos estão próximos e mais agrupados).

A construção do método se baseou em três funções, a detalhar:

Função 1: cálculo da distância máxima.

- **Entrada:** Um conjunto de pontos e uma lista de pontos selecionados na fase construtiva;
- **Passo 1:** Inicializar a maior distância como 0 (zero);
- **Passo 2:** Para cada par de pontos consecutivos na lista de pontos selecionados, calcular a distância entre eles;
- **Passo 3:** Se a distância calculada for maior que a maior distância atual, atualizar a maior distância; e
- **Passo 4:** Retornar a maior distância calculada.

Função 2: esta função é parte do processo construtivo do GRASP, onde a escolha dos pontos se faz de maneira gulosa, porém com uma aleatoriedade controlada (parâmetro α).

- **Entrada:** Um conjunto de pontos, um número desejado de pontos a escolher (P), e um parâmetro α ;
- **Passo 1:** Inicializar uma lista vazia de pontos selecionados e uma lista de pontos restantes;
- **Passo 2:** Escolher aleatoriamente um ponto inicial e adicioná-lo aos pontos selecionados;
- **Passo 3:** Enquanto o tamanho dos pontos selecionados for menor que P :

- a. Calcular as distâncias entre o último ponto selecionado e os pontos restantes;
 - b. Ordenar os candidatos por distância;
 - c. Determinar uma distância limite baseada nas distâncias dos candidatos; e
 - d. Selecionar aleatoriamente um ponto elegível dentro do limite e adicioná-lo aos pontos selecionados.
- **Passo 4:** Retornar a maior distância calculada.

Função 3: esta função é parte do processo construtivo do GRASP, onde itera várias vezes para construir soluções utilizando a abordagem gulosa controlada pelo parâmetro α , e retorna a melhor solução encontrada.

- **Entrada:** Um conjunto de pontos, um número desejado de pontos a escolher (P), um número de iterações e um parâmetro α ;
- **Passo 1:** Inicializar a melhor solução como nula e a melhor distância como menos infinito;
- **Passo 2:** Para cada iteração:
 - a. Utilizar a Função 2 para construir uma solução;
 - b. Calcular a maior distância entre pontos na solução; e
 - c. Se a distância calculada for maior que a melhor distância atual, atualizar a melhor solução e a melhor distância.
- **Passo 3:** Retornar a melhor solução e a melhor distância.

5.2.4 Método IV – GRASP com distância máxima entre os pontos escolhidos (LA)

A quarta abordagem consiste na utilização da heurística GRASP para seleção inicial de pontos, tendo como função de avaliação, determinar um conjunto de pontos (LA) onde a soma das distâncias entre os pontos selecionados e os pontos iniciais fosse mínima (distanciamento máximo entre os LA, ou seja, os pontos escolhidos estão distantes e mais espalhados).

A construção do método se baseou em três funções, a detalhar:

Função 1: cálculo da distância mínima.

- **Entrada:** Um ponto, uma lista de pontos selecionados, e um conjunto de pontos;

- **Passo 1:** Inicializar a menor distância como infinito;
- **Passo 2:** Para cada ponto na lista de pontos selecionados:
 - a. Calcular a distância entre o ponto dado e o ponto na lista; e
 - b. Se a distância calculada for menor que a menor distância atual, atualizar a menor distância.
- **Passo 4:** Retornar a menor distância calculada.

Função 2: esta função é parte do processo construtivo do GRASP, utilizando uma abordagem gulosa modificada para escolher pontos com base nas distâncias mínimas e controlada pela aleatoriedade do parâmetro *alpha* (α).

- **Entrada:** Um conjunto de pontos, um número desejado de pontos a escolher (P), e um parâmetro *alpha* (α);
- **Passo 1:** Inicializar uma lista vazia de pontos selecionados e uma lista de pontos restantes;
- **Passo 2:** Escolher aleatoriamente um ponto inicial e adicioná-lo aos pontos selecionados;
- **Passo 3:** Enquanto o tamanho dos pontos selecionados for menor que P :
 - a. Calcular as distâncias mínimas entre o último ponto selecionado e os pontos restantes;
 - b. Ordenar os candidatos por distância em ordem decrescente;
 - c. Determinar uma distância limite baseada nas distâncias dos candidatos; e
 - d. Selecionar aleatoriamente um ponto elegível dentro do limite e adicioná-lo aos pontos selecionados.
- **Passo 4:** Retornar a lista de pontos selecionados.

Função 3: esta função é parte do processo construtivo do GRASP, utilizando a fase construtiva para encontrar soluções e atualizando a melhor solução encontrada com base na menor distância calculada.

- **Entrada:** Um conjunto de pontos, um número desejado de pontos a escolher (P), um número de iterações e um parâmetro *alpha* (α);
- **Passo 1:** Inicializar a melhor solução como nula e a melhor distância como menos infinito;

- **Passo 2:** Para cada iteração:
 - a. Utilizar a Função 2 para construir uma solução;
 - b. Calcular a menor distância entre o ponto inicial da solução e os pontos restantes; e
 - c. Se a distância calculada for maior que a melhor distância atual, atualizar a melhor solução e a melhor distância.
- **Passo 3:** Retornar a melhor solução e a melhor distância.

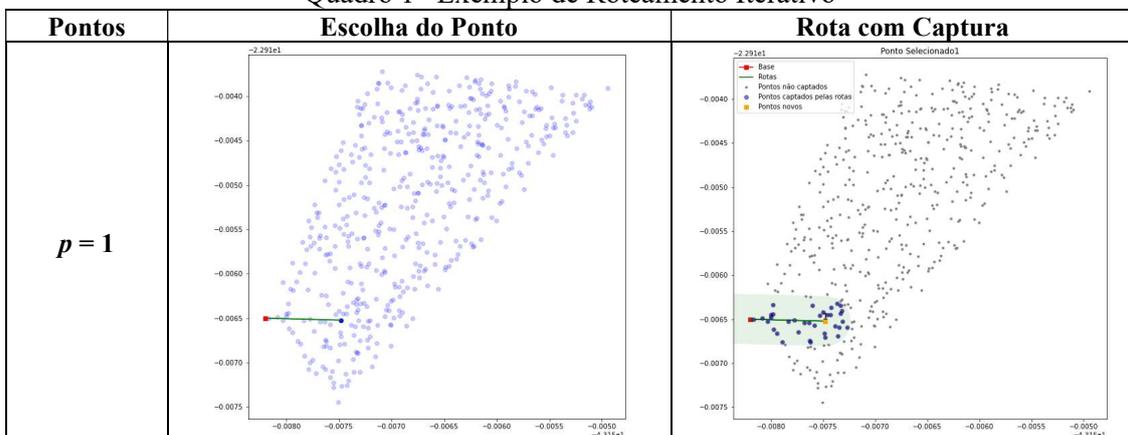
A partir do resultado dos métodos heurísticos elencados, e a conseguinte determinação dos LA, o modelo passa a trabalhar no TSP, de forma similar ao modelo MCLP x TSP.

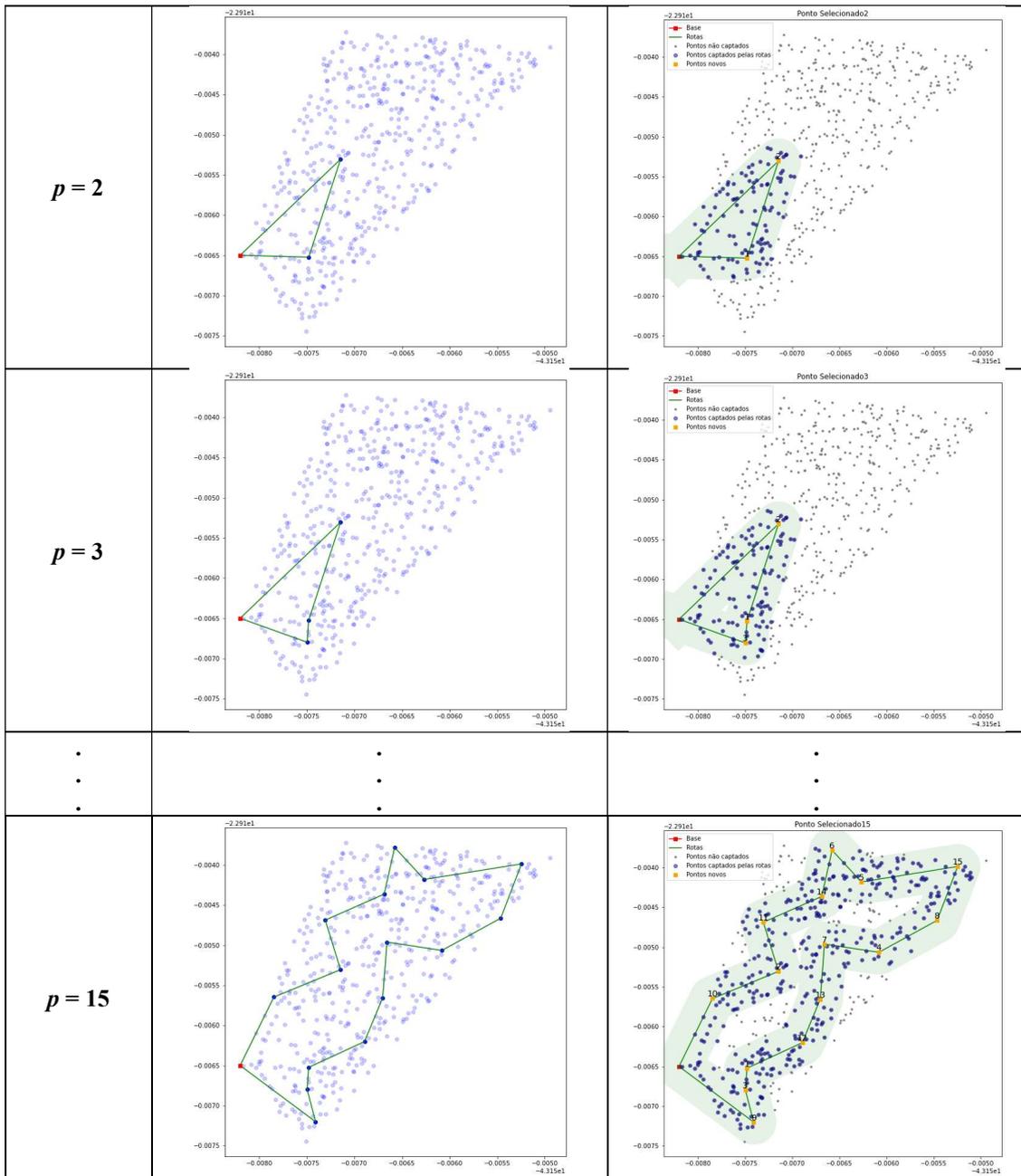
5.3 Roteamento “Iterativo” a partir da Seleção de Pontos e Cobertura de Rota (ITER_TSP_aleat / ITER_TSP_grid)

Os modelos abordados nas seções 5.1 e 5.2 são reativos, ou seja, a partir da quantidade de pontos selecionados (P) o modelo retorna com o roteamento e a consequente cobertura da área e distância percorrida, o que os torna mais trabalhosos na determinação da quantidade de pontos P suficientes para atendimento de um determinado nível de cobertura. Sugere-se, nesta seção, uma abordagem que trabalhe com o percentual de cobertura da área como um parâmetro de entrada no modelo.

O roteamento iterativo, aqui abordado, trabalha com a seleção de pontos de forma gradativa, onde se espera o retorno da rota e o cálculo da cobertura de pontos iniciais, para uma nova seleção de pontos de passagem (LA), e assim sucessivamente, até o atingimento do percentual de cobertura mínimo definido, conforme exemplificado no Quadro 1:

Quadro 1– Exemplo de Roteamento Iterativo





Fonte: Elaborado pelo Autor.

A cada iteração, o modelo recalcula a rota resolvendo um problema de caixeiro viajante, em função de uma nova configuração geográfica dos pontos selecionados, usando a modelagem apresentada no item 2.2.1 deste trabalho.

O modelo pode ser mais bem compreendido a partir do fluxograma apresentado na Figura 51:

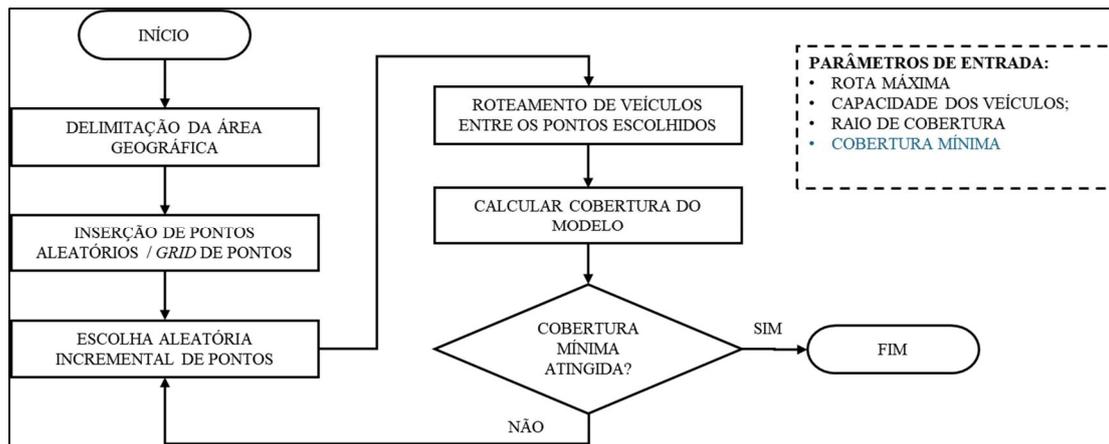


Figura 51 – Fluxograma do modelo de Roteamento Iterativo
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

Um aspecto observado no modelo exposto nesta seção diz respeito à complexidade computacional a ser encontrada, visto que dependendo da área a ser explorada, e do raio de cobertura do equipamento a ser utilizado, o número de pontos de passagem a serem escolhidos para cobertura da área aumentará significativamente, o que tornará o problema exponencialmente mais complexo.

Diante desta observação, este trabalho utilizou duas heurísticas clássicas para a resolução do TSP com números elevados de pontos, sendo elas a Heurística do Vizinho mais Próximo (*Nearest Neighbor Heuristic*) e a Heurística GRASP aplicada ao modelo de TSP.

5.3.1 Utilizando a heurística do vizinho mais próximo para resolução do roteamento iterativo (ITER_NN_aleat / ITER_NN_grid)

A primeira abordagem heurística a ser trabalhada na resolução do modelo de roteamento com grande número de pontos de passagem é a heurística do vizinho mais próximo (*Nearest Neighbor Heuristic*), conforme função abaixo:

Função: nearest_neighbor.

- **Entrada:** A função recebe uma lista de pontos no plano, onde cada ponto é representado por suas coordenadas;
- **Passo 1 – Inicialização**
 Escolha de um ponto arbitrário como ponto inicial. Este ponto é adicionado à rota que estamos construindo;
- **Passo 2 – Iteração até visitar todos os pontos**

Enquanto houver pontos não visitados:

- a. Encontrar o ponto mais próximo ao ponto atual;
- b. Adicionar esse ponto mais próximo à rota;
- c. Remover esse ponto da lista de pontos não visitados; e
- d. Atualizar o ponto atual para ser o ponto mais próximo.

- **Passo 3 – Fechando o ciclo**

No final, adicionar novamente o ponto inicial ao final da rota para garantir que retorne ao ponto de origem.

- **Saída:** A função retorna a rota completa, representada por uma lista de índices dos pontos na ordem em que devem ser visitados.

5.3.2 Utilizando a heurística GRASP para resolução do roteamento iterativo (ITER_GRASP_aleat / ITER_GRASP_grid)

De forma análoga a utilização da heurística do vizinho mais próximo, utiliza-se a abordagem da heurística GRASP para resolução do modelo de roteamento com grande número de pontos de passagem, conforme funções descritas abaixo, onde o modelo inicia com a construção de uma solução inicial, através da Função 1 (*grasp_construcao*), e a partir de então, itera n vezes na construção de soluções através da Função 2 (*grasp_solucao*), retornando, ao final das iterações, o melhor resultado obtido.

Função 1: *grasp_construcao*.

- **Entrada:** A função recebe uma lista de pontos no plano e um parâmetro *alpha* (α) para controle da aleatoriedade.

- **Passo 1 – Inicialização**

Escolher um ponto arbitrário como ponto inicial e o adicionar à rota que está em construção.

- **Passo 2 – Iteração até visitar todos os pontos**

Enquanto houver pontos não visitados:

- a. Calcular a distância entre o ponto atual e todos os pontos não visitados;
- b. Ordenar os pontos não visitados com base nessas distâncias;
- c. Selecionar alguns dos candidatos mais próximos com base no parâmetro *alpha* (α);

- d. Escolher aleatoriamente um desses candidatos e o adicionar à rota;
- e. Remover o candidato escolhido da lista de pontos não visitados; e
- f. Atualizar o ponto atual para ser o candidato escolhido.

- **Passo 3 – Fechando o ciclo**

No final, adicionar novamente o ponto inicial ao final da rota para garantir que o percurso forme um ciclo completo.

- **Saída:** A função retorna a rota completa, representada por uma lista de índices dos pontos na ordem em que devem ser visitados.

Função 2: grasp_solucão.

- **Entrada:** A função recebe uma lista de pontos no plano, um parâmetro *alpha* (α) e um parâmetro de número de iterações;

- **Passo 1 – Inicialização**

Inicializar a melhor solução e a melhor distância com valores iniciais.

- **Passo 2 – Iteração para construir soluções**

Para um número máximo de iterações:

- a. Construir uma solução usando a Função “grasp_construcao”;
- b. Calcular a distância total dessa solução; e
- c. Se a distância da solução atual for melhor do que a melhor distância registrada, atualizar a melhor solução e a melhor distância.

- **Saída:** A função retorna a melhor solução encontrada após as iterações.

6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

6.1 Instâncias Adotadas

6.1.1 Instâncias utilizadas como *toys*

Para implantar o modelo matemático, visto que o objetivo final do modelo deverá ser de aplicação tanto em áreas regulares como em áreas irregulares, partiu-se, inicialmente, da verificação de aplicabilidade do modelo a áreas regulares, figuras geométricas amplamente conhecidas, o que visualmente já apontariam quaisquer anormalidades nas saídas geradas. Tal escolha dos *toys* também teve influência a partir da subdivisão de áreas para Busca e Salvamento (SAR) em águas marítimas, onde cada zona de patrulhamento é representada por uma figura quadrangular de 150 x 150 milhas náuticas, conforme mostra a Figura 52. As áreas geométricas inicialmente trabalhadas podem ser observadas na Figura 53. Cabe ressaltar que, apenas o modelo de “MCLP_TSP_grid” foi aplicado para resultados computacionais com os *toys*.



Figura 52 – Carta Áreas de Jurisdição Naval
Fonte: Centro de Hidrografia da Marinha.

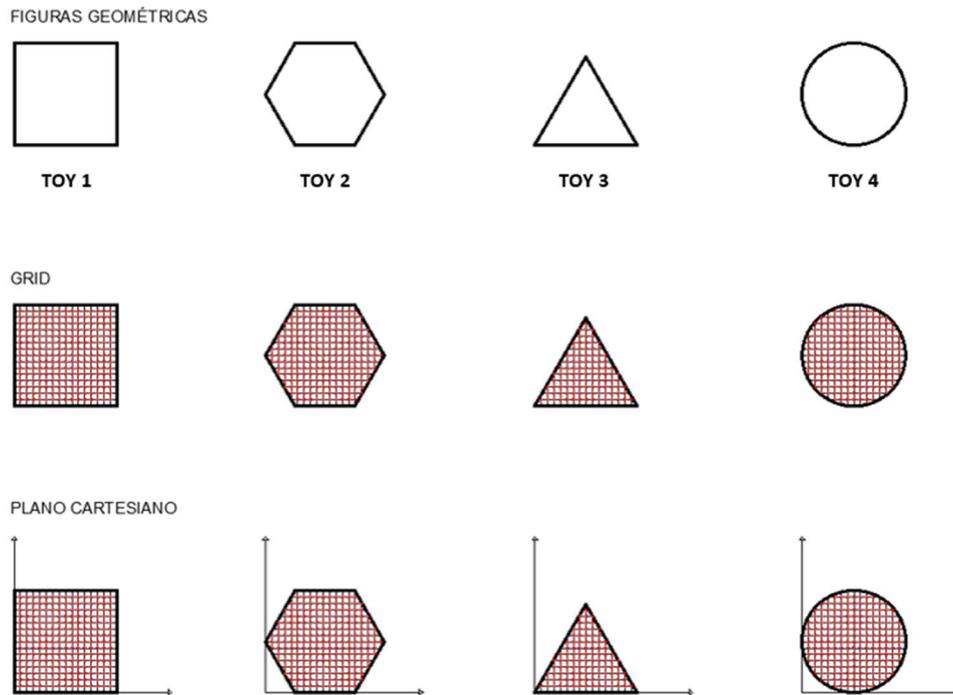


Figura 53 – Instâncias adotadas como *toys* para o modelo
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

6.1.2 Instâncias reais do modelo

Após os testes realizados com as figuras geométricas adotadas nos *toys*, procurou-se realizar a aplicabilidade do modelo em áreas reais conexas e não convexas, bem como uma das áreas foi simulada com restrição de acesso, conforme apresentado na Figura 54:

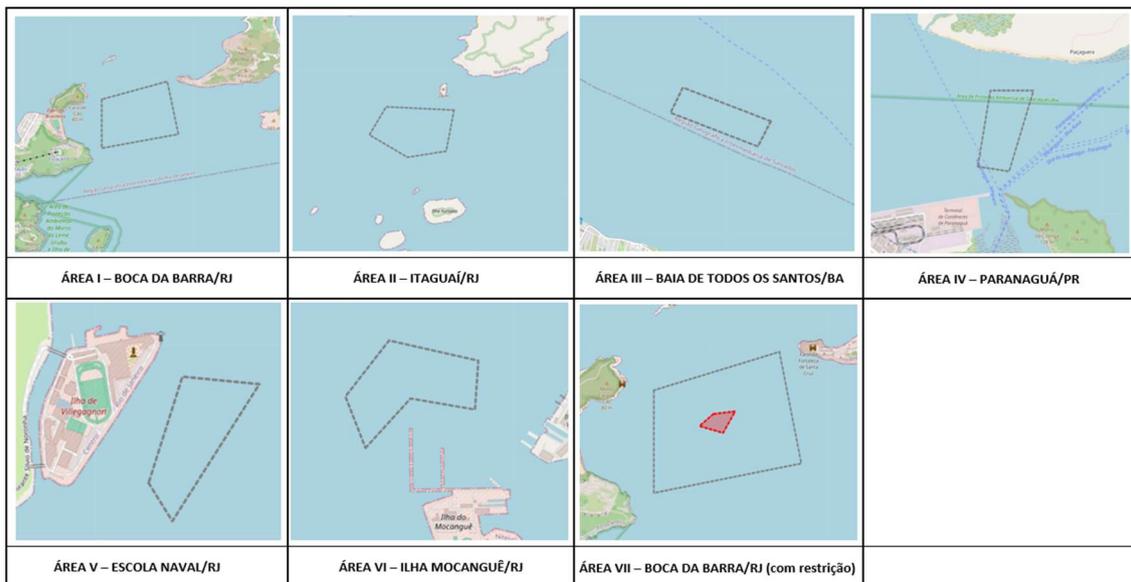


Figura 54 – Instâncias reais adotadas no modelo
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

6.1.3 Experimentos com Áreas Geográficas

Para uma melhor visualização e compreensão do modelo desenvolvido, as instâncias adotadas são meramente ilustrativas, entretanto, trabalhando com demarcações geográficas de coordenadas reais, simulando áreas sensíveis a navegação e a soberania marítima, como, por exemplo, entrada de portos, instalações militares, boca de barra e áreas em bacias de manobras, conforme disposto no Tabela 2.

Tabela 2 – Coordenadas Geográficas das Áreas

Área I – Boca da Barra/RJ			Área IV – Paranaguá/PR			Área VII – Boca da Barra/RJ com restrição de navegação		
Ponto	Latitude	Longitude	Ponto	Latitude	Longitude	Ponto	Latitude	Longitude
A	-22.9412	-43.1486	A	-25.4959	-48.4944	A	-22.9412	-43.1486
B	-22.9489	-43.1486	B	-25.4966	-48.4887	B	-22.9489	-43.1486
C	-22.9467	-43.1350	C	-25.4847	-48.4842	C	-22.9467	-43.1350
D	-22.9383	-43.1370	D	-25.4847	-48.4921	D	-22.9383	-43.1370
Área II – Itaguaí/RJ			Área V – Escola Naval/RJ			Área VII – Coordenadas da área restrita		
Ponto	Latitude	Longitude	Ponto	Latitude	Longitude	Ponto	Latitude	Longitude
A	-22.9647	-43.9096	A	-22.9165	-43.1582	A	-22.9430	-43.1431
B	-22.9642	-43.9221	B	-22.9175	-43.1575	B	-22.9439	-43.1444
C	-22.9689	-43.9252	C	-22.9139	-43.1549	C	-22.9444	-43.1422
D	-22.9727	-43.9182	D	-22.9137	-43.1572	D	-22.9428	-43.1411
E	-22.9717	-43.9111						
Área III – Baía de Todos os Santos/BA			Área VI – Ilha de Mocanguê/RJ					
Ponto	Latitude	Longitude	Ponto	Latitude	Longitude			
A	-12.8639	-38.6159	A	-22.8656	-43.1419			
B	-12.8714	-38.6194	B	-22.8626	-43.1390			
C	-12.8613	-38.6426	C	-22.8633	-43.1349			
D	-12.8538	-38.6393	D	-22.8603	-43.1347			
			E	-22.8591	-43.1404			
			F	-22.8625	-43.1432			

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.2 Resultados Computacionais

Para avaliação dos resultados, o modelo foi implementado sob diferentes aspectos de atribuição inicial de pontos, bem como da seleção de pontos de interesse para a atividade de roteamento, dentro deste conjunto maior de pontos iniciais, realizada com o auxílio da linguagem *Python*®, utilizando o *solver Gurobi Optimizer version 9.5.2 build v9.5.2rc0*, para resolução do modelo matemático do TSP, e executados em equipamento com processador *11th Gen Intel(R) Core(TM) i5-1135G7 @ 2.40GHz 2.42 GHz*, 8 GB de memória *RAM*, sob o sistema operacional *Microsoft Windows 10* de 64 Bits.

6.2.1 Resultados comparativos entre as heurísticas para seleção de pontos de interesse ao TSP

Conforme abordado no item 5.2, este trabalho utilizou de 4 abordagens heurísticas distintas, alterando a função de avaliação na heurística GRASP, para solucionar o problema de seleção inicial de pontos de interesse para o TSP. Tais abordagens demonstraram-se bastantes conclusivas e peculiares quanto aos resultados, e da aplicabilidade, a posteriori, pelo TSP. Entretanto, todas as abordagens continuam sendo alternativas viáveis a partir da necessidade, da adequação e do interesse em ser simulado.

Os resultados das simulações proporcionaram análises interessantes quanto a cada abordagem utilizada. Considerando os dados do *toy1*, podemos citar:

- **Seleção inicial de pontos totalmente aleatória** – as simulações demonstraram grande variabilidade com relação ao posicionamento dos pontos selecionados dentro da área de interesse. Isso levou a conclusão de que os resultados onde os pontos tendiam a se agrupar, claramente seria um resultado ruim, conforme Figura 55 (esquerda), entretanto, os pontos ao se distanciarem na solução poderiam representar uma solução boa, mas com a indefinição se estava perto do melhor resultado em termo de otimização, Figura 55 (direita).

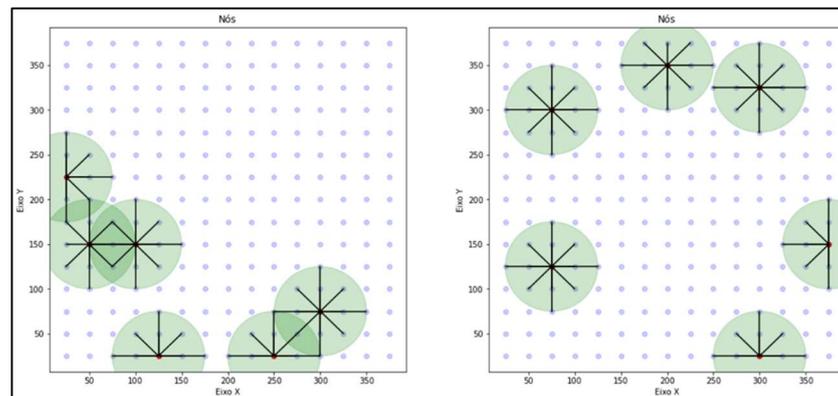


Figura 55 – Simulações com pontos aleatórios

Fonte: Elaborado pelo Autor.

- **Seleção inicial de pontos levando em consideração o % inicial de cobertura da área** – esta abordagem traz uma característica diferente da primeira no sentido de que os pontos tendem a não se posicionarem nas extremidades da área, ou em locais onde a captação de pontos pelos raios

de cobertura seja duplicada. Entretanto, a variabilidade da abordagem continua alta conforme exemplificado na Figura 56.

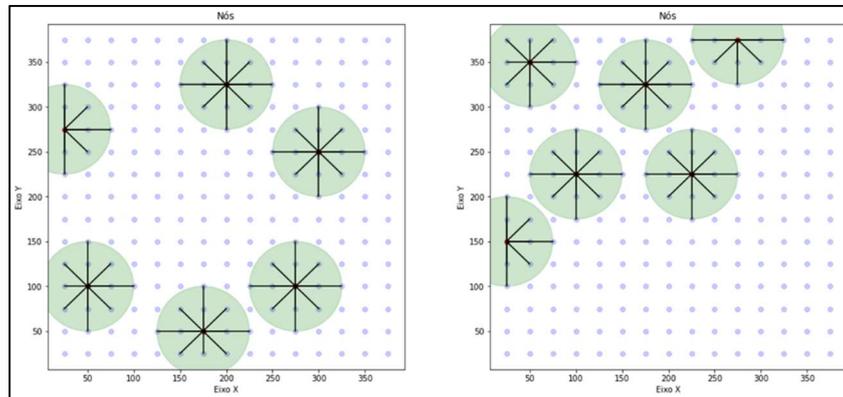


Figura 56 – Simulações com % cobertura inicial
Fonte: Elaborado pelo Autor.

- **Seleção inicial de pontos com mínima distância total entre as LA** – tal abordagem busca minimizar a distância entre as localidades ativas (LA) escolhidas para o modelo de TSP, com o intuito de minimizar a rota gerada ao final do modelo. Entretanto, tal abordagem demonstrou uma variabilidade considerável quanto ao agrupamento dos pontos escolhidos, o que levaria a conclusões bem diferentes quanto ao objetivo inicial proposto, conforme exemplificado na Figura 57.

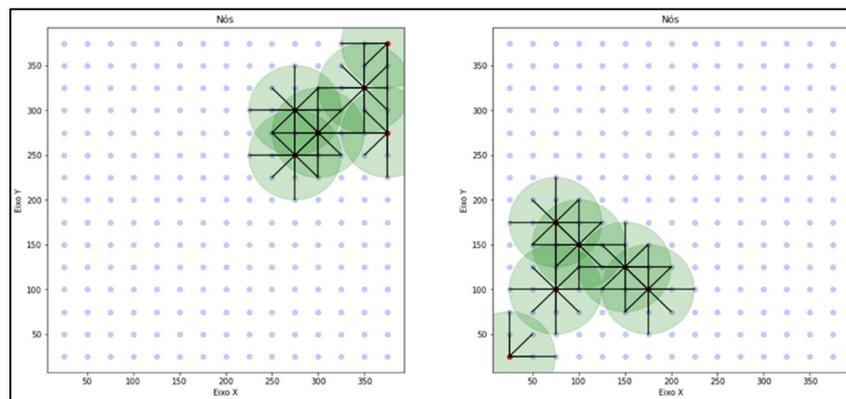


Figura 57 – Simulações com distância mínima entre as LA
Fonte: Elaborado pelo Autor.

- **Seleção inicial de pontos com máxima distância total entre as LA** – ao contrário da abordagem anterior, esta busca maximizar a distância entre as localidades ativas (LA) escolhidas para o modelo de TSP, com o intuito de que a rota gerada ao final do modelo, consiga fazer uma máxima

captação de pontos pelas rotas. Esta abordagem apresentou uma menor variabilidade nas simulações, e conseqüente resultado satisfatório para o modelo, e passou a ser utilizada como modelo de solução inicial de pontos para as modelagens seguintes do trabalho (GRASP x TSP). Um exemplo de simulação desta abordagem pode ser observado na Figura 58.

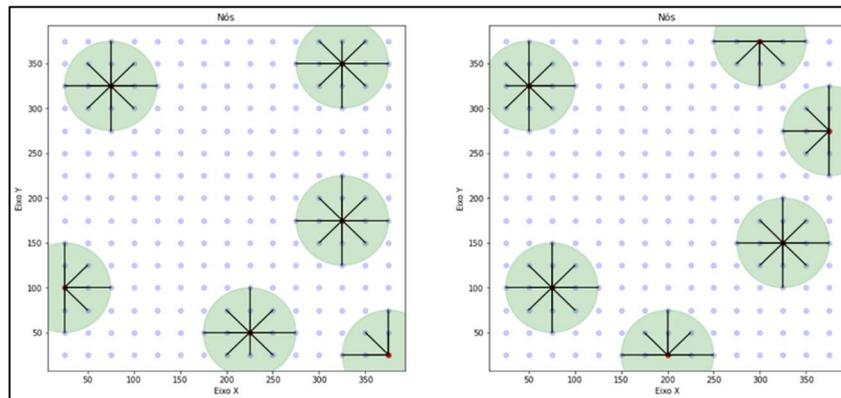


Figura 58 – Simulações com distância máxima entre as LA
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

6.2.2 Resultados obtidos com os *toys*

Simulações obtidas com a aplicação do modelo MCLP_TSP_grid, apresentou os seguintes resultados para os *toys*, com simulação inicial para 12 pontos ($P = 12$). Para o *toy3*, por suas características geométricas, foram utilizados 8 pontos para a simulação ($P = 8$). Os resultados podem ser observados nas Figuras 59 a 62.

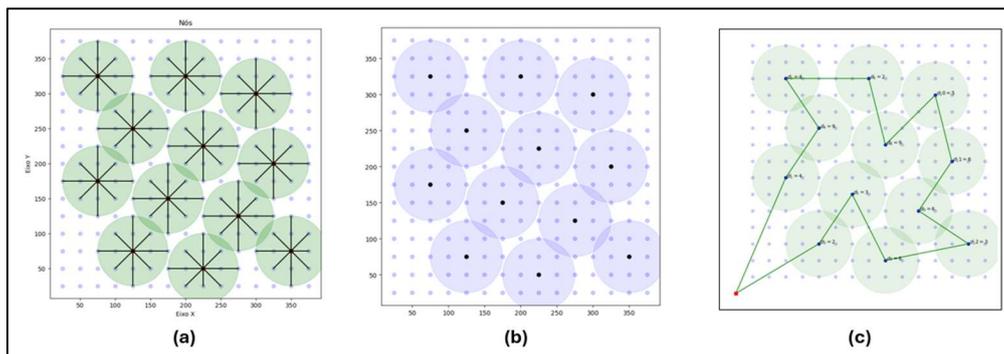


Figura 59 – (a) Resultado MCLP, (b) pontos de interesse e (c) resultado TSP para o *toy1*
 Fonte: Elaborado pelo autor.

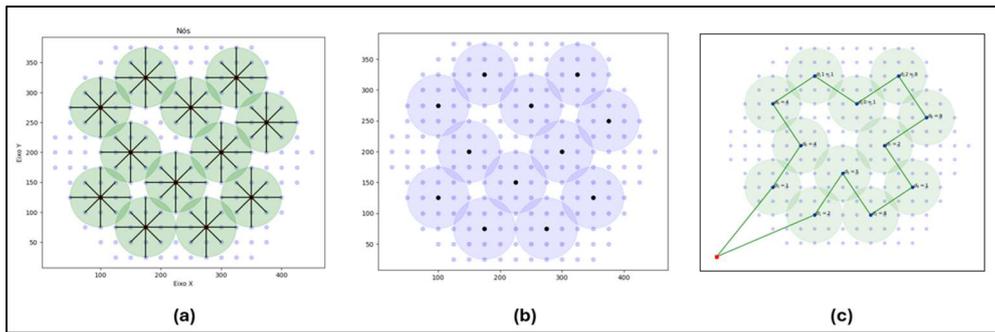


Figura 60 – (a) Resultado MCLP, (b) pontos de interesse e (c) resultado TSP para o *toy2*
 Fonte: Elaborado pelo autor.

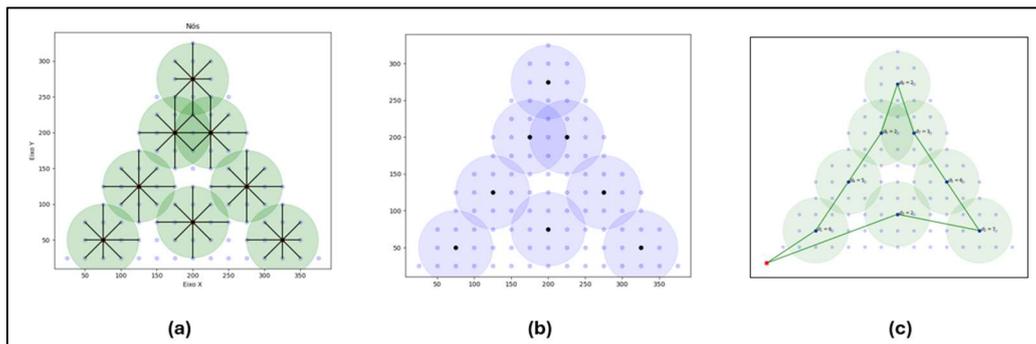


Figura 61 – (a) Resultado MCLP, (b) pontos de interesse e (c) resultado TSP para o *toy3*
 Fonte: Elaborado pelo autor.

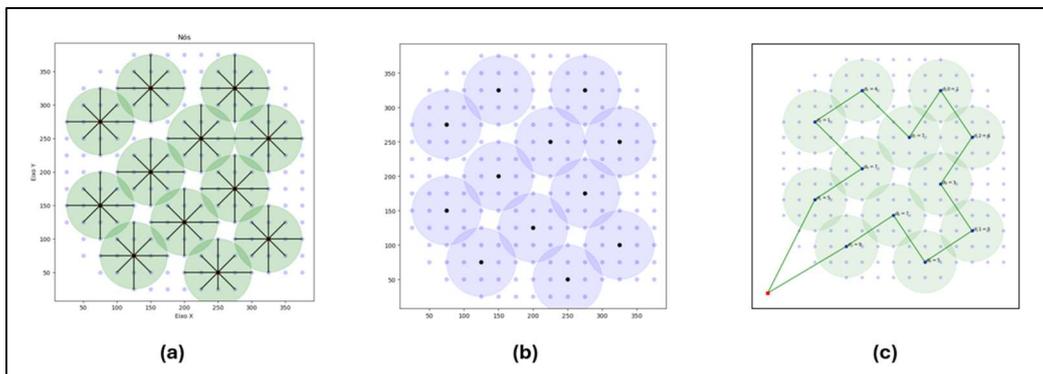


Figura 62 – (a) Resultado MCLP, (b) pontos de interesse e (c) resultado TSP para o *toy4*
 Fonte: Elaborado pelo autor.

Como objetivo principal do estudo, procurou-se maximizar a cobertura dos pontos iniciais, *grid* ou aleatórios, através da obtenção de pontos de interesse e posterior roteamento com captura de pontos pelas rotas, obtendo-se o seguinte resultado gráfico do modelo, para o *toy1*, conforme apresentado na Figura 63.

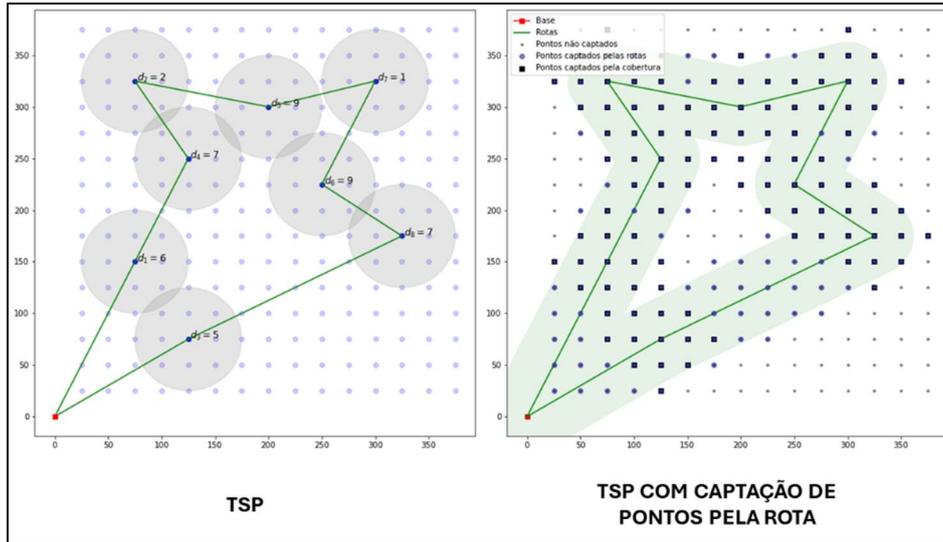


Figura 63 – Resultado do TSP, com captura de pontos pelas rotas para o *toy1*
 Fonte: Elaborado pelo autor.

Como resultado das simulações realizadas com os *toys*, as Figuras 64 a 67 mostram a evolução do percentual de cobertura inicial com o modelo de MCLP e o percentual de cobertura final com o modelo de TSP com captação de pontos pelas rotas, variando a quantidade de pontos de interesse (P) para o modelo de TSP.

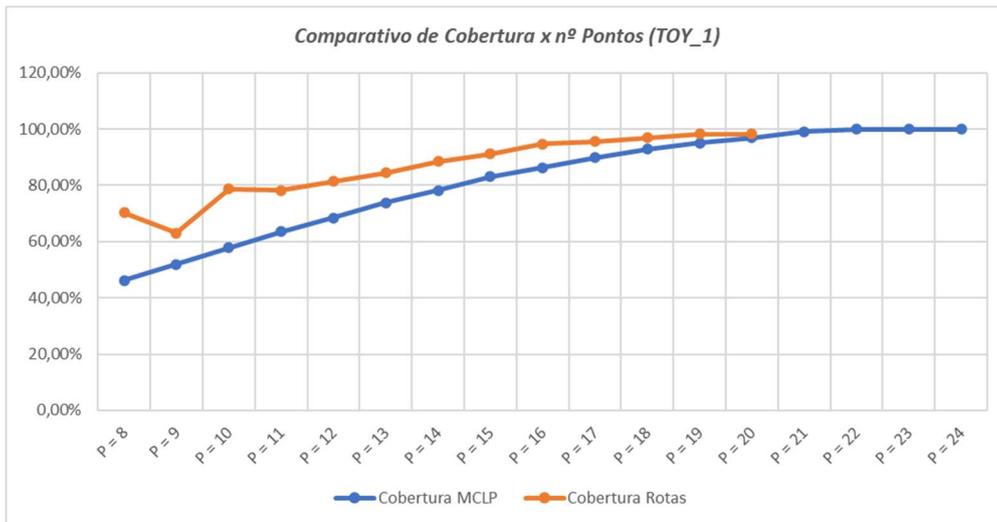


Figura 64 – Resultados da cobertura inicial pelo MCLP e cobertura final para os *toy1*
 Fonte: Elaborado pelo autor.

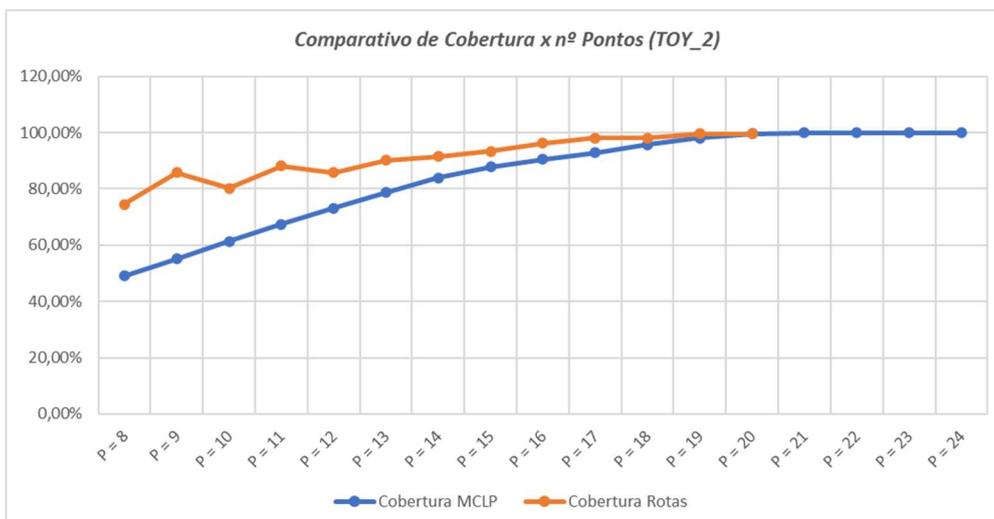


Figura 65 – Resultados da cobertura inicial pelo MCLP e cobertura final para os toy2
 Fonte: Elaborado pelo autor.

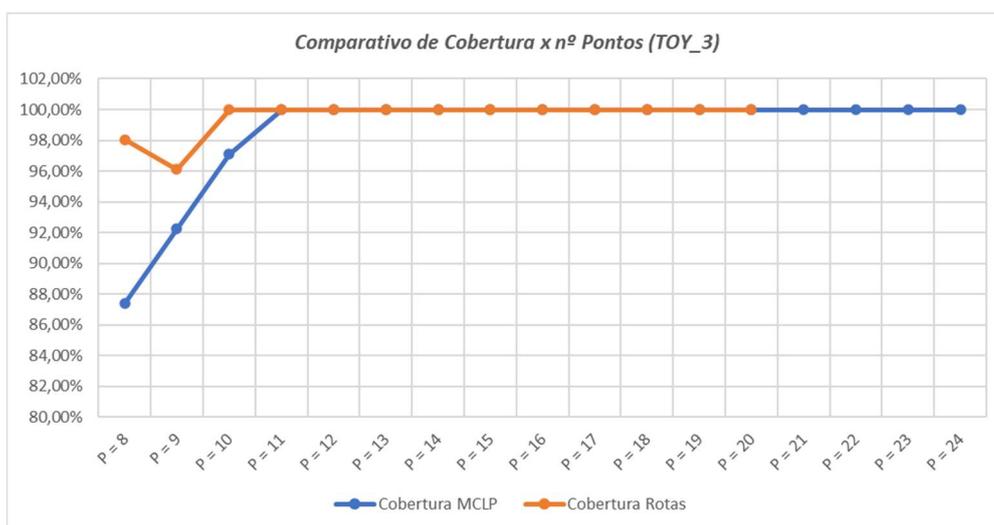


Figura 66 – Resultados da cobertura inicial pelo MCLP e cobertura final para os toy3
 Fonte: Elaborado pelo autor.

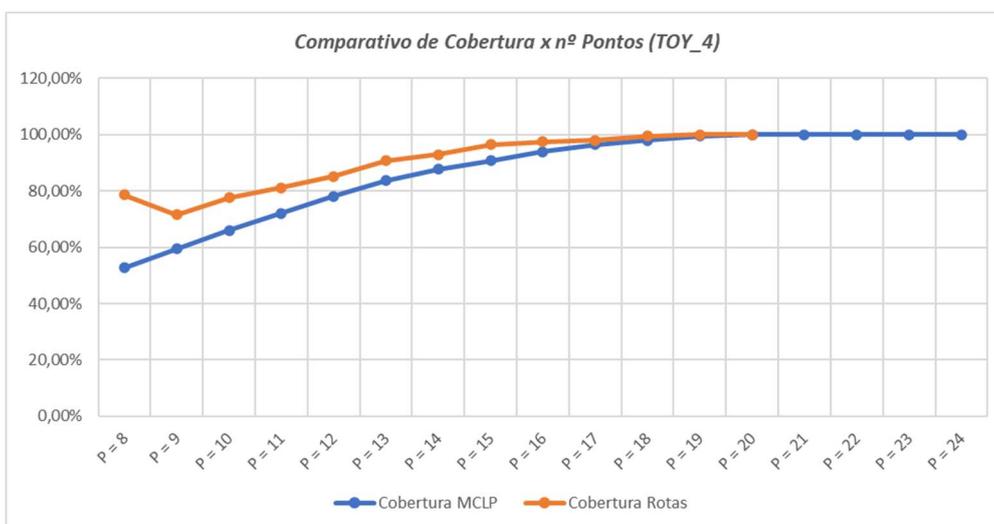


Figura 67 – Resultados da cobertura inicial pelo MCLP e cobertura final para os toy4
 Fonte: Elaborado pelo autor.

6.2.3 Resultados do modelo com áreas geográficas (pontos aleatórios x pontos equidistantes)

Para aplicação dos modelos: MCLP_TSP / GRASP_TSP / ITER_TSP / ITER_NN / ITER_GRASP, nas simulações foram adotados raios de coberturas diferentes em relação a cada área geográfica (Tabela 3), em função das dimensões das áreas. A *Área_V*, por ser uma área de menor proporção, utilizou-se de raios de tamanhos menores, para manter uma melhor aplicabilidade na otimização das rotas. Outro aspecto importante se restringe ao fato que, em função de baixas coberturas com poucos pontos de interesse, buscou-se iniciar as simulações com o número de pontos de interesse (pontos de passagem), também, com quantidades diferentes, especificamente para *Área_V*. Para o modelo de Rotas Iterativas, a análise se deu em função do atingimento de determinados níveis (%) de cobertura.

Tabela 3 – Parâmetros Iniciais para simulação

Áreas	Raios Cobertura (m)	Start Otimização
I, II, III, IV, VI, VII	50, 75, 100	10 pontos de passagem
V	10, 25, 50	01 ponto de passagem
Roteamento Iterativo	Níveis Cobertura (%)	75%, 80%, 85%, 90% e 95%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados abordados nesta seção, apresentados nos Tabelas 4 a 17, referem-se aos modelos de otimização aplicados com pontos iniciais aleatórios, distribuídos uniformemente nas áreas geográficas delimitadas no estudo, e com pontos iniciais equidistantes ou *grid*, conforme descritos nas seções 4.1.1 e 4.1.2, respectivamente. Com finalidade ilustrativa, os resultados gráficos apresentados nas Figuras 68 a 79 se referem apenas à *Área_I*.

Área I – Resultados Gerais

Tabela 4 – Resultados Método (i)

ÁREA I (RAIO 50 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,382	4,35	3,53	0,369	4,56	3,34	0,378	3,46	1,90	0,264	3,25	10,46
20	0,546	5,75	9,24	0,462	5,78	7,02	0,498	4,63	2,53	0,376	4,50	13,23
30	0,620	6,58	17,82	0,511	6,93	14,45	0,622	5,84	5,40	0,427	5,17	18,65
40	0,612	7,13	23,20	0,634	8,02	29,94	0,684	6,51	8,43	0,472	6,12	19,02
50	0,724	8,45	37,20	0,649	8,44	48,63	0,752	7,38	9,86	0,520	6,71	19,84

ÁREA I (RAIO 75 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,484	4,58	2,71	0,516	4,43	3,84	0,542	3,56	1,91	0,462	3,59	3,01
20	0,662	5,98	9,95	0,644	5,63	8,16	0,714	5,04	4,37	0,617	4,75	43,99
30	0,746	6,79	19,47	0,771	6,93	16,80	0,830	5,87	5,82	0,764	5,91	7,79
40	0,810	7,36	34,08	0,889	7,98	28,55	0,904	6,50	9,99	0,897	7,22	8,83
50	0,874	8,60	59,80	0,904	8,69	49,15	0,968	7,72	18,43	1,000	8,10	13,22

ÁREA I (RAIO 100 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,660	4,34	3,98	0,604	4,09	4,60	0,656	3,78	7,87	0,627	3,72	2,37
20	0,816	5,77	9,41	0,769	5,73	25,08	0,866	5,14	11,08	0,796	4,89	4,72
30	0,898	6,28	18,89	0,887	6,47	15,19	0,976	6,55	17,58	0,948	5,82	6,29
40	0,962	7,36	34,13	0,951	7,88	31,35	1,000	7,45	22,11	0,995	6,99	8,81
50	0,978	8,12	63,12	0,978	7,85	36,09	1,000	7,97	17,97	1,000	7,64	8,50

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5 – Área_I – Resultados Método (ii)

ÁREA_I (RAIO 50 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
59	0,756	8,34	548,67					61	0,774	11,12	28,08
75	0,808	9,46	1400,97					76	0,803	10,66	44,11
91	0,852	10,54	2803,40					81	0,850	11,55	50,55
104	0,902	11,39	6422,47					88	0,907	11,96	59,83
122	0,952	12,01	8677,77					118	0,951	13,56	107,54

ÁREA_I (RAIO 75 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
28	0,752	6,01	54,76	28	0,757	6,25	38,03				
35	0,812	6,70	99,31	35	0,840	6,94	68,82				
43	0,852	7,30	141,18	44	0,862	7,46	139,69				
49	0,900	7,87	183,19	49	0,909	7,81	170,41				
66	0,954	8,46	347,84	60	0,953	8,91	267,81				

ÁREA_I (RAIO 100 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
18	0,768	5,03	23,17	21	0,771	5,33	13,20				
19	0,804	5,11	26,21	24	0,806	5,81	17,92				
25	0,854	5,83	38,94	26	0,853	6,10	21,61				
30	0,914	6,46	54,50	32	0,904	6,61	32,05				
36	0,956	7,18	89,39	40	0,956	7,52	64,75				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Área II – Resultados Gerais

Tabela 6 – Área II – Resultados Método (i)

ÁREA II (RAIO 50 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,380	4,07	2,59	0,387	4,18	2,48	0,390	3,44	2,15	0,291	3,47	10,57
20	0,468	5,53	9,97	0,473	5,36	5,34	0,494	4,16	3,40	0,367	4,28	16,03
30	0,558	6,68	21,41	0,549	6,42	12,59	0,600	5,05	6,99	0,493	5,60	18,20
40	0,618	7,21	36,77	0,620	7,43	18,44	0,688	6,15	14,83	0,530	6,45	15,95
50	0,700	7,83	52,69	0,709	7,88	32,30	0,748	7,00	14,07	0,580	7,01	19,24

ÁREA II (RAIO 75 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,502	4,25	2,67	0,534	4,23	2,86	0,538	3,72	2,03	0,468	3,63	3,10
20	0,702	5,54	6,84	0,668	5,33	5,78	0,742	5,00	5,14	0,646	4,84	2,08
30	0,772	6,61	14,14	0,795	6,36	11,99	0,830	5,80	6,00	0,734	5,58	2,99
40	0,814	7,04	24,99	0,901	7,53	21,94	0,914	6,44	6,55	0,924	7,04	6,63
50	0,888	8,29	59,88	0,911	8,28	43,12	0,962	7,42	12,56	1,000	7,50	6,59

ÁREA II (RAIO 100 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,610	4,41	4,63	0,714	4,32	2,65	0,678	3,61	3,32	0,559	3,37	1,56
20	0,832	5,66	9,03	0,815	5,42	5,69	0,854	4,76	2,57	0,759	4,64	2,28
30	0,882	6,58	13,86	0,894	6,55	14,03	0,962	5,91	4,64	0,954	5,72	3,64
40	0,960	7,13	30,71	0,957	7,30	19,86	1,000	7,09	9,11	0,990	7,23	8,41
50	0,986	8,07	56,25	0,980	7,67	39,60	1,000	7,68	12,77	1,000	6,99	6,19

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 7 – Área_II - Resultados Método (ii)

ÁREA_II (RAIO 50 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
62	0,776	8,35	592,51					79	0,751	10,68	351,40
66	0,802	8,87	679,81					99	0,803	11,96	543,51
80	0,856	9,61	1237,45					110	0,855	13,18	671,22
89	0,900	10,19	1717,95					135	0,900	15,04	1001,30
104	0,956	11,17	2838,10					150	0,954	16,57	1241,80

ÁREA_II (RAIO 75 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
31	0,754	6,17	377,80	32	0,757	6,29	45,02				
38	0,804	6,73	480,19	35	0,820	6,62	59,86				
47	0,874	7,24	820,78	42	0,863	7,56	92,45				
50	0,902	7,62	963,64	46	0,904	7,90	118,71				
63	0,950	8,62	1615,37	56	0,954	8,54	205,44				

ÁREA_II (RAIO 100 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
16	0,766	4,90	16,53	20	0,785	5,23	21,50				
19	0,804	5,25	22,64	21	0,805	5,31	24,37				
25	0,870	5,88	38,66	27	0,856	6,01	44,65				
30	0,906	6,11	64,30	32	0,911	6,50	65,46				
36	0,958	7,13	94,25	42	0,959	7,59	108,53				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Área III – Resultados Gerais

Tabela 8 – Área III – Resultados Método (i)

ÁREA III (RAIO 50 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,284	6,70	2,80	0,278	7,03	4,66	0,306	6,48	3,07	0,261	6,32	44,67
20	0,396	9,10	6,78	0,313	8,39	12,32	0,418	7,36	64,55	0,310	7,25	50,16
30	0,464	9,96	13,37	0,404	10,30	34,02	0,466	8,21	19,31	0,351	8,43	87,14
40	0,506	11,33	24,00	0,426	11,87	43,32	0,526	9,31	14,97	0,404	9,62	58,55
50	0,534	11,83	40,17	0,440	12,20	64,89	0,558	10,03	45,73	0,447	10,68	65,73
100				0,572	17,22	255,82				0,597	14,80	348,36
150	0,872	20,24	567,87	0,624	19,51	537,60	0,902	17,59	250,31	0,726	18,02	1.144,25
200				0,709	22,36	1.275,80				0,859	21,81	263,06

ÁREA III (RAIO 75 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,402	6,95	2,76	0,409	6,97	5,42	0,446	6,35	4,53	0,324	5,27	3,62
20	0,502	8,53	9,57	0,495	8,18	11,61	0,526	7,10	5,13	0,443	6,97	10,28
30	0,588	9,68	22,73	0,560	10,01	23,39	0,648	8,57	11,75	0,502	8,16	5,41
40	0,658	10,92	34,43	0,646	11,70	42,82	0,718	9,27	9,38	0,575	9,40	9,09
50	0,702	11,88	35,88	0,705	12,27	65,49	0,774	10,47	18,82	0,658	10,43	23,14
100				0,895	17,33	304,71				0,995	17,18	155,37
150				0,992	19,85	612,28						

ÁREA III (RAIO 100 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,586	7,29	2,79	0,530	6,81	5,01	0,572	6,20	2,11	0,400	5,27	3,96
20	0,608	8,67	6,77	0,621	9,14	11,87	0,690	7,42	2,84	0,556	6,97	7,88
30	0,732	9,97	14,58	0,714	10,43	25,17	0,782	8,20	2,90	0,599	8,13	7,94
40	0,798	11,06	29,06	0,779	11,43	52,15	0,868	10,06	5,32	0,666	9,30	8,09
50	0,868	12,64	35,26	0,772	11,70	65,02	0,930	11,19	9,53	0,750	10,93	18,44
100				0,951	16,93	264,15				0,996	17,05	91,81
150				0,996	20,32	520,76						

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 9 – Área_III - Resultados Método (ii)

ÁREA_III (RAIO 50 m)															
ITER_TSP_aleat				ITER_NN_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
				90	0,752	18,32	68,57					114	0,751	21,08	24,35
				105	0,808	20,06	92,46					131	0,813	23,12	32,25
				124	0,854	21,89	129,48					152	0,852	24,81	43,80
				139	0,902	22,51	163,52					168	0,900	28,15	53,99
				165	0,950	24,98	252,92					179	0,957	28,70	61,86

ÁREA_III (RAIO 75 m)															
ITER_TSP_aleat				ITER_NN_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
63	0,752	12,20	4653,92	58	0,786	14,90	40,52					58	0,781	17,15	64,16
74	0,802	13,63	5142,46	59	0,808	15,01	41,91					62	0,823	18,66	74,03
86	0,868	14,58	6041,22	67	0,858	16,73	54,10					79	0,864	19,01	121,25
98	0,914	15,84	7732,39	82	0,918	18,46	81,54					94	0,911	22,06	170,82
115	0,952	17,23	10029,38	104	0,958	19,50	129,73					116	0,953	22,42	264,36

ÁREA_III (RAIO 100 m)															
ITER_TSP_aleat				ITER_NN_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
32	0,750	9,37	690,40	28	0,780	11,05	15,78	45	0,760	11,33	335,32				
42	0,800	10,54	2246,57	30	0,824	13,58	17,89	51	0,803	11,89	405,32				
52	0,852	11,75	2381,17	32	0,852	14,50	20,31	60	0,864	12,96	761,99				
59	0,904	12,49	2453,72	47	0,906	15,98	41,79	75	0,903	14,72	1343,19				
70	0,956	13,77	2622,60	62	0,968	17,29	69,68	91	0,951	15,41	1978,89				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Área IV – Resultados Gerais

Tabela 10 – Área_IV – Resultados Método (i)

ÁREA_IV (RAIO 50 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,418	3,55	2,58	0,384	3,60	7,62	0,432	3,52	2,08	0,366	3,51	7,68
20	0,558	5,25	10,06	0,520	5,12	19,14	0,592	4,48	4,51	0,462	4,44	8,73
30	0,606	5,67	23,57	0,559	5,73	38,43	0,678	5,14	6,59	0,509	4,85	9,82
40	0,722	6,73	25,73	0,630	6,65	62,12	0,768	5,91	7,86	0,553	5,44	12,76
50	0,762	7,29	38,43	0,704	7,40	99,21	0,822	6,44	15,36	0,609	5,99	13,47

ÁREA_IV (RAIO 75 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,570	3,73	3,20	0,553	3,60	2,40	0,580	3,24	2,12	0,550	3,24	1,89
20	0,748	5,38	9,86	0,706	4,96	4,76	0,768	4,58	7,56	0,668	4,02	1,71
30	0,844	5,92	20,49	0,885	6,10	11,16	0,908	5,51	9,67	0,882	5,52	2,04
40	0,918	6,49	25,00	0,888	6,57	22,88	0,968	6,40	6,32	1,000	6,08	6,63
50	0,952	7,12	44,01	0,942	6,92	26,69	0,998	6,89	9,53	1,000	6,53	14,44

ÁREA_IV (RAIO 100 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,708	3,70	3,06	0,703	3,81	2,81	0,788	3,52	2,60	0,658	3,16	1,42
20	0,860	5,43	7,87	0,847	5,01	6,09	0,932	4,33	3,28	0,875	4,20	1,49
30	0,940	5,78	16,39	0,978	5,92	10,14	0,998	5,36	5,44	0,981	5,55	5,04
40	0,980	6,57	25,79	0,981	6,90	17,96	1,000	6,51	9,26	1,000	6,24	3,87
50	0,998	7,34	37,39	0,994	7,08	26,49	1,000	6,70	9,13	1,000	6,33	4,04

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 11 – Área_IV - Resultados Método (ii)

ÁREA_IV (RAIO 50 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
55	0,754	6,94	2224,62					49	0,754	8,19	15,72
62	0,812	7,13	2610,94					61	0,834	8,94	24,80
77	0,852	7,99	3382,56					68	0,859	9,70	31,48
87	0,902	8,66	4288,87					77	0,907	10,29	40,74
100	0,952	9,64	5107,44					93	0,955	11,88	59,77

ÁREA_IV (RAIO 75 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
27	0,756	5,06	41,69	25	0,751	4,87	52,89				
33	0,806	5,89	71,99	31	0,808	5,47	106,10				
35	0,852	5,96	83,48	35	0,853	5,81	122,66				
41	0,904	6,63	128,88	41	0,907	6,69	177,09				
48	0,950	6,90	182,39	49	0,968	7,22	238,87				

ÁREA_IV (RAIO 100 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
16	0,752	4,24	7,34	13	0,764	3,92	7,58				
18	0,832	4,45	10,13	16	0,818	4,23	14,15				
21	0,850	4,80	13,54	19	0,850	4,48	21,79				
23	0,900	5,01	18,31	25	0,904	5,08	33,79				
32	0,960	6,08	57,27	30	0,952	5,62	66,66				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Área V – Resultados Gerais

Tabela 12 – Área_V – Resultados Método (i)

ÁREA_V (RAIO 10 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,372	1,19	2,76	0,340	1,14	4,79	0,340	0,85	2,44	0,258	0,95	20,64
20	0,454	1,40	6,72	0,393	1,39	8,18	0,474	1,15	3,22	0,348	1,21	22,62
30	0,502	1,58	13,38	0,478	1,63	16,30	0,548	1,35	5,29	0,381	1,35	24,69
40	0,550	1,79	22,75	0,522	1,78	28,55	0,644	1,62	8,32	0,441	1,53	33,20
50	0,648	1,93	33,02	0,592	1,96	41,61	0,684	1,75	20,50	0,470	1,68	33,74
100	0,808	2,82	289,82	0,765	2,76	172,00	0,878	2,45	61,65	0,626	2,36	416,27
150	0,916	3,14	620,26	0,820	3,36	731,51	0,956	3,01	220,53	0,807	3,14	641,04
200				0,937	3,85	852,91				0,900	3,69	1.170,74

ÁREA_V (RAIO 25 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,676	1,04	2,84	0,685	0,96	3,28	0,744	0,97	2,96	0,633	0,88	2,61
20	0,780	1,25	7,27	0,845	1,51	9,10	0,882	1,24	4,00	0,840	1,21	3,28
30	0,930	1,66	15,60	0,934	1,68	17,83	0,968	1,42	3,08	0,986	1,64	6,55
40	0,980	1,77	38,20	0,980	1,90	34,40	1,000	1,73	3,83	1,000	1,78	7,08
50	0,998	1,96	39,75	1,000	2,14	43,63	1,000	1,86	8,29	1,000	1,92	8,68

ÁREA_V (RAIO 50 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
2	0,726	0,92	1,37	0,645	0,83	0,57	0,598	0,56	1,80	0,753	0,77	0,65
4	0,948	0,89	1,65	0,925	0,95	0,64	0,804	0,75	2,01	0,871	0,79	0,75
6	0,980	1,02	2,09	0,925	1,01	0,72	0,940	0,79	2,14	0,968	0,87	0,73
8	0,940	1,03	2,66	0,925	0,98	0,85	0,986	0,87	2,29	0,935	0,86	0,86
10	0,956	1,07	3,16	0,957	1,05	1,08	1,000	0,96	2,38	0,989	0,96	0,89

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 13 – Área_V - Resultados Método (ii)

ÁREA_V (RAIO 10 m)															
ITER_TSP_aleat				ITER_NN_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
				71	0,750	2,72	34,43					93	0,750	2,82	95,14
				100	0,800	2,88	66,83					111	0,801	3,12	133,81
				108	0,852	3,09	77,70					131	0,855	3,71	185,00
				127	0,900	3,43	107,18					151	0,903	3,79	278,41
				160	0,950	3,59	169,27					184	0,951	3,86	399,24

ÁREA_V (RAIO 25 m)															
ITER_TSP_aleat				ITER_NN_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
16	0,764	1,18	8,52					21	0,763	1,34	15,88				
19	0,832	1,29	11,72					25	0,806	1,49	20,25				
22	0,852	1,38	15,01					35	0,892	1,78	55,60				
32	0,900	1,63	39,40					37	0,914	1,80	62,95				
39	0,958	1,75	70,86					50	0,957	2,02	142,19				

ÁREA_V (RAIO 50 m)															
ITER_TSP_aleat				ITER_NN_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
1	0,242	0,22	0,08					2	0,736	0,65	1,07				
2	0,766	0,78	0,54					3	0,787	0,76	1,66				
3	0,786	0,84	0,97					4	0,777	0,84	2,52				
4	0,886	0,87	1,51					5	0,934	0,99	3,57				
5	0,972	0,97	2,41					6	0,983	1,11	4,83				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Área VI – Resultados Gerais

Tabela 14 – Área_VI – Resultados Método (i)

ÁREA_VI (RAIO 50 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,616	2,48	3,60	0,713	2,42	1,09	0,610	2,01	2,13	0,652	2,27	2,56
20	0,750	2,99	9,72	0,783	2,86	2,45	0,854	2,83	2,44	0,717	2,68	4,10
30	0,898	3,62	21,47	0,904	3,61	4,79	0,942	3,46	3,60	0,812	3,06	3,23
40	0,944	4,03	29,23	0,939	4,04	9,32	1,000	3,85	9,63	0,903	3,71	6,22
50	0,964	4,22	51,65	1,000	4,24	12,28	1,000	4,02	7,53	0,976	4,49	8,11

ÁREA_VI (RAIO 75 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,844	2,40	12,41	0,870	2,43	1,14	0,862	2,21	2,72	0,878	2,24	1,14
15	0,904	2,85	6,78	0,948	3,03	2,07	0,948	2,43	3,91	1,000	2,73	3,07
20	0,956	2,97	9,60	1,000	3,65	4,21	0,996	2,85	4,79	1,000	2,70	2,72
25	0,966	3,28	14,19	1,000	3,98	8,14	1,000	3,19	5,93	1,000	2,70	1,84
30	0,994	3,59	21,55	1,000	4,05	11,32	1,000	3,54	5,76	1,000	2,70	2,72

ÁREA_VI (RAIO 100 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,928	2,23	4,13	0,974	2,58	1,42	0,996	2,17	2,86	0,974	2,12	1,27
11	0,988	2,50	4,74	0,965	2,47	1,10	1,000	2,19	2,58	0,991	2,19	0,87
12	0,992	2,65	5,84	0,991	2,64	1,18	1,000	2,30	2,58	1,000	2,31	0,89
13	0,996	2,65	6,51	0,930	2,47	1,34	1,000	2,35	2,55	1,000	2,28	1,00
14	0,990	2,67	6,45	1,000	2,69	1,49	1,000	2,46	2,52	1,000	2,35	0,97

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 15 – Área_VI - Resultados Método (ii)

ÁREA_VI (RAIO 50 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
19	0,766	2,94	109,35	25	0,756	3,24	90,17	25	0,765	3,69	8,13
21	0,806	3,08	112,65	30	0,803	3,37	110,26	31	0,819	3,70	12,24
28	0,874	3,43	130,43	36	0,866	3,62	136,75	37	0,862	4,29	17,27
34	0,918	3,73	185,96	44	0,909	4,16	206,80	42	0,922	4,99	22,12
41	0,950	3,93	237,45	49	0,957	4,45	272,98	47	0,950	5,52	28,05

ÁREA_VI (RAIO 75 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
6	0,814	2,31	1,73	7	0,795	2,34	2,52				
8	0,882	2,43	3,08	8	0,806	2,42	3,18				
10	0,912	2,58	5,83	10	0,888	2,49	4,84				
16	0,950	3,01	129,32	11	0,907	2,59	5,77				
				16	0,952	2,92	14,55				

ÁREA_VI (RAIO 100 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
5	0,646	1,95	1,40	3	0,745	1,88	1,10				
6	0,666	2,07	1,92	4	0,825	1,99	1,68				
7	0,778	2,17	2,61	5	0,920	2,22	2,38				
8	0,936	2,36	3,61	6	0,864	2,31	3,21				
9	0,966	2,53	4,96	7	0,972	2,41	4,33				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Área VII – Resultados Gerais

Tabela 16 – Área_VII – Resultados Método (i)

ÁREA VII (RAIO 50 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,376	3,66	2,44	0,389	4,84	11,10	0,402	3,74	1,78	0,287	3,29	11,05
20	0,468	5,53	7,03	0,427	5,61	24,62	0,500	4,51	2,18	0,373	4,46	10,81
30	0,564	6,85	13,18	0,521	6,83	48,49	0,602	5,30	2,94	0,438	5,27	12,16
40	0,622	7,51	24,63	0,558	7,53	77,19	0,686	6,35	7,29	0,494	6,09	25,33
50	0,716	8,36	37,67	0,627	8,53	123,73	0,774	6,94	7,17	0,511	6,69	24,02

ÁREA VII (RAIO 75 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,552	4,48	2,62	0,504	4,26	2,26	0,502	3,32	1,86	0,448	3,41	1,64
20	0,654	5,31	6,82	0,648	5,44	5,74	0,726	5,17	2,39	0,603	4,55	1,66
30	0,778	6,67	15,29	0,792	6,82	13,30	0,834	5,82	3,04	0,739	5,83	2,39
40	0,820	7,52	21,51	0,851	7,25	20,48	0,914	7,16	4,88	0,911	6,79	3,18
50	0,920	8,91	36,65	0,906	8,40	62,80	0,958	7,89	7,49	1,000	7,74	10,15

ÁREA VII (RAIO 100 m)												
Valor de P	GRASP_TSP_aleat			GRASP_RTSP_grid			MCLP_TSP_aleat			MCLP_TSP_grid		
	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo	Cobertura	Distância total	Tempo
10	0,672	4,23	2,73	0,663	4,32	3,19	0,716	4,10	1,83	0,623	3,43	1,45
20	0,812	5,62	10,51	0,815	5,75	5,93	0,852	4,77	2,18	0,777	4,54	2,47
30	0,884	6,78	13,58	0,851	6,72	11,68	0,954	6,18	4,60	0,904	5,63	2,96
40	0,964	7,11	30,43	0,952	7,63	21,95	1,000	7,16	4,82	0,995	7,19	5,10
50	0,982	8,06	38,44	0,959	7,96	34,88	1,000	7,48	10,89	1,000	7,41	6,14

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 17 – Área_VII - Resultados Método (ii)

ÁREA_VII (RAIO 50 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
76	0,754	9,26	1175,35					62	0,777	11,22	20,17
86	0,810	9,90	1820,12					73	0,808	10,98	27,83
100	0,852	10,84	3492,90					80	0,851	11,32	33,50
118	0,906	12,05	6818,71					100	0,901	13,12	52,63
140	0,962	12,99	13779,87					125	0,952	13,96	82,77

ÁREA_VII (RAIO 75 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
33	0,768	6,65	190,82	38	0,752	6,70	264,22				
36	0,802	7,05	205,77	51	0,812	7,79	525,80				
39	0,856	7,22	225,36	56	0,858	8,24	652,43				
45	0,902	7,78	257,80	64	0,904	8,91	866,43				
53	0,954	8,36	321,86	79	0,950	10,10	1394,76				

ÁREA_VII (RAIO 100 m)											
ITER_TSP_aleat				ITER_TSP_grid				ITER_NN_grid			
Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo	Pontos	Cobertura	Distância tota	Tempo
16	0,758	4,76	19,23	18	0,759	5,27	61,70				
22	0,800	5,54	95,87	22	0,809	5,90	91,52				
26	0,854	5,86	108,68	27	0,853	6,18	138,89				
31	0,912	6,34	133,29	34	0,914	6,89	228,46				
35	0,950	6,90	153,47	39	0,950	7,47	342,97				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados Roteamento – Área_I

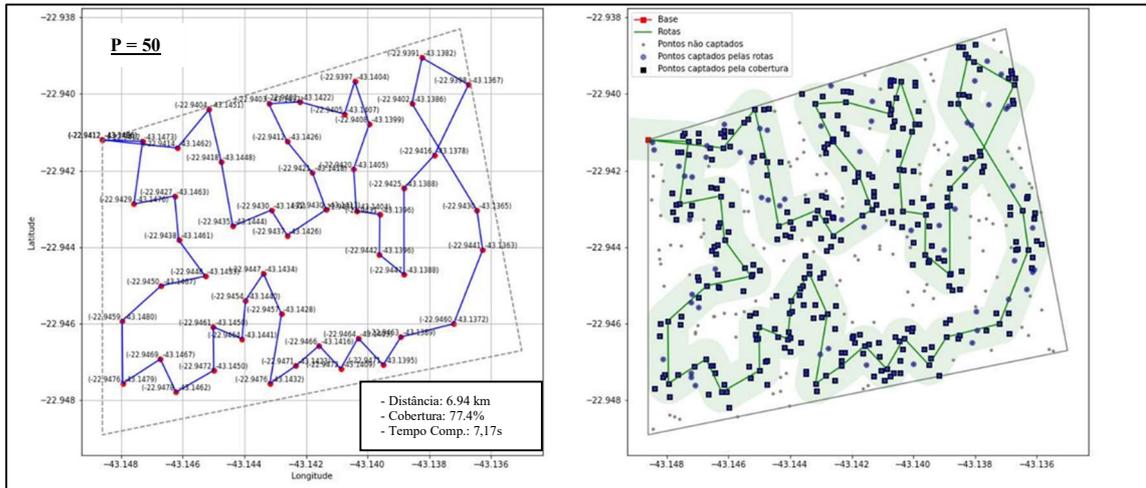


Figura 68 – Área_I – Modelo MCLP_TSP_aleat – Raio 50 m
Fonte: Elaborado pelo autor.

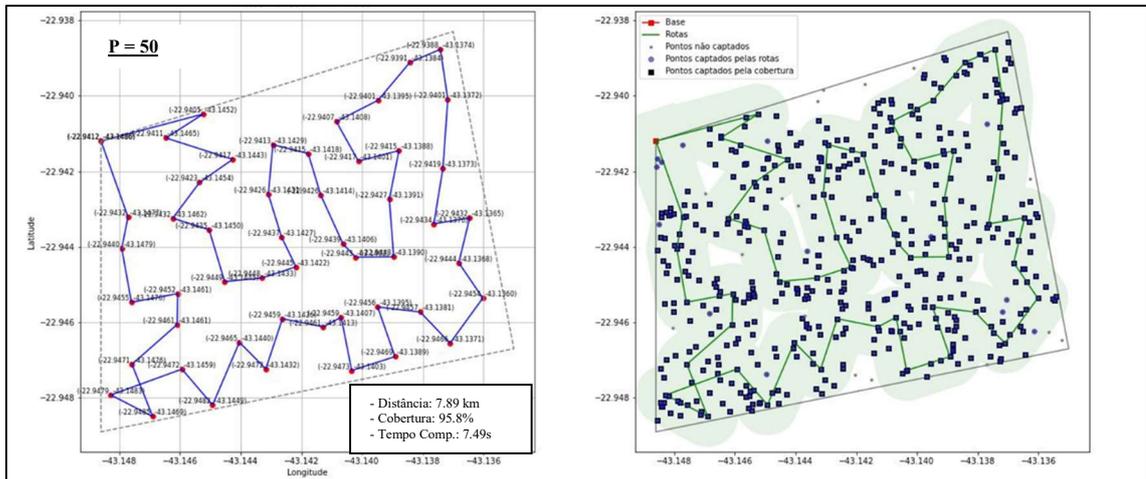


Figura 69 – Área_I – Modelo MCLP_TSP_aleat – Raio 75 m
Fonte: Elaborado pelo autor.

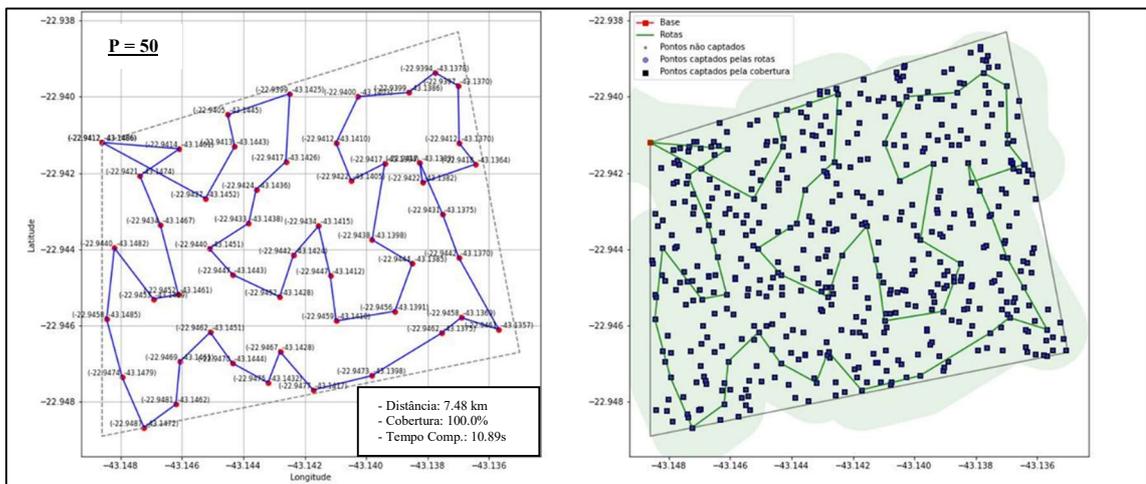


Figura 70 – Área_I – Modelo MCLP_TSP_aleat – Raio 100 m
Fonte: Elaborado pelo autor.

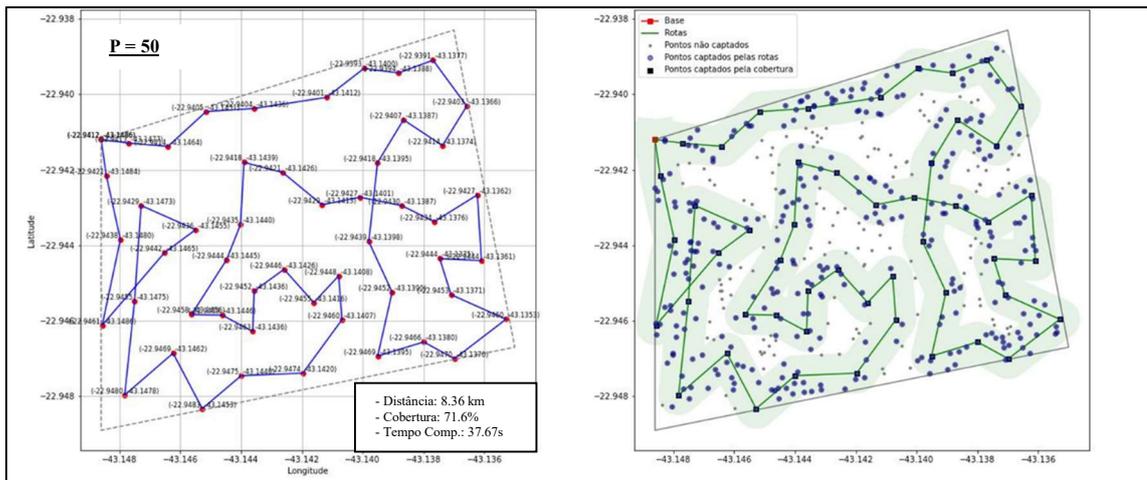


Figura 71 – Área_I – Modelo GRASP_TSP_aleat – Raio 50 m
 Fonte: Elaborado pelo autor.

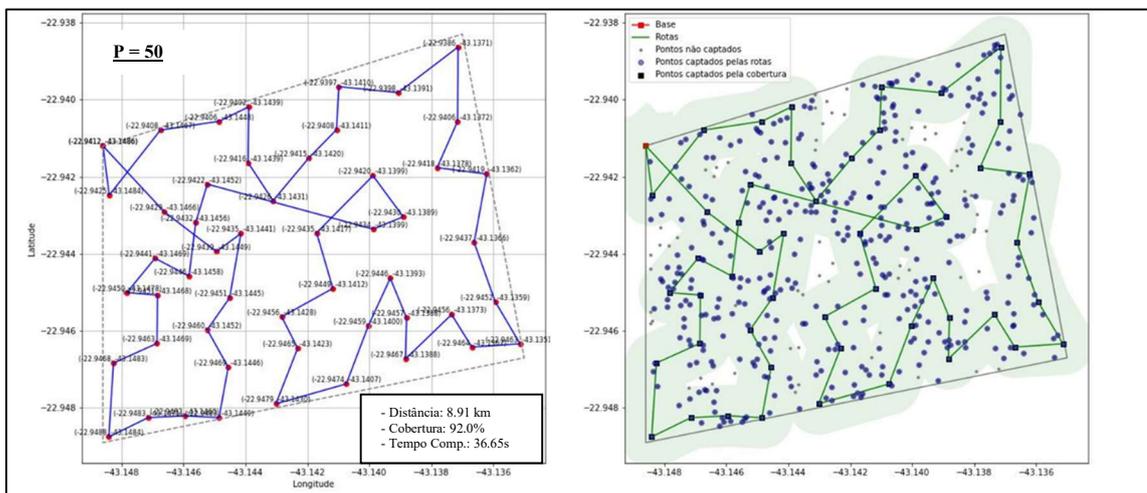


Figura 72 – Área_I – Modelo GRASP_TSP_aleat – Raio 75 m
 Fonte: Elaborado pelo autor.

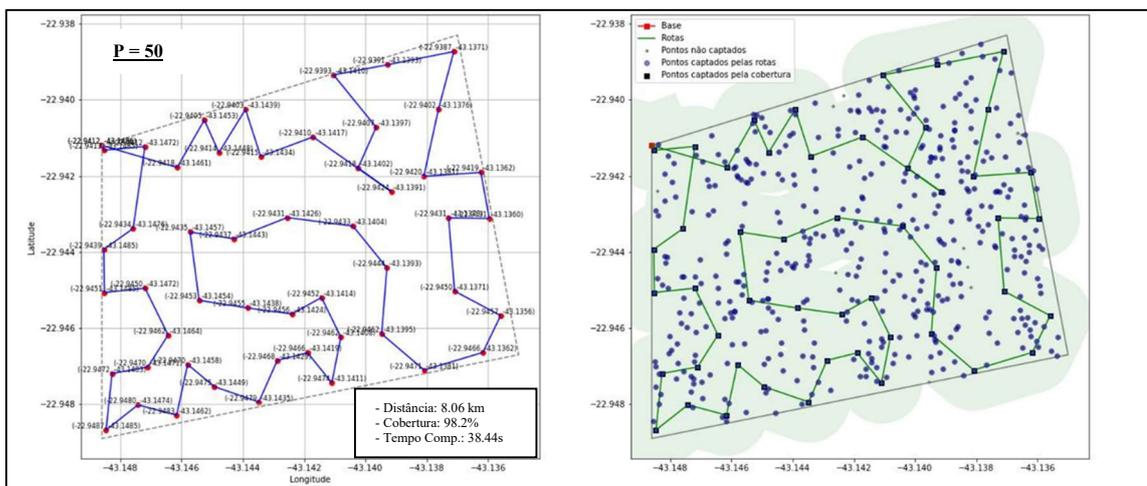


Figura 73 – Área_I – Modelo GRASP_TSP_aleat – Raio 100 m
 Fonte: Elaborado pelo autor.

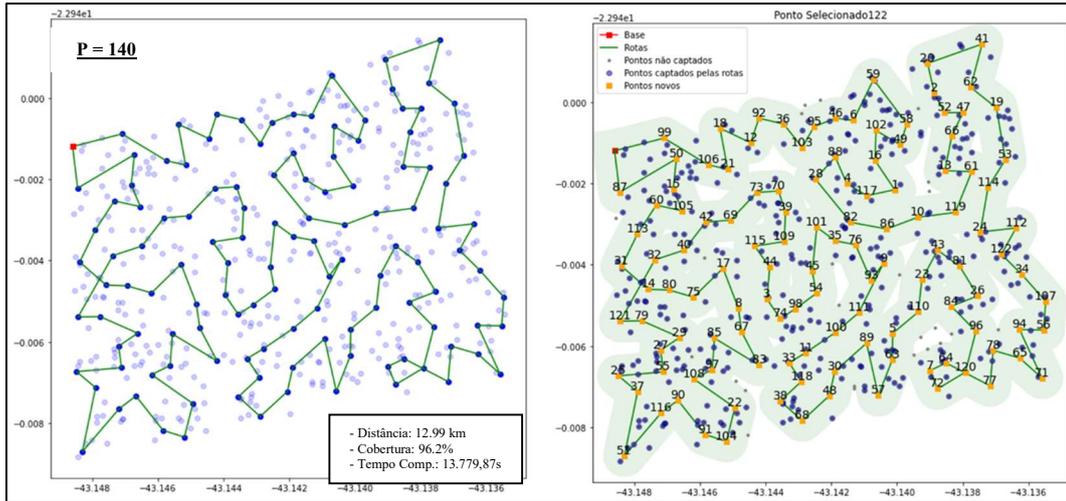


Figura 74 – Área I – Modelo ITER_TSP_aleat – Raio 50 m
 Fonte: Elaborado pelo autor.

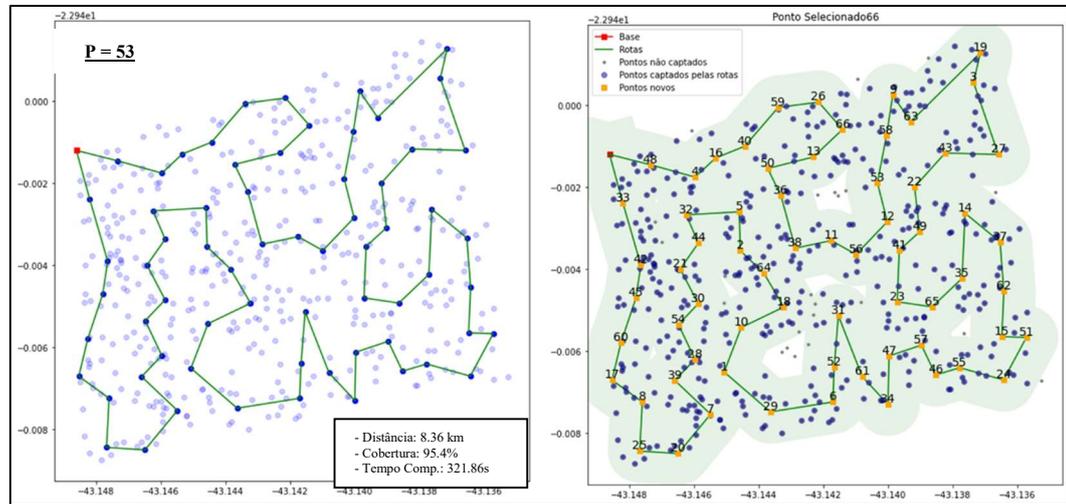


Figura 75 – Área I – Modelo ITER_TSP_aleat – Raio 75 m
 Fonte: Elaborado pelo autor.

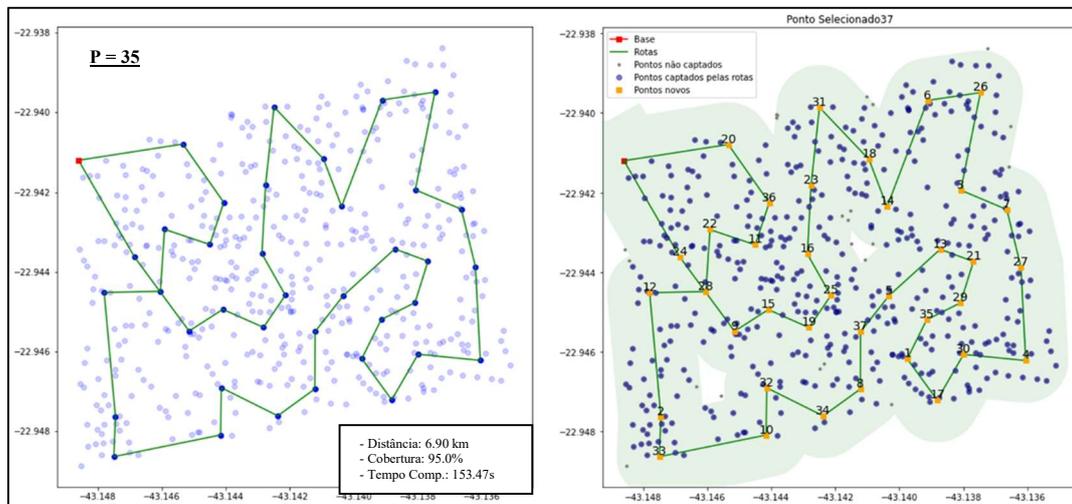


Figura 76 – Área I – Modelo ITER_TSP_aleat – Raio 100 m
 Fonte: Elaborado pelo autor.

Resultados Roteamento – Visualização em mapas

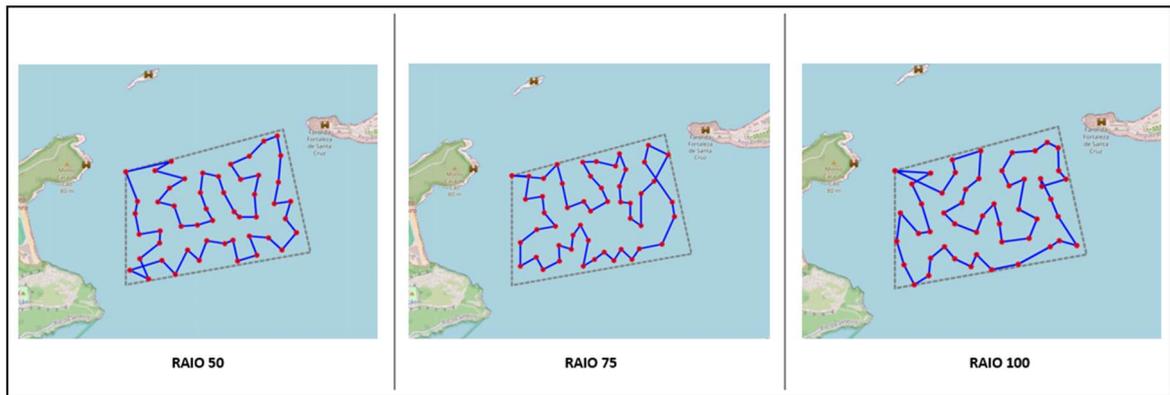


Figura 77 – Mapa Área_I – Modelo MCLP_TSP_aleat (50 pontos)
Fonte: Elaborado pelo autor.

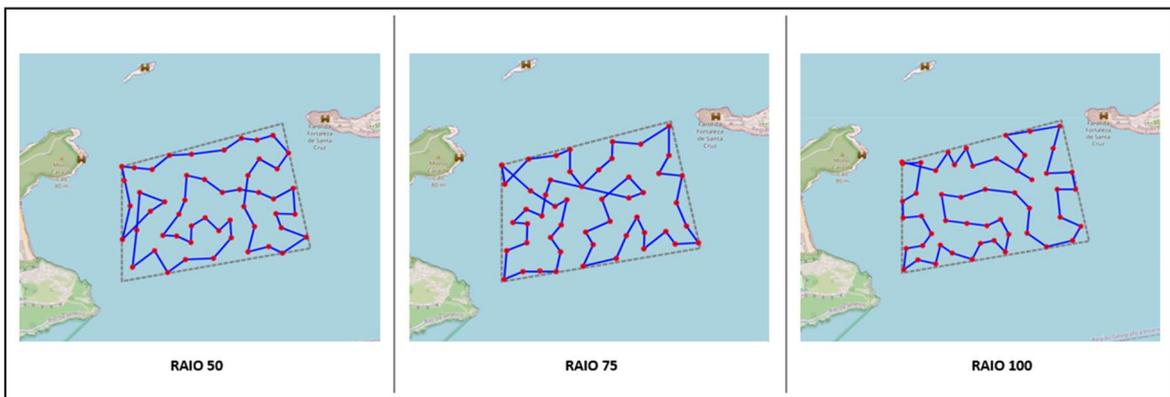


Figura 78 – Mapa Área_I – Modelo GRASP_TSP_aleat (50 pontos)
Fonte: Elaborado pelo autor.

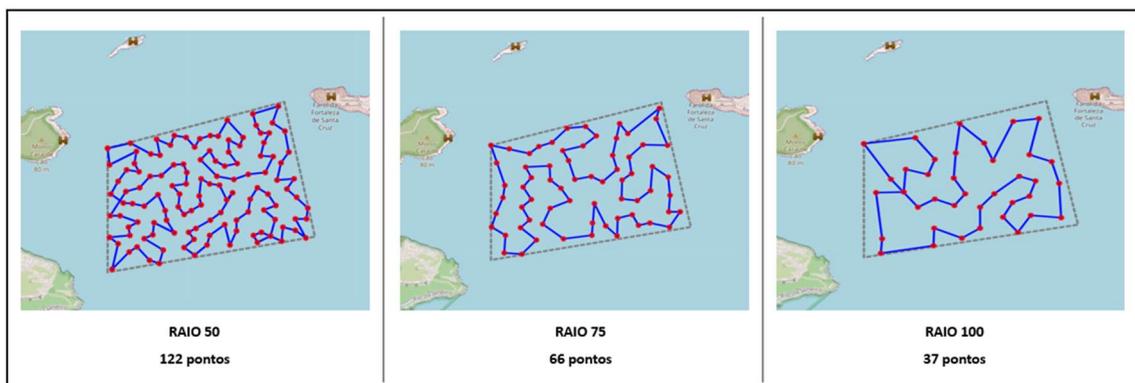


Figura 79 – Mapa Área_I – Modelo ITER_TSP_aleat
Fonte: Elaborado pelo autor.

6.2.4 Considerações sobre abordagens utilizadas no modelo para as áreas VI e VII.

Para as áreas VI e VII, duas abordagens distintas foram utilizadas. A primeira abordagem considera as áreas externas de uma área não convexa (*Área_VI*), e as áreas com restrição interna de navegação (*Área_VII*), como áreas onde não serão atribuídos os

pontos iniciais do modelo (aleatórios ou *grid*), logo, essas áreas restritas não são candidatas a terem pontos de passagem para o modelo de roteamento.

Entretanto, essa solução da primeira abordagem não impede que uma rota gerada na solução do modelo intercepte tais áreas, mesmo que a probabilidade de interceptação diminua em função do aumento de pontos de passagem, pois as arestas das rotas geradas pelo TSP tendem a ser de menor comprimento. A identificação da interceptação desta abordagem se dá apenas nas soluções visuais do modelo.

De forma a auxiliar a tomada de decisão, foi desenvolvida a segunda abordagem que leva em consideração os polígonos formados pelas restrições, externa na *Área_VI* e interna na *Área_VII*, como polígonos que receberão pontos iniciais, entretanto tais pontos serão considerados apenas para delimitação da área negada. Caso a rota intercepte o polígono gerado pelos pontos negados, a modelagem retorna que o roteamento em execução para aquele número de pontos teve interceptação, armazenando a solução gráfica e tabelando os dados da rota na planilha de resultados. O modelo prossegue com a seleção de um novo ponto, e recalcula a rota, verificando a interceptação ou não da nova rota.

As simulações para as áreas VI e VII ocorreram utilizando o modelo de MCLP_TSP, GRASP_TSP e o ITER_TSP, entretanto para a simulação das interceptações de áreas não navegáveis, o modelo utilizado foi apenas o ITER_TSP.

Vale ressaltar que, para o modelo ITER_TSP, a simulação ocorre até o atingimento do percentual de cobertura definido nos parâmetros, logo, como resultado gerado teremos uma matriz que considera o número de pontos gerados, o percentual de cobertura em cada quantidade de ponto gerado, e a consequente classificação se houve ou não a interceptação da área negada. Isto é, que o tomador de decisão pode julgar aceitável uma rota que retorne 93% de cobertura total da área sem interceptação em relação a outra rota que retorne os 95% de cobertura, porém com interceptação.

Outro ponto relevante do método proposto neste trabalho, que difere de diversos trabalhos da literatura atual, diz respeito a abordagem de áreas irregulares (não convexas ou com restrições internas) quanto a forma de resolução. Comumente encontrada na literatura, a decomposição celular é uma das formas mais utilizadas para trabalhar com esse tipo de área, fazendo com que a área irregular seja decomposta em diversas microrregiões onde, a partir do qual, só existam regiões convexas a serem exploradas (CHOSSET e PIGNON, 1998), conforme mostrado nas Figuras 80 e 81. Entretanto, esta

abordagem heurística interfere no roteamento do veículo autônomo, no que diz respeito a conexão dessas regiões, o que pode de certa forma elevar a distância percorrida total.

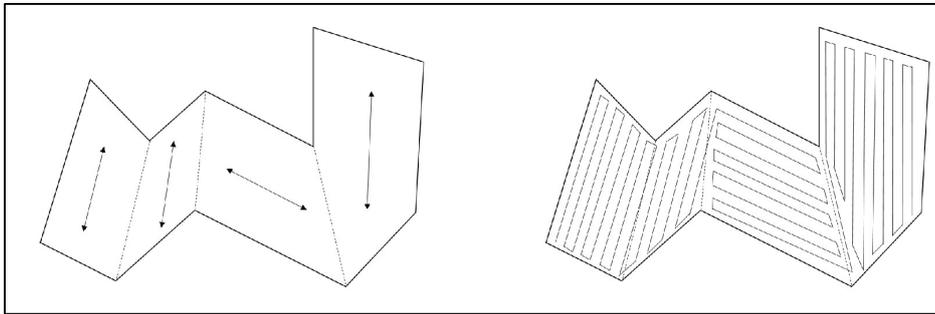


Figura 80 – Decomposição celular de área não convexa
Fonte: CHOSET e PIGNON (1998).

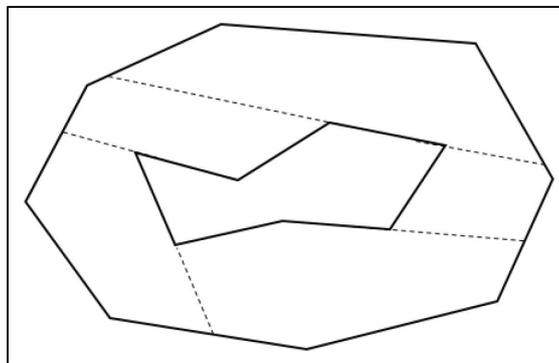


Figura 81 – Decomposição celular de área com restrição interna
Fonte: CHOSET e PIGNON (1998).

Para um melhor entendimento, as duas abordagens utilizadas neste trabalho, para as áreas VI e VII, são apresentadas nas Figuras 82 a 85, e na Tabela 18.

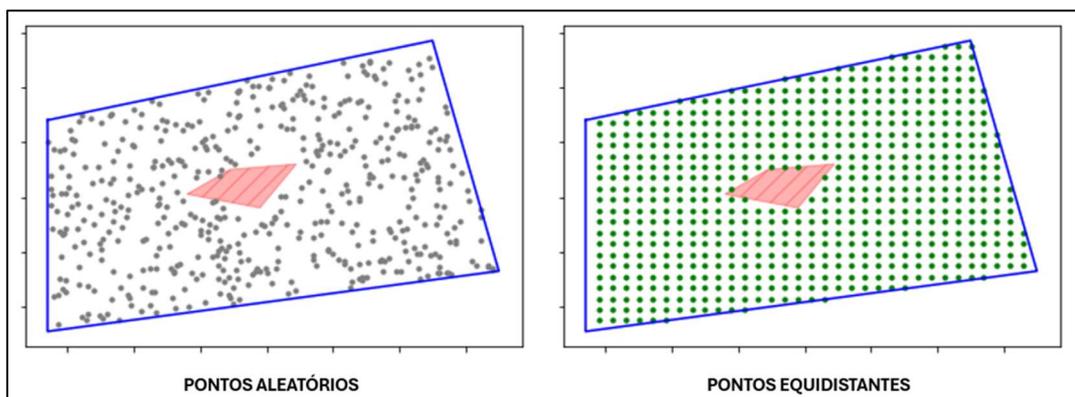


Figura 82 – Abordagem desconsiderando pontos internos às áreas negadas
Fonte: Elaborado pelo Autor.

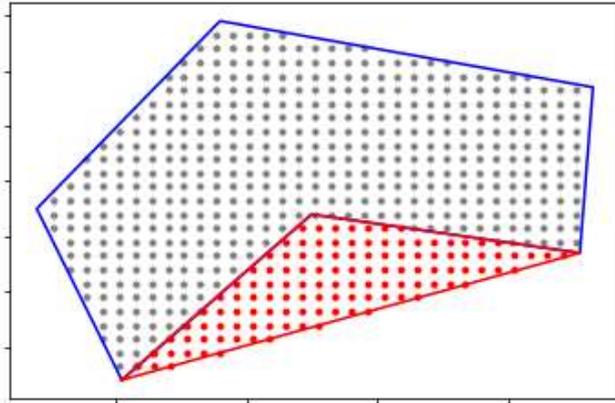


Figura 83 – Abordagem considerando pontos internos às áreas negadas (Área_VI)
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

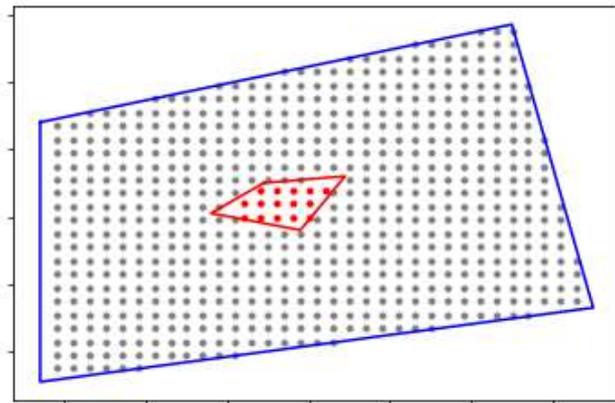


Figura 84 – Abordagem considerando pontos internos às áreas negadas (Área_VII)
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

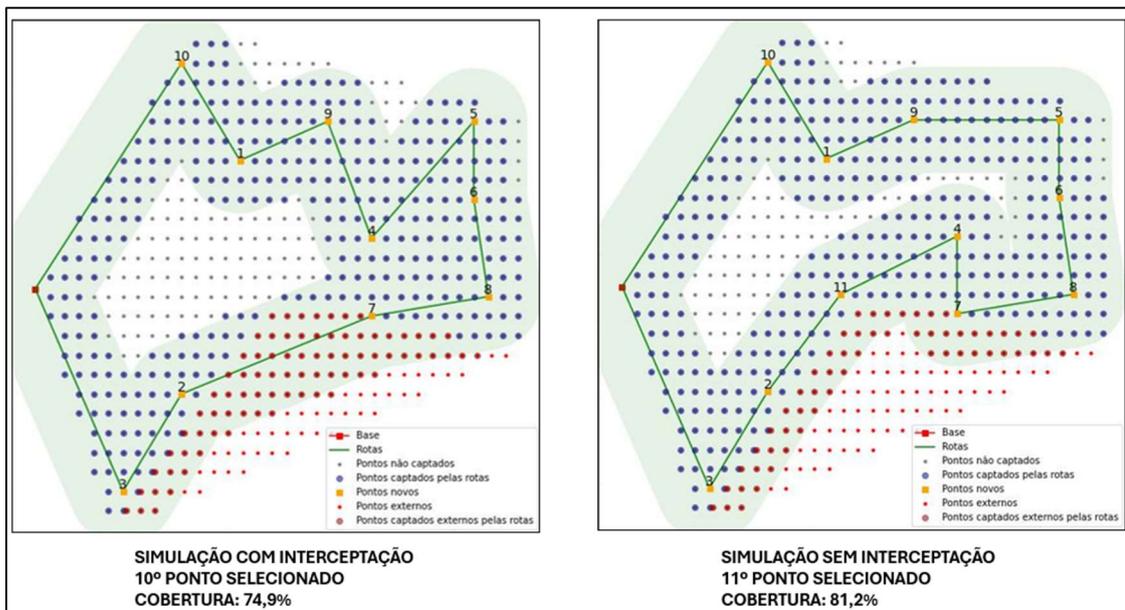


Figura 85 – Exemplo de resultados com e sem interceptação de áreas (Área_VI)
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

Tabela 18 – Extrato da planilha demonstrativa de resultado da Área VI

ID	coordenada X	coordenada Y	cobertos	perigos externos	cobertura	rota	dist_acum	tempo_parcial	rota_pontos	intersecao
0	-22,86085	-43,1397	96	0	0,20734341	[[-22.8625, -4	0,80563796	0,065996408	[0, 1, 0]	Não
1	-22,86385	-43,1407	182	7	0,39308855	[[-22.8625, -4	1,04867719	0,10163188	[0, 1, 2, 0]	Não
2	-22,8651	-43,1417	196	19	0,42332613	[[-22.8625, -4	1,25187804	0,128999233	[0, 1, 2, 3, 0]	Não
3	-22,86185	-43,13745	247	45	0,53347732	[[-22.8625, -4	1,55929015	0,337302923	[0, 3, 2, 4, 1, 0]	Sim
4	-22,86035	-43,1357	320	45	0,69114471	[[-22.8625, -4	1,96182463	0,353202343	[0, 1, 5, 4, 2, 3]	Sim
5	-22,86135	-43,1357	338	45	0,7300216	[[-22.8625, -4	2,01585825	0,413426399	[0, 1, 5, 6, 4, 2]	Sim
6	-22,86285	-43,13745	322	72	0,69546436	[[-22.8625, -4	2,07769305	0,505016804	[0, 1, 5, 6, 4, 7]	Sim
7	-22,8626	-43,13545	337	80	0,72786177	[[-22.8625, -4	2,21414301	0,605535984	[0, 3, 2, 7, 8, 6]	Sim
8	-22,86035	-43,1382	350	73	0,75593952	[[-22.8625, -4	2,25853325	0,677697659	[0, 3, 2, 7, 4, 8]	Sim
9	-22,8596	-43,1407	347	80	0,74946004	[[-22.8625, -4	2,48695416	0,615863085	[0, 3, 2, 7, 8, 6]	Sim
10	-22,8626	-43,13945	376	57	0,81209503	[[-22.8625, -4	2,48494612	0,787864685	[0, 10, 1, 9, 5, 6]	Não

Fonte: Elaborado pelo Autor.

A partir deste entendimento que o modelo fornece parâmetros para uma tomada de decisão sobre qual simulação usar, para as áreas VI e VII, algumas simulações ficam facilmente ilustradas para o entendimento das considerações feitas nesta seção, conforme apresentado nas Figuras 86 e 87, abaixo.

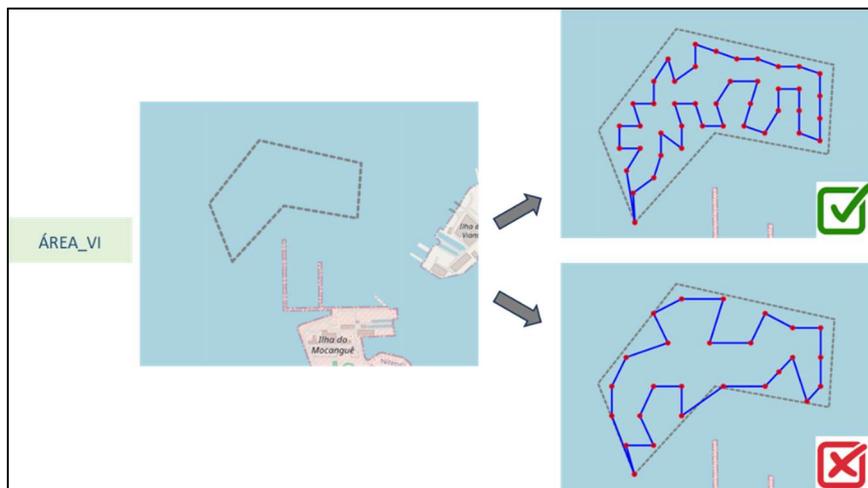


Figura 86 – Exemplos de resultados Área_VI para tomada de decisão
Fonte: Elaborado pelo Autor.

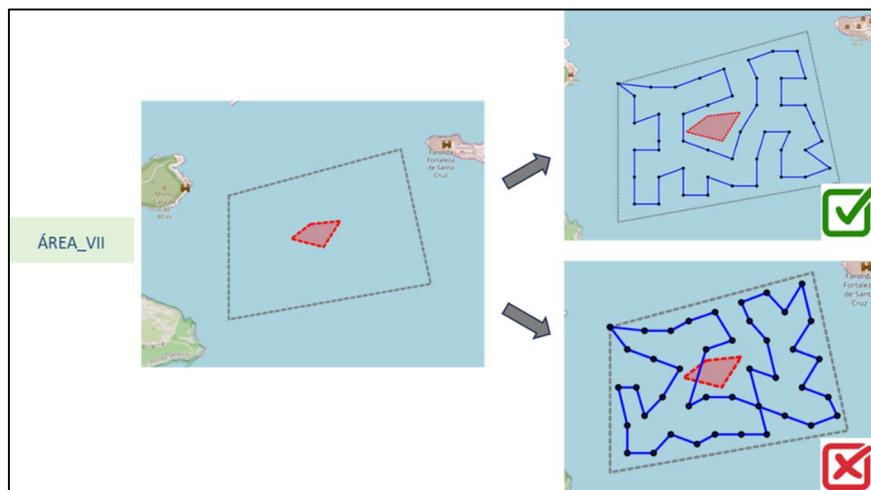


Figura 87 – Exemplos de resultados Área_VII para tomada de decisão
Fonte: Elaborado pelo Autor.

6.2.5 Resultados da heurística GRASP para seleção de pontos iniciais com variação do parâmetro α

Para análise do impacto do parâmetro α na seleção inicial de pontos de interesse, foram realizadas simulações alterando o parâmetro de 0,1 a 1,0, com variação decimal, utilizando a *Área_II*, com raio de 75m, conforme mostram os resultados na Figura 88.

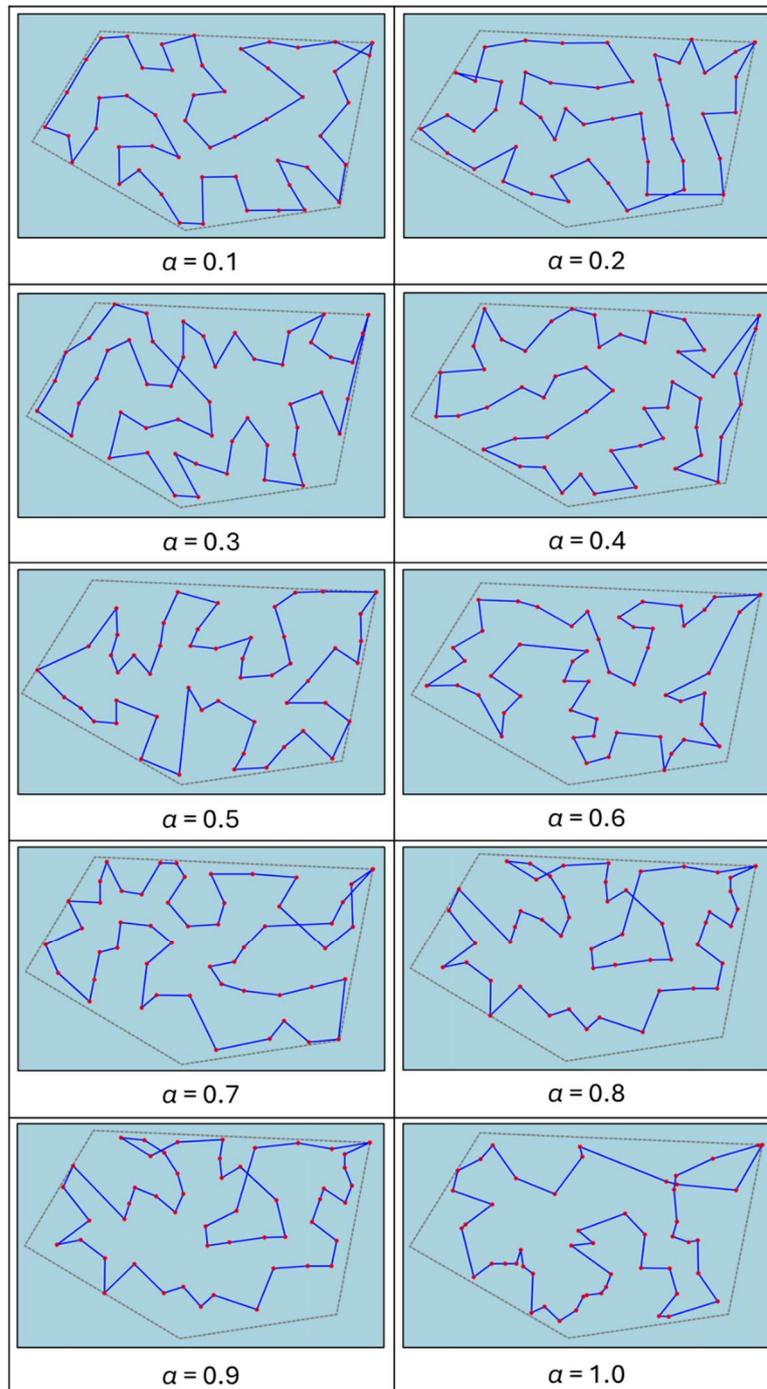


Figura 88 – Resultados seleção de pontos *Área_II* com variação do parâmetro α
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Como observado na Figura 88 e exposto na Tabela 19, abaixo, a variação do parâmetro α , para seleção de pontos de interesse, influencia diretamente nos resultados futuros de roteamento. Com o parâmetro mais próximo de zero, as rotas tendem a ter um maior índice de cobertura final, mesmo com uma maior distância percorrida. Cabe lembrar, que a função de avaliação escolhida para ser utilizada no modelo GRASP para seleção inicial de pontos, conforme abordado no item 6.2.1, tinha como objetivo a máxima distância entre os pontos escolhidos (LA), visto que garantiria uma maior rota e, conseqüentemente, uma maior captação de pontos pelas rotas.

Tabela 19 – Resultados da seleção de pontos, com variação do parâmetro α

α	Nº Pontos	Cobertura Atingida	Distância Total (km)	Tempo de Processamento (s)
$\alpha = 0.1$	500	88,6%	8,04	41,22
$\alpha = 0.2$		91,4%	8,25	40,17
$\alpha = 0.3$		88,8%	8,29	59,88
$\alpha = 0.4$		88,0%	7,82	40,12
$\alpha = 0.5$		85,0%	7,33	37,30
$\alpha = 0.6$		85,6%	7,11	113,94
$\alpha = 0.7$		83,4%	7,65	40,24
$\alpha = 0.8$		79,2%	6,99	39,43
$\alpha = 0.9$		79,0%	6,66	47,37
$\alpha = 1.0$		75,4%	6,32	80,80

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.2.6 Resultados do modelo TSP com utilização de heurísticas

Conforme abordado no capítulo 4, os modelos abordados na estratégia (ii) de resolução (ITER_TSP), apresentam restrições computacionais quando há um elevado número de pontos selecionados, em virtude da dimensão da área a ser coberta e do valor do raio de cobertura a ser utilizado, resultando em um modelo de TSP complexo.

Como forma de solucionar os modelos de roteamento da estratégia (ii), em um tempo computacional aceitável, este trabalho apresentou dois métodos de roteamento utilizando as heurísticas do vizinho mais próximo (NN) e a GRASP. Nas duas aplicações heurísticas, o tempo de processamento foi consideravelmente inferior ao modelo de otimização; as distâncias, como já era esperado, tiveram um acréscimo no valor total; entretanto em termos de configuração de rotas, isto é, a aplicabilidade da rota na prática, a heurística GRASP apresentou rotas com mais idas e vindas (*zigzag*) entre os pontos selecionados.

Exemplo de simulações com os modelos ITER_GRASP e ITER_NN, com a utilização da *Área_V*, e raio de cobertura 10m, podem ser observados na Figura 89, ambas com a cobertura final da rota definida para 95%. Fato importante a ser observado, é que devido a abordagem inicial de pontos (aleatórios ou equidistantes) a heurística NN exige um maior número de pontos a serem roteados devido à proximidade dos pontos iniciais, o que não acontece com a heurística GRASP.

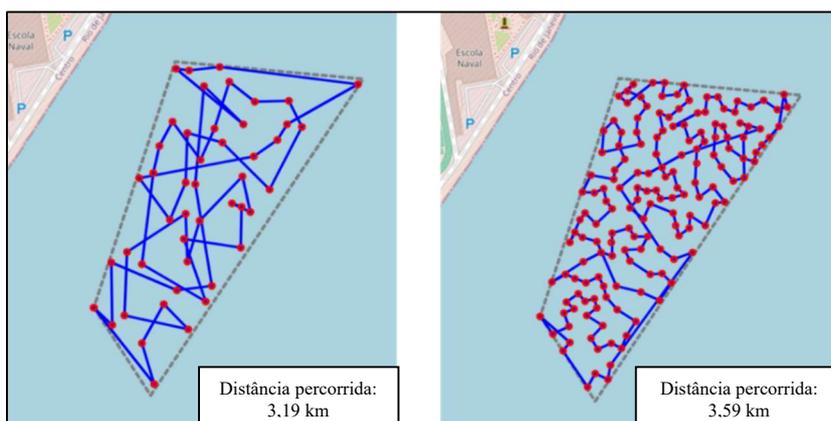


Figura 89 – Roteamento ITER_GRASP (esquerda) e ITER_NN (direita)
Fonte: Elaborado pelo Autor.

6.2.7 Resultados do modelo TSP utilizando GRASP com variação do α

Para análise do impacto do parâmetro α na resolução do TSP, foram realizadas simulações alterando o parâmetro de 0,1 a 1,0, com variação decimal, utilizando a *Área_II*, com raio de 75m, utilizando-se do método de Roteamento Iterativo, conforme mostram os resultados na Figura 90.

Tabela 20 – Resultados do modelo ITER GRASP com variação do parâmetro α

α	Cobertura Atingida	Nº de Pontos	Distância Total (km)	Tempo de Processamento (s)
$\alpha = 0.1$	95,0%	56	10,89	46,13
$\alpha = 0.2$	97,0%	51	12,54	135,69
$\alpha = 0.3$	95,6%	45	12,41	44,15
$\alpha = 0.4$	95,6%	41	13,01	54,44
$\alpha = 0.5$	95,6%	41	14,75	31,77
$\alpha = 0.6$	96,2%	39	15,33	46,91
$\alpha = 0.7$	97,4%	36	16,03	45,55
$\alpha = 0.8$	96,4%	35	16,13	42,78
$\alpha = 0.9$	96,4%	33	17,01	42,93
$\alpha = 1.0$	96,0%	31	17,38	20,26

Fonte: Elaborado pelo autor.

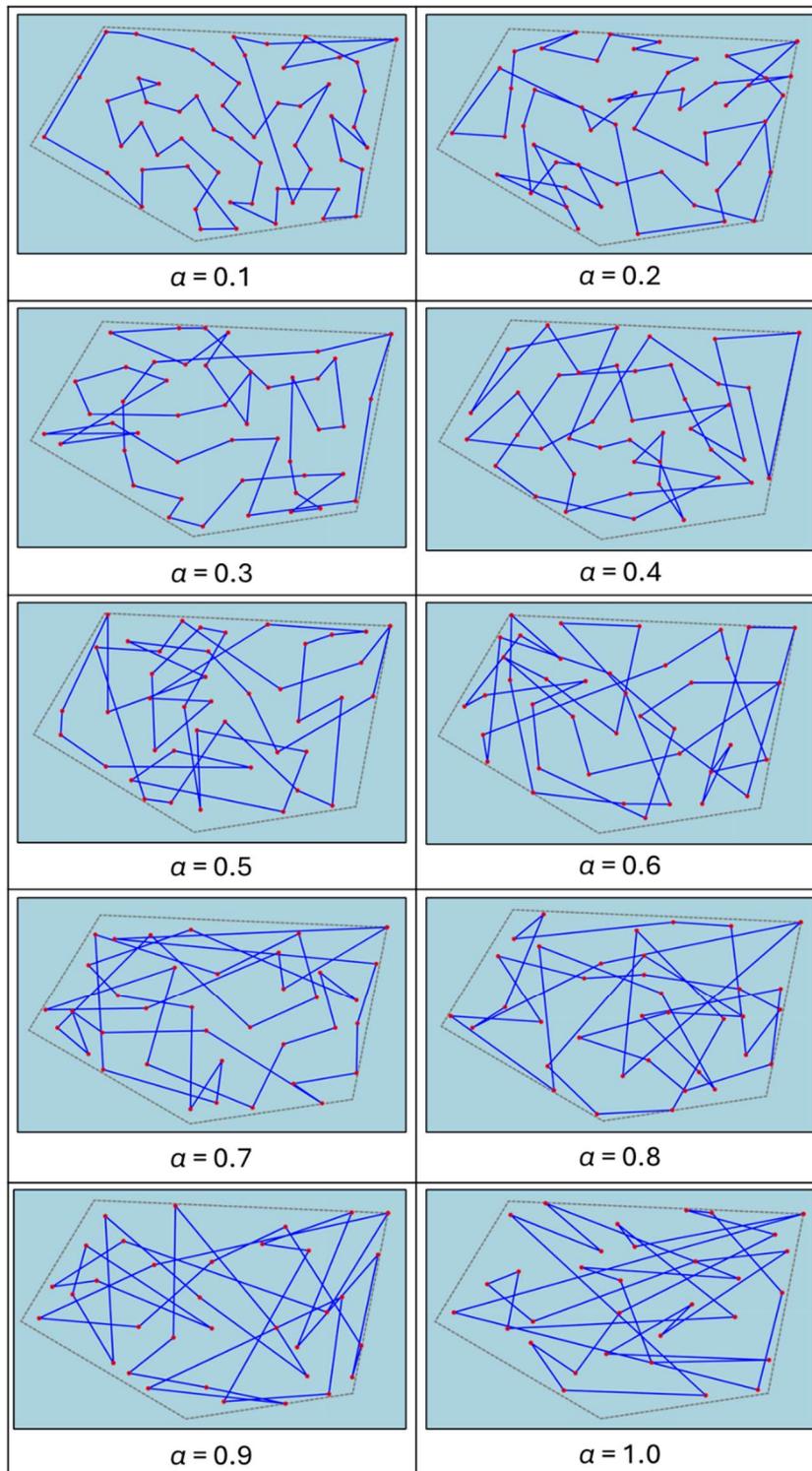


Figura 90 – Resultados do modelo ITER_GRASP - Área II com variação do parâmetro α
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

Conforme os resultados expostos na Tabela 20 e na Figura 90, a variação do parâmetro α , na utilização do modelo ITER_GRASP para o roteamento, influencia diretamente nos resultados das rotas. Os fatores analisados de forma comparativa foram: número de pontos, distância total percorrida e configuração visual da rota. Como

referenciado na seção 2.4.1, os resultados corroboram com a definição da função de avaliação da heurística que prioriza a escolha de pontos e itera sobre a solução n vezes para retornar o melhor valor em termos de distância percorrida, logo, com o parâmetro $alpha$ se aproximando do valor 1.0, embora a quantidade de pontos reduza consideravelmente, a configuração visual da rota e a distância percorrida foram “penalizadas”. Como a cobertura final do modelo proposto no trabalho retorna a captação dos pontos pelas rotas, com a definição delas mais “longas”, maior a probabilidade de captar pontos, e conseqüentemente, menos pontos de passagem são necessários para o atingimento do percentual final determinado.

Pode-se observar através da Tabela 20 que o número de pontos, com o parâmetro $alpha$ 0.1 e 1.0, reduz de aproximadamente 45%, variando de 56 para 31 pontos, entretanto, a distância percorrida aumenta de aproximadamente 60%, passando de 10,89 para 17,38 km, isto porque a configuração visual da rota com $alpha$ mais próximo de 1.0 exige uma quantidade de idas e vindas dentro da área demarcada com maiores comprimentos, conforma pode-se observar na Figura 90.

O fator “Cobertura Atingida”, não teve maiores relevâncias nesta análise devido ao fato de o modelo apresentado trabalhar com o ITER_GRASP, isto é, o percentual atingido de cobertura é parâmetro de entrada da simulação. No caso da análise de variação do parâmetro $alpha$, na *Área II*, o modelo foi configurado para 95% de cobertura atingida. Tal fato pode ser observado na respectiva coluna da Tabela 20.

6.2.8 Resultados comparativos do modelo com padrões de CPP da literatura.

Nesta seção será feita uma breve comparação de um modelo proposto neste trabalho com dois dos padrões de varredura mais comuns encontrados na literatura, o movimento *zigzag* e o espiral, conforme demonstrado na Figura 91, simulados com a *Área V*, com raio de cobertura de 50m e o modelo ITER_TSP_aleat e ITER_TSP_grid.

Vale ressaltar que os padrões da literatura não abordam o retorno ao ponto base, bem como não foram concebidos, especificamente, para AUV, e sim para VANTs. Outro aspecto relevante para a comparação dos métodos diz respeito a quantidade de “passadas” que os veículos autônomos precisam realizar na área a ser coberta, tal consideração é relevante quando, por exemplo, da atividade de imageamento de uma área, visto que a quantidade de vezes que o veículo passa pela área, aumenta a confiabilidade da detecção mais precisa de um alvo.

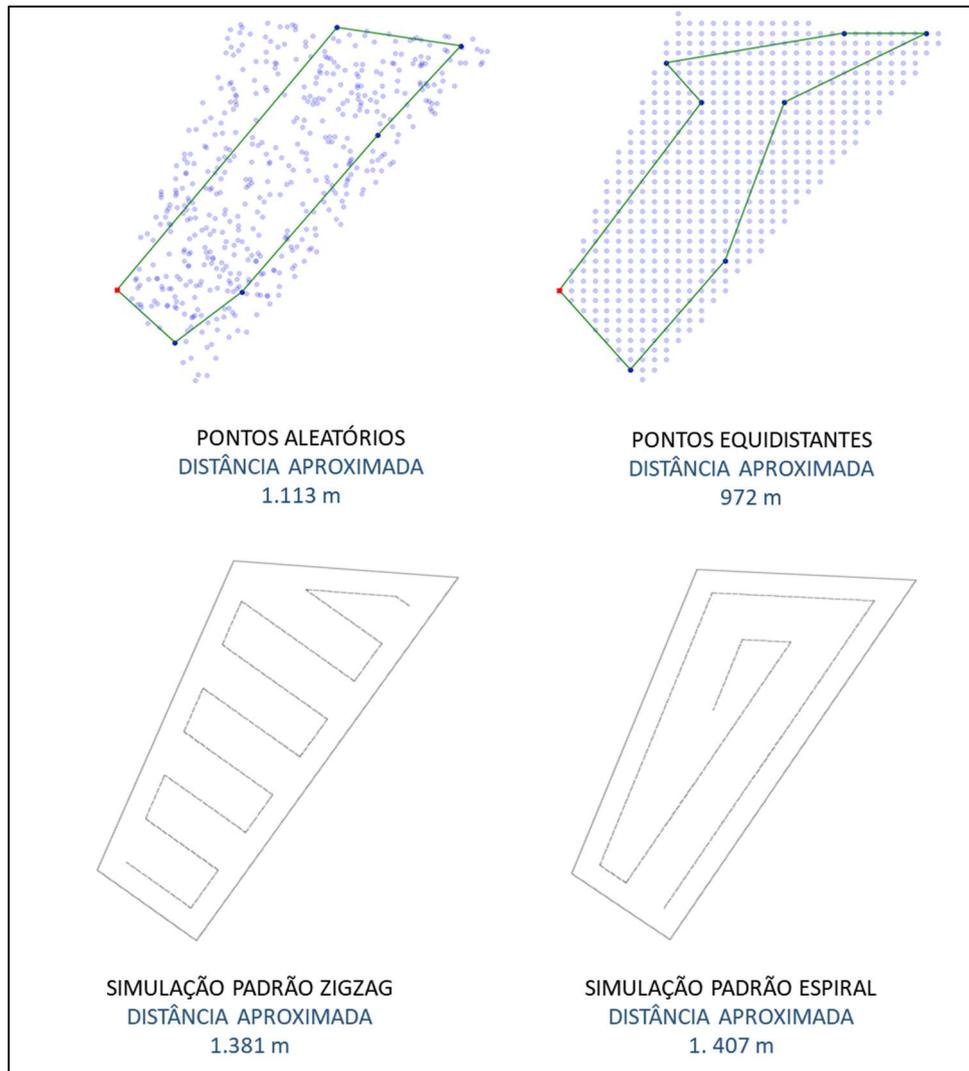


Figura 91 – Exemplos comparativos Área_V – modelo ITER_TSP x padrões da literatura
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

Na Figura 91, tanto o modelo ITER_TSP_aleat quanto o ITER_TSP_grid resultam numa cobertura de 95%, conforme definido como parâmetro inicial. Para as duas simulações, padrão *zigzag* e *espiral*, embora seja considerado uma cobertura integral da área (100%), na realidade, a cobertura final é estimada, pois, para meios navais, existem algumas variáveis prática de manobrabilidade que impossibilitam que os dois padrões de varredura sejam cumpridos conforme são definidos na literatura.

A distância final percorrida também é um valor estimado, visto que, como comentado anteriormente, a manobrabilidade de alguns meios navais impossibilita a execução da rota conforme definida, logo, para o movimento *zigzag*, os meios demandam uma movimentação de formatura mais ampla na transição de uma “raia” para outra. Considera-se “raia” uma ida ou vinda no padrão. Devido essa movimentação extra, obrigatoriamente o comprimento da rota é maior que o projetado.

7 ANÁLISES E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

Conforme explanado no capítulo 4, a análise da influência das abordagens de delineamento de pontos iniciais na área (aleatórios e equidistantes) foi conduzida sob duas estratégias: (i) localizar para rotear e (ii) rotear iterativamente. Para todas as análises, a exceção da *Área_V*, foram utilizados os raios de cobertura de 50, 75 e 100. Para *Área_V*, os raios utilizados foram de 10, 25 e 50.

Os modelos utilizados na estratégia (i) foram implementados na faixa de 10 a 50 pontos, com incremento de 10 em 10 pontos, e para efeito de comparação dos resultados, será utilizada a faixa de 50 pontos, selecionados em ambos os modelos. Os resultados foram analisados sob dois aspectos, primeiro, a análise dos modelos da estratégia (i) comparou as abordagens de atribuição inicial de pontos na área (aleatórios e equidistantes) na aplicação de cada modelo, e em uma segunda análise, de forma complementar, a comparação foi invertida, analisou-se dentro de cada abordagem inicial de pontos a aplicação dos modelos da estratégia (i), conforme apresentado, respectivamente, nos Quadros 2 e 3.

Quadro 2 – Comparativo entre abordagem inicial de pontos a partir dos modelos da estratégia (i)

Critério	GRASP TSP		MCLP TSP	
	Pontos Aleatórios	Pontos Equidistantes	Pontos Aleatórios	Pontos Equidistantes
% Cobertura	↑	↓	↑	↓
Distância Total	↑	↓	↑	↓
Tempo de Processamento	↑	↓	↑	↓

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 3 – Comparativo entre os modelos da estratégia (i) a partir da abordagem de pontos

Critério	Pontos Aleatórios		Pontos Equidistantes	
	GRASP TSP	MCLP TSP	GRASP TSP	MCLP TSP
% Cobertura	↓	↑	↑	↓
Distância Total	↓	↑	↓	↑
Tempo de Processamento	↓	↑	↓	↑

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados apresentados no Quadro 2 mostram que a abordagem inicial de pontos aleatórios obteve resultado melhor que os pontos equidistantes, nos três aspectos analisados, percentual de cobertura final da área, distância percorrida e tempo de processamento, tanto no modelo GRASP_TSP, quanto no modelo MCLP_TSP, para seleção de pontos de passagem.

No Quadro 3, os resultados mostram que o modelo MCLP_TSP obteve melhor resultado comparado com o modelo GRASP_TSP, para seleção dos pontos de passagem, em quase todos os critérios analisados, nas duas abordagens inicial de pontos, sendo superado apenas no critério “% de cobertura” nos pontos equidistantes.

Os resultados da cobertura final das rotas, para os modelos desenvolvidos da estratégia (i), de todas as áreas e raios de cobertura abordados neste trabalho estão apresentados na Tabela 21, abaixo.

Tabela 21 – Resultado dos modelos da estratégia (i) para 50 pontos

		RAIO 50				RAIO 75				RAIO 100			
		GRASP		MCLP		GRASP		MCLP		GRASP		MCLP	
		Aleatório	Equidistantes										
% Cobertura	Área I	72,4%	64,9%	75,2%	52,0%	87,4%	90,4%	96,8%	100,0%	97,8%	97,8%	100,0%	100,0%
	Área II	70,0%	70,9%	74,8%	58,0%	88,8%	91,1%	96,2%	100,0%	98,6%	98,0%	100,0%	100,0%
	Área III	53,4%	44,0%	55,8%	44,7%	70,2%	70,5%	77,4%	65,8%	86,8%	77,2%	93,0%	75,0%
	Área IV	76,2%	70,4%	82,2%	60,9%	95,2%	94,2%	99,8%	100,0%	99,8%	99,4%	100,0%	100,0%
	Área V	95,6%	95,7%	100,0%	98,9%								
	Área VI	96,4%	100,0%	100,0%	97,6%	99,4%	100,0%	100,0%	100,0%	99,0%	100,0%	100,0%	100,0%
	Área VII	71,6%	62,7%	77,4%	51,1%	92,0%	90,6%	95,8%	100,0%	98,2%	95,9%	100,0%	100,0%
Distância	Área I	8,448	8,437	7,384	6,708	8,602	8,690	7,719	8,097	8,123	7,850	7,971	7,645
	Área II	7,828	7,881	7,004	7,010	8,290	8,281	7,415	7,504	8,072	7,671	7,678	6,995
	Área III	11,833	12,201	10,030	10,681	11,882	12,268	10,470	10,429	12,643	11,703	11,190	10,925
	Área IV	7,293	7,400	6,440	5,988	7,124	6,921	6,894	6,526	7,344	7,081	6,699	6,334
	Área V	1,073	1,053	0,962	0,958								
	Área VI	4,222	4,240	4,023	4,486	3,588	4,054	3,538	2,704	2,667	2,692	2,459	2,354
	Área VII	8,363	8,527	6,935	6,686	8,907	8,403	7,887	7,735	8,060	7,964	7,476	7,411
Tempo	Área I	37,196	48,631	9,857	19,844	59,802	49,149	18,432	13,218	63,117	36,086	17,974	8,499
	Área II	52,693	32,305	14,068	19,243	59,879	43,121	12,560	6,586	56,247	39,600	12,767	6,192
	Área III	40,170	64,893	45,732	65,733	35,883	65,492	18,821	23,143	35,257	65,016	9,529	18,436
	Área IV	38,433	99,209	15,363	13,469	44,011	26,689	9,528	14,438	37,386	26,487	9,133	4,036
	Área V	3,156	1,079	2,381	0,894								
	Área VI	51,650	12,276	7,533	8,106	21,555	11,318	5,759	2,716	6,454	1,487	2,518	0,968
	Área VII	37,675	123,733	7,173	24,016	36,650	62,803	7,492	10,153	38,439	34,883	10,893	6,138

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para o modelo ITER_TSP, estratégia (ii), de rotear de forma incremental até o atingimento da cobertura definida, foi estipulada uma faixa de comparação das abordagens iniciais de pontos, com um incremento de 5% de cobertura, para análise de distância percorrida e tempo de processamento (75%, 80%, 85%, 90% e 95%).

Os resultados obtidos no modelo de rotas iterativas, em ambas as abordagens de pontos iniciais, demonstram que:

- qualquer incremento na dimensão do raio de cobertura a ser empregado resulta numa redução muito considerável na quantidade de pontos a serem roteirizados (Figura 92), e
- os incrementos no percentual de cobertura a ser atingido, resultam em um aumento na distância percorrida (Figura 93) e, de forma muito mais acentuada e significativa, no tempo de processamento para o alcance da solução final (Figura 94).

O incremento gradual no percentual de cobertura da área tem como objetivo auxiliar o tomador de decisão quanto a utilização dos roteamentos, visto que a distância percorrida pode resultar em uma adequabilidade da utilização de recursos para a missão, bem como da duração total da missão, em relação à distância percorrida. Ou seja, o tomador de decisão passará a ter um banco de opções simuladas em relação à cobertura.

Para demonstrar os resultados citados acima, nas Figuras 92 a 94, utilizou-se de forma exemplificativa, a abordagem de pontos aleatórios, e a *Área_I*.

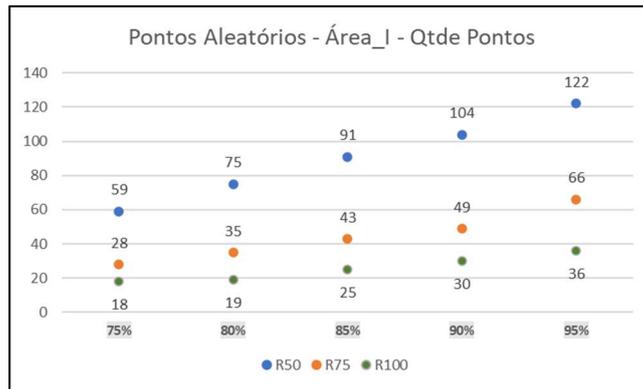


Figura 92 – Quantidade de pontos x percentual de cobertura
Fonte: Elaborado pelo Autor.

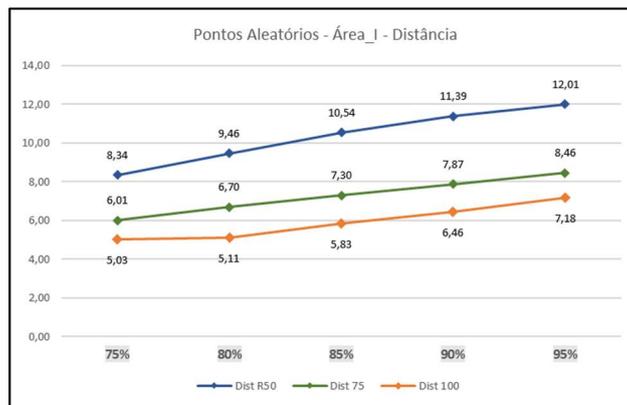


Figura 93 – Incremento na distância total percorrida x percentual de cobertura
Fonte: Elaborado pelo Autor.

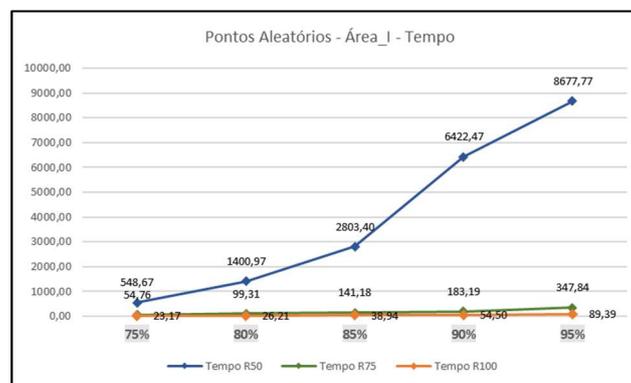


Figura 94 – Incremento no tempo de processamento x percentual de cobertura
Fonte: Elaborado pelo Autor.

As Tabelas 22 e 23 mostram os resultados gerais do modelo da estratégia (ii) em relação à distância percorrida e o tempo de processamento da solução. Ressalta-se que, as soluções encontradas pelo modelo ITER_NN se deram pelo fato de que o modelo ITER_TSP não conseguiu encontrar soluções ótimas.

Tabela 22 – Resultados de distância percorrida x Área

	Distância	RAIO 50		RAIO 75		RAIO 100	
	% Cobertura	Aleat	Equid (*)	Aleat	Equid	Aleat	Equid
ÁREA_I	75%	8,341	11,116	6,014	6,249	5,030	5,334
	80%	9,464	10,659	6,699	6,943	5,106	5,806
	85%	10,544	11,549	7,300	7,463	5,834	6,105
	90%	11,388	11,956	7,871	7,806	6,459	6,612
	95%	12,008	13,563	8,462	8,905	7,183	7,516
	% Cobertura	Aleat	Equid (*)	Aleat	Equid	Aleat	Equid
ÁREA_II	75%	8,354	10,681	6,173	6,290	4,901	5,228
	80%	8,866	11,964	6,728	6,616	5,247	5,309
	85%	9,612	13,179	7,238	7,558	5,880	6,007
	90%	10,194	15,037	7,620	7,900	6,110	6,502
	95%	11,168	16,572	8,623	8,544	7,130	7,592
	% Cobertura	Aleat (*)	Equid (*)	Aleat	Equid (*)	Aleat	Equid
ÁREA_III	75%	18,317	21,084	12,199	17,145	9,369	11,327
	80%	20,057	23,121	13,631	18,664	10,535	11,889
	85%	21,892	24,811	14,580	19,013	11,750	12,963
	90%	22,514	28,149	15,842	22,058	12,487	14,723
	95%	24,975	28,698	17,225	22,419	13,772	15,407
	% Cobertura	Aleat	Equid (*)	Aleat	Equid	Aleat	Equid
ÁREA_IV	75%	6,936	8,191	5,059	4,873	4,236	3,922
	80%	7,131	8,936	5,894	5,466	4,448	4,235
	85%	7,992	9,697	5,963	5,809	4,800	4,480
	90%	8,662	10,288	6,632	6,693	5,014	5,081
	95%	9,644	11,876	6,904	7,222	6,078	5,624
	% Cobertura	Aleat	Equid	Aleat	Equid	Aleat	Equid
ÁREA_VI	75%	2,944	3,241	-	2,336	1,950	1,881
	80%	3,081	3,370	2,312	2,423	2,065	1,990
	85%	3,428	3,620	2,428	2,494	2,171	2,220
	90%	3,734	4,156	2,581	2,594	2,365	2,314
	95%	3,934	4,451	3,012	2,918	2,533	2,409
	% Cobertura	Aleat	Equid (*)	Aleat	Equid	Aleat	Equid
ÁREA_VII	75%	9,256	11,225	6,648	6,696	4,761	5,275
	80%	9,898	10,977	7,050	7,792	5,536	5,905
	85%	10,845	11,319	7,217	8,238	5,862	6,177
	90%	12,051	13,119	7,781	8,910	6,337	6,885
	95%	12,994	13,955	8,364	10,096	6,896	7,470

(*) RESOLVIDO COM HEURÍSTICA NN

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Tabela 23– Resultados de tempo de processamento x Área

	Tempo	RAIO 50		RAIO 75		RAIO 100	
	% Cobertura	Aleat	Equid (*)	Aleat	Equid	Aleat	Equid
ÁREA_I	75%	548,67	28,08	54,76	38,03	23,17	13,20
	80%	1.400,97	44,11	99,31	68,82	26,21	17,92
	85%	2.803,40	50,55	141,18	139,69	38,94	21,61
	90%	6.422,47	59,83	183,19	170,41	54,50	32,05
	95%	8.677,77	107,54	347,84	267,81	89,39	64,75
	% Cobertura	Aleat	Equid (*)	Aleat	Equid	Aleat	Equid
ÁREA_II	75%	592,51	351,40	377,80	45,02	16,53	21,50
	80%	679,81	543,51	480,19	59,86	22,64	24,37
	85%	1.237,45	671,22	820,78	92,45	38,66	44,65
	90%	1.717,95	1.001,30	963,64	118,71	64,30	65,46
	95%	2.838,10	1.241,80	1.615,37	205,44	94,25	108,53
	% Cobertura	Aleat (*)	Equid (*)	Aleat	Equid (*)	Aleat	Equid
ÁREA_III	75%	68,57	24,35	4.653,92	64,16	690,40	335,32
	80%	92,46	32,25	5.142,46	74,03	2.246,57	405,32
	85%	129,48	43,80	6.041,22	121,25	2.381,17	761,99
	90%	163,52	53,99	7.732,39	170,82	2.453,72	1.343,19
	95%	252,92	61,86	10.029,38	264,36	2.622,60	1.978,89
	% Cobertura	Aleat	Equid (*)	Aleat	Equid	Aleat	Equid
ÁREA_IV	75%	2.224,62	15,72	41,69	52,89	7,34	7,58
	80%	2.610,94	24,80	71,99	106,10	10,13	14,15
	85%	3.382,56	31,48	83,48	122,66	13,54	21,79
	90%	4.288,87	40,74	128,88	177,09	18,31	33,79
	95%	5.107,44	59,77	182,39	238,87	57,27	66,66
	% Cobertura	Aleat	Equid	Aleat	Equid	Aleat	Equid
ÁREA_VI	75%	109,35	90,17	-	2,52	1,40	1,10
	80%	112,65	110,26	1,73	3,18	1,92	1,68
	85%	130,43	136,75	3,08	4,84	2,61	2,38
	90%	185,96	206,80	5,83	5,77	3,61	3,21
	95%	237,45	272,98	129,32	14,55	4,96	4,33
	% Cobertura	Aleat	Equid (*)	Aleat	Equid	Aleat	Equid
ÁREA_VII	75%	1.175,35	20,17	190,82	264,22	19,23	61,70
	80%	1.820,12	27,83	205,77	525,80	95,87	91,52
	85%	3.492,90	33,50	225,36	652,43	108,68	138,89
	90%	6.818,71	52,63	257,80	866,43	133,29	228,46
	95%	13.779,87	82,77	321,86	1.394,76	153,47	342,97

(*) RE (*) RESOLVIDO COM HEURÍSTICA NN

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Outro aspecto importante a ser observado nas soluções apresentadas nas Tabelas 22 e 23 diz respeito a solução, em algumas situações, utilizando-se da heurística do vizinho mais próximo, devido ao elevado número de pontos de passagem gerados, e a não obtenção da solução pelo método TSP. Vale ressaltar que essas soluções heurísticas

possuem tempo de processamento extremamente menores, entretanto, com soluções no quesito distância percorrida maiores que a simulação utilizando TSP.

Foi observado que a abordagem de pontos equidistantes demandou mais soluções via heurística que a abordagem de pontos aleatórios, sempre em simulações com pequenos raios de cobertura, e conseqüentemente um maior número de pontos selecionados. Tal fato é justificado pelo incremento na quantidade de pontos inicial na abordagem de pontos equidistantes, de acordo com a redução do espaçamento entre os pontos do *grid*, o que influencia num aumento da complexidade do modelo, conforme mostrado na Tabela 24.

Em função da dimensão da *Área_V* ser inferior as demais áreas do estudo, os raios de coberturas trabalhados são menores, conforme apresentado na Tabela 3, logo o espaçamento entre os pontos do *grid* também necessitou ser reduzido. Como pode-se observar na Tabela 24, o *grid* formado para *Área_V* contou apenas com o espaçamento de 10 x 10, o que já apresenta um número maior ao definido para os modelos de pontos aleatórios.

Tabela 24 – Número de pontos iniciais no modelo de pontos equidistantes

	Aleatórios	Equidistantes			
	Nº Pontos	Grid 10	Grid 25	Grid 50	Grid 75
<i>Área_I</i>	500	-	1.652	407	-
<i>Área_II</i>		-	1.577	395	-
<i>Área_III</i>		-	-	836	372
<i>Área_IV</i>		-	1.272	313	-
<i>Área_V</i>		588	-	-	-
<i>Área_VI</i>		-	463	115	-
<i>Área_VII</i>		-	1.608	395	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como a abordagem de pontos equidistantes já apresentava resultados, em relação à distância percorrida, normalmente, maiores que a abordagem de pontos aleatórios, o fator de diferenciação que mais representa a utilização da solução heurística é o tempo de processamento, conforme mostram as Figuras 95 e 96, exemplificado com a *Área_I*.

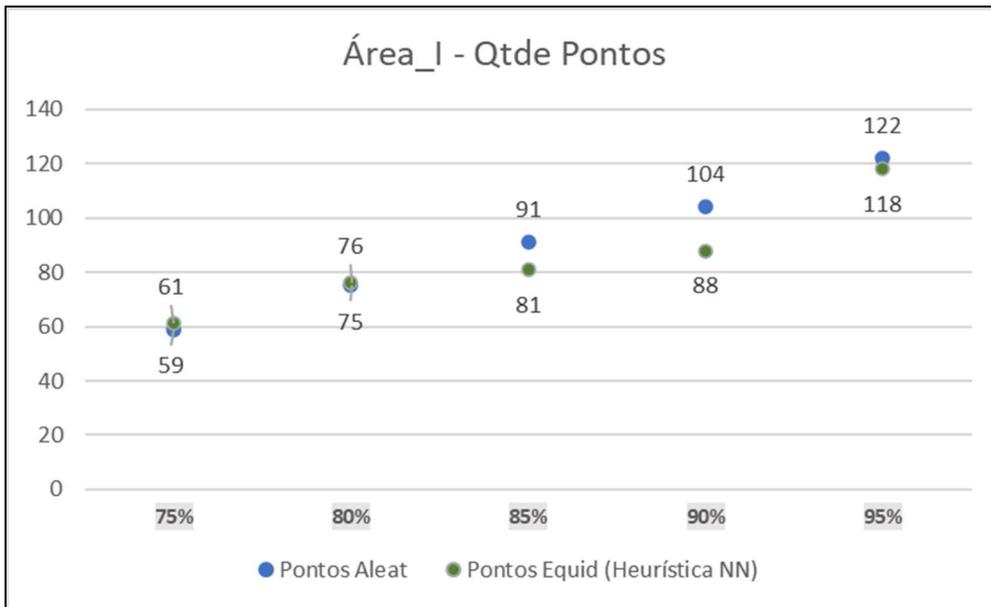


Figura 95 – Pontos Aleatórios x Equidistantes (Heurística NN)
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

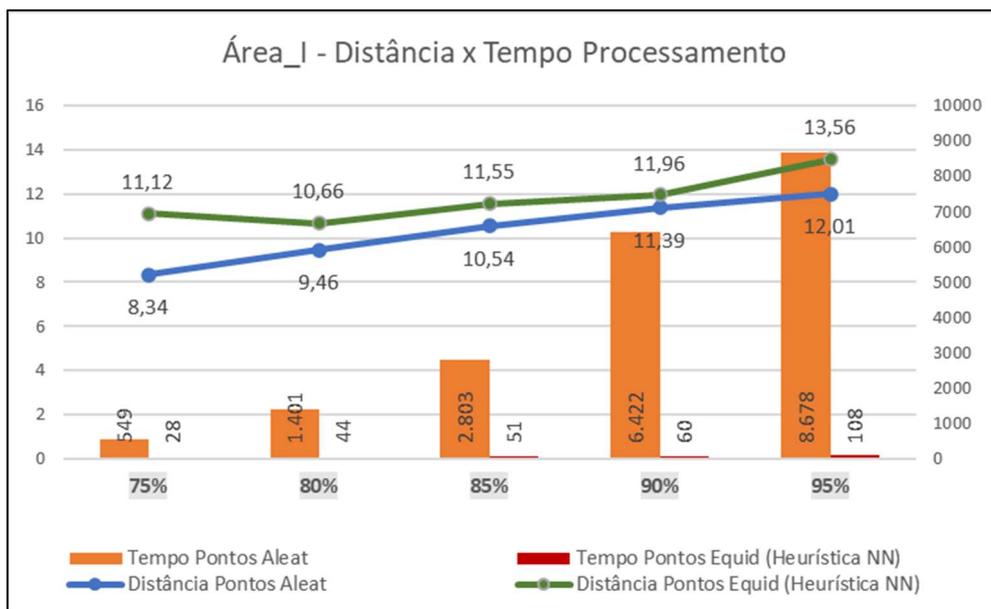


Figura 96 – Distância x Tempo - Aleatórios x Equidistantes (Heurística NN)
 Fonte: Elaborado pelo Autor.

8 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS

Em operações de varredura submarina, a eficiência da operação pode garantir o êxito nas atividades de busca e salvamento, bem como da agilidade no que tange a tempos de respostas em incidentes hídricos.

Através dos resultados, percebeu-se que qualquer incremento na unidade de medida dos raios de cobertura, bem como na variação no nível de cobertura mínimo exigido, há uma variação considerável no número de pontos a serem utilizados no roteamento para efetuar a cobertura total da região em estudo, o que impulsiona um aumento, ou redução, na complexidade do modelo.

Pode-se observar a complexidade computacional para resolução do modelo proposto sempre que a relação do raio de cobertura x área a ser coberta resulte num elevado número de pontos, ou seja, uma grande área geográfica ser coberta com pequenos raios de detecção resultará em muitos pontos para o modelo de TSP, o que não será simples chegar à solução ótima em um curto espaço de tempo. Para resolução deste impasse, o trabalho fez uso de heurísticas clássicas para a resolução do problema do caixeiro viajante, com números elevados de pontos, como por exemplo, a heurística do vizinho mais próximo (*Nearest Neighbor Heuristic*) e a heurística GRASP aplicada ao problema de caixeiro viajante.

Foi observado, também, a formação de pequenos ciclos em alguns roteamentos gerados nas soluções dos modelos. Isso se deu em função de, no modelo de otimização do TSP, ter-se adotado um fator de parâmetro “MIPGap = 0.1”, ou seja, um fator de ajuste na tolerância da lacuna ótima entre a solução encontrada e a solução ótima para problemas de programação inteira mista (MIP), fazendo com que uma margem aceitável de até 10% em relação ao valor ótimo teórico seja estabelecida. Isto foi configurado visando acelerar o tempo de solução no complexo problema do TSP proposto, onde a busca pela solução exata poderia ser demorada.

As soluções da heurística do vizinho mais próximo foram satisfatórias no quesito tempo computacional e, em relação a distância total percorrida, como já era esperado, teve um incremento no valor total da rota, entretanto, com desempenho satisfatório para o estudo. As soluções pela heurística GRASP, no problema de TSP com elevado número de pontos, não alcançaram soluções gráficas satisfatórias e/ou exequíveis, no tocante a manobrabilidade das rotas navais.

Outro ponto a se destacar, foi a aplicação da heurística GRASP nas funções de avaliação, do modelo de seleção inicial de pontos de interesse. Os resultados apresentados nesta parte do estudo demonstraram a possibilidade de integrar diversos métodos de seleção de pontos ao problema de roteamento seguinte. Dependendo da necessidade de adequação, um ou outro método poderá ser utilizado.

Como fator mais relevante na pesquisa, tem-se a apresentação de 3 modelos distintos para cobertura de áreas geográficas, sendo eles: GRASP_TSP, MCLP_TSP, ITER_TSP, com 2 variações cada para os pontos aleatórios e pontos equidistantes, além das variações de resolução de roteamento por métodos heurísticos, como comentado anteriormente.

De forma geral, o modelo apresentado se diferencia dos demais na literatura acadêmica por:

- Os modelos de “*Covering Tour Problem (CTP)*” não são voltados à varredura de área geográfica. Todos trabalham com cobertura de pontos de demanda;
- Os modelos de “*Coverage Path Planning (CPP)*” trabalham com o conceito de padrões de cobertura (*zigzag, spiral, grid cell-based, algoritmo A*, etc.*).
- Escassez na literatura atual de modelos que contemplem, de forma integrada, a solução de um problema de caixeiro viajante juntamente com um problema de planejamento de caminho;
- O único trabalho encontrado na literatura sobre captação de pontos pelas rotas (MATSUURA e KIMURA, 2017) não é voltado para cobertura de área ou planejamento de trajetória de cobertura (CPP). Trabalha com o conceito de CTP;
- O modelo desenvolvido, apresenta um bom método de *trade-off* entre distância percorrida x cobertura da área x tempo de processamento, para o tomador de decisão; e
- Os resultados das simulações do modelo proposto, normalmente, apresentaram distância total da rota melhor que a distância percorrida com os padrões de cobertura de CPP.

Ressalta-se, desta forma, o caráter inovador da pesquisa e a contribuição para o desenvolvimento da literatura acadêmica da área.

No âmbito de trabalhos futuros, ao final desta pesquisa, vislumbra-se inúmeras oportunidades de melhorias e ou aplicabilidade, a citar:

- Adaptação do trabalho proposto em aplicações com Drones;
- Análise de viabilidade de expansão da utilização de sonares de varredura lateral, tipo *Sidescan*, para utilização de sonares tipo multifeixe;
- A partir da redundância na leitura de pontos, ou seja, pontos lidos em diversas rotas na mesma simulação, incrementar a cada leitura o banco de dados de imageamento do ponto, fazendo com que na mesma simulação os pontos lidos mais de uma vez, forme um banco de dados com mais imagens lidas;
- Caso a problemática do item anterior seja invalidada, incrementar o desenvolvimento de heurísticas que minimizem o impacto de redundâncias;
- Implementação em softwares mais avançados e robustos para trabalhar com instâncias com grande volume de dados;
- Estudar novas metodologias de forma a incrementar heurísticas onde caminhos mais caros possam garantir melhor cobertura final; e
- Evolução da metodologia proposta para desenvolvimento de uma *interface* amigável para utilização de pessoas leigas à Pesquisa Operacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AASEN, K. E. *Coverage Path Planning for Seabed Mapping using Autonomous Surface Vehicles*. 2019. Dissertação de Mestrado. NTNU.
- ABDULLAH, S. M. *Solving matching Stable Marriage and Salesman Algorithm to find in Employment agents*. *Diyala Journal For Pure Science*, v. 11, n. 2, 2015.
- ABREU, G. M. A Amazônia Azul: o mar que nos pertence. *Cadernos de Estudos Estratégicos*, n. 6, p. 17-66, 2007.
- ANDRADE, I. O.; FRANCO, L. G. A. A Amazônia Azul como Fronteira Marítima do Brasil: importância estratégica e imperativos para a defesa nacional. In: *Fronteiras do Brasil: uma avaliação de política pública*. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, Rio de Janeiro, 2018.
- ANDRETTA, M. Heurísticas. 2019. Apresentação do Power Point. Disponível em: <<https://sites.icmc.usp.br/andretta/ensino/aulas/sme0510-2-19/aula12.pdf>>. Acesso em: 11 fev. 2024.
- APPLIED OCEANS RESEARCH GROUP (AORG). *Mapping the Ocean Floor*. Disponível em: <<https://storymaps.arcgis.com/stories/ad79845a955c4908841b4741cecf3578>>. Acesso em: 13 jan. 2024.
- ARAKAKI, R. G. I. Heurística de localização-alocação para problemas de localização de facilidades. 2003. Tese de Doutorado. Computação Aplicada, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE, São José dos Campos/SP.
- ATKAR, P. *et al.* *Uniform coverage of automotive surface patches*. *The International Journal of Robotics Research*, v. 24, n. 11, p. 883–898, 2005.
- BALLOU, R. H. 1993. *Logística empresarial*. São Paulo: Atlas.
- BARNAWI, A. *et al.* *Unmanned Ariel Vehicle (UAV) Path Planning for Area Segmentation in Intelligent Landmine Detection Systems*. *Sensors*, v. 23, n. 16, p. 7264, 2023.
- BARROS, M. Navio-Varredor ‘Araçatuba’: Precisão e Vigilância nas Águas Brasileiras. *Defesa em Foco*, 2023. Disponível em: <<https://www.defesaemfoco.com.br/navio-varredor-aracatuba-precisao-e-vigilancia-nas-aguas-brasileiras/>>. Acesso em: 08 fev. 2024.
- BELLINGHAM, J. *Autonomous underwater vehicles (AUVs)*. *Sea*, v. 7, n. 915, p. 980, 2001. DOI: 10.1006/rwos.2001.0303.

- BLUM, C.; ROLI, A. *Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison*. *ACM Computing Surveys*, v. 35, n. 3, p. 268-308, 2003.
- BRAGA, B. H. *Autonomous Underwater Vehicles: Desenvolvimento e Aplicações*. Projeto Final II. Universidade Federal Fluminense, 2014.
- BRASIL. Lei nº 8.617, de 4 de janeiro de 1993. Dispõe sobre o mar territorial, a zona contígua, a zona econômica exclusiva e a Plataforma Continental brasileiros, e dá outras providências. Disponível em:
<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L8617.htm>. Acesso em: 20 jan. 2024.
- BRASIL. Decreto nº 5.129, de 6 de julho de 2004. Dispõe sobre a Patrulha Naval e dá Outras Providências. Brasília, 2004a. Disponível em:
<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/decreto/d5129.htm>. Acesso em: 20 jan. 2024.
- CABREIRA, T. M.; BRISOLARA, L. B.; PAULO R, F. Jr., P. R. *Survey on coverage path planning with unmanned aerial vehicles*. *Drones*, v. 3, n. 1, p. 4, 2019.
- CAI, C. *et al.* *A multi-robot coverage path planning method for maritime search and rescue using multiple AUVs*. *Remote Sensing*, v. 15, n. 1, p. 93, 2022.
- CAI, C.; CHEN, J. *An AUV Path Planner for Large-scale Search and Rescue based on A* Algorithm*. In: *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2021. p. 012017.
- CHE, G.; LIU, L.; YU, Z. *An improved ant colony optimization algorithm based on particle swarm optimization algorithm for path planning of autonomous underwater vehicle*. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, v. 11, n. 8, p. 3349-3354, 2020.
- CHOSSET, H. *Coverage for robotics—a survey of recent results*. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, v. 31, n. 1-4, p. 113-126, 2001.
- CHOSSET, H.; PIGNON, P. *Coverage Path Planning: The Boustrophedon Cellular Decomposition*. In: *Proceedings International Conference on Field and Service Robotics, Canberra, Australia*, 1997.
- CHOSSET, H.; PIGNON, P. *Coverage path planning: The boustrophedon cellular decomposition*. In: *Field and service robotics*. London: Springer London, 1998. p. 203-209.
- CHURCH, R. L.; REVELLE, C. *The maximal covering location problem*. *Papers of the Regional Science Association*, p. 101-118, 1974.

- CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. *Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. Operations Research*, v. 12, n. 4, p. 568-581, 1964.
- COOK, W. J. *In pursuit of the traveling salesman: mathematics at the limits of computation. Princeton University Press*, 2012.
- CORDENONSI, A. Z. *Ambientes, objetos e dialogicidade: uma estratégia de ensino superior em heurísticas e metaheurísticas*. 2008. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- DANTZIG, G.; FULKERSON, R.; JOHNSON, S. *Solution of a large-scale traveling-salesman problem. Journal of the operations research society of America*, v. 2, n. 4, p. 393-410, 1954.
- DASKIN, M. S. *Network and discrete location: Models, algorithms, and applications. Second Edition. Wiley*, 2013.
- DE SOUZA, L. A. P. *et al.* A importância do sonar de varredura lateral em projetos de hidrovias: o exemplo da hidrovia do Araguaia. *In: 11th International Congress of the Brazilian Geophysical Society. European Association of Geoscientists & Engineers*, 2009. p. cp-195-00347.
- DOGRU, S.; MARQUES, L. *A*-based solution to the coverage path planning problem. In: Iberian Robotics conference. Cham: Springer International Publishing*, 2017. p. 240-248.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. *A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. Operations Research Letters*, v. 8, n. 2, p. 67-71, 1989.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. Journal of Global Optimization*, v. 6, p. 109-133, 1995.
- FORERO, C. E. S. *Development of a Model to Optimize Maritime Surveillance and Patrol Operations in Colombian Navy (Presentation Supporting Paper). In: IIE Annual Conference. Proceedings. Institute of Industrial and Systems Engineers (IISE)*, 2009. p. 1.
- GALCERAN, E. *Coverage Path Planning for Autonomous Underwater Vehicles. Tese (Doutorado) - Universitat de Girona, Girona*, 2014.
- GALCERAN, E.; CARRERAS, M. *Efficient seabed coverage path planning for ASVs and AUVs. In: 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE*, 2012. p. 88-93.

- GALCERAN, E.; CARRERAS, M. *A survey on coverage path planning for robotics. Robotics and Autonomous systems*, v. 61, n. 12, p. 1258-1276, 2013.
- GALVÃO, A. C. F., *et al.* Mar e Ambientes Costeiros. Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, Brasília/DF, 2008. Disponível em:
<https://repositorio.mcti.gov.br/bitstream/mctic/5320/1/2007_mar_e_ambientes_costeiros.pdf>. Acesso em: 06 fev. 2024.
- GENDREAU, M.; HERTZ, A.; LAPORTE, G. *New insertion and postoptimization procedures for the traveling salesman problem. Operations Research*, v. 40, n. 6, p. 1086-1094, 1992.
- GOES, P. Veículo Subaquático Autônomo (AUV): A Tecnologia Do Futuro Para Exploração Oceânica. 2023. Disponível em
<<https://dicionariodopetroleo.com.br/veiculo-subaquatico-autonomo/>>. Acesso em: 24 jan. 2024.
- GONÇALVES, F. B. Guerra de minas. *Revista Passadiço*, v. 34, n. 41, p. 80-80, 2021.
- HASSANEIN, O., *et al.* *Unmanned Underwater Vehicles: Applications and Challenges. Journal of Hunan University Natural Sciences*, v. 50, n. 11, 2023.
- JÚNIOR, P. V., *et al.* Sonar de varredura lateral e sísmica de alta resolução aplicados no estudo de ecofácies na baía de Vitória-ES. *Revista Brasileira de Geofísica*, v. 27, p. 411-425, 2009.
- KAPETANOVIĆ, N.; MIŠKOVIĆ, N.; TAHIROVIĆ, A. *Information gain-guided online coverage path planning for side-scan sonar survey missions. In: 2018 26th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED). IEEE*, 2018. p. 1-9.
- KHAN, A.; NOREEN, I.; HABIB, Z. *On Complete Coverage Path Planning Algorithms for Non-holonomic Mobile Robots: Survey and Challenges. J. Inf. Sci. Eng.*, v. 33, n. 1, p. 101-121, 2017.
- KILHIAN, K. (2013). *Web page*.
<<https://www.obaricentrodamente.com/2013/06/distancia-de-um-ponto-uma-reta.html/>>. Acessado: 2024-05-16.
- LAGUNA, M.; MARTÍ, R. *GRASP and path-relinking for 2-layer straight line crossing minimization. INFORMS Journal in Computing*, v. 11, p. 44-52, 1999.
- LAMOSA, M. J. P.; DE MARCHI, M. M.; SANTOS, C. L. R. O Problema de localização de máxima cobertura integrado ao problema de roteamento. XL Simpósio Brasileiro

- de Pesquisa Operacional, João Pessoa. XL SBPO. Rio de Janeiro: SOBRAPO, p. 1721, 2008.
- LAPORTE, G. *The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. European Journal of Operational Research*, v. 59, n. 3, p. 345-358, 1992.
- LAWLER, E. L., et al. *The Traveling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization*. Wiley, 1985.
- LUCCHESI, C. F. *Petróleo. Estudos avançados*, v. 12, p. 17-40, 1998.
- MARINHA DO BRASIL. Navios-Varredores (Classe Aratu). Disponível em: <<https://www.marinha.mil.br/navios-varredores-classe-aratu>>. Acesso em: 16 jan. 2024.
- MA, L.; SUN, Z.; GAO, Y. *Complete Coverage Path Planning Based on Improved Area Division. World Journal of Engineering and Technology*, v. 11, n. 04, p. 965-975, 2023.
- MARKOVIĆ, D.; PETROVIĆ, G.; MARKOVIĆ, S. *Distance-Constrained Capacitated Vehicle Routing Problems: Case Study and Simulated Data Set. In: The sixth international conference transport and logistics til*. p. 308-313, 2017.
- MATSUURA, T.; KIMURA, T. *Covering salesman problem with nodes and segments. American Journal of Operations Research*, v. 7, n. 4, p. 249-262, 2017.
- MAZA, I.; OLLERO, A. *Multiple UAV cooperative searching operation using polygon area decomposition and efficient coverage algorithms. In: Distributed Autonomous Robotic Systems 6. Tokyo: Springer Japan*, 2007. p. 221-230.
- MILARÉ, E. Definido o conceito de “Águas Jurisdicionais Brasileiras (AJB)”. Milare Advogados Associados Newsletter nº 1.031 – Ano XXI – Agosto/2023. Disponível em: <<https://milare.adv.br/newsletters/definido-o-conceito-de-aguas-jurisdicionais-brasileiras-ajb/>>. Acesso em: 12 jan. 2024.
- MU, X. et al. *Coverage Path Planning for UAV Based on Improved Back-and-Forth Mode. IEEE Access*, 2023.
- NAIK, M.; RANADE, G.; LOHANI, R. B. *Evolution of Sonar Survey Systems for Sea Floor Studies. Engineering and Technology Journal*, v. 2, n. 6, p. 185-195, 2017.
- NAM, L. H. et al. *An approach for coverage path planning for UAVs. In: 2016 IEEE 14th international workshop on advanced motion control (AMC). IEEE*, 2016. p. 411-416.

- NICHOLSON, J. W.; HEALEY, A. J. *The present state of autonomous underwater vehicle (AUV) applications and technologies. Marine Technology Society Journal*, v. 42, n. 1, p. 44-51, 2008.
- NVL. *Mine Countermeasure Vessels*. Disponível em: <<https://nvl.de/en/naval-vessels/mine-countermeasure-vessels>>. Acesso em: 02 fev. 2024.
- OH, J. S. *et al. Complete coverage navigation of cleaning robots using triangular-cell-based map. IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 51, n. 3, p. 718-726, 2004.
- OLIVEIRA, A. Pré-sal: a oportunidade e seus desafios. *Revista USP*, (95), p. 23-32, 2012.
- PACHECO, R. F.; CIRQUEIRA, L. Z. Solução simultânea de problemas logísticos de localização de depósitos e centralização de estoques. *Production*, v. 16, p. 481-492, 2006.
- REINBLATT, H. *What Is the Traveling Salesman Problem?* Disponível em: <<https://getcircuit.com/teams/blog/what-is-the-traveling-salesman-problem>>. Acesso em: 04 fev. 2024.
- RESENDE, M.G.; RIBEIRO, C.C. *GRASP with Path-Relinking: Recent Advances and Applications. In: Ibaraki, T., Nonobe, K., Yagiura, M. (eds) Metaheuristics: Progress as Real Problem Solvers. Operations Research/Computer Science Interfaces Series, vol 32. Springer, Boston, MA, 2005.*
- RESENDE, M.G.C., RIBEIRO, C.C. *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. In: Glover, F., Kochenberger, G.A. (eds) Handbook of Metaheuristics. International Series in Operations Research & Management Science, vol 57. Springer, Boston, MA, 2003.*
- REVÊLLE, C.; SWAIN, R. *Central Facilities Location. Geographical Analysis*, v. 2, n. 1, p. 30-42, 1970.
- RODRIGUES, M. B. de A. *et al. Estratégia Eficiente com Alta Disponibilidade para Provisionamento Dinâmico de Pontos de Acesso em Redes sem Fio de Grande Escala. In: Anais Estendidos do XI Simpósio Brasileiro de Engenharia de Sistemas Computacionais. SBC, 2021. p. 110-115.*
- SANTOS, P. V. dos. (2012). Impactos ambientais causados pela perfuração em busca do petróleo. *Caderno De Graduação - Ciências Exatas E Tecnológicas - UNIT - SERGIPE*, 1(1), 153–163. Recuperado de <<https://periodicos.set.edu.br/cadernoexatas/article/view/297>>.

- SHEN, Z. *et al.* *Autonomous 3-D mapping and safe-path planning for underwater terrain reconstruction using multi-level coverage trees*. In: *OCEANS 2017-Anchorage*. IEEE, 2017. p. 1-6.
- SILVA, L. R. *et al.* Subsidência do solo: o reflexo da extração de petróleo na superfície. Caderno de Graduação - Ciências Exatas e Tecnológicas - UNIT - SERGIPE, v. 3, n. 3, p. 95-104, 2016.
- SINHA, S. D. *Multiple Region Coverage Path Planning for Autonomous Underwater Vehicle*. *Defence Science Journal*, v. 71, n. 6, 2021.
- SIQUEIRA, P.H., "Metaheurísticas e Aplicações". Disponível em: <<https://paulohscwb.github.io/metaheuristicas/>>, Janeiro de 2021. Acesso em: 18 jan. 2024.
- SOUSA, J. V. N. de. Características gerais dos veículos autônomos submarinos. *Revista Marítima Brasileira*, v. 138, n. 01/04, p. 137-150, 2018.
- SOUZA, L. A. P. de. Revisão crítica da aplicabilidade dos métodos geofísicos na investigação de áreas submersas rasas. 2006. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.
- SOUZA, P. Y. C. Amazônia Azul possui grande potencial para a geração de energia eólica. *Revista NOMAR*. v. 58 n. 950 (2022). Centro de Comunicação Social da Marinha. Disponível em: <<https://www.portaldeperiodicos.marinha.mil.br/index.php/nomar/article/view/4667/4513>>.
- STILBEN, J. Um olhar acadêmico sobre a importância da Amazônia Azul. Agência Marinha de Notícias, 2023. Disponível em: <<https://www.marinha.mil.br/agenciadenoticias/um-olhar-academico-sobre-importancia-da-amazonia-azul>>. Acesso em: 01 fev. 2024.
- TANG, Y., *et al.* *AUV-Based Side-Scan Sonar Real-Time Method for Underwater-Target Detection*. *Journal of Marine Science and Engineering*, v. 11, n. 4, p. 690, 2023.
- TOTH, P.; VIGO, D. *The vehicle routing problem*. *SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications*, 2002.
- TOTH, P.; VIGO, D. *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. *Second Edition*. Society for industrial and applied mathematics, 2014.

- TUNG, W.; LIU, J. *Solution of an integrated traveling salesman and coverage path planning problem by using a genetic algorithm with modified operators. IADIS Int. J. Comput. Sci. Inf. Syst*, v. 14, n. 2, p. 95-114, 2019.
- WU, J. H. *et al. Complete Coverage Path Planning and Obstacle Avoidance Strategy of the Robot. In: 2012 2nd International Conference on Computer and Information Application (ICCIA 2012). Atlantis Press*, 2014. p. 346-351.
- YANG, S. *et al. A novel discrete group teaching optimization algorithm for TSP path planning with unmanned surface vehicles. Journal of Marine Science and Engineering*, v. 10, n. 9, p. 1305, 2022.
- ZAMBITO, L. *The traveling salesman problem: a comprehensive survey. Project for CSE*, v. 4080, 2006.
- ZANELLA, T. V. Águas Jurisdicionais Brasileiras: um estudo sobre a (i)legalidade do conceito de AJB. *Revista Jurídica Luso-Brasileira*, ano 4, n. 6, p. 2831-2856, 2018. Disponível em:
<https://www.cidp.pt/revistas/rjlb/2018/6/2018_06_2831_2856.pdf>.
- ZELINSKY, A. *et al. Planning paths of complete coverage of an unstructured environment by a mobile robot. In: Proceedings of international conference on advanced robotics*. 1993. p. 533-538.